

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВПО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра сопротивления материалов и теоретической механики

Л.Т. Раевская  
Н.И. Чащин  
Е.В. Потапова

## **КОМПЛЕКТ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ**

для студентов очной и заочной форм обучения  
по направлениям 150400 – Технологические машины и оборудование  
190500 – Эксплуатация транспортных средств  
190600 – Эксплуатация наземного транспорта и транспортного оборудования  
270200 – Транспортное строительство  
250300 – Технология и оборудование лесозаготовительных и  
деревообрабатывающих производств  
Дисциплина – Теоретическая механика

Екатеринбург  
2011

Печатается по рекомендации методической комиссии ЛИФ.  
Протокол № 3 от 10 сентября 2010 г.

Рецензенты: заместитель начальника по учебной и научной работе ЕВАКУ  
(ВИ) полковник, канд. воен. наук, доцент Н.Г. Таров  
зав. кафедрой математики ЕВАКУ (ВИ) канд. физ.-мат. наук,  
доцент В.А. Калентьев

Редактор Е.Л. Михайлова  
Оператор компьютерной верстки Г.И. Романова

---

Подписано в печать 14.11.11		Поз. 12
Плоская печать	Формат 60×84 1/16	Тираж 200 экз.
Заказ №	Печ. л. 1,63	Цена 9 руб. 04 коп.

---

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ  
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

## СТАТИКА

В статике изучается равновесие тел под действием сил. При этом задачи можно условно разделить на три типа: задачи на равновесие системы сходящихся сил, задачи произвольной плоской системы сил, задачи пространственной системы сил. Также рассматривается задача нахождения координат центра тяжести.

Для решения задач потребуются понятия проекции силы на ось и момента силы относительно точки и оси. Напомним, что проекция силы  $F$  на ось  $x$  определяется по формуле  $F_x = F \cos \alpha$ ;  $\alpha$  – угол между положительным направлением оси и вектором силы.

Модуль момента силы  $F$  относительно точки  $O$  определяется по формуле  $M_O(F) = \pm hF$ . Плечо  $h$  силы определяется как кратчайшее расстояние от точки  $O$  до линии действия силы  $F$ . Если сила поворачивает плечо по часовой стрелке, то момент отрицательный, в противном случае – момент положительный.

Момент силы относительно оси удобнее искать как момент проекции силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси и плоскости.

При нахождении центра тяжести твердого тела необходимо знать ряд правил. Во-первых, можно воспользоваться способами разбиения или дополнения фигуры до фигур, центр тяжести которых известен.

Во-вторых, центр тяжести твердого тела, обладающего центром симметрии, осью симметрии или плоскостью симметрии, находится соответственно в центре, на оси или плоскости симметрии.

В-третьих, нужно учитывать тип твердого тела. Для нахождения центра тяжести пространственной стержневой решетки используются формулы:

$$X_c = \sum X_i L_i / L;$$

$$Y_c = \sum Y_i L_i / L;$$

$$Z_c = \sum Z_i L_i / L.$$

Для нахождения центра тяжести плоской фигуры:

$$X_c = \sum X_i S_i / S;$$

$$Y_c = \sum Y_i S_i / S.$$

Для нахождения центра тяжести объемной фигуры:

$$X_c = \sum X_i V_i / V;$$

$$Y_c = \sum Y_i V_i / V;$$

$$Z_c = \sum Z_i V_i / V.$$

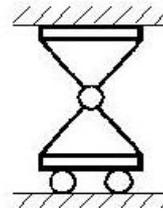
1. Указать название опоры.

Жёсткая заделка

Шарнирно-цилиндрическая неподвижная

Шарнирно-цилиндрическая подвижная

Шарнирно-сферическая неподвижная



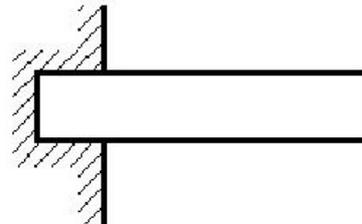
2. Указать название опоры.

Жёсткая заделка

Шарнирно-цилиндрическая неподвижная

Шарнирно-цилиндрическая подвижная

Шарнирно-сферическая неподвижная



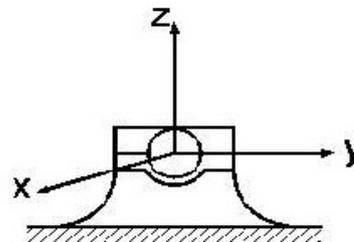
3. Указать название опоры.

Жёсткая заделка

Шарнирно-цилиндрическая неподвижная

Шарнирно-цилиндрическая подвижная

Шарнирно-сферическая неподвижная



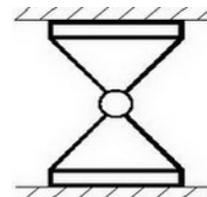
4. Указать название опоры.

Жёсткая заделка

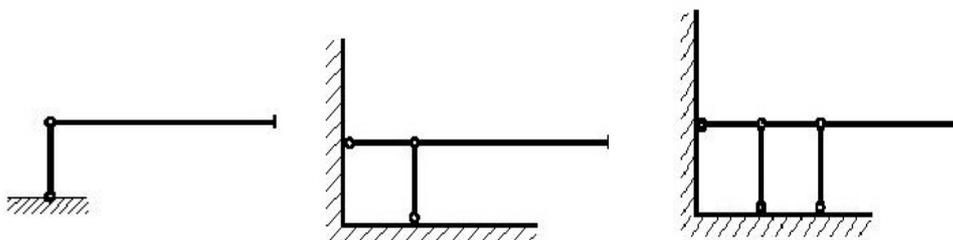
Шарнирно-цилиндрическая неподвижная

Шарнирно-цилиндрическая подвижная

Шарнирно-сферическая неподвижная



5. Какой опоре соответствуют стержневые схемы?



Шарнирно-сферическая неподвижная

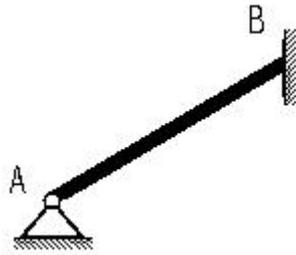
Жёсткая заделка

Шарнирно-цилиндрическая неподвижная

Шарнирно-цилиндрическая подвижная

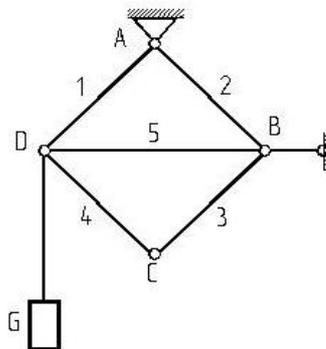
6. Однородная балка **AB** весом 4 кН давит на гладкую вертикальную стену силой 3 кН. Определить реакцию опоры **A**.

- 3
- 4
- 5
- 7



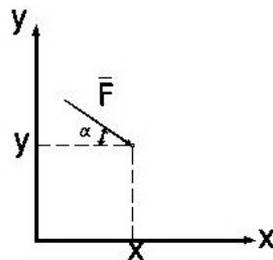
7. Плоская ферма квадратной формы удерживает груз весом  $G$ . Пренебрегая весом стержней, определить в них усилия.

- $G$
- $1.4 G$
- $0$
- $2 G$



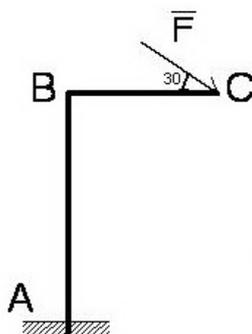
8. Определить момент силы  $\vec{F}$  относительно начала координат. Угол  $\alpha=30^\circ$ .

- $-yF \cos 30 - xF \sin 30$
- $xF \cos 30 + yF \sin 30$
- $xF \sin 30$
- $yF \cos 30$



9. На Г-образную раму **ABC** с жёсткой заделкой в точке **A** действует в плоскости рамы сила  $\vec{F} = 10$  Н, **AB** = 3 м, **BC** = 2 м. Определить величину момента заделки.

- 30
- 20
- 25
- 0

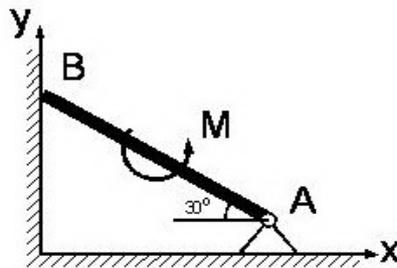


10. На Г-образную раму ABC с жёсткой заделкой в точке A действует в плоскости рамы сила  $F = 10$  Н,  $AB = 3$  м,  $BC = 2$  м. Определить величину вертикальной силы реакции заделки (см. рисунок задания 9).

