



С.А. Душинина  
Л.Т. Раевская  
Н.Е. Петряев

# ВИРТУАЛЬНЫЕ ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Екатеринбург  
2013

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВПО «Уральский государственный лесотехнический университет»

Кафедра сопротивления материалов и теоретической механики

С.А. Душина

Л.Т. Раевская

Н.Е. Петряев

# ВИРТУАЛЬНЫЕ ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Методические указания

для студентов очной и заочной форм обучения  
направлений 270800.62 «Строительство», 250400.62 «Технология  
лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств»,  
190600.62 «Эксплуатация транспортно-технологических машин  
и комплексов», 151000.62 «Технологические машины и оборудование»,  
190700 «Технология транспортных процессов»  
по дисциплине «Сопротивление материалов»

Екатеринбург

2013

# Электронный архив УГЛТУ

Печатается по рекомендации методической комиссии  
лесоинженерного факультета. Протокол № 82 от 24 октября 2012 г.

Рецензент – Э.Ф. Герц, профессор д-р техн. наук зав. кафедрой  
ТОЛП УГЛТУ

Редактор Ленская А.Л.  
Оператор компьютерной верстки Упорова Т.В.

---

Подписано в печать 6.03.2013		Поз. 8
Плоская печать	Формат 60×84 1/16	Тираж 10 экз.
Заказ №	Печ. л. 2,56	Цена р. к.

---

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ  
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ. УПРАВЛЕНИЕ ВИРТУАЛЬНОЙ ЛАБОРАТОРИЕЙ ....	4
1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ СЖАТОГО СТЕРЖНЯ .....	5
1.1. Теоретическое обоснование испытания на определение критической силы сжатого стержня .....	5
1.2. Материалы и оборудование.....	6
1.3. Порядок проведения работы .....	9
2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. ИСПЫТАНИЕ МАТЕРИАЛОВ НА СЖАТИЕ .....	13
2.1. Теоретическое обоснование испытания материалов на сжатие....	13
2.2. Оборудование и материалы .....	14
2.3. Порядок выполнения работы .....	16
3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. ИСПЫТАНИЕ ОБРАЗЦОВ ИЗ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА КРУЧЕНИЕ .....	19
3.1. Теоретическое обоснование испытания образцов из различных материалов на кручение .....	19
3.2. Оборудование и материалы .....	21
3.3. Последовательность действий .....	23
4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ БАЛКИ ПРИ ИЗГИБЕ .....	27
4.1. Теоретическое обоснование деформаций балок при изгибе .....	27
4.2. Инструменты для испытаний .....	29
4.3. Порядок выполнения работы .....	32
5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5. МЕХАНИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ УПРУГОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ И ЯВЛЕНИЕ РЕЗОНАНСА .....	34
5.1. Теоретические представления о механических колебаниях .....	34
5.2. Оборудование для испытаний .....	35
5.3. Порядок выполнения работы .....	38
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	42

## ПРЕДИСЛОВИЕ

### УПРАВЛЕНИЕ ВИРТУАЛЬНОЙ ЛАБОРАТОРИЕЙ

Для работы применяются следующие активные клавиши (рис. 1, 2):  
W, S, A, D – для перемещения в пространстве;  
F2, E – аналоги средней клавиши манипулятора (при первом нажатии берется объект, при последующем – ставится);  
F10 – выход из программы.



Рис. 1. Активные клавиши клавиатуры

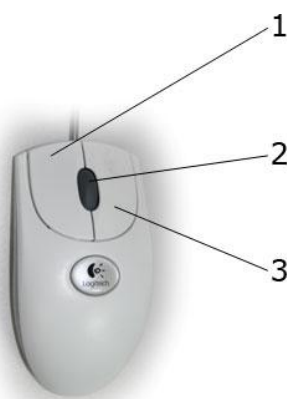


Рис. 2. Функции манипулятора – мыши

Левая клавиша мыши (1) – при нажатии и удерживании обрабатывается (поворачивается, переключается) тот или иной объект.

Средняя клавиша (2) – при первом нажатии (прокрутка не используется) берется объект, при последующем – ставится (прикрепляется).

Правая клавиша (3) – появляется курсор–указатель (при повторном – исчезает).

*Примечание.* При появившемся курсоре невозможно перевести взгляд вверх и в стороны.

## 1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ СЖАТОГО СТЕРЖНЯ

Цель работы – исследование явления потери устойчивости прямолинейной формы равновесия стержня при осевом сжатии.

Задачи:

- 1) воспроизвести простейшие случаи потери устойчивости прямолинейной формы равновесия стержня при сжатии;
- 2) проверить опытным путем формулу Эйлера для определения критической силы.

