



**В.В. Васильев**  
**Т.В. Калимулина**  
**Н.В. Куцубина**  
**И.В. Перескоков**

**ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ  
ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

Екатеринбург  
2012

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВПО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра машин и оборудования ЦБП

**В.В. Васильев**  
**Т.В. Калимулина**  
**Н.В. Куцубина**  
**И.В. Перескоков**

## **ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

Методические указания для студентов очной и заочной форм обучения  
механических направлений и специальностей 150405, 151000, 190600,  
190100, 250400  
по дисциплине «Теория механизмов и машин»

**Екатеринбург**  
**2012**

Печатается по рекомендации методической комиссии института автомобильного транспорта и технологических систем, протокол № 1 от 30 сентября 2011 г.

Рецензент профессор, д-р техн. наук А.А. Санников

Редактор Р.В. Сайгина  
Компьютерная верстка Е.В. Карпова

---

Подписано в печать ??..12.12.		Поз. 62
Плоская печать	Формат 60x84 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	Тираж 10 экз.
Заказ №	Печ. л. 2,09	Цена руб. коп.

---

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ  
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	4
Лабораторная работа 1. Вычерчивание зубьев эвольвентно-го профиля методом обкатки (огибания).....	5
Лабораторная работа 2. Определение основных параметров цилиндрических зубчатых колес .....	13
Лабораторная работа 3. Определение массовых моментов инерции звеньев механизма .....	18
Лабораторная работа 4. Построение профиля кулачка .....	29
Рекомендуемая литература .....	36

## **ВВЕДЕНИЕ**

Качество создаваемых машин и механизмов в значительной мере определяется полнотой разработки и использования методов теории механизмов и машин (ТММ). Чем более полно будут учтены при построении механизмов и машин критерии производительности, надежности, точности и экономичности, тем совершеннее будут получаемые конструкции.

Именно с этой целью теоретические положения при изучении курса ТММ должны обязательно сопровождаться выполнением лабораторных работ, содержание которых обеспечивает формирование у студентов соответствующих профессиональных компетенций, а именно – способности эффективно применять на практике общие методы создания, эксплуатации и исследования механизмов и машин преимущественно лесной отрасли, деревообрабатывающей, машиностроения.

В методических указаниях изложены содержание и методика выполнения лабораторных работ с использованием типового лабораторного оборудования по ТММ.

Лабораторные работы предназначены для студентов института автомобильного транспорта и технологических систем, лесоинженерного факультета, факультета механической обработки древесины очной и заочной форм обучения, изучающих дисциплину «Теория механизмов и машин».

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1**

**ВЫЧЕРЧИВАНИЕ ЗУБЬЕВ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ПРОФИЛЯ  
МЕТОДОМ ОБКАТКИ (ОГИБАНИЯ)**

*Задачи работы.* Вычертить зубья эвольвентного профиля нулевого и корригированного колес методом обкатки, построить схему зацепления.

*Средства для работы:* прибор ТММ-42, заготовка из чертёжной бумаги, карандаш, циркуль, линейка, транспортир, лист карандашной кальки.

Прибор ТММ-42 предназначен для демонстрации нарезания зубчатых колес методом обкатки (рис. 1.1).

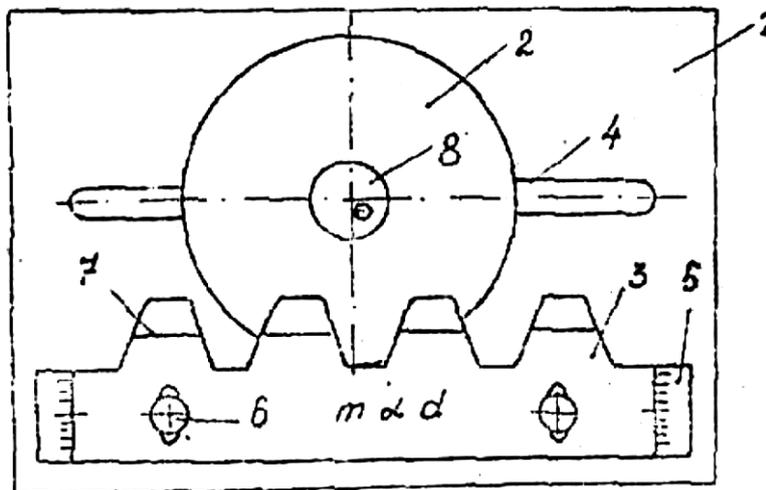


Рис. 1.1. Схема прибора ТММ-42

На основании 1 установлены диск 2 и рейка 3. Диск представляет собой круг диаметром, равным диаметру заготовки колеса и имеет возможность, вращаясь вокруг своей оси, перемещаться вдоль паза 4. Рейку можно перемещать в направляющих 5, на которые нанесена шкала, вверх к центру диска и вниз от центра диска. Для этого следует ослабить винты 6 и передвинуть рейку в нужном направлении на необходимое число делений. Риска 7, нанесенная на зубья рейки, является делительной прямой. На рейке также выгравированы модуль  $m$ , угол профиля  $\alpha$  и диаметр делительной окружности  $d$ . При подготовке прибора к работе шайба 8 снимается, на диск 2 накладывается бумажная заготовка и вновь закрепляется шайбой.

**Порядок выполнения работы**

1. Записать в отчет следующие данные: модуль  $m$ , угол профиля зубчатой рейки  $\alpha$ , диаметр делительной окружности  $d$ .

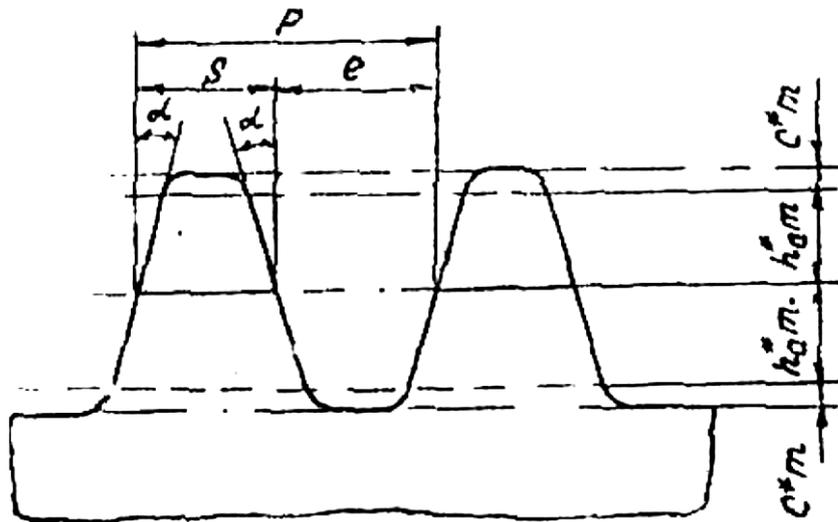
2. Вычислить параметры, одинаковые для нулевого и скорректированного колес:

число зубьев нарезаемых колес  $z = d/m$ ;

диаметр основной окружности  $d_g = d \cdot \cos \alpha$ ;

делительный окружной шаг зубьев  $p = \pi \cdot m$ .

3. Выполнить эскиз инструментальной рейки с указанием ее геометрических параметров (рис. 1.2).



$c^* = 0,25$  - коэффициент радиального зазора

Рис. 1.2. Инструментальная рейка

4. По результатам обмера высоты зуба инструментальной рейки определить коэффициент высоты головки зуба  $h_a^*$ . ( $h_a^* = 1$ )

5. Определить минимальное число зубьев колеса, при котором колесо нарезается без подреза

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}$$

6. Циркулем нанести на заготовку (бумажный круг) делительную  $d$  и основную  $d_g$  окружности.

7. Установить заготовку (бумажный круг) на прибор. Заготовка делится на два сектора по  $180^\circ$ .

8. Совместить делительную окружность заготовки с делительной прямой зубчатой рейки (смещение рейки  $x \cdot m = 0$ ), после чего вычертить 2-3 эвольвентных профиля зубьев. Для этого круг с заготовкой отводится в крайнее левое положение и карандашом на заготовке очерчивается контур зубьев рейки. Затем круг с заготовкой поворачивается на небольшой угол (5-7 градусов) и вновь очерчивается контур зубьев рейки. Так делается до тех пор, пока заготовка не переместится вправо до упора и на ней получится 2-3 зуба (рис.1.3).