8,7    10    5    0

11. Невесомая балка AB длиной 6 м опирается в точке B на гладкую вертикальную стену,  $M=12$  Нм. Определить величину горизонтальной реакции опоры A.

12  
4  
6  
0

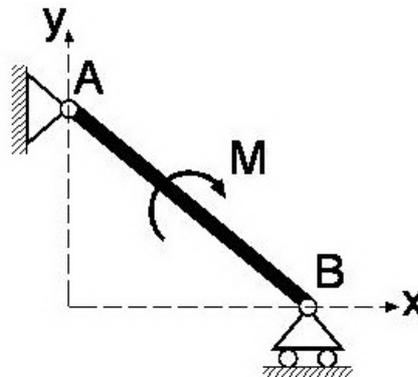


12. Невесомая балка AB длиной 6 м опирается в точке B на гладкую вертикальную стену,  $M=12$  Нм. Определить величину вертикальной реакции опоры A и силу давления балки на стену (см. рисунок задания 11).

3    4    6    0

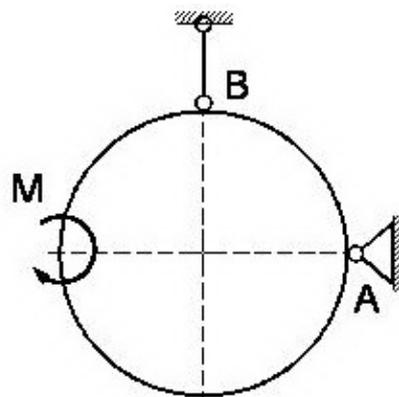
13. Указать направление опорной реакции шарнира A невесомой балки AB.

вдоль оси x вправо  
вдоль оси x влево  
вдоль оси y вверх  
вдоль оси y вниз  
имеет проекции на обе оси



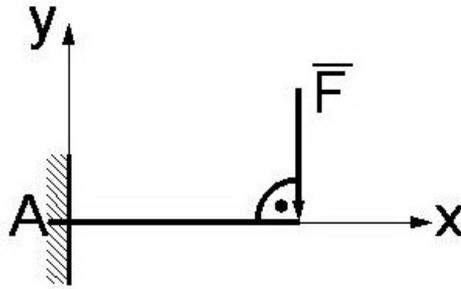
14. Невесомое кольцо радиуса  $r=0.5$  м находится под действием пары сил с моментом  $M=2.5$  Нм. Определить величину реакцию опоры A и усилие в стержне B.

4  
2.5  
1.25  
5



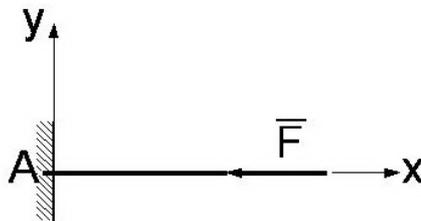
15. Указать все ненулевые реакции невесомой консольной балки, на которую действует сила  $F$  ( $X$ ,  $Y$  - реакции вдоль осей  $x$ ,  $y$  соответственно,  $M$  - момент заделки).

- M
- Y, M
- X, M
- X, Y, M



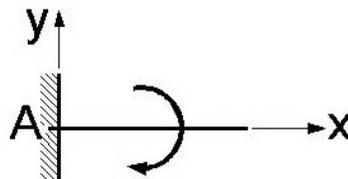
16. Указать все ненулевые реакции невесомой консольной балки, на которую действует сила  $F$  ( $X$ ,  $Y$  - реакции вдоль осей  $x$ ,  $y$  соответственно,  $M$  - момент заделки).

- M
- X
- X, M
- X, Y



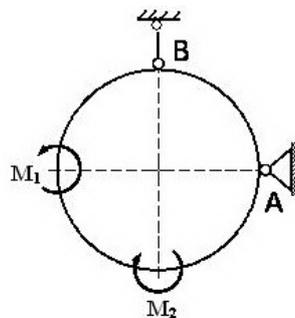
17. Указать все ненулевые реакции невесомой консольной балки, на которую действует сила  $F$  ( $X$ ,  $Y$  - реакции вдоль осей  $x$ ,  $y$  соответственно,  $M$  - момент заделки).

- M
- X
- X, M
- X, Y, M
- Y



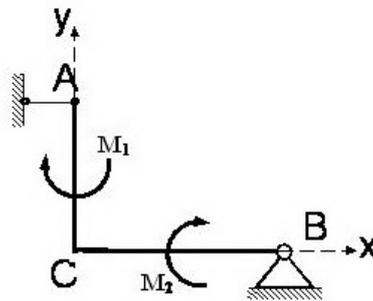
18. Невесомое кольцо находится под действием двух пар сил, моменты которых  $M_1 > M_2$ . Указать направление реакции опоры А.

- вверх
- вправо
- вниз
- влево



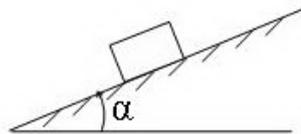
19. Невесомая изогнутая балка **АСВ** находится под действием двух пар сил, моменты которых соответственно равны  $M_1 = 3 \text{ Нм}$ ,  $M_2 = 12 \text{ Нм}$ ,  $AC = 3 \text{ м}$ ,  $BC = 4 \text{ м}$ . Указать модуль реакции опоры **В**.

- 5
- 20
- 15
- 10



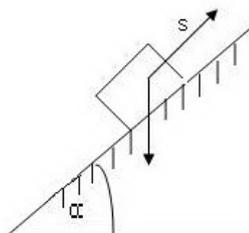
20. Тело весом **G** находится в равновесии на шероховатой наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$ . Определить минимальное значение коэффициента трения скольжения.

- $\alpha$
- $\text{tg } \alpha$
- $\cos \alpha$
- $\sin \alpha$



21. Тело весом  $G = 20 \text{ Н}$  удерживается в равновесии шероховатой поверхности. Угол наклона плоскости  $\alpha = 60^\circ$ , коэффициент трения  $f = 0.3$ . Определить минимальное значение силы **S** для перемещения тела вверх по плоскости.

- 14.4
- 13.6
- 4.8
- 20.4

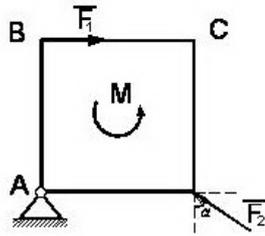


22. Тело весом  $G = 20 \text{ Н}$  удерживается в равновесии на шероховатой поверхности. Угол наклона плоскости  $\alpha = 60^\circ$ , коэффициент трения  $f = 0.3$ . Определить минимальное значение силы **S** для удержания тела от скатывания вниз (см. рисунок задания 21).

- 14.4      10.6      4.8      20.4

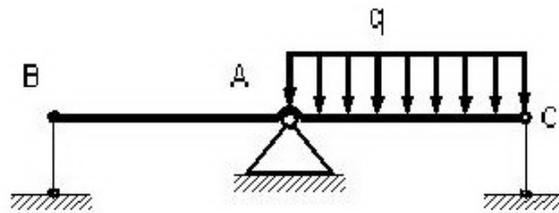
23. В плоскости квадрата действует сила  $F_1 = 4$  Н и пара сил с моментом  $M = 2$  Нм. При какой силе  $F_2$ , также лежащей в плоскости, квадрат не будет вращаться.  $AB = BC = 1$  м,  $\alpha = 60^\circ$ .

- 4.0
- 2.9
- 2.2
- 3.5



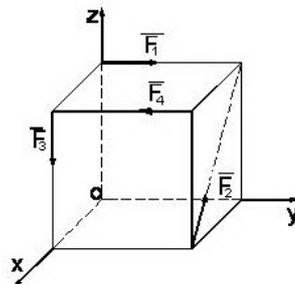
24. Трёхопорная балка ВАС находится под действием равномерно распределённой нагрузки,  $AC = AB = 1$  м. Реакции в стержнях В и С известны:  $Y_B = -200$  Н,  $Y_C = +100$  Н. Пренебрегая весом балки, определить интенсивность  $q$  равномерной нагрузки.