#### 1.1. Теоретическое обоснование испытания на определение критической силы сжатого стержня

У стержня, длина которого значительно больше поперечных размеров, при определенной величине сжимающей силы может произойти потеря устойчивости прямолинейной формы равновесия. Это явление называют продольным изгибом, а величину осевой силы, при которой сжатый стержень теряет прямолинейную форму равновесия, критической силой  $F_{кр}$ . Её можно определить по формуле Эйлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\mu \cdot l)^2}, \quad (1.1)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости для материала стержня;

$J_{\min}$  – минимальный осевой момент инерции поперечного сечения стержня;

$l$  – длина стержня;

$\mu$  – коэффициент приведения длины, который зависит от способов крепления концов стержня (рис. 1.1).

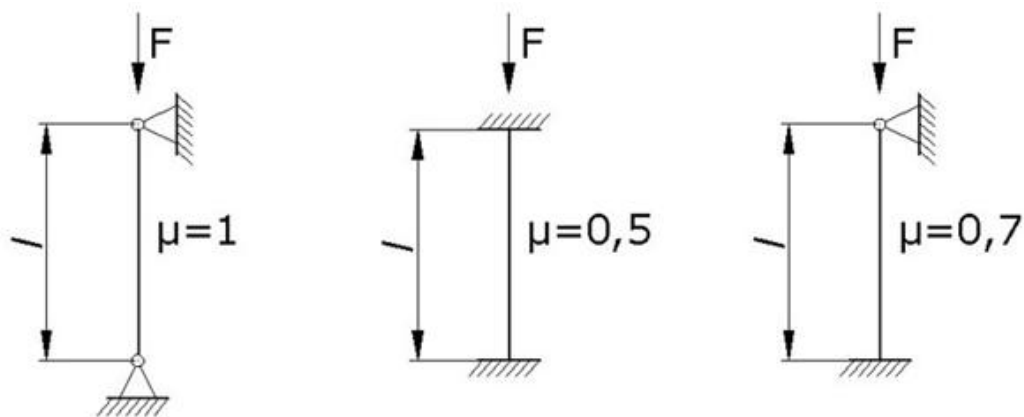


Рис. 1.1. Значения коэффициентов  $\mu$  для различных способов крепления стержня

Формула Эйлера применима лишь в том случае, если потеря устойчивости стержня будет происходить при напряжениях, меньших предела пропорциональности, т.е. для стержней, гибкость которых меньше предельной гибкости  $\lambda \geq \lambda_{nc}$ .

Гибкость стержня вычисляется по формуле

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}, \quad (1.2)$$

где  $i_{\min}$  – минимальный радиус инерции сечения стержня, вычисляемый по формуле

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}, \quad (1.3)$$

где  $J_{\min}$  – момент инерции поперечного сечения стержня, вычисленный относительно оси минимальной жесткости;

$A$  – площадь поперечного сечения.

Предельная гибкость зависит от упругих свойств материала и вычисляется по формуле

$$\lambda_{nc} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_{nc}}}, \quad (1.4)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости;

$\sigma_{nc}$  – предел пропорциональности материала стержня (для мягкой стали  $\lambda_{nc} = 100$ ).

При  $\lambda \leq \lambda_{nc}$  формула Эйлера неприменима, так как потеря устойчивости происходит при напряжениях, превосходящих предел пропорциональности.

Величина критической силы зависит не только от материала и размера стержня, но и от способа закрепления его концов. Поэтому в этой работе определение критической силы рекомендуется проводить при различных способах закрепления стержня.

## 1.2. Материалы и оборудование

Для проведения лабораторной работы необходимы:

- испытательная машина;
- штангенциркуль;
- образцы различных металлических материалов.

### Испытательная машина

Для проведения испытаний могут быть использованы специальные или универсальные испытательные машины. Рассмотрим устройство испытательной машины на примере УММ-5 (рис. 1.2, 1.3). Машина состоит

из следующих основных частей: остов, привод, механизм нагружения, силоизмеритель, устройство записи, ручной привод, захваты и электродвигатель.