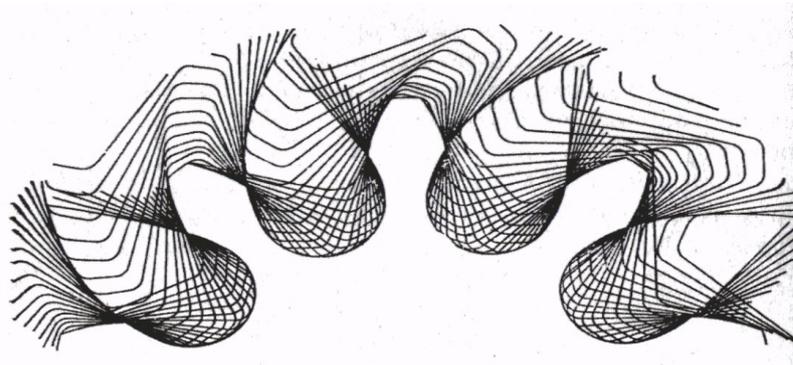


Рис.1.3. Вычерчивание нулевого колеса

9. Вычислить параметры вычерченного с нулевым смещением колеса и заполнить табл. 1.1.

10. Нанести на заготовку рассчитанный диаметр выступов нулевого зубчатого колеса.

11. Измерить и сравнить с расчетными значениями толщины зубьев по делительной окружности  $S$ , основной  $S_g$  и вершин  $S_a$ .

Таблица 1.1

Параметры нулевого колеса

Параметр	Расчетная формула и расчет	Результаты	
		расчета	измерения
Диаметр вершин зубьев	$d_a = m(z + 2h_a^*)$ $d_a =$		
Делительная толщина зуба	$S = \frac{\pi \cdot m}{2}$ $S =$		

Окончание табл.1.1

Угол профиля в точке на окружности вершин	$\alpha_a = \arccos \frac{d_s}{d_a}$ $\alpha_a =$		
Основная окружная толщина зубьев	$s_s = d_s \left( \frac{s}{d} + \text{inv} \alpha \right)$ $s_s =$		
Окружная толщина вершин зубьев	$s_a = d_a \left( \frac{s}{d} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_a \right)$ $s_a =$		

12. Определить дефекты эвольвентного профиля колеса. При наличии подреза зубьев определить коэффициент смещения исходного контура рейки

$$X = h_a^* \left( 1 - \frac{z}{z_{\min}} \right).$$

Абсолютное смещение рейки будет равно  $x \cdot m$ .

13. Сместить рейку относительно делительной окружности заготовки по шкале на величину  $x \cdot m$  в сторону от центра заготовки в случае положительного смещения ( $x \cdot m > 0$ ) и к центру заготовки в случае отрицательного ( $x \cdot m < 0$ ). Повернуть заготовку и снова вычертить 2-3 зуба корригированного колеса (рис.1.4).

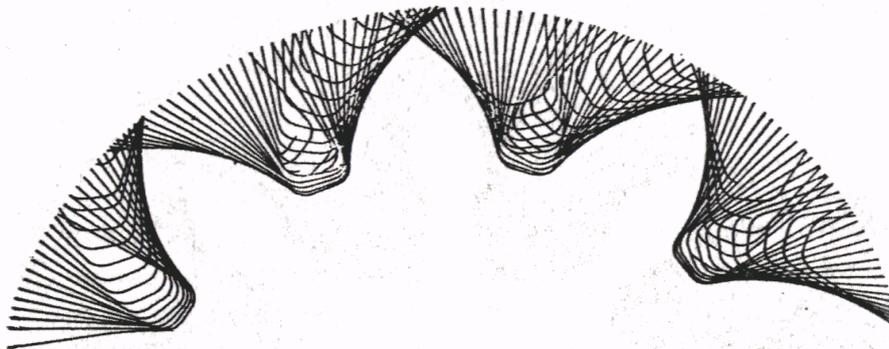


Рис.1.4. Вычерчивание корригированного колеса

14. Вычислить и записать в табл. 1.2 параметры корригированного зубчатого колеса.

Таблица 1.2

Параметры корригированного колеса

Параметр	Расчетная формула и расчет	Результаты	
		расчета	расчета
Коэффициент смещения исходного контура	$x = h_a^* \left(1 - \frac{z}{z_{\min}}\right)$ $x =$		
Смещение рейки	$x \cdot m$ $x \cdot m =$		
Диаметр вершин зубьев	$d_a = m(z + 2(h_a^* + x))$ $d_a =$		
Делительная окружная толщина зубьев	$s = \frac{\pi \cdot m}{2} + 2 \cdot x \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha$ $s =$		
Угол профиля зуба в точке на окружности вершин	$\alpha_a = \arccos \frac{d_e}{d_a}$ $\alpha_a =$		
Основная окружная толщина зубьев	$s_e = d_a \left(\frac{s}{d} + \operatorname{inv} \alpha\right)$ $s_e =$		
Окружная толщина вершин зубьев	$s_a = d_a \left(\frac{s}{d} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_a\right)$ $s_a =$		

15. Циркулем нанести окружность выступов  $d_a$ , корригированного колеса.

16. Измерить величины  $S$ ,  $S_e$  и  $S_a$  и сравнить их с соответствующими расчетными величинами.

17. Сравнить толщины зубьев  $S$  и  $S_a$  нулевого и корригированного колес соответственно и сделать выводы о том, как изменяется

форма зуба колеса с заданием смещения  $x \cdot m$ .

18. На кальке произвести построение зубчатого зацепления вычерченных нулевого и корригированного колес (рис. 1.5).

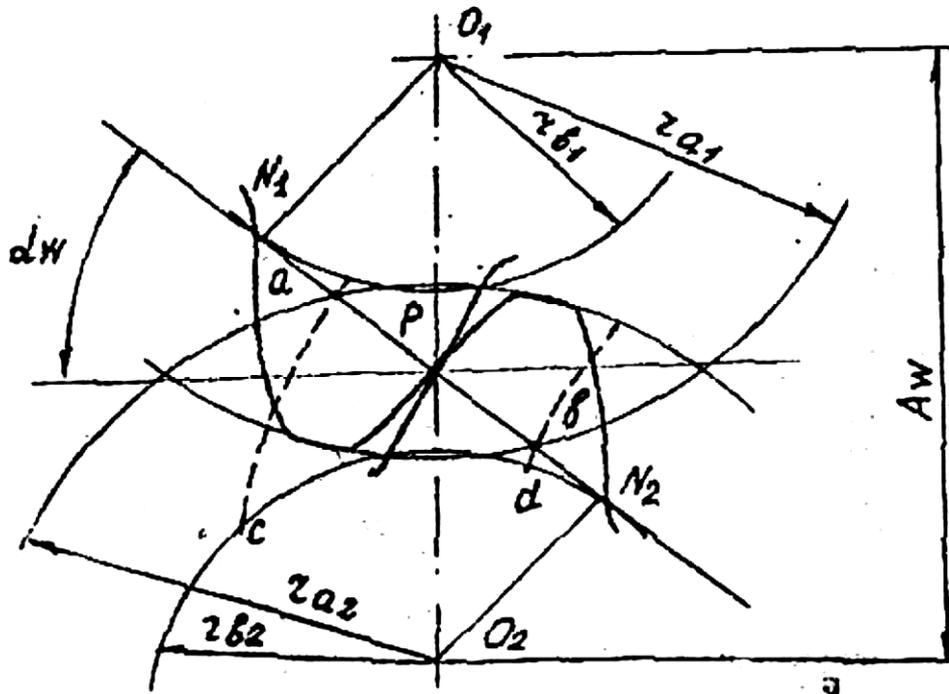


Рис 1.5. Схема эвольвентного зацепления

Для этого:

определить межосевое расстояние  $A_w$

$$A_w = 0,5m(z_1 + z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w};$$

определить угол зацепления  $\alpha_w$

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha + \frac{2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha}{z_1 + z_2};$$

величина угла  $\alpha_w$  определяется по табл. 1.3;

на кальке отложить межосевое расстояние  $A_w$ ;

из центров  $O_1$  и  $O_2$  вычертить основные окружности колес; провести касательную прямую к основным окружностям.