- 300
- 100
- 600
- 400



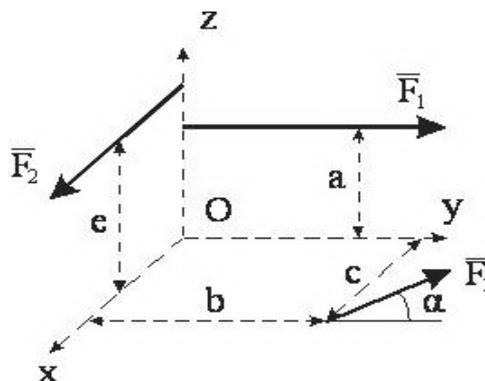
25. Вдоль рёбер куба длиной 1 м приложена система четырёх сил:  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 10$  Н. Найти величину суммарного момента сил относительно осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

- 0
- 7.1
- 2.9
- 10



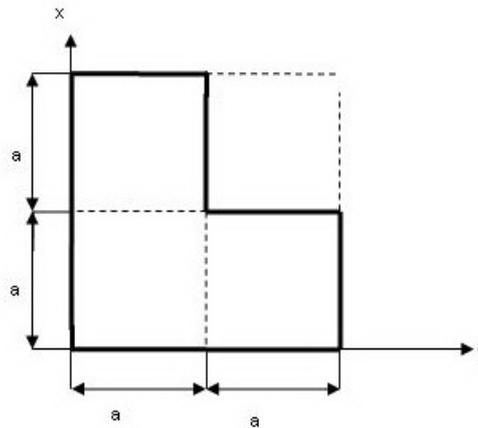
26. Силы  $F_1$  и  $F_2$ , пересекающие ось  $Z$ , параллельны соответственно осям  $OY$  и  $OX$ . Сила  $F_3$  лежит в плоскости  $XOY$  и составляет угол  $\alpha$  с осью  $OY$ . Расстояния  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $e$  показаны на рисунке. Определить проекцию на ось  $X$  главного момента сил.

- $c F_1$
- $e F_2$
- $b F_3 \sin\alpha + c F_3 \cos\alpha$
- $-a F_1$



27. Определить горизонтальную координату центра тяжести  $x_c$  однородной пластины.

- 5/6 a
- 6/5 a
- a
- 3/2 a

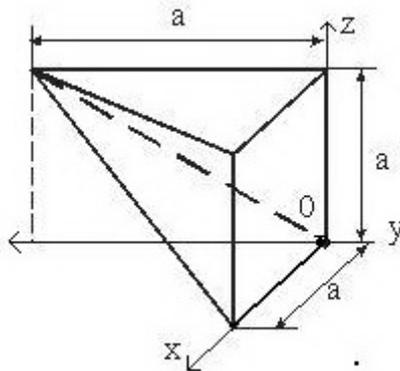


28. Определить вертикальную координату центра тяжести  $y_c$  однородной пластины (см. рисунок задания 27).

- 5/6 a
- 6/5 a
- a
- 3/2 a

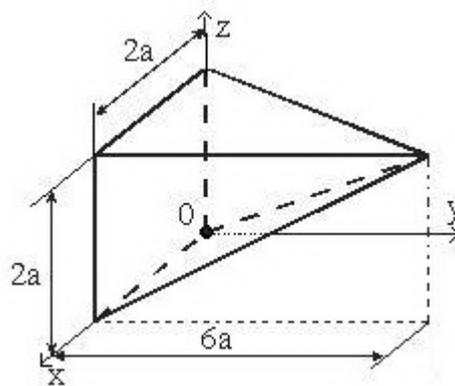
29. Координата  $y_c$  центра тяжести неправильной пирамиды равна:

- a/3
- a/3
- a/2
- a/4



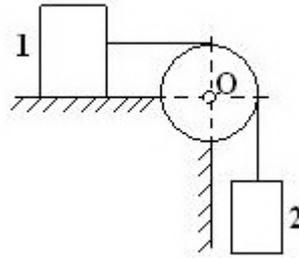
30. Координата  $y_c$  центра тяжести неправильной пирамиды равна:

- 2a
- 3a
- 3a/2
- 2a/3



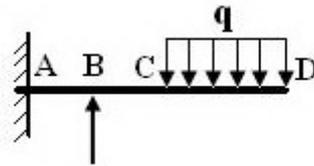
31. Значение коэффициента трения между грузом 1 весом 400 Н и плоскостью  $f = 0.2$ . Какой вес не должен превышать веса груза 2 для того, чтобы система находилась в покое?

- 80
- 100
- 200
- 40



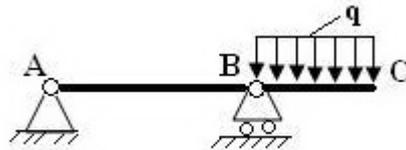
32. Пренебрегая весом балки, определить величину момента, а также величину вертикальной реакции заделки, если интенсивность равномерно распределённой нагрузки  $q = 75$  Н/м. Размеры балки  $AB = BC = 2$  м,  $CD = 4$  м.

- 300
- 200
- 700
- 400



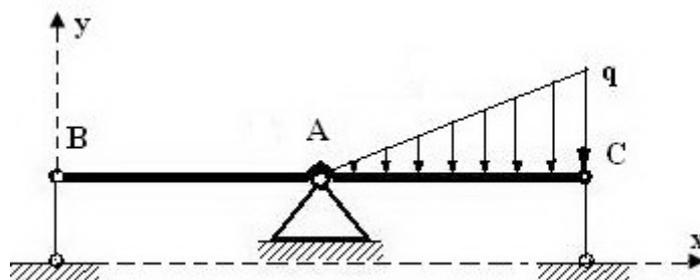
33. Пренебрегая весом балки, определить величину реакций опор А и В, если интенсивность равномерно распределённой нагрузки  $q = 40$  Н/м. Размеры балки  $AB = 4$  м,  $BC = 2$  м.

- 30
- 20
- 100
- 40



34. Трёхопорная балка ВАС находится под действием треугольной распределённой нагрузки  $q_{\max} = 0.8$  кН/м,  $AC = AB = 1$  м. Реакции в стержнях В и С известны:  $Y_B = 0.1$  кН,  $Y_C = +1.0$  кН. Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира А.

- 0.3
- 0.5
- 0.7
- 0.4



## КИНЕМАТИКА

Задачи в разделе кинематики рассматривают движение материальной точки, поступательное и вращательное движения твердого тела, а также плоскопараллельное движение и сложное движение. Основные формулы различных видов движения приведены в таблице.

Кинематическая мера движения	Характер движения	Вид движения	
		Поступательное	Вращательное
Перемещение	Равномерное	$S = V t$	$\varphi = \omega t$
	Неравномерное	$S = f(t)$	$\varphi = f(t)$
	Равнопеременное	$S = S_0 + V_0 t + at^2/2$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon t^2/2$
Скорость	Равномерное	$V = S / t = \text{const}$	$V = R\omega$
	Неравномерное	$V = dS / dt$	
	Равнопеременное	$V = V_0 + at$	
Скорость угловая	Равномерное	-	$\omega = \varphi / t = \text{const}$
	Неравномерное		$\omega = d\varphi / dt$
	Равнопеременное		$\omega = \omega_0 + \varepsilon t;$ $\omega = \pi \cdot n / 30$
Касательное ускорение	Неравномерное	$a_\tau = dV / dt$	$a_\tau = R\varepsilon$
	Равнопеременное	$a_\tau = V / t$	
Ускорение нормальное	Неравномерное	$a_n = V^2 / \rho$	$a_n = \omega^2 R$
	Равнопеременное		
Полное ускорение	Неравномерное	$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$	$a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$
	Равнопеременное		
Ускорение угловое	Неравномерное	-	$\varepsilon = d\omega / dt$
	Равнопеременное		$\varepsilon = \omega / t$

Исследование движения точек плоской фигуры (плоскопараллельное движение) можно проводить с помощью понятий о мгновенном центре скоростей:

1) для определения мгновенного центра скоростей достаточно знать направление скоростей двух любых точек фигуры, мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, опущенных из этих точек к их скоростям;

2) скорости точек плоской фигуры пропорциональны их расстояниям до мгновенного центра скоростей:

$$V_A/PA = V_B/PB,$$

где точка P – мгновенный центр скоростей, точки A и B – любые точки плоской фигуры.

При сложном движении абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей, поэтому

$$V_{аб} = V_{от}^2 + V_{пер}^2 + 2 V_{от} V_{пер} \cos \alpha,$$

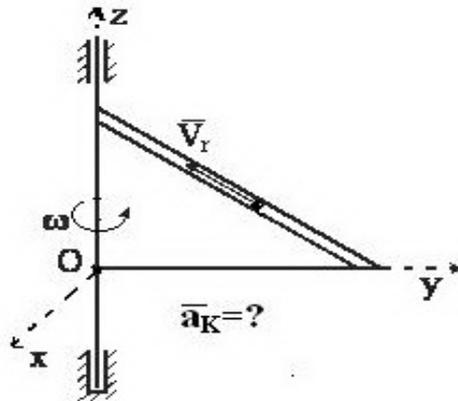
$\alpha$  – угол между векторами относительной и переносной скоростей.

