

Е. В. Потапова

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВЕ

Сборник заданий

Екатеринбург 2023

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уральский государственный лесотехнический университет» (УГЛТУ)

Кафедра землеустройства и кадастров

Е. В. Потапова

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВЕ

Сборник заданий

Методические рекомендации для студентов очной и заочной форм обучения Дисциплина «Экономико-математические методы и модели»

> Екатеринбург 2023

Печатается по рекомендации методической комиссии института леса и природопользования

Протокол № 1 от 3 октября 2022 г.

Рецензент – доктор экон. наук, заведующий кафедрой землеустройства и кадастров доцент О. Б. Мезенина

Предназначены для всех обучающихся, осваивающих образовательные программы всех направлений и специальностей высшего образования, реализуемых в УГЛТУ.

Редактор Р. В. Сайгина Оператор компьютерной верстки Е. Н. Дунаева

Подписано в печать 29.11.2023	3	Поз. 5
Плоская печать	Формат 60×84 /16	Тираж 10 экз.
Заказ №	Печ. л. 1,16	Цена руб. коп.

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ Сектор оперативной полиграфии РИО УГЛТУ

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
Практическое задание 1. Математическая модель	5
Практическое задание 2. Графический метод решения задач	11
Практическое задание 3. Симплекс-метод решения задач	12
Практическое задание 4. Задача двойственности	13
Практическое задание 5. Транспортная задача	14
Практическое задание 6. Метод наименьших квадратов	17
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	20

ВВЕДЕНИЕ

Целью учебного курса «Экономико-математические методы и моделирование» является приобретение студентами навыков по разработке математических моделей реальных экономических явлений и по исследованию этих моделей математическими методами; обучение методам использования математического моделирования экономических процессов в отраслях народного хозяйства, способам статистической обработки землеустроительной и кадастровой информации.

Задачи курса: Студенты в процессе освоения дисциплины должны получить знания в области методологии построения математических моделей, изучить современные теоретические подходы к построению и анализу разных видов моделей, развить практические навыки моделирования и интерпретации полученных зависимостей, развивать общую эрудицию и экономическое мышление; показать знания, умения, навыки в процессе текущего и итогового контроля знаний.

Практическое задание 1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Математической моделью объекта управления называется одно либо несколько математических уравнений, которые задают связи между наиболее существенными для управления показателями объекта.

Экономико-математические модели включают в себя целевые критерии, уравнения, неравенства и ограничения, описывающие функционирование объекта, а также соотношения между показателями, обусловленные существующими экономическими зависимостями между ними. Для разработки экономико-математических моделей используют аппарат математического программирования, теории планирования и управления и др. [1].

К экономико-математическим методам относятся методы линейной алгебры, математического (линейного и нелинейного) программирования, теории вероятностей и математической статистики, методы экономической кибернетики, методы теории игр и принятия решений и др. [1].

ЗАДАНИЕ: составить математическую модель задачи.

Вариант 1

Для изготовления двух видов изделий A и B завод использует в качестве сырья алюминий и медь. На изготовление изделий заняты токарный и фрезерный станки.

Данные для решения задачи приведены в таблице.

Decynoli	Объем	Расход на о	дно изделие
Ресурсы	ресурсов	A	В
Алюминий, кг	15	3	5
Медь, кг	27	3	6
Токарный станок,	1	1	2
станок/ч	+	1	2
Фрезерный станок,	5	1	1
станок/ч	3	1	1
Прибыль от реали	зации одного	14	12
изделия, т	ыс. р.	17	12

Вариант 2

Фирма производит два вида продуктов P_1 и P_2 . Для изготовления продуктов применяются машины типа A, B, C и D.

Данные для решения задачи приведены в таблице.

	Допустимое		Необходимое время использования	
Машины	время	машин на од	но изделие, ч	
машины	использования	P_1	P_2	
	машин, ч	1 1	1 2	
A	30	6	5	
В	24	4	8	
С	18	4	3	
D	33	3	11	
Прибыль от реализации одного		Q	7	
изделия,	тыс. р.	O	,	

Какое количество каждого продукта необходимо произвести, чтобы прибыль была максимальной?

Вариант 3

Для изготовления двух видов изделий A и B завод использует в качестве сырья алюминий и медь. На изготовление изделий заняты токарный и фрезерный станки.

Данные для решения задачи приведены в таблице.