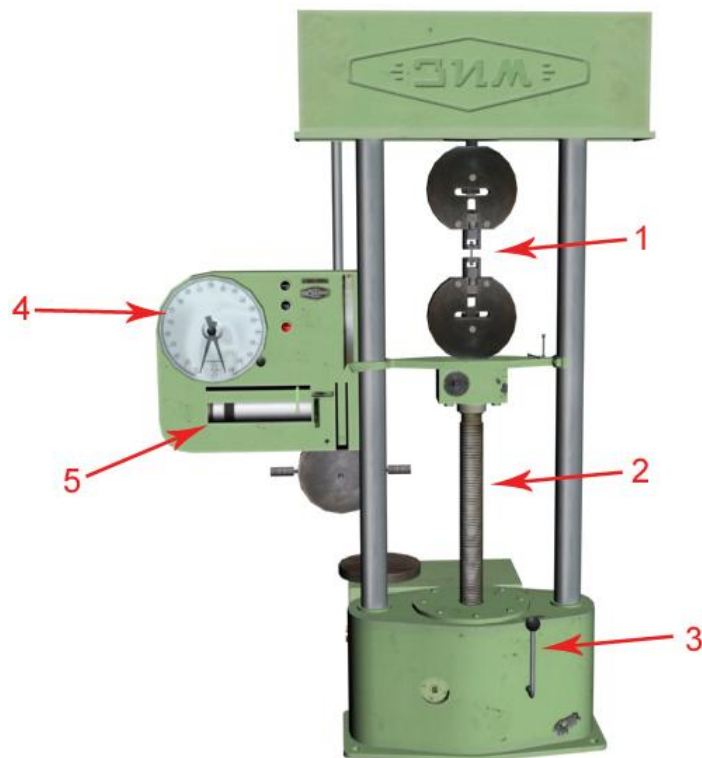


Рис. 1.2. Испытательная машина УММ-5:  
1 – место установки образца (кулачки); 2 – вращающийся винт;  
3 – рукоятка переключения передач (используется три передачи);  
4 – шкала динамометра; 5 – место выхода динамограмм

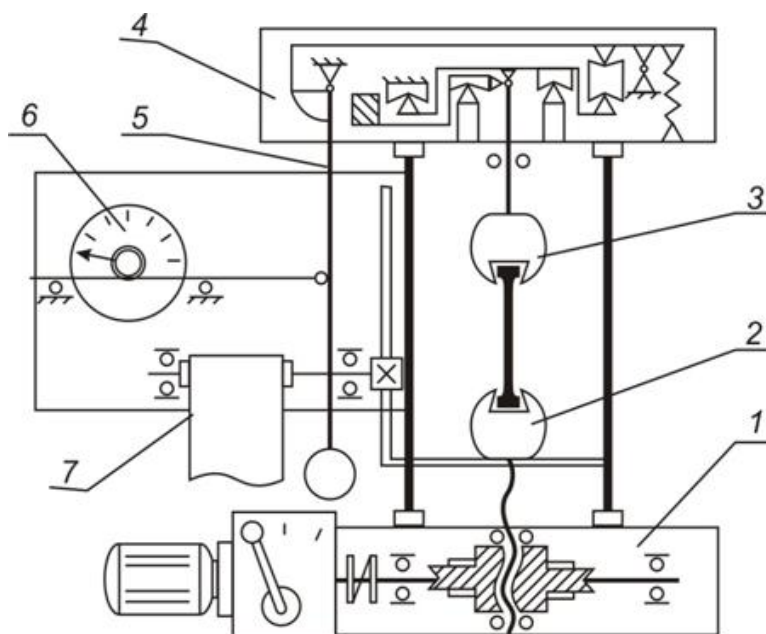


Рис. 1.3. Схема испытательной машины УММ-5



Машина УММ-5 имеет электромеханический привод (1) подвижного захвата (2), скорость перемещения которого может быть установлена с помощью рычага коробки скоростей. Машина УММ-5 предназначена для статических испытаний на растяжение, сжатие, изгиб. При наличии специального приспособления можно проводить испытание на срез.

С неподвижным захватом (3) связан рычажно-маятниковый силоизмеритель (4). Возрастание усилия в верхнем неподвижном захвате (3) вызывает соответствующее отклонение маятника (5), происходит уравнивание. Величина усилия показывается стрелкой на круговой шкале (6).

Машина имеет диаграммный аппарат (7), позволяющий записывать при испытании кривую деформации в координатах «сила – деформация» (рис. 1.4). Нагружающее устройство – электродвигатель. В машине предусмотрены три скорости перемещения нижнего захвата: 0, 4, 10 мм/мин.



Рис. 1.4. Круговая шкала и диаграммный аппарат

### Силовое измерительное устройство

Действующая на образец сила передается через рычажную систему на рычажно-маятниковый измеритель (см. рис. 1.3). Угол отклонения маятника пропорционален величине нагрузки. Силовое измерительное устройство имеет рабочую и контрольную стрелки. Отклонение маятника передается на рабочий механизм, который вращает стрелку круговой шкалы нагрузок.

### Электрооборудование

Электродвигатель включают реверсивным магнитным пускателем. Управляется он кнопочной станцией, установленной на левой колонне машины. Кнопочная станция имеет три кнопки, которые служат для включения электродвигателя при перемещении нижнего захвата.