При сложном движении ускорение точки равно геометрической сумме относительного, переносного и кориолисова ускорений. Кориолисово ускорение равно удвоенному векторному произведению переносной угловой скорости и относительной скорости точки. Тогда

$$a_{\text{кор}} = 2\omega V_{\text{от}} \sin\alpha.$$

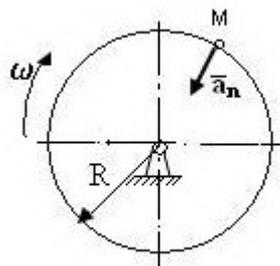
Направлен вектор перпендикулярно плоскости, проходящей через векторы переносной угловой скорости и относительной скорости точки, в сторону поворота вектора переносной угловой скорости к вектору относительной скорости против хода часовой стрелки.

1. Треугольная пластинка вращается вокруг вертикальной оси, проходящей по одному из катетов. По гипотенузе движется точка с относительной скоростью  $V_r$ . Как направлено ускорение Кориолиса?



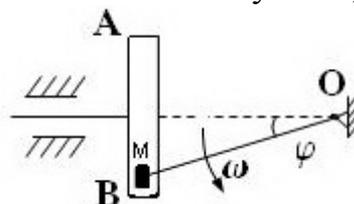
вдоль оси Y; навстречу оси Y; вдоль оси X; навстречу оси X;  
вдоль оси Z; навстречу оси Z.

2. Чему равно нормальное ускорение точки M диска, если его угловая скорость  $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$  и радиус  $R = 0.4 \text{ м}$ ?



- 1.4
- 6.4
- 2.0
- 4.8

3. В кривошипно-кулисном механизме кривошип  $OM=20 \text{ см}$  вращается с угловой скоростью  $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$ . При этом ползун M движется в прорези кулисы AB, заставляя её совершать возвратно-поступательное движение. Определить скорость ползуна относительно кулисы, если  $\varphi = 30^\circ$ .

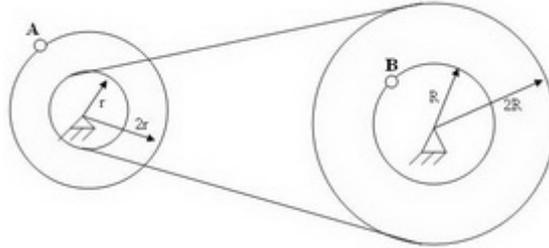


- $10\sqrt{3}$
- $20\sqrt{3}$
- 10.0

4. При условии задачи 3 определить скорость кулисы АВ.

5. Два шкива соединены ремённой передачей. Скорость точки В одного из шкивов  $V_B = 8$  см/с. Найти скорость точки А.

- 8
- 16
- 32
- 12

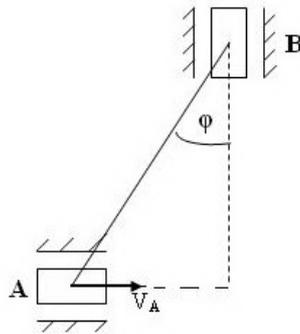


6. Два шкива (см. рисунок задачи 5) соединены ремённой передачей. Скорость точки А одного из шкивов  $V_B = 48$  см/с. Найти угловую скорость шкива с точкой В, если  $R = 12$  см.

- 2
- 1
- 3
- 4

7. Муфты А и В, соединённые стержнем АВ = 20 см, скользят вдоль прямолинейных направляющих;  $V_A = 20$  см/с, угол  $\varphi = 30^\circ$ . Определить угловую скорость стержня АВ.

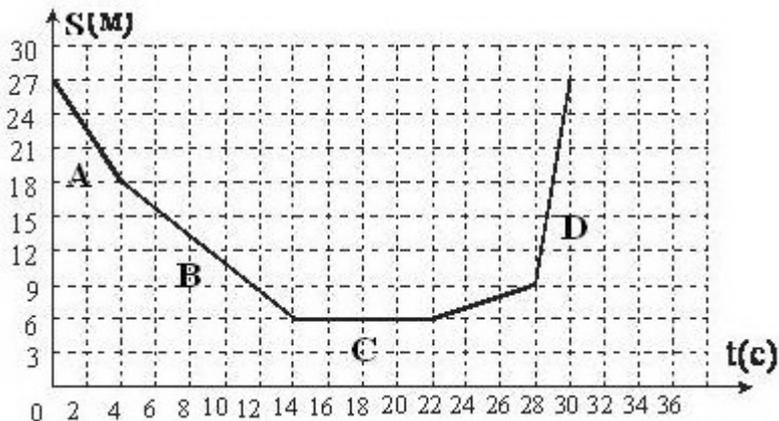
- $2/\sqrt{3}$
- $\sqrt{2}$
- $2\sqrt{2}$
- $3\sqrt{3}$



8. Движение материальной точки задано уравнением  $\vec{r} = \vec{i}t^3 - \cos 30^\circ \vec{j} + e^{2t} \vec{k}$ . Как направлено ускорение точки в момент времени  $t = 1$  с? вдоль оси  $Ox$ ; параллельно плоскости  $xOz$ ; параллельно плоскости  $zOy$ .

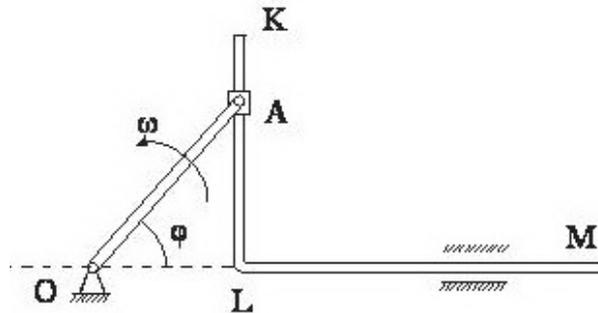
9. На рисунке представлен график движения точки, имеющей разные скорости на отдельных участках А, В, С, D. Определить величину скорости на участке D.

- 1.8
- 3.8
- 6.5
- 9



10. В кривошипно-кулисном механизме кривошип  $OA = 10$  см вращается с угловой скоростью  $\omega = 6 \text{ с}^{-1}$ . Определить величину скорости кулисы  $KLM$ , если  $\varphi = 60^\circ$ .

- $30\sqrt{3}$
- 30
- $60\sqrt{3}$
- 60



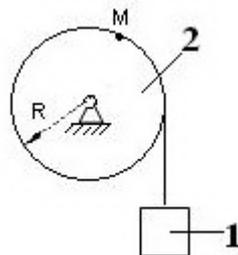
11. Точка движется по криволинейной траектории с касательным ускорением  $a_\tau = 1 \text{ м/с}^2$ . Определить величину нормального ускорения точки, если её полное ускорение  $a = \sqrt{3} \text{ м/с}^2$ .

- 1
- $\sqrt{3}$
- 2
- $\sqrt{2}$



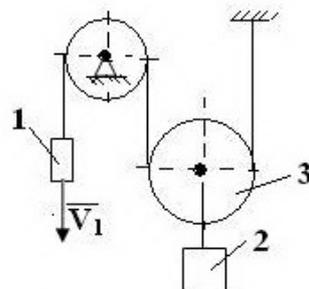
12. Груз 1 поднимается с помощью вращающегося по закону  $\varphi = 5 + 2t^3$  барабана 2. Определить величины скорости, тангенциального и нормального ускорения точки  $M$  барабана в момент времени  $t = 1$  с, если  $R = 0.5$  м.