Отметить точки касания прямой с основными окружностями  $N_1$  и  $N_2$  и  $O_1 O_2$  полюс зацепления P. Измерить полученный угол за-

цепления  $\alpha_w$ , сравнить его с расчетным и определить погрешность, %

$$\delta = 100 \cdot (\alpha_w^{изм} - \alpha_w^{расч}) / \alpha_w^{изм}.$$

Таблица 1.3

Значение эвольвентной функции  $inv\alpha_w$

Угол $\alpha_w$ , град	Минуты					
	0	10	20	30	40	50
20	0.0149	0.0153	0.0157	0.0161	0.0165	0.0169
21	0.0173	0.0178	0.0182	0.0187	0.0191	0.0196
22	0.0201	0.0205	0.0210	0.0215	0.0220	0.0225
23	0.0230	0.0236	0.0241	0.0247	0.0252	0.0258
24	0.0263	0.0269	0.0275	0.0281	0.0287	0.0293
25	0.0300	0.0306	0.0313	0.0319	0.0326	0.0333
26	0.0339	0.0346	0.0354	0.0361	0.0368	0.0375
27	0.0383	0.0390	0.0398	0.0406	0.0414	0.0422
28	0.0430	0.0438	0.0447	0.0455	0.0464	0.0473
29	0.0482	0.0491	0.0500	0.0509	0.0518	0.0528
30	0.0538	0.0547	0.0557	0.0567	0.0577	0.0588
31	0.0598	0.0609	0.0619	0.0630	0.0641	0.0652
32	0.0664	0.0675	0.0687	0.0698	0.0710	0.0722
33	0.0734	0.0747	0.0759	0.0772	0.0785	0.0798
34	0.0811	0.0824	0.0838	0.0851	0.0865	0.0879
35	0.0893	0.0908	0.0922	0.0937	0.0952	0.0967
36	0.0982	0.0998	0.1013	0.1029	0.1045	0.1061
37	0.1078	0.1094	0.1111	0.1128	0.1146	0.1163
38	0.1181	0.1198	0.1217	0.1235	0.1253	0.1272
39	0.1291	0.1310	0.1330	0.1349	0.1369	0.1389
40	0.1410	0.1430	0.1451	0.1472	0.1494	0.1515
41	0.1537	0.1559	0.1582	0.1604	0.1627	0.1650
42	0.1674	0.1697	0.1721	0.1746	0.1770	0.1795
43	0.1820	0.1846	0.1871	0.1897	0.1924	0.1950
44	0.1977	0.2005	0.2032	0.2060	0.2089	0.2117
45	0.2146	0.2175	0.2205	0.2235	0.2265	0.2296
46	0.2327	0.2358	0.2390	0.2422	0.2455	0.2487

Под кальку подложить заготовку и центр ее совместить с центром  $O_1$ . Вокруг этого центра повернуть заготовку так, чтобы один из профилей зуба нулевого колеса совпал с точкой Р. При этом необходимо следить за тем, чтобы нормаль к профилю зуба в этой точке совпала с линией  $N_1 N_2$ . Зубья нулевого колеса в этом по-

ложении копируются карандашом на кальку;

совместить центр заготовки с центром  $O_2$ , и, вращая заготовку вокруг этого центра, к точке  $P$  поднести профиль зуба корригированного колеса так, чтобы он вошел в зацепление с зубом нулевого колеса. Также копируют на кальку зубья корригированного колеса;

отметить точки пересечения  $a$  и  $b$  теоретической линии зацепления с окружностями выступов колес. Линия  $ab$  является практической линией зацепления;

с началом (точка  $a$ ) и концом (точка  $b$ ) зацепления совместить один из профилей зуба и отметить точки пересечения его  $c$  и  $d$  с основной окружностью. Дуга  $cd$  является дугой зацепления по основной окружности.

19. Вычислить коэффициент перекрытия

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\cup cd}{P_B} = \frac{ab}{P_B},$$

где  $P_B = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha$  - шаг колеса по основной окружности.

20. Оценить величину коэффициента перекрытия. Для внешнего зацепления  $1 < \varepsilon_{\alpha} < 2$ .

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС**

*Задачи работы:* определить основные параметры и вычертить схематичное изображение зубчатого колеса с эвольвентным профилем зуба.

*Средства для работы:* зубчатое колесо, штангенциркуль, штангензубомер, карандаш, циркуль, линейка.

**Порядок выполнения работы**

1. Подсчитать число зубьев колеса  $z$ .
2. Определить диаметры окружностей вершин  $d_a$ , мм, и впадин  $d_f$ , мм. Если число зубьев колеса четное, то диаметры  $d_a$  и  $d_f$  измеряются непосредственно штангенциркулем. При нечетном числе зубьев (рис. 2.1)

$$d_a = d_{омв} + 2L_1;$$

$$d_f = d_{омв} + 2L_2.$$

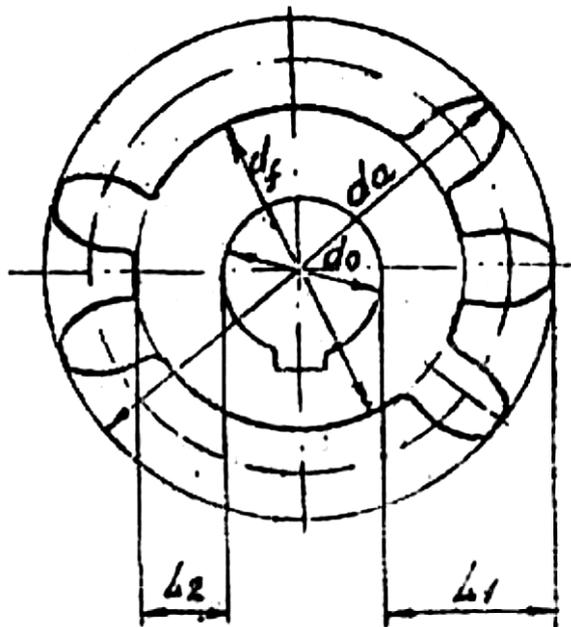


Рис. 2.1. Диаметральные размеры зубчатого колеса

3. Измерить длину общей нормали  $W_n$ , и  $W_{n+1}$ , мм. Для этого губками штангенциркуля охватывается соответственно  $n$  и  $n+1$  зубьев колеса (рис. 2.2). Число зубьев  $n$  зависит от общего числа зубьев колеса  $Z$  и определяется по табл. 2.1.

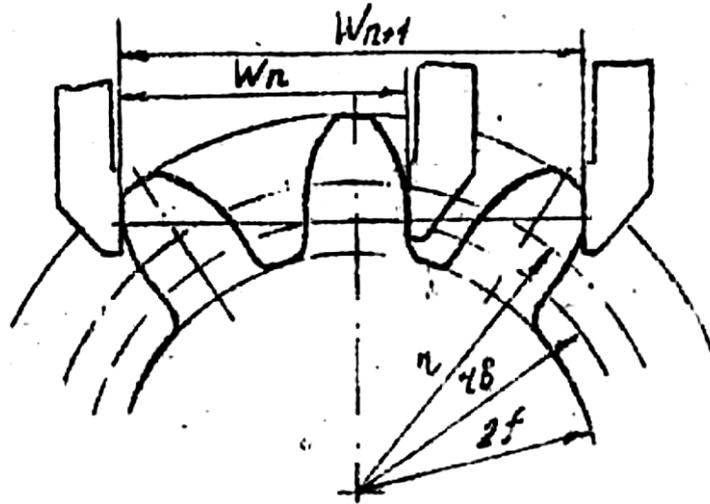


Рис. 2.2. Измерение длины общей нормали зубчатого колеса

Таблица 2.1

Число охватываемых зубьев  $n$  при измерении длины общей нормали

$Z$	9-17	18-26	27-35	36-44	45-53	54-62	63-70	71-80	81-89
$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Для получения достаточной точности значений  $W_n$ , и  $W_{n+1}$  измерения проводят трижды на разных участках зубчатого колеса, а затем определяется их среднее значение. Измерения  $W_n$ , и  $W_{n+1}$  заносятся в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Длина общей нормали

Номер измерения	$W_n$ , мм	$W_{n+1}$ , мм
1		
2		
3		
Среднее значение		

4. Определить следующие параметры зубчатого колеса:  
шаг зубьев по основной окружности  $P_э$ , мм

$$P_э = W_{n+1} - W_n;$$

модуль зубчатого колеса по основной окружности  $m_э$ , мм

$$m_э = \frac{P_э}{\pi};$$

модуль зубчатого колеса по делительной окружности  $m$ , мм  
(выбирается по табл. 2.3 как близкая к рассчитанному значению  $m_э$  большая величина);

Таблица. 2.3

Модули зубчатых колёс по ГОСТ 9563-60

1 ряд, мм	1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32
2 ряд, мм	1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11; 14; 18; 22; 28; 36