Decrinori	Объем	Расход на о,	дно изделие
Ресурсы	ресурсов	A	В
Алюминий, кг	9	3	2
Медь, кг	20	5	4
Токарный станок, станок/ч	16	4	4
Фрезерный станок, станок/ч	6	3	2
Прибыль от реали изделия, т		13	15

Вариант 4

Фирма производит два вида продуктов P_1 и P_2 . Для изготовления продуктов применяются машины типа A, B, C и D.

Данные для решения задачи приведены в таблице.

Допустимое		Необходимое время использования	
Машины	время	машин на одно изделие, ч	
машины	использования	P_1	P_2
	машин, ч	11	1 2
A	9	9	9
В	20	4	5
С	16	4	4
D	28	7	8
Прибыль от реализации одного		18	11
изделия	, тыс. р.	10	11

Какое количество каждого продукта необходимо произвести, чтобы прибыль была максимальной?

Вариант 5

Для изготовления двух видов изделий A и B завод использует в качестве сырья алюминий и медь. На изготовление изделий заняты токарный и фрезерный станки.

Данные для решения задачи приведены в таблице.

Dagymari	Объем	Расход на о,	дно изделие
Ресурсы	ресурсов	A	В
Алюминий, кг	30	6	5
Медь, кг	21	3	7
Токарный станок,	8	1	2
станок/ч	O	7	2
Фрезерный станок,	5	1	2
станок/ч	3	1	2
Прибыль от реали	зации одного	11	16
изделия, т	ыс. р.	11	10

Вариант 6

Фирма производит два вида продуктов P_1 и P_2 . Для изготовления продуктов применяются машины типа A, B, C и D.

Данные для решения задачи приведены в таблице.

	Допустимое	Необходимое вре	мя использования
Машины	время	машин на одно изделие, ч	
машины	использования	P_1	P_2
	машин, ч	1 1	1 2
A	15	3	2
В	28	14	4
С	24	6	12
D	18	3	6
Прибыль от реализации одного		12	Q
издели	ия, тыс. р.	12	9

Какое количество каждого продукта необходимо произвести, чтобы прибыль была максимальной?

Вариант 7

Для изготовления двух видов изделий A и B завод использует в качестве сырья алюминий и медь. На изготовление изделий заняты токарный и фрезерный станки.

Данные для решения задачи приведены в таблице.

Decyncii	Объем	Расход на о	дно изделие
Ресурсы	ресурсов	A	В
Алюминий, кг	9	3	3
Медь, кг	16	2	4
Токарный станок,	1	1	2
станок/ч	+	1	2
Фрезерный станок,	6	2	1
станок/ч	O	2	1
Прибыль от реали	зации одного	Q	10
изделия, т	ыс. р.	9	10

Вариант 8

Фирма производит два вида продуктов P_1 и P_2 . Для изготовления продуктов применяются машины типа A, B, C и D.

Данные для решения задачи приведены в таблице.

	Допустимое	Необходимое вре	мя использования
Машины	время	машин на одно изделие, ч	
машины	использования	P_1	P_2
	машин, ч	1 1	1 2
A	18	6	9
В	14	4	7
С	34	2	17
D	45	15	9
Прибыль от реализации одного		8	11
изделия	, тыс. р.	O	11

Какое количество каждого продукта необходимо произвести, чтобы прибыль была максимальной?

Вариант 9

Для изготовления двух видов изделий A и B завод использует в качестве сырья алюминий и медь. На изготовление изделий заняты токарный и фрезерный станки.

Данные для решения задачи приведены в таблице.

Ресурсы	Объем	Расход на о	дно изделие
гесурсы	ресурсов	A	В
Алюминий, кг	6	3	2
Медь, кг	16	2	4
Токарный станок,	6	3	2
станок/ч	O	3	2
Фрезерный станок,	Q	1	2
станок/ч	9	1	2
Прибыль от реали	зации одного	1	6
изделия, т	ыс. р.	+	U

Вариант 10

Фирма производит два вида продуктов P_1 и P_2 . Для изготовления продуктов применяются машины типа A, B, C и D.

Данные для решения задачи приведены в таблице.

	Допустимое	Необходимое вре	мя использования
Машины	время	машин на одно изделие, ч	
IVIGHIPHIBI	использования	P_1	P_2
	машин, ч	1 1	1 2
A	9	3	2
В	18	4	6
С	14	4	7
D	26	8	13
Прибыль от реализации одного		18	12
изделия	н, тыс. р.	10	12

Какое количество каждого продукта необходимо произвести, чтобы прибыль была максимальной?