- 3.0
- 18
- 1.0
- 6.0

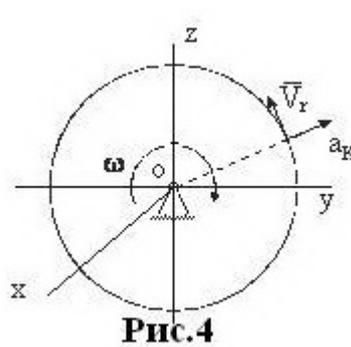
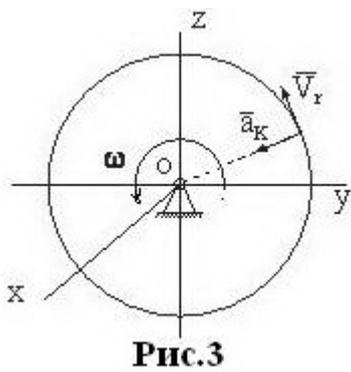
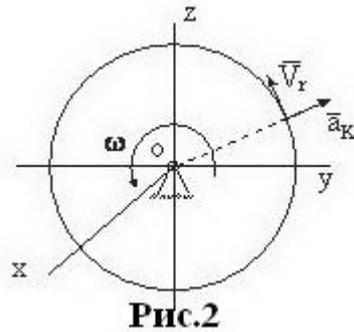
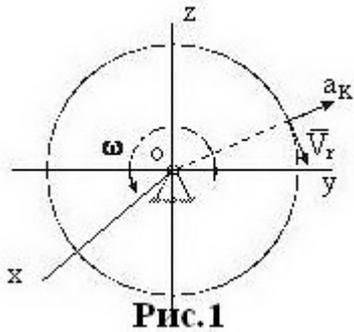


13. Скорость груза 1  $V_1 = 0.6 \text{ м/с}$ ; радиусы блоков соответственно равны 0.15 м и 0.2 м. Определить скорость груза 2.

- 0.3
- 0.6
- 0.4
- 0.2

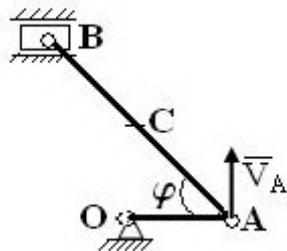


14. Круглая вертикальная пластинка вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр пластинки. По ободу пластинки движется точка с относительной скоростью  $V_r$ . На каких рисунках направление ускорения Кориолиса  $a_k$  показано верно?



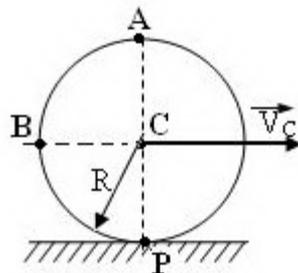
15. Определить скорость ползуна **B** и угловую скорость кривошипа **AB** кривошипно-ползунного механизма в указанном положении, если скорость точки **A**  $V_A = 3$  м/с; длина шатуна **AB** = 1 м,  $\varphi = 30^\circ$ .

- 2.4
- 1.7
- 3.5
- 0.9



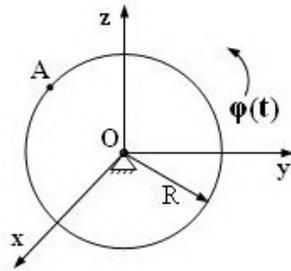
16. Диск радиуса  $R = 1$  м катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Скорость центра диска  $V_C = 2$  м/с. Чему равна скорость точек **A**, **B**, **P**?

- 2
- $2\sqrt{2}$
- 4
- 0



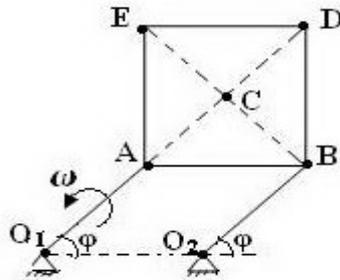
17. Диск радиуса  $R = 10$  см вращается вокруг оси  $Ox$  по закону  $\varphi = 4+5t$  с<sup>-1</sup>. Найти ускорение точки  $A$  (м/с<sup>2</sup>).

- 2.5
- 4.0
- 9.0
- 0.0



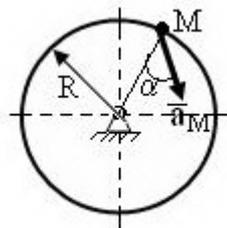
18. Квадратная пластина  $ABDE$  со сторонами, равными  $0.25$  м, приводится в движение двумя стержнями одинаковой длины  $O_1A = O_2B = 0.25$  м, вращающимися вокруг точек  $O_1$  и  $O_2$  соответственно. Угловая скорость стержня  $O_1A$   $\omega_2 = 2$  с<sup>-1</sup>. Определить угловую скорость пластины и скорости точек  $A, B, C, D$ .

- 5.0
- 2.0
- 2.5
- 0.0



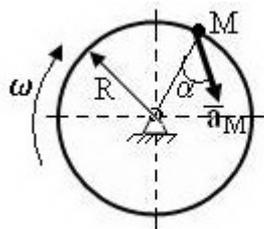
19. Ускорение точки  $M$   $a_M = 4$  м/с<sup>2</sup>, угол  $\alpha = 60^\circ$ . Определить величину скорости в м/с, если  $R = 0.25$  м.

- 1.0
- 2.0
- 2.5
- 0



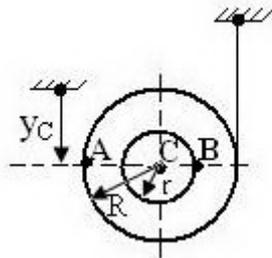
20. Ускорение точки  $M$  диска, вращающегося вокруг неподвижной оси,  $a_M = 4$  м/с<sup>2</sup>. Определить угловую скорость  $\omega$  этого диска, если  $R = 0.25$  м и угол  $\alpha = 60^\circ$ .

- 3.73
- 1.86
- 2.76
- 5.64



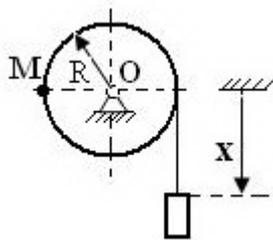
21. Центр  $C$  барабана, разматывающего нить, движется вниз по закону  $y_C = 2t$  м. Определить угловую скорость и линейную скорость точек  $A$  и  $B$  барабана, если  $r = 0.25$  м,  $R = 2$  г.

4  
6  
1  
2

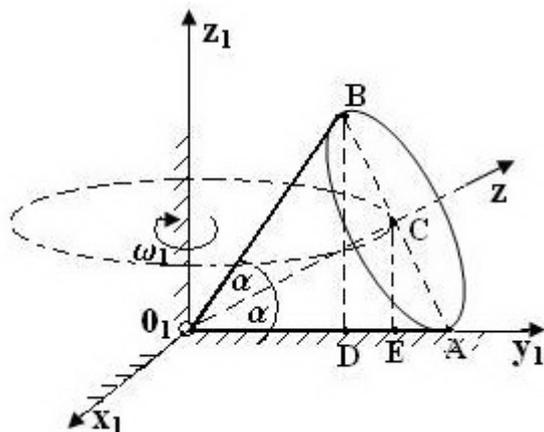


22. Груз, разматывающий нить, движется вниз по закону  $x = t^2$  м. Определить угловую скорость барабана, а также нормальное и тангенциальное ускорения точки  $M$  в момент времени  $t = 0.5$  с, если  $R = 0.5$  м.

2  
4  
1  
1.5



23. Конус с неподвижной точкой  $O_1$  катится без скольжения по плоскости  $x_1O_1y_1$ . Ось  $O_1z$  конуса вращается вокруг неподвижной оси  $O_1z_1$ , имея угловую скорость  $\omega_1 = 2$  с<sup>-1</sup>;  $\alpha = 30^\circ$ ,  $O_1C = 20$  см. Для заданного положения конуса определить его угловую скорость, а также линейные скорости точек  $A, B, D, E$ .



## ДИНАМИКА

В разделе динамики исследуется движение точки или материального тела с учетом сил, вызывающих это движение.

Дифференциальное уравнение движения точки:

$$\begin{aligned} d^2x/dt^2 &= \sum F_{ix} \\ d^2y/dt^2 &= \sum F_{iy} \\ d^2z/dt^2 &= \sum F_{iz} \end{aligned}$$

### Общие теоремы динамики

Теорема о движении центра масс	$m\bar{a}_c = \sum \bar{F}_i$
Теорема об изменении количества движения	$m\bar{V}_1 - m\bar{V}_0 = \sum \bar{S}_i$
Теорема об изменении кинетической энергии	$mV_1^2/2 - mV_0^2/2 = \sum A_i$

Кинетическая энергия тела зависит от характера его движения

Поступательное движение	$T = \frac{1}{2}mV_c^2$ , $V_c$ – скорость центра масс
Вращательное движение	$T = \frac{1}{2}J_z\omega^2$ , $J_z$ – момент инерции тела относительно оси вращения
Плоскопараллельное движение	$T = \frac{1}{2}mV_c^2 + \frac{1}{2}J_z\omega^2$

### Момент инерции однородных тел

Тело	Параметры тела	Ось	Момент инерции
Стержень	L – длина M – масса	Ось А перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$J_A = 1/3ML^2$
Тонкое круглое кольцо	R – радиус M – масса	Ось С перпендикулярна плоскости кольца и проходит через его центр	$J_C = MR^2$
Круглая пластина или цилиндр	R – радиус M – масса	Ось С перпендикулярна плоскости пластины и проходит через его центр	$J_C = 1/2MR^2$
Сплошная прямоугольная пластина	M – масса А и В – стороны	Ось Х – вдоль стороны длиной А, ось Y – вдоль стороны длиной В	$J_X = 1/3MB^2$ $J_Y = 1/3MA^2$

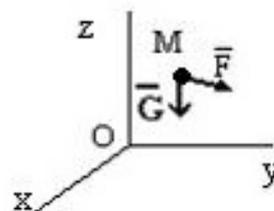
В разделе динамики также рассматриваются задачи по исследованию колебательных движений материальной точки.