### Способы крепления образца

К захватам машины (см. рис. 1.3) должны быть прикреплены специальные зажимы для крепления концов плоского стержня (рис. 1.5).

При отвинченных винтах концы образца могут свободно поворачиваться, опираясь на зажимы своими острыми ребрами. Это соответствует случаю шарнирного крепления ( $\mu=1$ ), длина стрежня измеряется от его конусов.

При завинченных винтах концы стержня не могут поворачиваться, что соответствует случаю жесткого закрепления обоих концов стержня ( $\mu=0,5$ ). В этом случае длина измеряется между осями винтов (как показано на рис. 1.5).

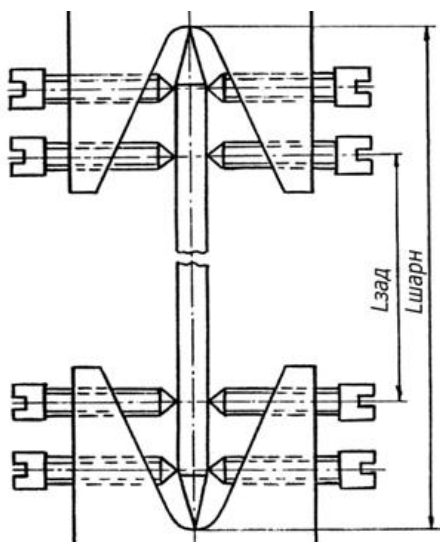


Рис. 1.5. Приспособления для закрепления концов стержня

Если жестко закреплен только один конец стержня, а другой может свободно поворачиваться ( $\mu=0,7$ ), то длина стержня измеряется от закрепленного конца до оси завинченного винта.

### 1.3. Порядок проведения работы

Порядок работы следующий (рис. 1.6–1.11).

1. Ознакомьтесь с устройством и работой установки.
2. Отметьте в журнале характер крепления верхнего и нижнего концов образца.
3. Возьмите образец со стола.



Рис. 1.6. Стол с образцами

4. Установите образец между кулачками.



Рис. 1.7. Установленный образец

5. Включите УММ-5 (кнопка внизу «красная» – включить, «белая» – выключить).

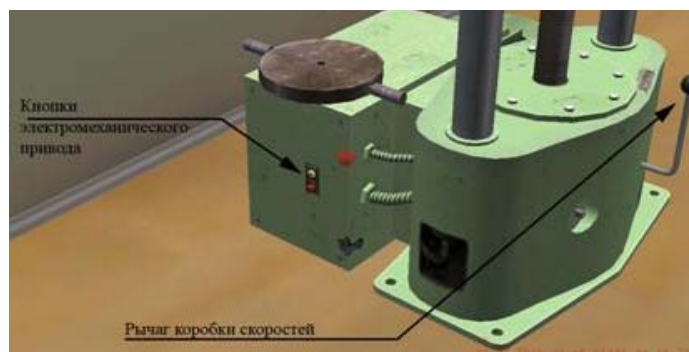


Рис. 1.8. Кнопки электромеханического привода и рычаг коробки скоростей

6. Установите передачу.

7. Нажмите кнопку «ВВЕРХ».



Рис. 1.9. Кнопки управления

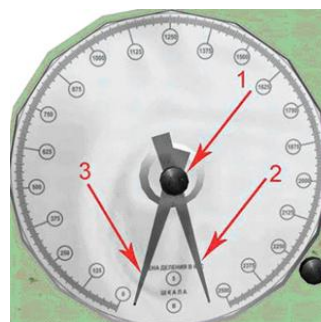


Рис. 1.10. Шкала динамографа:  
1 – рукоятка управления пассивной стрелкой; 2 – активная стрелка (связана с замером); 3 – пассивная стрелка

При сжатии шкала показывает данные. Во время работы из диаграммного аппарата «выезжает» лист с диаграммой (рис. 1.11).