угол профиля исходного производящего контура  $\alpha^*$ ,

$$\alpha = \arccos \frac{m_э}{m};$$

шаг зубьев по делительной окружности  $P$ , мм

$$P = \pi \cdot m;$$

шаг зубьев по основной окружности (уточненный)  $P_э$ , мм

$$P_э = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha;$$

диаметр делительной окружности колеса  $d$ , мм

$$d = m \cdot z;$$

диаметр основной окружности колеса  $d_э$ , мм

$$d_э = d \cdot \cos \alpha;$$

действительная толщина зуба по основной окружности  $S_э$ , мм

$$S_э = W_{n+1} - n \cdot P_э;$$

толщина зуба по основной окружности нулевого колеса  $S'_э$ , мм

$$S'_э = d_э \left( \frac{\pi \cdot m}{2d} + \text{inv} \alpha \right);$$

коэффициент смещения контура рейки  $X$

$$x = \frac{S'_e - S_e}{2 \cdot m \cdot \sin \alpha};$$

смещение рейки при нарезании зубчатого колеса, мм

$$x \cdot m;$$

толщина зуба по делительной окружности  $S$ , мм

$$S = \frac{\pi \cdot m}{2} + 2 \cdot x \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha;$$

половина угловой толщины зуба  $\psi$ , рад

$$\psi = \frac{\pi}{2x} - \frac{2x}{z} \operatorname{tg} \alpha;$$

высота делительной головки зуба  $h_a$ , мм

$$h_a = \frac{1}{2}(d_a - d);$$

номинальная толщина зуба по хорде делительной окружности  $S$ , мм

$$S = m \cdot z \cdot \sin \psi;$$

расстояние от окружности выступов до хорды зуба  $\bar{h}$ ,

$$\bar{h} = h_a + \frac{m \cdot z}{2}(1 - \cos \psi).$$

5. Измерить толщину зуба по хорде делительной окружности  $S_{изм}$ , мм, штангензубомером (рис. 2.3).

6. Сравнить расчетное и опытное значения толщины зуба по хорде делительной окружности

$$\left| \frac{S - S_{изм}}{S} \right| \cdot 100\%$$

7. Вычертить схематическое изображение зубчатого колеса с расстановкой всех его размеров (рис. 2.4).

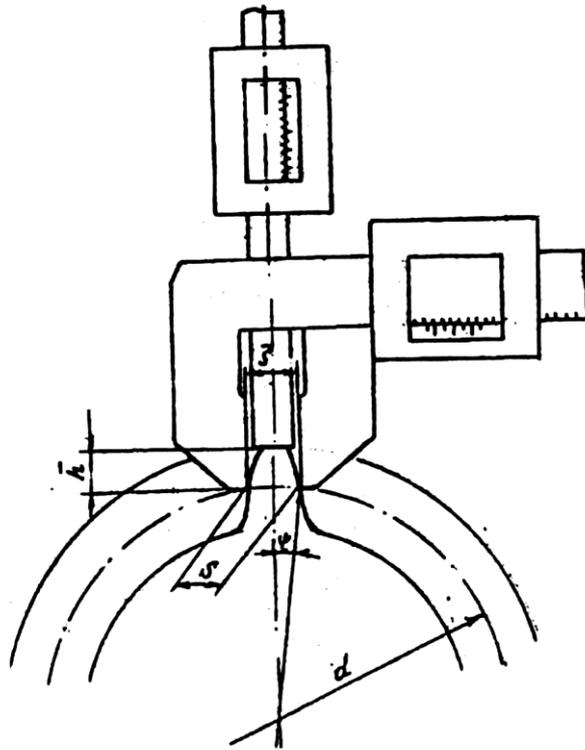


Рис. 2.3. Измерение толщины зуба штангензубомером

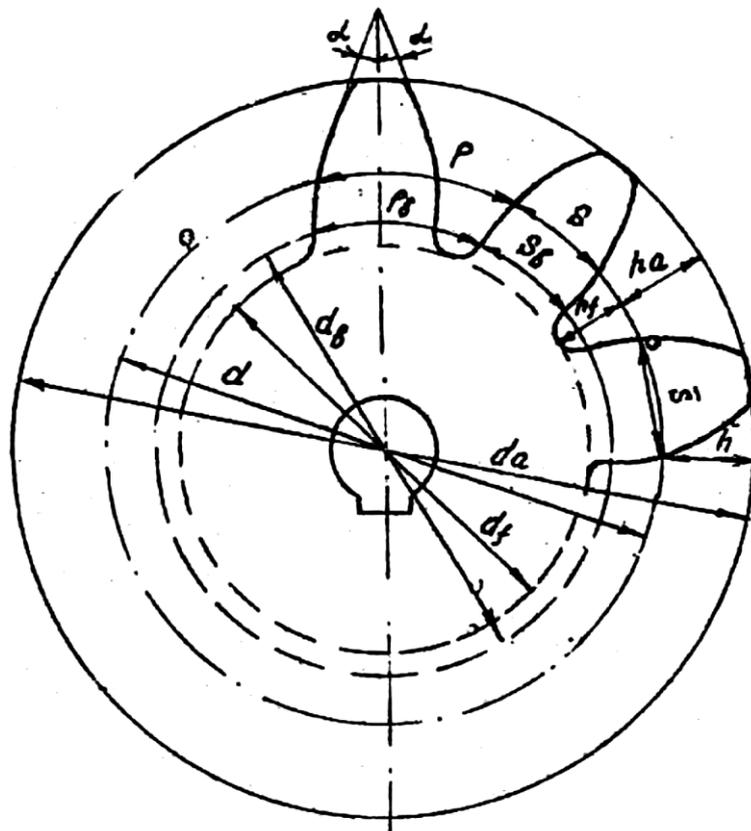


Рис. 2.4. Схематичное изображение зубчатого колеса

### **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3**

#### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССОВЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМА**

*Задача работы:* определить массовый момент инерции  $\theta$ , кг·м<sup>2</sup>, звена, используя экспериментальный и аналитический методы расчёта.

*Средства для работы:* установки ТММ-25, ТММ-26, ТММ-27; секундомер; металлическая миллиметровая линейка; весы с набором разновесов; шнур и отвес; штангенциркуль.

#### **Порядок выполнения работы**

1. Выполнить эскиз исследуемого звена с расстановкой всех размеров.
2. Выбрать метод определения массового момента инерции звена (метод физического маятника, метод крутильных колебаний).
3. Определить массовый момент инерции звена экспериментальным и аналитическим методами.
4. Сравнить значения массовых моментов инерции, полученные экспериментальным  $\theta_{он}$  и аналитическим  $\theta_{расч}$  методами

$$\left| \frac{\theta_{он} - \theta_{расч}}{\theta_{он}} \right| 100 \% .$$

#### **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАССОВЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ**

##### **Метод физического маятника**

Метод физического маятника можно применять для звеньев, которые удобно подвесить на ребро трёхгранной призмы, например, для шатунов, кривошипов и др. (рис. 3.1).

Звено  $1$  устанавливается проушиной на ребро неподвижной призмы  $2$  и отклоняется от вертикального положения на угол  $\varphi = 5 \dots 7^\circ$ . Если звено отпустить, то оно начнёт совершать малые колебания в плоскости, перпендикулярной ребру призмы, вокруг точки  $O$ .

Момент инерции звена  $\theta$  будет зависеть от массы звена  $m$ , периода колебаний  $T$  и положения его центра масс  $a$ .

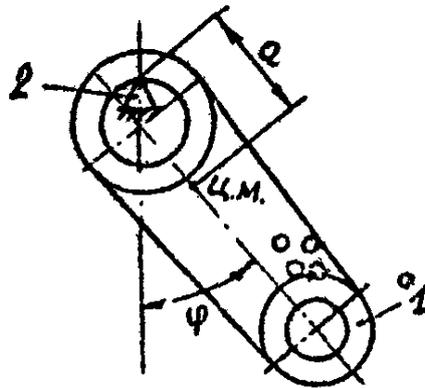


Рис. 3.1. Схема маятникового подвеса

Для определения центра масс симметричного звена звено 1 укладывается на ребро трёхгранной призмы 2 (рис. 3.2) таким образом, чтобы оно находилось в равновесии. Точка на оси симметрии звена, лежащая против ребра призмы, является его центром масс.

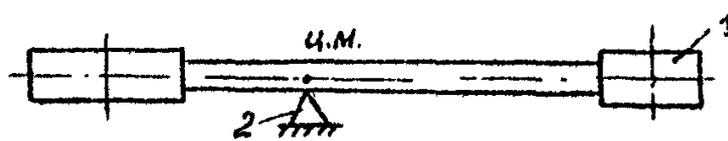


Рис. 3.2. Определение центра масс симметричного звена

В том случае, если звено не имеет оси симметрии (рис. 3.3), определение положения его центра масс производят при помощи последовательного подвешивания звена на двух точках. При каждом подвешивании с помощью отвеса отмечают линии  $AХ$  и  $ВУ$ . Точка пересечения линий  $AХ$  и  $ВУ$  будет искомым центром масс.