Вариант 11

Для изготовления двух видов изделий A и B завод использует в качестве сырья алюминий и медь. На изготовление изделий заняты токарный и фрезерный станки.

Данные для решения задачи приведены в таблице.

Dogwood	Объем	Расход на о	дно изделие	
Ресурсы	ресурсов	A	В	
Алюминий, кг	12	2	6	
Медь, кг	18	6	6	
Токарный станок,	6	2	1	
станок/ч	O	2	1	
Фрезерный станок,	8	1	2	
станок/ч	0	7	2	
Прибыль от реали	зации одного	2	Q	
изделия, т	ыс. р.	2)	

Вариант 12

Фирма производит два вида продуктов P_1 и P_2 . Для изготовления продуктов применяются машины типа A, B, C и D.

Данные для решения задачи приведены в таблице.

	Допустимое	Необходимое вре	мя использования	
Машины	время	машин на одно изделие, ч		
IVIGHIPHIBI	использования	P_1	P_2	
	машин, ч	11	1 2	
A	12	6	3	
В	20	4	5	
С	16	4	8	
D	9	3	3	
Прибыль от реа	лизации одного	Q	7	
изделия	, тыс. р.	O	/	

Какое количество каждого продукта необходимо произвести, чтобы прибыль была максимальной?

Практическое задание 2 ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Графический метод применяется в основном при решении задач двумерного пространства. [1]

Алгоритм решения задачи графическим методом:

- 1) записываем уравнения прямых, соответствующие ограничениям, и строим эти прямые на координатной плоскости;
- 2) определяем область, в которой выполняются ограничения задачи. Определяем область допустимых решений задачи;
 - 3) определяем направление возрастания (убывания) целевой функции.
- 4) определяем граничную точку (точки) области допустимых решений, в которых целевая функция принимает максимальное или минимальное значение;
 - 5) решая уравнения, вычисляем значения найденной точки.

<u>ЗАДАНИЕ:</u> Решить графическим методом задачу из практического занятия 1 по составленной математической модели.

Практическое задание 3 СИМПЛЕКС-МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Симплекс-метод — метод линейного программирования, который реализует рациональный перебор допустимых решений в виде процесса, улучшающего значение целевой функции на каждом шаге [2].

Применение симплекс-метода для задачи линейного программирования предполагает предварительное приведение ее формальной постановки к канонической форме с n неотрицательными переменными: $(X_1, ..., X_n)$, где требуется минимизация линейной целевой функции при m линейных ограничениях типа равенств.

ЗАДАНИЕ:

- 1. Составить математическую модель задачи.
- 2. Привести математическую модель к канонической форме.
- 3. Найти решение задачи, используя симплекс-метод.

Для производства двух видов продукции A и B используется материал трех видов. Для изготовления изделия A расходуется материалов первого вида a_1 , второго вида a_2 , третьего вида a_3 . Для изготовления изделия B расходуется материалов первого вида B_1 , второго вида B_2 , третьего вида B_3 . Ограничения по применению материалов первого вида C_1 , второго вида C_2 , третьего вида C_3 . После реализации продукции A прибыль составляет C_4 тыс. р., от реализации продукции. В прибыль составляет C_4 тыс. р. Определить максимальную прибыль от реализации изделий A и B.

Данные по задаче приведены в таблице.

№ ва- ри- анта	a_1	a_2	a ₃	B ₁	B ₂	В3	c_1	c_2	c ₃	Π_{A}	Π_{B}
1	20	15	14	28	9	1	758	526	541	10	2
2	11	13	13	21	15	3	741	741	822	5	3
3	19	16	19	26	17	8	868	638	853	5	4
4	9	15	15	27	15	3	606	802	840	11	6
5	13	13	11	2	11	1	608	614	575	5	7
6	7	6	5	8	3	1	476	364	319	11	10
7	10	9	5	6	3	1	735	765	355	8	4
8	3	9	10	5	3	2	414	723	788	12	16
9	14	15	20	40	27	4	1200	993	1097	5	13
10	8	14	14	7	8	1	417	580	591	5	5
11	5	6	7	7	6	1	256	283	363	9	7
12	14	12	8	8	4	2	624	541	376	7	3

Практическое задание 4 ЗАДАЧА ДВОЙСТВЕННОСТИ

Каждую задачу в линейном программировании можно сопоставить с некоторой другой сопряженной ей задачей, решение которой дает возможность получить решение исходной задачи. [2]

ЗАДАНИЕ:

- 1. Привести исходную задачу к каноническому виду.
- 2. Для исходной задачи записать модель двойственной задачи.
- 3. Применить двойственный симплекс-метод для решения двойственной пары задач.