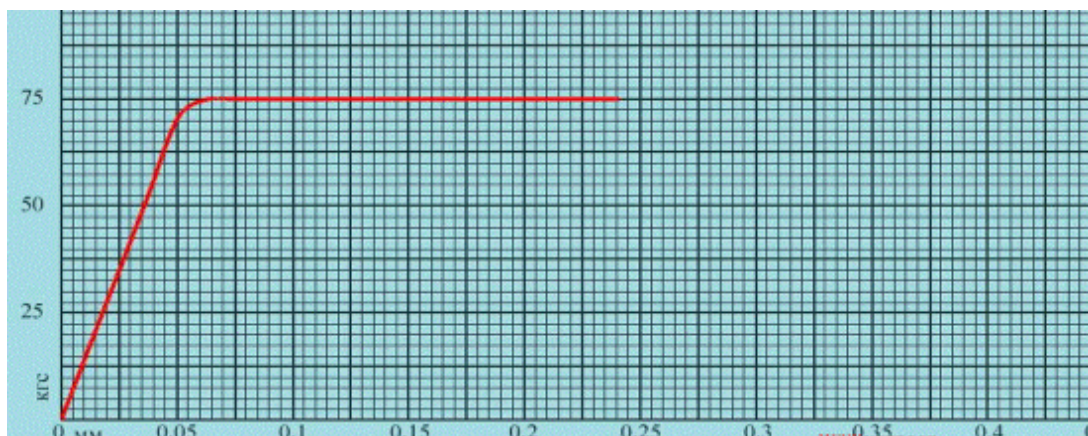


Рис. 1.11. Диаграмма сжатия одного из образцов

8. Во время нагружения внимательно наблюдайте за величиной нагрузки и поведением образца для того, чтобы зафиксировать критическую силу. Нагрузка вначале плавно возрастает, затем при достижении определенной величины нагрузки образец начинает изгибаться и рост нагрузки прекратится. Это значение нагрузки называется критическим ( $F_{кр}^{он}$ ). При дальнейшем перемещении подвижного захвата прогиб образца будет продолжаться, а нагрузка остается почти постоянной.

9. Машина выключится автоматически.

10. Снимите образец и положите его на стол.

11. Снимите динамограмму с УММ-5 и положите ее на стол. После того, как динамограмма оказалась на столе, имеется возможность растянуть ее на весь экран (щелчок на динамограмму растягивает ее на весь экран, повторный щелчок убирает ее обратно на стол).

12. Согнутый образец положите на место.

13. Далее немного (10 см) опустите нижний кулачок (кнопка «ВНИЗ»), затем поднимайте (кнопка «ВВЕРХ») до автоматически закрепленного положения, чтобы поместить новый образец.

Пассивную стрелку (см. рис. 1.10,3) динамографа установите в нулевое положение. Управление пассивной стрелкой происходит от рукоятки посередине шкалы (вращая рукоятку, можно вращать стрелку).

14. Можно проводить дальнейшие испытания. Измерения повторите три раза для каждого случая крепления образца, чтобы определить среднее значение критической силы.

15. Вычислите гибкость стержня по формуле (1.2). Убедитесь в применимости формулы Эйлера (гибкость испытуемого образца должна быть больше предельной гибкости).

16. Вычислите критическую силу по найденному значению гибкости по формуле (1.1).

17. Сравните величину критической силы, полученную опытным путем ( $F_{кр}^{on}$ ), с вычисленной по формуле Эйлера ( $F_{кр}^{расч}$ ). Определите процент расхождения:

$$\Delta = \frac{F_{кр}^{on} - F_{кр}^{расч}}{F_{кр}^{on}} 100\%. \quad (1.5)$$

Расхождения определяются по отношению к теоретическим величинам.

18. Оформите отчет о работе в журнале.

### Отчет

Отчет по выполненной работе должен содержать:

- 1) формулировку цели и задач работы;
- 2) описание приборов, оборудования и обеспечения;
- 3) индивидуальное задание на работу (материал образца, его эскиз и размеры);
- 4) значения напряжений, полученных опытным путем;
- 5) график: усилия от величины образца;
- 6) вычисление основных механических характеристик;
- 7) выводы.

### Контрольные вопросы

1. Что такое продольный изгиб?
2. Какую величину сжимающей силы называют критической?
3. По какой формуле можно определять величину критической силы?
4. Укажите область применения формулы Эйлера.
5. Как влияет характер закрепления концов стержня на величину критической силы?
6. Какая форма бруса устойчива, если величина сжимающей силы становится больше критической?
7. Как при испытании сжатого стержня выяснить, устойчива ли его прямолинейная форма равновесия?
8. Укажите формулу для вычисления гибкости стержня.
9. Что называется предельной гибкостью стержня?
10. Какие характеристики материала необходимо знать для вычисления предельной гибкости стержня?
11. примет ли прямолинейную форму стержень после разгрузки, гибкость которого больше предельной, если он был подвергнут испытанию нагрузкой, равной критической силе?

12. Какое практическое значение имеет определение критической силы сжатых стержней?

13. Зависит ли величина критической силы от упругих свойств материала стержня?

14. Во сколько раз изменится величина критической силы, если при испытании заменить шарнирные опоры стержня на опоры с жестким заземлением?

## 2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

### ИСПЫТАНИЕ МАТЕРИАЛОВ НА СЖАТИЕ

Цель работы – определение экспериментальным путем основных механических характеристик различных материалов.