Составные уравнений движения	Свободные гармонические колебания	Затухающие колебания	Вынужденные колебания
Условия существования колебаний	$F_{\text{упр}} = Cx$ $F_{\text{упр } x} = -Cx$	$F_{\text{упр}} = Cx$ $F_{\text{сопр}} = bx'$	$F_{\text{упр}} = Cx$ $Q = Q_0 \sin(pt)$
Дифференциальное уравнение	$x'' + \omega^2 x = 0$	$x'' + 2nx' + \omega^2 x = 0$	$x'' + \omega^2 x = h \sin(pt)$
Константы в ДУ	$\omega = \sqrt{C/m}$	$2n = b/m;$ $\omega = \sqrt{C/m}$	$\omega = \sqrt{C/m};$ $h = Q_0/m$

1. На материальную точку М массой  $m = 1$  кг, кроме силы тяжести  $G$ , действует сила  $F = 9,8 \text{ к(Н)}$ . Ускорение свободного падения принять  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . В начальный момент точка находилась в покое.

Дальнейший характер движения:

- ускоренное движение вверх
- ускоренное движение вниз
- равномерное движение вверх
- равномерное движение вниз
- останется в покое



2. На материальную точку М массой  $m = 1$  кг, кроме силы тяжести  $G$ , действует сила  $F = 9,8 \text{ к(Н)}$ . Ускорение свободного падения принять  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . В начальный момент точка двигалась вниз (см. рисунок задания 1).

Дальнейший характер движения:

- ускоренное движение вверх;      ускоренное движение вниз;
- равномерное движение вверх;      равномерное движение вниз;
- останется в покое.

3. На материальную точку М массой  $m = 1$  кг, кроме силы тяжести  $G$ , действует сила  $F = 4,8 \text{ к(Н)}$ . Ускорение свободного падения принять  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . В начальный момент точка двигалась вниз (см. рисунок задания 1).

Дальнейший характер движения:

- ускоренное движение вверх;      ускоренное движение вниз;
- равномерное движение вверх;      равномерное движение вниз;
- останется в покое.

4. На материальную точку М массой  $m = 1$  кг, кроме силы тяжести  $G$ , действует сила  $F = 4,8 \text{ к(Н)}$ . Ускорение свободного падения принять  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . В начальный момент точка двигалась вверх (см. рисунок задания 1).

Дальнейший характер движения:

ускоренное движение вверх;      ускоренное движение вниз;  
равномерное движение вверх;      равномерное движение вниз;  
останется в покое.

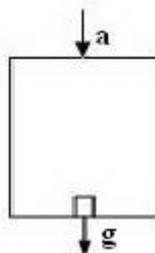
**5.** На материальную точку  $M$  массой  $m = 1$  кг, кроме силы тяжести  $G$ , действует сила  $F = 4,8$  к(Н). Ускорение свободного падения принять  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>. В начальный момент точка находилась в покое (см. рисунок задания 1).

Дальнейший характер движения:

ускоренное движение вверх;      ускоренное движение вниз;  
равномерное движение вверх;      равномерное движение вниз;  
останется в покое.

**6.** Лифт опускается с ускорением  $a = 0,4g$ . Масса груза  $m = 50$  кг. Сила давления груза на дно лифта равна:

30g  
70g  
50g  
0



**7.** Лифт поднимается с ускорением  $a = 0,4g$ . Масса груза  $m = 50$  кг (см. рисунок задания 6). Сила давления груза на дно лифта равна:

30g    70g    50g    0

**8.** Лифт опускается с ускорением  $a = g$ . Масса груза  $m = 50$  кг (см. рисунок задания 6). Сила давления груза на дно лифта равна:

30g    70g    50g    0

**9.** Лифт опускается равномерно со скоростью  $V = 1$  м/с. Масса груза  $m = 50$  кг (см. рисунок задания 6). Сила давления груза на дно лифта равна:

30g    70g    50g    0

**10.** Лифт поднимается равномерно со скоростью  $V = 1$  м/с. Масса груза  $m = 50$  кг (см. рисунок задания 6). Сила давления груза на дно лифта равна:

30g    70g    50g    0

11. Движение материальной точки подчиняется дифференциальному уравнению  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ . Характер движения точки в этом случае:

затухающие колебания; вынужденные колебания; свободные колебания; аperiodическое движение.

12. Движение материальной точки подчиняется дифференциальному уравнению  $\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ . Если  $\omega_0 > n$ , то точка совершает:

затухающие колебания; вынужденные колебания; свободные колебания; аperiodическое движение.

13. Движение материальной точки подчиняется дифференциальному уравнению  $\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ . Если  $\omega_0 < n$ , то точка совершает:

затухающие колебания; вынужденные колебания; свободные колебания; аperiodическое движение.

14. Движение материальной точки подчиняется дифференциальному уравнению  $\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ . Если  $\omega_0 = n$ , то точка совершает:

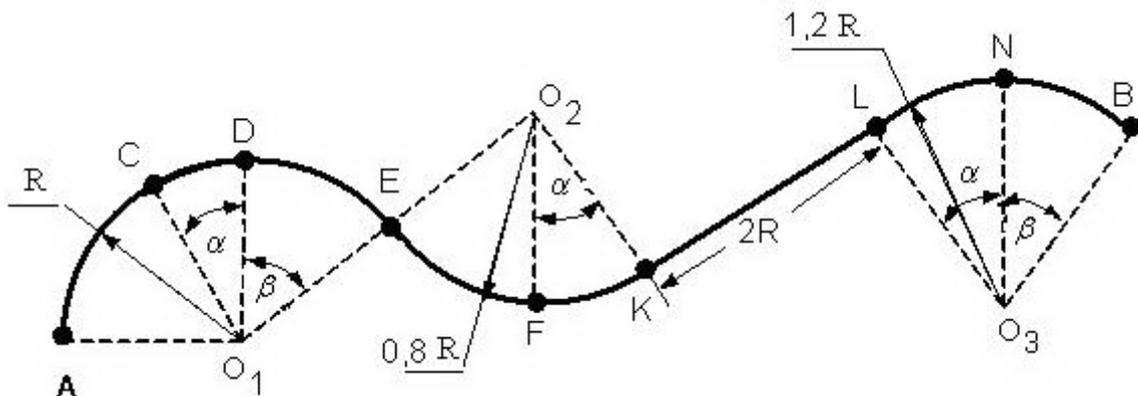
затухающие колебания; вынужденные колебания; свободные колебания; аperiodическое движение.

15. Движение материальной точки подчиняется дифференциальному уравнению  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = \sin(pt)$ .

Точка совершает:

затухающие колебания; вынужденные колебания; свободные колебания; аperiodическое движение.

16. Материальная точка массой  $m = 0,1$  кг движется по сложной траектории АВ;  $R = 2$  м,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ .



Пусть  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, тогда работа силы тяжести при перемещении точки из положения А в положение С будет:

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ Дж}; \quad +\sqrt{3} \text{ Дж}; \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ Дж}; \quad -1 \text{ Дж}.$$

17. Материальная точка массой  $m = 0,1$  кг движется по сложной траектории АВ;  $R = 2$  м,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$  (см. рисунок задания 15).

Пусть  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, тогда работа силы тяжести при перемещении точки из положения D в положение E будет:

+ 2 -  $\sqrt{2}$  Дж; + 1 -  $\sqrt{2}$  Дж; + 1 Дж; -  $\sqrt{2}$  Дж.

18. Материальная точка массой  $m = 0,1$  кг движется по сложной траектории АВ;  $R = 2$  м,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$  (см. рисунок задания 15).