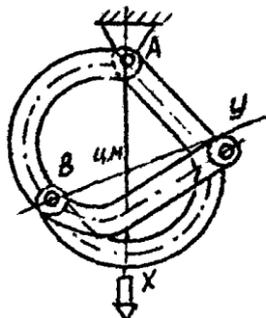


Рис. 3.3. Определение центра масс несимметричного звена

Для определения периода колебаний звена  $T$  используется секундомер. Причём для получения достаточной точности значения периода измеряется период двадцати полных колебаний звена  $20 T_i$ . Опыт повторяется пять раз. Поделив значения  $20 T_i$  на  $20$ , получают значения периода одного колебания звена  $T_i$ , с.

Данные измерения и результаты расчёта определяются в следующем порядке:

- 1) выполняется схема установки;
- 2) записываются основные параметры звена (масса  $m$ , кг, положение его центра масс  $a$ , м,  $\Delta a = 0,5$  мм – погрешность измерения);
- 3) измерения и расчёты колебаний  $T_i$  заносятся в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Определение периода колебаний звена

Номер измерения	$20 T_i$	$T_i$	$\Delta T_i = T_{cp} - T_i$
1			
2			
3			
4			
5			
Среднее арифметическое значение периода	$T_{cp} = \frac{\sum T_i}{5}$		
Средняя квадратичная ошибка измерений периода колебаний	$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum (\Delta T_i)^2}{20}}$		

- 4) вычисляется момент инерции  $\theta$ , кг·м<sup>2</sup>

$$\theta = \frac{m g a T_{cp}^2}{4 \pi^2} - m a^2 ;$$

- 5) вычисляются ошибки измерений  $\Delta \theta$ , кг·м<sup>2</sup>

$$\Delta \theta = \frac{m g a T_{cp}^2}{4 \pi^2} \left( \frac{\Delta a}{a} + \frac{2 \sigma_T}{T_{cp}} \right) + m a^2 \frac{2 \Delta a}{a} ;$$

- 6) окончательное значение момента инерции записывается в виде

$$\theta = \theta \pm \Delta \theta \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

## Метод крутильных колебаний

Метод крутильных колебаний применяется для звеньев, имеющих форму тел вращения или симметричных относительно оси вращения: шестерней, шкивов, маховиков валов и др. Используют метод крутильных колебаний на однониточном и двухниточном подвесах.

### *Метод крутильных колебаний на однониточном подвесе*

Звено 1 подвешивается на тонкой упругой нити 2, жёстко закреплённой в верхней части (рис. 3.4). К нити звено также крепится жёстко при помощи деталей подвеса 3. Ось вращения звена должна совпадать с осью  $Y-Y$  нити.

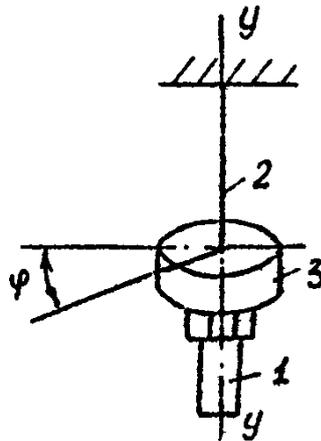


Рис. 3.4. Схема однониточного подвеса

Если звено повернуть на угол  $\varphi = 5 - 7^\circ$  вокруг оси  $Y-Y$  и отпустить, то под действием момента упругих сил нити звено получит малые крутильные колебания.

Момент инерции звена  $\theta$  будет зависеть от жёсткости нити  $C$  и периода колебаний звена  $T$ .

Жёсткость нити  $C$ ,  $H \cdot m$ , определяется по формуле

$$C = J_p \cdot G / l, \quad (3.1)$$

где  $J_p$  – полярный момент инерции нити,  $m^4$ ;

$G$  – модуль упругости 2-го рода,  $Па$ , для стали  $G = 8,2 \cdot 10^{11} Па$ ;

$l$  – длина нити,  $m$ .

Полярный момент инерции нити равен  $J_p = 0,1 d^4$ .

Для определения периода колебания звена  $T$ ,  $c$ , используется секундомер. Причём для получения достаточной точности измерения

периода измеряется период десяти полных колебаний звена  $10 T_i$ . Опыт повторяется пять раз. Поделив значения звена  $10 T_i$  на десять, получают значения периода одного колебания звена  $T_i$ , с.

Данные измерений и результаты расчёта оформляются в следующем порядке:

- 1) вычерчивается схема установки;
- 2) записываются основные параметры установки (диаметр стержня  $d$ , м; длина стержня  $l$ , м);
- 3) вычисляется жёсткость стержня  $C$ , Н·м по формуле (3.1)
- 4) измерения и расчёты заносятся в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Определение периода колебаний звена

Номер измерения	Период колебаний деталей подвеса $T_o$				Период колебаний деталей подвеса со звеном $T_s$			
	$10 T_{oi}$	$T_{oi}$	$\Delta T_{oi} = T_o - T_{oi}$	$(\Delta T_{oi})^2$	$10 T_{si}$	$T_{si}$	$\Delta T_{si} = T_s - T_{si}$	$(\Delta T_{si})^2$
1								
2								
3								
4								
5								
Среднее арифметическое значение периода								
$T_o = \frac{\sum T_{oi}}{5}$					$T_s = \frac{\sum T_{si}}{5}$			
Средняя квадратическая ошибка измерений периода								
$\sigma_{T_o} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta T_{oi})^2}{20}}$					$\sigma_{T_s} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta T_{si})^2}{20}}$			

- 5) вычисляется момент инерции исследуемого звена  $\theta$ , кг·м<sup>2</sup>

$$\theta = \theta_s - \theta_o = \frac{C}{4\pi^2} T_s^2 - \frac{C}{4\pi^2} T_o^2;$$

- 6) вычисляются ошибки измерений  $\Delta\theta$ , кг·м<sup>2</sup>

$$\Delta\theta = \Delta\theta_o + \Delta\theta_s = \theta_o \frac{2\sigma_{T_o}}{T_o} + \theta_s \frac{2\sigma_{T_s}}{T_s};$$

7) окончательное значение момента инерции записывается в виде

$$\theta = \theta \pm \Delta\theta \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

### **Метод крутильных колебаний на двухниточном подвесе**

Звено 1 жёстко крепится к брусу 2 при помощи деталей подвеса 3 (рис. 3.5). Брус подвешивается на нитях 4.

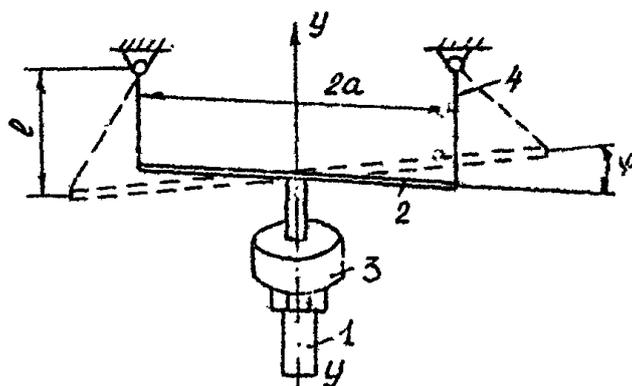


Рис. 3.5. Схема двухниточного подвеса

Если звено повернуть на угол  $5 \dots 7^\circ$  вокруг оси  $Y-Y$  и отпустить, то звено получит малые крутильные колебания.

Момент инерции звена  $\theta$  будет зависеть от массы звена  $m$ , параметров установки  $l$ ,  $a$  и периода колебаний звена  $T$ .

Для определения периода колебаний звена  $T$  используется секундомер. Причём для получения достаточной точности значения периода измеряется период двадцати полных колебаний звена  $20 T_i$ . Опыт повторяется пять раз. Поделив значения  $20 T_i$  на 20, получают значения периода одного колебания звена  $T_i$ , с.