Задачи:

- определить ударную вязкость материала при сжатии;
- определить предел прочности.

#### 2.1. Теоретическое обоснование испытания материалов на сжатие

При испытании на сжатие пластических материалов (мягкой стали, меди и др.) из-за сильной деформации (сплющивания) удастся определить лишь предел текучести; практически они не могут быть разрушены, поэтому для пластических материалов не существует предела прочности при сжатии (рис. 2.1). Хрупкие материалы (чугун, камень, бетон и др.) разрушаются при сжатии, выдерживая при этом значительно большее напряжение, чем при растяжении (рис. 2.2). Для этих материалов предел прочности при испытании на сжатие имеет большое практическое значение, так как обычно детали из хрупких материалов в реальных конструкциях работают на сжатие.



Рис. 2.1. Деформация стального образца при сжатии

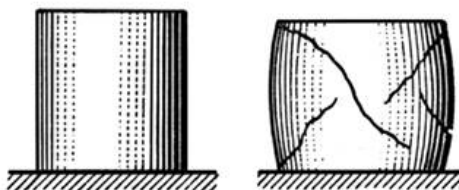


Рис. 2.2. Деформация чугунного образца при сжатии

Испытания деревянных образцов представляют собой интерес вследствие того, что прочность этого материала, имеющего волокнистую структуру, неодинакова вдоль и поперек волокон (анизотропный материал).

Для испытаний применяют деревянные кубики. Прочность дерева на сжатие вдоль волокон обычно в 8–10 раз больше, чем поперек волокон.

Образцы до и после сжатия выглядят следующим образом (рис. 2.3, 2.4).

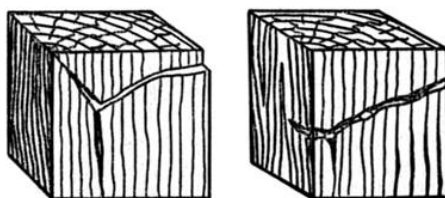


Рис. 2.3. Деревянные образцы, разрушенные при сжатии волокон

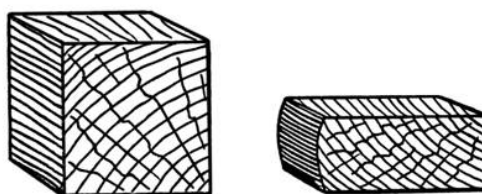


Рис. 2.4. Деревянный образец до и после сжатия поперек волокон

## 2.2. Оборудование и материалы

### Пресс гидравлический (ПСУ-10)

Гидравлический пресс ПСУ-10 предназначен для испытания стандартных образцов строительных материалов на сжатие, а также поперечного изгиба кирпича согласно ГОСТ 530-54 на ПСУ-10.

По конструкции силового устройства пресс относится к типу гидравлических и включает в себя три отдельных агрегата: собственно пресс (рис. 2.5), пульт управления (рис. 2.6), силоизмеритель СИ-2 (рис. 2.7).

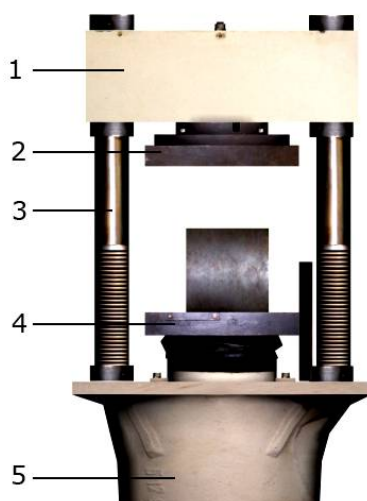


Рис. 2.5. Общий вид гидравлического пресса ПСУ-10

Собственно пресс представляет собой неподвижную раму, состоящую из станины (5) и поперечины (1), соединенных между собой двумя колоннами (3). В центральном гнезде поперечины смонтирована винтовая пара, на которую закреплена плита опорная верхняя (2).

В центральной части станины расположен рабочий цилиндр пресса, в котором помещается плунжер. К плунжеру прикреплена плита нижняя (4). Под действием давления масла в цилиндре плунжер перемещается вверх. Максимальное передвижение его вверх должно быть в пределах 50 мм. Подвижные части машины опускаются вниз под действием собственного веса.