Пусть  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, тогда работа силы тяжести при перемещении точки из положения K в положение L будет:

-2 +  $\sqrt{3}$  Дж; -1 Дж; -2 Дж; - $\sqrt{3}$  Дж.

19. Однородный диск радиусом  $R = 0,5$  м и массой  $m = 8$  кг катится по горизонтальной плоскости. Скорость центра масс  $v = 0,5$  м/с и ускорение  $a = 1$  м/с<sup>2</sup>.

1) Количество движения диска равно:

1,5    1    2    4    8

2) Кинетический момент диска равен:

1,5    1    2    4    8

3) Кинетическая энергия диска равна:

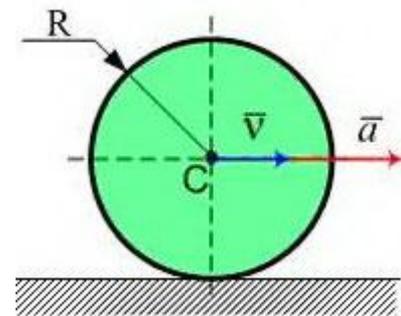
1,5    1    2    4    8

4) Главный вектор сил инерции диска по модулю равен:

1,5    1    2    4    8

5) Момент инерционных сил относительно оси вращения по модулю равен:

1,5     $2\sqrt{2}$     3    4



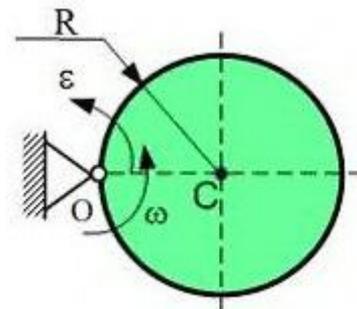
20. Однородный диск радиусом  $R = 0,5$  м и массой  $m = 8$  кг вращается вокруг оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости диска. Угловая скорость диска  $\omega = 1$  с<sup>-1</sup> и угловое ускорение  $\varepsilon = 0,5$  с<sup>-2</sup>.

1) Главный вектор сил инерции диска по модулю равен:

2     $2\sqrt{5}$     6    4

2) Кинетическая энергия диска равна:

1,5     $2\sqrt{2}$     3    4



3) Кинетический момент диска относительно оси вращения равен:

1,5     $2\sqrt{2}$     3    4

4) Количество движения диска равно:

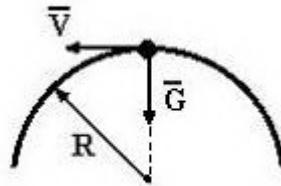
1,5     $2\sqrt{2}$     3    4

**21.** Груз весом  $G$ , принимаемый за материальную точку, движется по кольцу радиусом  $R$ , находящемуся в вертикальной плоскости. Определить скорость точки  $V$ , если давление на кольцо в верхнем положении равно  $N$ .

$$\sqrt{2gR(1 - \frac{N}{G})}$$

$$\sqrt{gR(1 - \frac{N}{G})}$$

$$\sqrt{gR(1 + \frac{N}{G})}$$



**22.** Груз весом  $G$ , принимаемый за материальную точку, движется по кольцу радиусом  $R$ , находящемуся в вертикальной плоскости, с постоянной скоростью  $V$ . Определить величину силы давления точки на кольцо в верхнем положении (см. рисунок задания 20).

$$G(1 + \frac{V^2}{gR})$$

$$G(1 - \frac{V^2}{gR})$$

$$G(1 - \frac{V^2}{2gR})$$

**23.** Тело 1 массой  $m_1$  поднимается с постоянным ускорением  $a$ , масса ступенчатого блока равна нулю. Полагая  $R = 2r$ , определить величину силы  $F$ .

$$m_1(g + a)$$

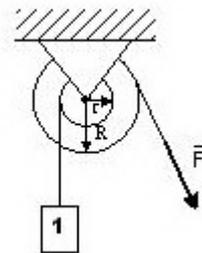
$$m_1(g - a)$$

$$\frac{m_1(g + a)}{2}$$

$$2$$

$$\frac{m_1(g - a)}{2}$$

$$2$$



**24.** Тело 1 массой  $m_1$  опускается с постоянным ускорением  $a$ , масса ступенчатого блока равна нулю. Полагая  $R = 2r$ , определить величину силы  $F$  (см. рисунок задания 22).

$$m_1(g + a)$$

$$m_1(g - a)$$

$$\frac{m_1(g - a)}{2}$$

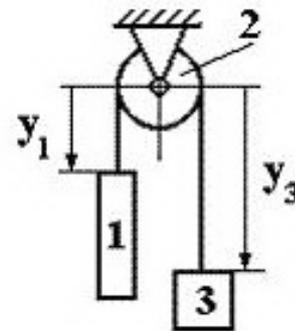
25. Тело 1 массой  $m_1$  опускается из состояния покоя на высоту  $h$ , придерживаясь постоянной силой  $F$ . Масса ступенчатого блока равна нулю. Полагая  $R = 2r$ , определить скорость груза (см. рисунок задания 22).

$$\sqrt{2g\left(1-2\frac{F}{m_1g}\right)h} \quad \sqrt{2g\left(1-\frac{F}{m_1g}\right)h} \quad \sqrt{g\left(1-2\frac{F}{m_1g}\right)h}$$

26. Тело 1 массой  $m_1$  опускается с ускорением  $a$ , придерживаясь остоянной силой  $F$ . Масса ступенчатого блока равна нулю. Полагая  $R = 2r$ , определить величину ускорения  $a$  (см. рисунок задания 22).

$$g\left(1-\frac{F}{m_1g}\right) \quad g\left(1-2\frac{F}{m_1g}\right)$$

27. Грузы 1 и 3 массой  $m_1$  и  $m_3$  присоединены к нерастяжимому тросу, переброшенному через невесомый блок 2. Определить скорость груза 1 после того, как он опустится на высоту  $h$ .



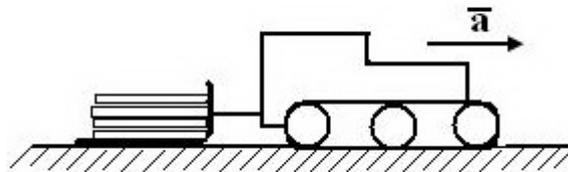
$$\sqrt{2gh}$$

$$\sqrt{2g\frac{m_1+m_3}{m_1-m_3}h}$$

$$\sqrt{2g\frac{m_1-m_3}{m_1+m_3}h}$$

28. Трактор, двигаясь с ускорением  $a = 1 \text{ м/с}^2$  по горизонтальному участку пути, перемещает нагруженные сани массой  $m = 1 \text{ т}$ . Полагая в расчётах  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , определить силу тяги на крюке (кН), если коэффициент трения скольжения саней  $f = 0,05$ .

- + 1,5
- 1,0
- 2,5
- 0,5



29. Трактор, двигаясь равномерно ( $a = 0 \text{ м/с}^2$ ) по горизонтальному участку пути, перемещает нагруженные сани массой  $m = 1 \text{ т}$ . Полагая в расчётах  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , определить силу тяги на крюке (кН), если коэффициент трения скольжения саней  $f = 0,05$  (см. рисунок задания 27).

- 1,5
- 1,0
- 2,5
- 0,5

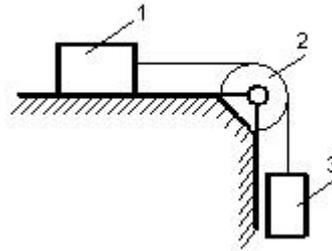
**30.** Трактор, двигаясь с ускорением  $a = 1 \text{ м/с}^2$  по горизонтальному участку пути, перемещает нагруженные сани массой  $m = 1 \text{ т}$ . Известно, что сила тяги на крюке при этом равна  $1,8 \text{ кН}$ . Полагая в расчётах  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , определить коэффициент трения скольжения саней (см. рисунок задания 27).

0,08    0,05    0,04    0,1

**31.** Грузы  $m_1$  и  $m_3$  соединены нерастяжимым тросом, переброшенным через невесомый блок 2. Полагая плоскость гладкой, определить скорость груза 3 после того, как он опустится на высоту  $h$ .

$$\sqrt{2g \frac{m_3}{m_1 + m_3} h}$$

$$\sqrt{2g \frac{m_1}{m_1 + m_3} h}$$

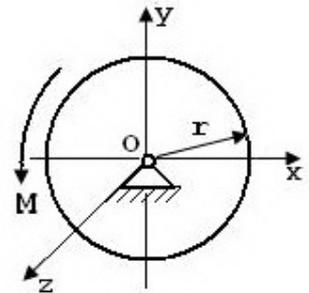


**32.** Грузы  $m_1$  и  $m_3$  соединены нерастяжимым тросом, переброшенным через невесомый блок 2. Полагая плоскость гладкой, определить скорость груза 1 после того, как он пройдёт путь  $s = 0,35 \text{ м}$ . Принять в расчётах  $g = 10 \text{ м/с}^2$  (см. рисунок задания 30).