Данные измерений и результаты расчёта оформляются в следующем порядке:

- 1) вычерчивается схема установки;
- 2) записываются основные параметры звена и установки (масса звена  $m$ , кг и деталей подвеса  $m_0$ , кг, размеры подвеса  $a$ , м и  $l$ , м);
- 3) измерения и расчёты периода колебаний  $T_i$  заносятся в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Определение периода колебаний звена

Номер измерения	Период колебаний деталей подвеса $T_o$				Период колебаний деталей подвеса со звеном $T_s$			
	$20 T_{oi}$	$T_{oi}$	$\Delta T_{oi} = T_o - T_{oi}$	$(\Delta T_{oi})^2$	$20 T_{si}$	$T_{si}$	$\Delta T_{si} = T_s - T_{si}$	$(\Delta T_{si})^2$
1								
2								
3								
4								
5								
Среднее арифметическое значение периода								
$T_o = \frac{\sum T_{oi}}{5}$					$T_s = \frac{\sum T_{si}}{5}$			
Средняя квадратическая ошибка измерений периода								
$\sigma_{T_o} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta T_{oi})^2}{20}}$					$\sigma_{T_s} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta T_{si})^2}{20}}$			

4) вычисляется момент инерции исследуемого звена  $\theta$ , кг·м<sup>2</sup>

$$\theta = \theta_s - \theta_o = \frac{T_s^2}{4\pi^2} \frac{(m_o + m) g a^2}{l} - \frac{T_o^2}{4\pi^2} \frac{m_o g a^2}{l};$$

5) вычисляются ошибки измерений  $\Delta\theta$ , кг·м<sup>2</sup>

$$\Delta\theta = \Delta\theta_o + \Delta\theta_s = \theta_o \left( \frac{2\sigma_{T_o}}{T_o} + \frac{l\Delta a}{a} + \frac{\Delta l}{l} \right) + \theta_s \left( \frac{2\sigma_{T_s}}{T_s} + \frac{l\Delta a}{a} + \frac{\Delta l}{l} \right);$$

6) окончательное значение момента инерции записывается в виде

$$\theta = \theta \pm \Delta\theta \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССОВЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ

Массовый момент инерции звена  $\theta$ , кг·м, относительно оси, проходящей через его центр масс, определяется по формуле

$$\theta = \sum_{k=1}^n (m_k r_k^2),$$

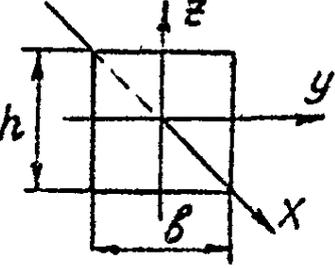
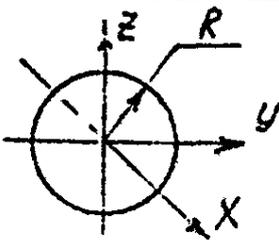
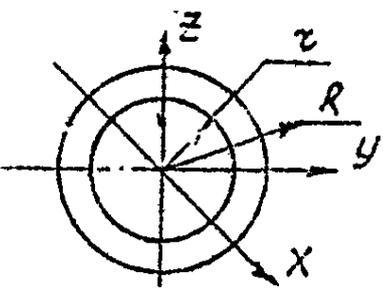
где  $m_k$  - масса  $k$ -ой точки звена, кг;

$r_k$  - расстояние от  $k$ -ой точки до оси, м.

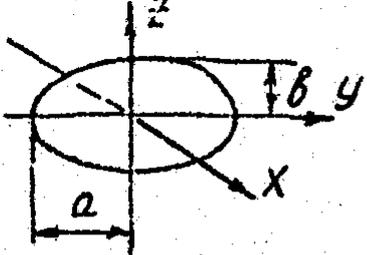
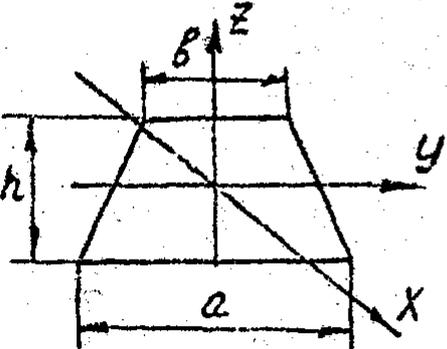
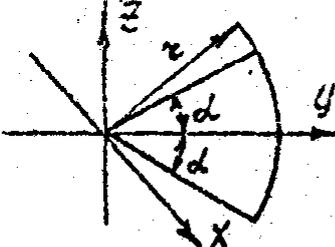
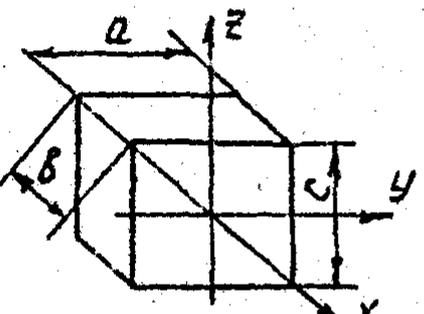
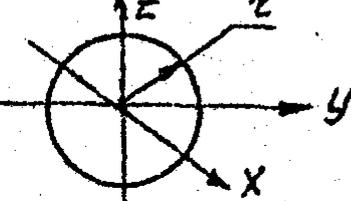
Формулы для определения массовых моментов инерции для некоторых звеньев, имеющих правильную геометрическую форму, приведены в табл. 3.4.

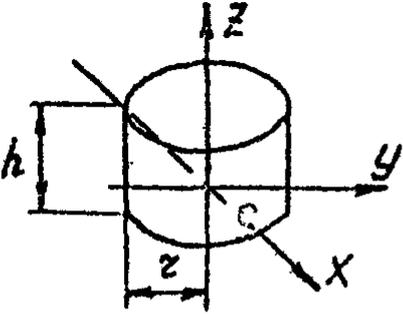
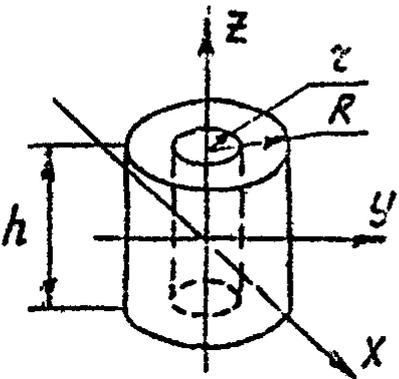
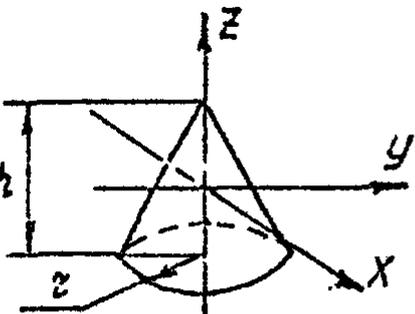
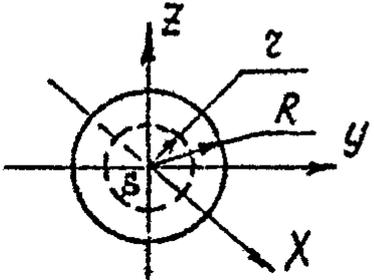
Таблица 3.4

Массовые моменты инерции некоторых тел правильной геометрической формы

Схема	Наименование тела и момент инерции
<p style="text-align: center;">1</p> 	<p style="text-align: center;">2</p> <p>Стержень малого поперечного сечения</p> $Q_x = Q_z = \frac{ml^2}{12}$
	<p>Прямоугольник</p> $Q_x = m \frac{b^2 + h^2}{12}$ $Q_y = m \frac{h^2}{12}; \quad Q_z = m \frac{b^2}{12}$
	<p>Круг</p> $Q_x = \frac{mR^2}{2}; \quad Q_y = Q_z = \frac{mR^2}{4}$
	<p>Кольцо</p> $Q_x = m \frac{R^2 + z^2}{2};$ $Q_y = Q_z = m \frac{R^2 + z^2}{4}$

Продолжение табл. 3.4

I	2
	<p>Эллипс</p> $Q_x = m \frac{a^2 + b^2}{4};$ $Q_y = \frac{mb^2}{4}; \quad Q_z = \frac{ma^2}{4}$
	<p>Трапеция</p> $Q_y = m \frac{h^2}{12} \cdot \frac{(a^2 - 4ab + b^2)}{(a+b)^2};$ $Q_z = m \frac{(a^2 + b^2)}{24}$
	<p>Круговой сектор</p> $Q_x = \frac{mr^2}{2}; \quad Q_y = \frac{mr^2}{4} \left(1 - \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right);$ $Q_z = \frac{mr^2}{4} \left(1 + \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right)$
	<p>Прямоугольный параллелепипед</p> $Q_x = m \frac{a^2 + c^2}{12}$
	<p>Шар</p> $Q_x = Q_y = Q_z = m \frac{2r^2}{5}$

1	2
	<p>Прямой круглый цилиндр</p> $Q_x = Q_y = m \frac{6z^2 + h^2}{12} ;$ $Q_z = \frac{mz^2}{2}$
	<p>Полый цилиндр</p> $Q_x = Q_y = m \frac{R^2 + z^2 + \frac{1}{3}h^2}{4} ;$ $Q_z = \frac{m(R^2 + z^2)}{2}$
	<p>Прямой круглый конус</p> $Q_x = Q_y = m \frac{3}{20} (z^2 + \frac{h^2}{4}) ;$ $Q_z = m \frac{3}{10} z^2$
	<p>Полый шар</p> $Q_S = m \frac{2}{5} \frac{R^5 - z^5}{R^3 - z^3}$

Если звено имеет сложную конфигурацию, то его необходимо разбить на отдельные части, имеющие правильную геометрическую форму, и вычислять моменты инерции каждой  $k$ -ой части звена  $\theta_i$  относительно оси, проходящей через её центр масс (табл. 3.4).