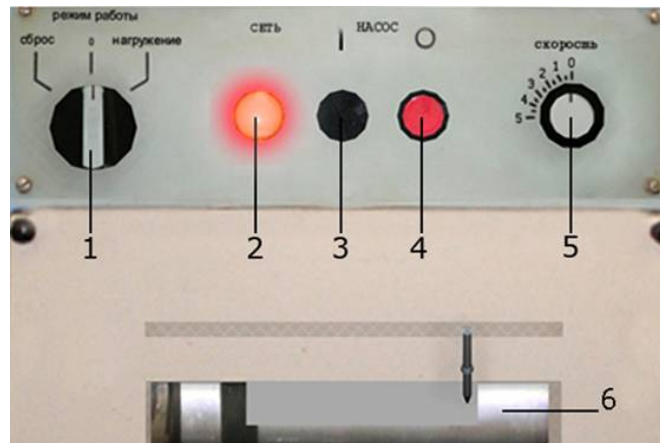


Рис. 2.6. Панель управления прессом

На пульте управления прессом расположены следующие элементы: (1) – переключатель режимов работы пресса, где «0» – нерабочее состояние, «СБРОС» – состояние сброса нагрузки пресса и возврата нижней плиты в нижнее положение, «НАГРУЖЕНИЕ» – состояние нагрузки пресса (нижняя плита перемещается вверх); (2) – лампочка индикации сети; (3) – кнопка включения насоса, подающего жидкость в гидроцилиндр пресса; (4) – кнопка выключения насоса; (5) – переключатель скорости нагружения пресса; (6) – динамограф.

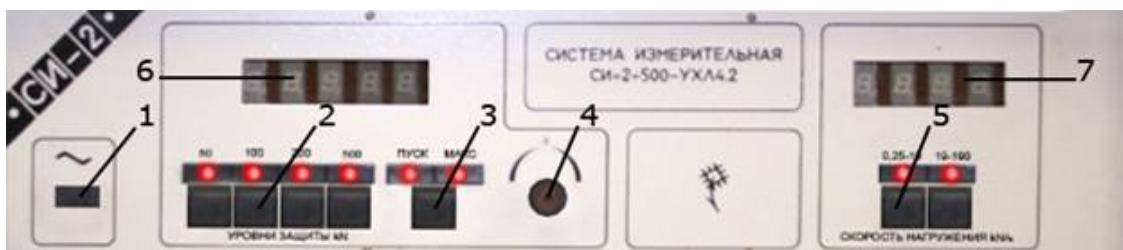


Рис. 2.7. Панель силоизмерителя СИ-2

Силоизмеритель предназначен для отображения нагрузки и скорости нагружения пресса. На пульте силоизмерителя СИ-2 расположены следующие элементы: (1) – кнопка включения прибора (вкл/выкл); (2) – кнопки



включения уровня защиты напряжения. Включение уровня защиты напряжения обеспечивает автоматическое выключение пресса при достижении напряжения, выше указанного; (3) – кнопка режимов отображения напряжения. При включении режима I загорится индикатор «ПУСК» и числовое табло (6) будет отображать напряжение пресса в реальном времени. При включении режима II загорится индикатор «МАКС» и числовое табло (6) будет отображать последнее максимальное напряжение пресса; (4) – ручка ручной настройки СИ-2; (5) – кнопки включения уровней защиты скорости нагружения. Включение уровня защиты скорости нагружения обеспечивает автоматическое выключение пресса при скорости нагружения, выше указанной.

Пресс гидравлический предназначен для статических испытаний образцов строительных материалов на сжатие. Техническая характеристика ПСУ-10 приведена в таблице.

Техническая характеристика ПСУ-10

Параметры	Показатели
Точность измерений, %	±2
Предельная нагрузка, тонны	10
Скорость движения поршня рабочего цилиндра, мм/мин	20
Наибольший допустимый подъем поршня, мм	50
Мощность электродвигателя, кВт	1
Габаритные размеры, мм	362×200×970
Масса, кг	342

### 2.3. Порядок выполнения работы

Последовательность действий следующая.

1. Возьмем образец со стола (рис. 2.8).
2. Установим образец между плитами (см. рис. 2.5).

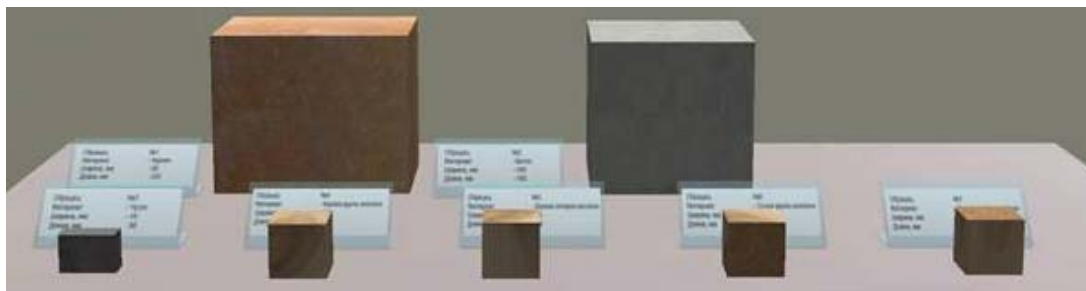


Рис. 2.8. Стол с образцами

3. С помощью тумблера сети (рис. 2.9) включим пресс в сеть. Загорится лампочка «СЕТЬ» на пульте управления прессом.