0,5 м/с    2,0 м/с    3,6 м/с    1,2 м/с

**33.** Однородный диск радиусом  $r = 0,5 \text{ м}$  и массой  $m = 50 \text{ кг}$  вращается вокруг оси  $Z$ , проходящей через точку  $O$  перпендикулярно плоскости диска, под действием момента  $M = 25 \text{ Нм}$ . Определить величину углового ускорения диска.

1,5    2    3    4



**34.** Кольцо радиусом  $r = 0,5 \text{ м}$  и массой  $m = 50 \text{ кг}$  вращается вокруг оси  $Z$ , проходящей через точку  $O$  перпендикулярно плоскости диска, под действием момента  $M = 25 \text{ Нм}$  (см. рисунок задания 32). Определить величину углового ускорения диска.

1,5    2    3    4

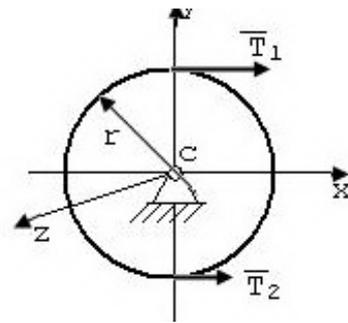
**35.** Однородный диск радиусом  $r = 0,5 \text{ м}$  и массой  $m = 50 \text{ кг}$  вращается вокруг оси  $Z$ , проходящей через точку  $O$  перпендикулярно плоскости диска под действием момента  $M$  с угловым ускорением  $4 \text{ с}^{-2}$  (см. рисунок задания 32). Определить величину крутящего момента  $M$ .

15 Нм    20 Нм    30 Нм    25 Нм

**36.** Диск с осевым моментом инерции  $I = 5 \text{ кгм}^2$  начинает вращаться вокруг перпендикулярной плоскости диска оси  $Z$ , проходящей через точку  $O$ , под действием постоянного момента  $M = 25 \text{ Нм}$ . Определить величину угловой скорости диска при его повороте на угол, равный  $0,4 \text{ рад}$  (см. рисунок задания 32).

1,5      2      3      4

**37.** Однородный диск радиусом  $r = 0,5 \text{ м}$  и массой  $m = 40 \text{ кг}$  вращается вокруг оси  $Z$ , проходящей через центр масс перпендикулярно оси диска, под действием сил  $T_1 = 200 \text{ Н}$  и  $T_2 = 100 \text{ Н}$ . Определить величину углового ускорения.



$15 \text{ с}^{-2}$      $10 \text{ с}^{-2}$      $30 \text{ с}^{-2}$      $40 \text{ с}^{-2}$

**38.** Однородный диск радиусом  $r = 0,5 \text{ м}$  вращается вокруг оси  $Z$ , проходящей через центр масс перпендикулярно оси диска, с угловым ускорением равным  $10 \text{ с}^{-2}$ , под действием сил  $T_1 = 200 \text{ Н}$  и  $T_2 = 100 \text{ Н}$  (см. рисунок задания 36). Чему равна масса диска?

20 кг      10 кг      30 кг      40 кг

**39.** Кольцо радиусом  $r = 0,5 \text{ м}$  вращается вокруг оси  $Z$ , проходящей через центр масс перпендикулярно оси диска, с угловым ускорением, равным  $10 \text{ с}^{-2}$ , под действием сил  $T_1 = 200 \text{ Н}$  и  $T_2 = 100 \text{ Н}$  (см. рисунок задания 36). Чему равна масса диска?

20 кг      10 кг      30 кг      40 кг

**40.** Кольцо радиусом  $r = 0,5 \text{ м}$  вращается вокруг оси  $Z$ , проходящей через центр масс перпендикулярно оси диска, с угловым ускорением, равным  $10 \text{ с}^{-2}$ , под действием сил  $T_1 = 200 \text{ Н}$  и  $T_2$  (см. рисунок задания 36). Определить величину силы  $T_2$ .

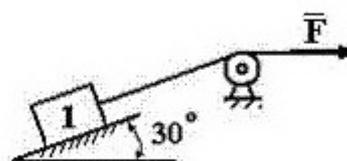
150      100      300      400

**41.** Тело массой  $m_1$  поднимается с постоянным ускорением  $a$  по наклонной гладкой плоскости. Полагая массу блока равной нулю, определить значение силы  $F$ .

$m_1(a + g\cos 30^\circ)$

$m_1(a - g\sin 30^\circ)$

$m_1(a + g\sin 30^\circ)$



42. Тело массой  $m_1$  опускается с постоянным ускорением  $a$  по наклонной гладкой плоскости. Полагая массу блока равной нулю, определить значение силы  $F$  (см. рисунок задания 40).

$$m_1(a + g\cos 30^\circ) \quad m_1(a - g\sin 30^\circ) \quad m_1(a + g\sin 30^\circ)$$

43. Тело массой  $m_1 = 3$  кг опускается с постоянной скоростью  $v = 2$  м/с по наклонной шероховатой плоскости с коэффициентом трения  $f = \frac{\sqrt{3}}{5}$ .

Полагая в расчётах  $g = 10$  м/с<sup>2</sup> и пренебрегая массой блока, определить значение силы  $F$  (см. рисунок задания 40).

$$21 \text{ Н} \quad 33 \text{ Н} \quad 15 \text{ Н} \quad 24 \text{ Н}$$

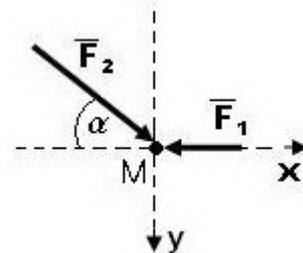
44. Тело массой  $m_1 = 3$  кг поднимается с постоянной скоростью  $v = 2$  м/с по наклонной шероховатой плоскости с коэффициентом трения  $f = \frac{\sqrt{3}}{5}$ .

Полагая в расчётах  $g = 10$  м/с<sup>2</sup> и пренебрегая массой блока, определить значение силы  $F$  (см. рисунок задания 40).

$$21 \text{ Н} \quad 33 \text{ Н} \quad 15 \text{ Н} \quad 24 \text{ Н}$$

45. Материальная точка  $M$  массой  $m = 5$  кг движется под действием сил  $F_1 = 3$  Н и  $F_2 = 6$  Н. Угол  $\alpha = 30^\circ$ . Проекция ускорения точки  $M$  на ось  $x$  равна:

- 0,44 м/с<sup>2</sup>
- 0,00 м/с<sup>2</sup>
- 0,85 м/с<sup>2</sup>
- 0,25 м/с<sup>2</sup>



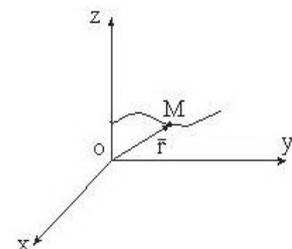
46. Материальная точка  $M$  массой  $m = 5$  кг движется под действием сил  $F_1 = 3$  Н и  $F_2 = 6$  Н. Угол  $\alpha = 30^\circ$  (см. рисунок задания 44). Проекция ускорения точки  $M$  на ось  $y$  равна:

$$1,03 \text{ м/с}^2 \quad 0,00 \text{ м/с}^2 \quad 0,60 \text{ м/с}^2 \quad 0,25 \text{ м/с}^2$$

47. Массивная точка  $M$  движется, подчиняясь закону движения  $\mathbf{r} = 3t\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ .

В момент времени  $t = 0$  с сила инерции будет направлена параллельно:

плоскости  $XoZ$ ; оси  $oY$ ; оси  $oX$ ; оси  $oZ$ ; равна нулю



48. Массивная точка  $M$  движется подчиняясь закону движения

$\mathbf{r} = 3t^2\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  (см. рисунок задания 46). В момент времени  $t = 0$  с сила инерции будет направлена параллельно:

плоскости  $XoZ$ ; оси  $oY$ ; оси  $oX$ ; оси  $oZ$ ; равна нулю.



Л.Т. Раевская  
Н.И. Чашин  
Е.В. Потапова

# КОМПЛЕКТ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

Екатеринбург  
2011