Для изготовления четырех видов продукции используется три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цена каждого продукта приведены в таблице.

Davis or say a]	Расход сырья н	а одно изделие)	Запасы
Вид сырья	A	В	С	D	сырья
		Вари	ант 1		
I	1	2	1	0	18
ΙΙ	1	1	2	1	30
III	1	3	3	2	40
Цена изделия	12	7	18	10	
<u>.</u>		Вари	ант 2		
I	1	0	2	1	120
ΙΙ	0	1	3	2	240
III	4	2	0	4	800
Цена изделия	9	6	4	7	
		Вари	ант 3		
I	2	1	3	2	200
ΙΙ	1	2	4	8	160
III	2	4	1	1	170
Цена изделия	5	7	3	6	
		Вари	ант 4		
I	2	1	1	3	300
ΙΙ	1	0	2	1	70
III	1	2	1	0	340
Цена изделия	8	3	2	1	
		Вари	ант 5		
I	2	1	0,5	4	2400
ΙΙ	1	5	3	0	1200
III	3	0	6	1	3000
Цена изделия	7,5	3	6	12	
		Вари	ант 6		
I	1	1	1	1	16
ΙΙ	6	5	4	3	110

III	4	6	10	13	100							
Цена изделия												
Вариант 7												
I	4	2	2	8	4800							
ΙΙ	2	10	6	0	2400							
III	1	0	2	1	1500							
Цена изделия	65	70	60	120								
	Вариант 8											
I												
ΙΙ	1	1	2	3	30							
III	3	1	2	1	40							
Цена изделия	14	10	14	11								
			ант 9	<u>, </u>								
I	4	2	1	3	180							
ΙΙ	3	1	3	4	210							
III	1	2	5	4	244							
Цена изделия	10	14	12	16								
		Вариа	инт 10									
I	1	4	3	3	200							
ΙΙ	1	1	2	4	80							
III	1	1	2	5	140							
Цена изделия	40	60	80	10								
			нт 11									
I	2	3	4	3	700							
ΙΙ	1	4	5	2	800							
III	3	4	2	4	600							
Цена изделия	8	7	6	5								
		Вариа	нт 12									
I	18	15	12	13	360							
ΙΙ	6	4	8	3	192							
III	5	3	3	4	180							
Цена изделия	9	10	16	12								

Практическое задание 5 ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

Для всех задач, которые решаются методом транспортных задач, общим является распределение ресурсов, находящихся у производителей (поставщиков), по потребителям этих ресурсов. Различают три типа транспортных задач: по стоимости перевозок (план перевозок оптимален, если достигнут минимум затрат на его реализацию), по критерию времени (план оптимален, если на его реализацию тратится минимум времени) и по дальности

перевозок (план оптимален, если достигнут минимум по дальности перевозок) [1].

Транспортные задачи делятся на закрытые (объем товара у поставщиков равен объему спроса у потребителей) и открытые (объем товара у поставщиков и объем спроса у потребителей не совпадают).

Первичное распределение товара по поставщикам осуществляется тремя методами: метод наименьшей стоимости, метод северо-западного угла и метод Фогеля. Нахождение оптимального плана происходит методом потенциалов.

ЗАДАНИЕ:

- 1. Проверить, является ли данная задача сбалансированной.
- 2. Составить оптимальный план перевозки продукции, при котором стоимость всех перевозок будет минимальна, используя три метода распределения продукции.

Объем производства, спрос, стоимость перевозки единицы продукции указаны в таблице.

Вариант 1

Посторунием		Потре	бители	Объем товара	
Поставщики	B_1	B_2	B ₃	B_4	у поставщика
A_1	2	5	12	6	60
A_2	23	5	11	7	80
A_3	14	6	8	9	120
Спрос потребителя	75	45	90	80	

Вариант 2

Посториниси		Потре	Объем товара		
Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	у поставщика
A_1	7	6	9	11	220
A_2	2	13	5	4	100
A_3	8	3	7	14	150
Спрос потребителя	130	90	240	140	

Вариант 3

Посторумия		Потре	бители	Объем товара	
Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	у поставщика
A_1	11	3	4	5	150
A_2	8	13	6	4	200
A ₃	10	12	7	1	110
Спрос потребителя	80	100	90	50	