Момент инерции звеньев  $\theta$  имеющих и не имеющих форму тела вращения, определяется соответственно по формулам:

$$\theta = \sum_{i=1}^n \theta_i ; \quad \theta = \sum_{i=1}^n (\theta_i + m_i l_i^2) ,$$

где  $n$  – количество отдельных частей звена;

$m_i$  – масса  $i$ -ой части звена, кг;

$l_i$  – расстояние между центром масс  $i$ -ой части звена и центром масс звена, м.

Масса  $i$ -ой части звена равна

$$m_i = \rho_i V_i ,$$

где  $\rho_i$  – плотность материала  $i$ -ой части звена, кг/м<sup>3</sup>,

для стали  $\rho = 7850$  кг/м<sup>3</sup>, для чугуна  $\rho = 7200$  кг/м<sup>3</sup>.

$V_i$  – объём  $i$ -ой части звена, м<sup>3</sup>.

Положение центра масс звена определяется по формулам:

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{m} ; \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{m} ,$$

где  $x_c, y_c$  – координаты центра масс звена в произвольной системе координат, м;

$x_i, y_i$  – координаты  $i$ -ой части звена в той же системе координат, м;

$m$  – масса звена, кг.

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4**

**ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЯ КУЛАЧКА**

*Задачи работы:* по заданному закону движения толкателя построить профиль кулачка и оценить величину угла давления  $\beta$  за полный цикл.

*Средства для работы:* прибор ТММ-21, заготовка из чертежной бумаги, карандаш, линейка, транспортир.

Кулачковые механизмы дают возможность получить любой закон движения толкателя при равномерном вращении кулачка. Наиболее типичными являются кулачковые механизмы с роликовым поступательно движущимся и качающимся толкателями (рис. 4.1).

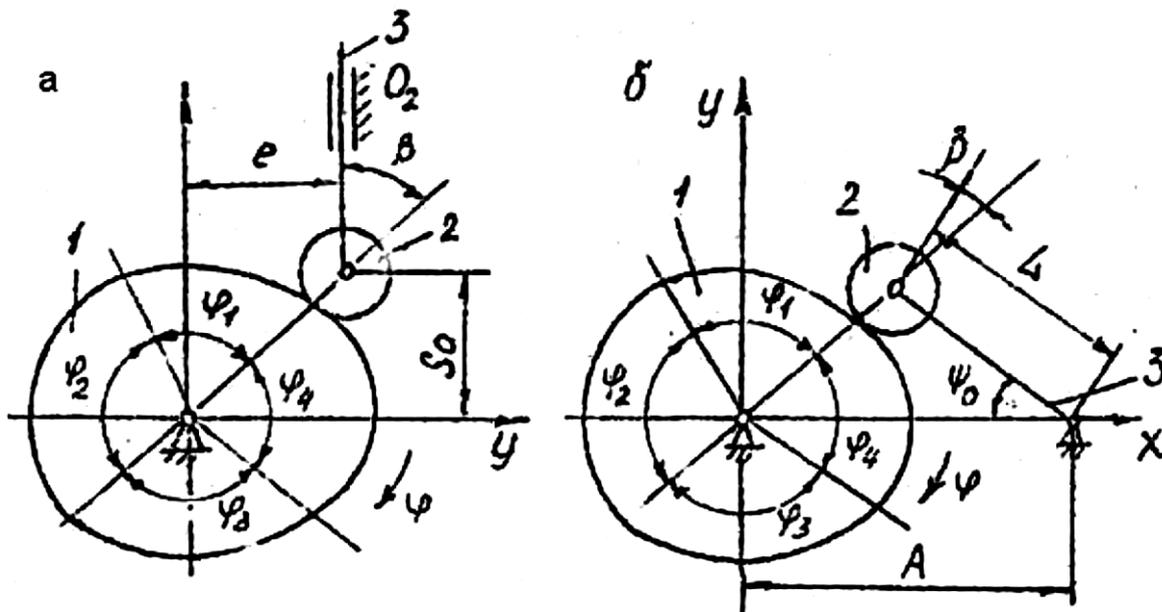


Рис. 4.1. Основные типы кулачковых механизмов:

а - с поступательно движущимся толкателем;

б - с качающимся толкателем:

1 - кулачок; 2 - ролик; 3 – толкатель

Закон движения толкателя зависит от профиля кулачка. В общем случае цикл работы кулачкового механизма (полный оборот кулачка) состоит из четырех типов фаз, соответствующих углам поворота кулачка: углам удаления  $\varphi_1$  и сближения  $\varphi_3$ , при повороте на которые толкатель совершает соответственно прямой и обратный ход, и углам верхнего  $\varphi_2$  и нижнего  $\varphi_4$  покоя, в пределах которых толкатель неподвижен. Перемещения прямого и обратного хода толкателя в ла-

бораторной работе считаются симметричными.

Построение профиля кулачка выполняется на приборе ТММ-21 (рис. 4.2).

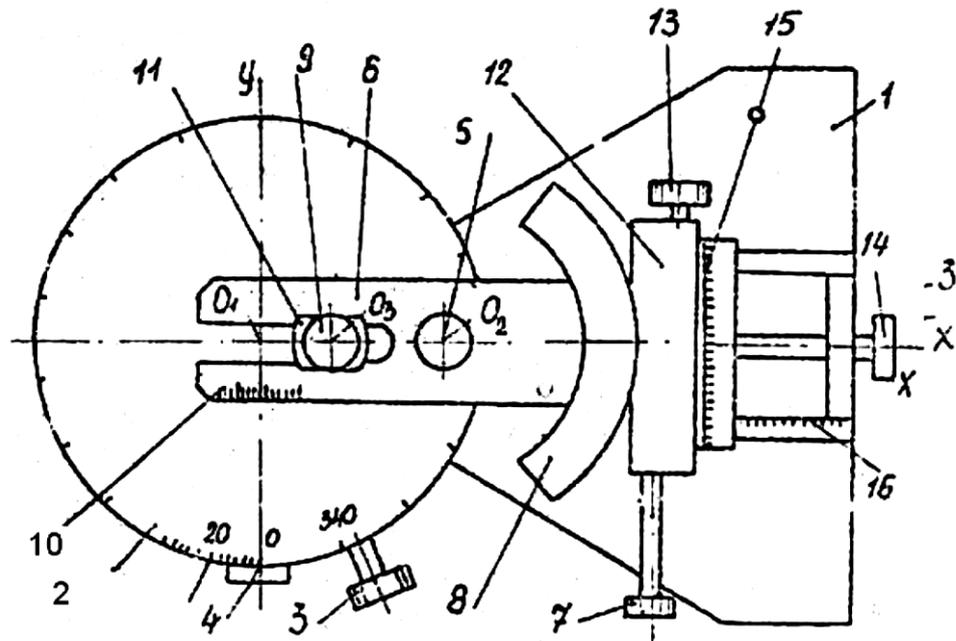


Рис. 4.2. Схема прибора ТММ-21

На основании 1 установлен диск 2, имеющий деления через  $1^\circ$ . Диск может вращаться относительно своей оси при помощи фрикционного механизма, управляемого рукояткой 3. Угол поворота диска отсчитывается по индексу 4. На диск 2 накладывается круг из чертежной бумаги, служащий заготовкой кулачка. На оси 5 установлена направляющая 6, представляющая собой толкатель. Угол наклона качающегося толкателя к оси  $OX$  устанавливается рукояткой 7 поворотом направляющей 6 на требуемый угол  $\varphi^\circ$  по шкале 8. В пазу направляющей 6 может перемещаться ползун 9, имитирующий перемещение поступательно движущегося толкателя. Величину перемещения отсчитывают по шкале 10, нанесенной на направляющей. В ползуне 9 крепится устройство 11 для вычерчивания окружности, имитирующей ролик.

Корпус 12, управляемый рукояткой 13, может перемещаться в направлении оси  $Y$  (для задания эксцентриситета  $e$  у кулачковых механизмов с поступательно движущимся толкателем) и управляемый рукояткой 14 в направлении оси  $X$  (для задания расстояния  $A$  между центром вращения кулачка  $O_1$  и опорой толкателя  $O_2$ ).

Перемещение корпуса 12 в направлении оси  $Y$  отсчитывается по шкале 15, в направлении оси  $X$  - по шкале 16.