Вариант 4

Посторумия		Потре	Объем товара		
Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	у поставщика
A_1	17	2	19	10	200
A_2	2	15	9	3	220
A_3	5	5	5	16	190
Спрос потребителя	60	170	80	120	

Вариант 5

Посторущия		Потреб	бители	Объем товара	
Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	у поставщика
A_1	1	8	12	3	150
A_2	5	14	20	6	150
A_3	21	13	11	5	230
Спрос потребителя	300	160	210	80	

Вариант 6

Посторициен		Потре	бители		Объем товара
Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	у поставщика
A_1	5	8	13	4	50
A_2	6	7	14	9	140
A_3	3	6	2	19	180
Спрос потребителя	45	85	170	100	

Вариант 7

Посторуучуу		Потреб	бители	Объем товара	
Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	у поставщика
A_1	31	4	15	8	130
A_2	5	12	3	7	220
A_3	17	4	2	9	200
Спрос потребителя	240	150	310	70	

Вариант 8

Посториничи		Потре	бители		Объем товара
Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	у поставщика
A_1	4	6	11	9	80
A_2	3	12	1	7	80
A_3	11	4	7	14	110
Спрос потребителя	60	90	140	120	

Вариант 9

Посторущия		Потре	бители		Объем товара
Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	у поставщика
A_1	9	15	1	4	200
A_2	12	4	7	1	210
A_3	8	5	3	17	240
Спрос потребителя	320	120	100	80	

Вариант 10

Посторущим		Потре	бители		Объем товара
Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	у поставщика
A_1	12	1	3	13	200
A_2	5	15	6	4	100
A_3	1	4	8	19	300
Спрос потребителя	145	185	160	160	

Вариант 11

Посторущия		Потре	бители		Объем товара
Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	у поставщика
A_1	3	3	7	12	135
A_2	6	24	13	5	200
A ₃	10	11	3	2	165
Спрос потребителя	55	95	105	205	

Вариант 12

Посторуучуу		Потре	бители		Объем товара
Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	у поставщика
A_1	4	21	5	10	200
A_2	6	17	3	2	400
A_3	3	9	5	10	500
Спрос потребителя	320	430	190	210	

Практическое задание 6 МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Применение метода наименьших квадратов при прогнозировании определенного экономического процесса позволяет найти зависимость между исследуемыми характеристиками и дать определенные оценки об их возможном развитии [2].

ЗАДАНИЕ:

- 1. Определить регрессионную (линейную) зависимость.
- 2. Построить график.
- 3. Определить степень связи (вычислить коэффициент корреляции). Данные для решения задачи приведены в таблице.

Вариант 1

X	2	5	8	11	14	17	18	21	24	27
Y	2,1	1,9	1,7	1,4	1,1	0,9	0,8	0,5	0,4	0,2

Вариант 2

X		3	4	5	6	7	9	11	13	14	19
7	7	11	13	14	17	17	19	20	22	23	26

Вариант 3

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	1,9

Вариант 4

X	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Y	5	8	9	11	13	16	19	22	25	26

Вариант 5

X	15	23	34	41	50	62	77	84	85	93
Y	12	11	8	7	6	5	3	2	2	1

Вариант 6

X	10	20	30	40	50	60	75	80	85	90
Y	11	11	9	8	6	5	3	3	2	1

Вариант 7

X	1	2	2	3	3	4	4	5	6	7
Y	3,2	3,1	2,8	2,7	2,5	2,5	2,1	1,8	1,4	1,2

Вариант 8

X	11	12	14	14	16	17	17	19	19	20
Y	3,5	3,3	3,1	3,1	2,4	2,5	2,1	1,7	1,7	1,4

Вариант 9

X		3	5	7	9	11	13	15	17	18	19
Y	•	4,1	4,2	4,2	4,4	4,5	4,5	4,7	4,8	4,8	4,9

Вариант 10

X	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
Y	10	10	9	8	7	6	5	4	3	1

Вариант 11

X	27	28	33	35	37	37	38	40	44	45
Y	3	6	9	11	12	15	19	19	22	23

Вариант 12

X	4	5	6	8	10	10	11	13	14	17
Y	8	8	9	9	11	11	13	13	16	16

БИБЛИОГАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Акулич, И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах: учебное пособие / И. Л. Акулич. 3-е изд., стер. Санкт-Петербург: Лань, 2011.-352 с.
- 2. Лесин, В. В. Основы методов оптимизации : учебное пособие / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец. 3-е изд., исп. Санкт-Петербург : Лань, 2011.-352 с.