## Порядок выполнения работы

1. Вычертить схему заданного кулачкового механизма (с поступательно движущимся или качающимся толкателем).

2. По шифру задания к лабораторной работе определить по табл. 4.1-4.3 и записать в отчет исходные данные:

основные параметры (первая цифра шифра по табл. 4.1);

циклограмма (вторая цифра шифра по табл. 4.2);

закон движения толкателя (последняя цифра шифра по приложению).

3. По заданному закону движения толкателя вычислить значения его перемещений  $\psi = f(\varphi)$  или  $S = f(\varphi)$  через каждые  $\varphi = 10^\circ$  угла поворота кулачка на величину угла удаления и занести в табл. 4.3.

4. Установить бумажную заготовку на прибор ТММ-21 (рис. 4.2).

5. Построить профиль кулачка.

При построении профиля кулачка механизма с поступательно движущимся толкателем необходимо;

нулевую отметку шкалы диска 2 совместить с индексом 4;

шкалу 8 вывести в нулевое положение;

по шкале 15 установить заданный эксцентриситет  $e$ ;

по шкале 16 переместить корпус до отсчета "12";

перемещая в направляющей 6 ползун 9, установить его по шкале 10 исходную координату толкателя  $S_0$ ;

устройством 11 вычертить окружность ролика и, проведя карандашом линию из центра ролика вдоль паза направляющей 6, зафиксировать на бумажной заготовке положение толкателя;

повернуть диск 2 на  $10^\circ$  и, установив ползун 9 по шкале 10 на величину, соответствующую перемещению толкателя  $S$  при  $\varphi = 10^\circ$ , снова вычертить окружность ролика и зафиксировать положение толкателя и т.д.

При построении профиля кулачка механизма с качающимся толкателем необходимо:

нулевую отметку шкалы диска 2 совместить с индексом 4;

по шкале 16 установить межосевое расстояние  $A$ ;

перемещая в направляющей 6 ползун 9, установить длину толкателя  $L$ ;

шкалу 15 вывести в нулевое положение;

поворачивая вокруг центра  $O_2$  направляющую 6, установить по шкале 3 исходную координату толкателя  $\psi_0$ ;

устройством 11 вычертить окружность ролика и, проведя карандашом линию из центра ролика вдоль паза направляющей 6, зафиксировать на бумажной заготовке положение толкателя;

повернуть диск 2 на  $10^\circ$  и, установив направляющую 6 по шкале 8 на величину, соответствующую перемещению толкателя  $\psi$  при  $\varphi = 10^\circ$ , снова вычертить окружность ролика и зафиксировать положение толкателя и т.д.

Провести кривую на заготовке через центры окружностей роликов и обозначить ее как теоретический профиль кулачка.

Провести внутреннюю огибающую к окружностям роликов и обозначить ее как практический профиль кулачка.

8. Измерить транспортиром угол давления  $\beta$  при каждом положении ролика (угол давления - это угол между вектором скорости толкателя и вектором реакции в кинематической паре кулачок - толкатель)(рис. 4.1) и занести результаты измерений в табл. 4.3.

9. Построить диаграмму перемещений толкателя  $\psi = f(\varphi)$  или  $S = f(\varphi)$  для полного цикла (поворота, кулачка на  $360^\circ$ ).

10. Построить графики зависимости угла давления  $\beta$  от угла поворота кулачка  $\beta = f(\varphi)$ .

Таблица 4.1

Основные параметры кулачковых механизмов

Но- мер вари- анта	С поступательно движущимся толкателем			С качающимся толкателем			
	Исход- ная ко- ордината $S_0$ , мм	Эксцен- триситет е, мм	Полный ход тол- кателя, $S_{\max}$ , мм	Исход- ная ко- ордината $\psi_0$ , град	Межо- сеевое рассто- яние, А, мм	Длина тол- кاته- ля, L, мм	Полный ход толка- теля, $\psi_{\max}$ , град
1	25	20	30	10	75	40	30
2	20	25	35	10	75	40	28
3	20	15	40	10	80	45	30
4	20	25	40	10	80	40	30
5	25	20	40	12	85	45	24

Таблица 4.2

Циклограмма

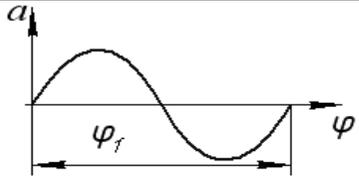
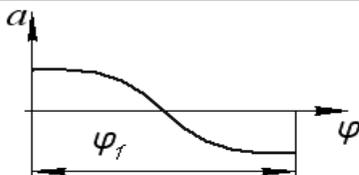
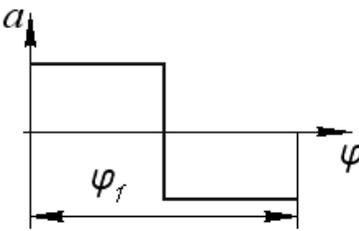
Номер варианта	Угол удаления $\varphi_1, ^\circ$	Угол верхнего покоя $\varphi_2, ^\circ$	Угол сближения $\varphi_3, ^\circ$
1	100	60	100
2	120	100	120
3	100	120	100
4	120	80	120
5	100	80	100

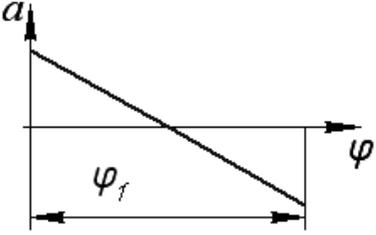
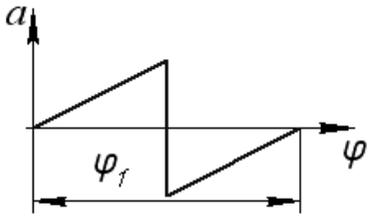
Таблица 4.3

Значение перемещения толкателя и углов давления

$\varphi, ^\circ$	0	10	20	30	...
$\psi, ^\circ (S, \text{мм})$					
$\beta, ^\circ$					

Закон движения толкателя

Номер варианта	Диаграмма ускорения	Поступательного движущегося толкателя	Качающегося толкателя
1	2	3	4
1		$S = S_0 + S_{max} \left[ \frac{\varphi}{\varphi_1} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( 2\pi \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) \right]$	$\psi = \psi_0 + \psi_{max} \left[ \frac{\varphi}{\varphi_1} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( 2\pi \frac{\varphi}{\varphi_1} \right) \right]$
2		$S = S_0 + \frac{S_{max}}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi\varphi}{\varphi_1} \right) \right]$	$\psi = \psi_0 + \frac{\psi_{max}}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi\varphi}{\varphi_1} \right) \right]$
3		При $0 \leq \varphi \leq \varphi_1/2$	
		$S = S_0 + 2S_{max} \left( \frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^2$	$\psi = \psi_0 + 2\psi_{max} \left( \frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^2$
		При $\varphi_1/2 \leq \varphi \leq \varphi_1$	
		$S = S_0 + S_{max} - 2S_{max} \left( \frac{\varphi_1 - \varphi}{\varphi_1} \right)^2$	$\psi = \psi_0 + \psi_{max} - 2\psi_{max} \left( \frac{\varphi_1 - \varphi}{\varphi_1} \right)^2$

1	2	3	4
4		$S = S_0 + S_{max} \left[ 3 \left( \frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^2 - 2 \left( \frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^3 \right]$	$\psi = \psi_0 + \psi_{max} \left[ 3 \left( \frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^2 - 2 \left( \frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^3 \right]$
5		При $0 \leq \varphi \leq \varphi_1/2$	
		$S = S_0 + 4S_{max} \left( \frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^3$	$\psi = \psi_0 + 4\psi_{max} \left( \frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^3$
		При $\varphi_1/2 \leq \varphi \leq \varphi_1$	
$S = S_0 + S_{max} - 4S_{max} \left( \frac{\varphi_1 - \varphi}{\varphi_1} \right)^3$	$\psi = \psi_0 + \psi_{max} - 4\psi_{max} \left( \frac{\varphi_1 - \varphi}{\varphi_1} \right)^3$		

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Теория механизмов и машин [Текст] / Под ред. К.В. Фролова. - М.: Высшая школа, 1987. - 496 с.
7. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин [Текст] / И.И. Артоболевский. - М.: Наука, 1975. - 640 с.
8. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин [Текст] / О.Н. Левитская, Н.И. Левитский. - М.: Высшая школа, 1978. - 269 с.
9. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин [Текст] / Н.И. Левитский. - М.: Наука, 1979. - 576 с.
10. Попов С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин [Текст] / С.А. Попов / Под. ред. К.В. Фролова. - М.: Высшая школа, 1986. - 295 с.