Рис. 2.9. Тумблер включения сети

4. Установим режим работы на пульте управления «НАГРУЖЕНИЕ», что будет соответствовать ходу пресса вверх. Режим «0» – работа вхолостую, и передвижения пресса не будет. Режим «СБРОС» используется при разгрузке образца (обратный ход плиты пресса).

5. Включим прибор СИ-2 (см. рис. 2.7).

6. На СИ-2 с помощью кнопок выставим уровень защиты (см. рис. 2.7). Уровень защиты выставляется в кН. Если уровень защиты ниже усилия пресса, то пресс автоматически выключается. Если такое произошло, то для включения пресса нажать на кнопку «НАСОС».

7. На СИ-2 выставим скорость нагружения – разница между нагрузкой в данный момент и предыдущей. Если скорость нагружения больше установленной, то пресс автоматически выключается.

8. При включении СИ-2 горит лампочка «ПУСК», что соответствует отображению данных в реальном времени. При нажатии на кнопку (см. рис. 2.7) произойдет переключение режимов отображения – загорится лампочка «МАКС» и на панели (6) будет отображаться последнее максимальное значение напряжения. При повторном нажатии на кнопку режим вернется в «ПУСК» (режим реального времени).

9. Установим скорость нагружения прессом (от 0 до 5 передач). Нажмем кнопку «НАСОС». Нижняя плита пресса начнет подниматься. Доведя образец до верхней плиты, пресс начнет раздавливать образец. Из отверстия динамографа начнет выходить диаграмма, и на шкалах СИ-2 появятся данные испытания.

10. По завершении опыта пресс автоматически выключится, СИ-2 продолжает работать.

11. Установим режим работы на «СБРОС». Дождемся, пока нижняя плита придет в исходное положение, образец можно извлекать. Положим его на стол.

12. Снимем диаграмму и положим ее на стол (рис. 2.10). После того как динамограмма оказалась на столе, имеется возможность посмотреть ее (щелчок на диаграмму поднимает ее перпендикулярно перед пользователем, повторный щелчок убирает ее обратно на стол).

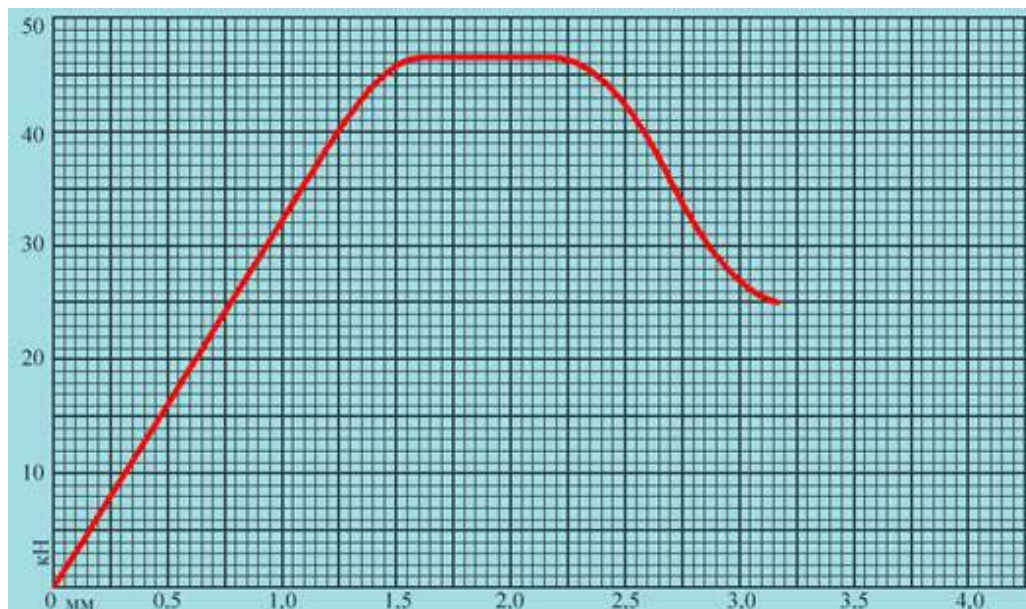


Рис. 2.10. Пример диаграммы

13. Возьмем новый образец и проводим испытания дальше.

14. Вычислим предел прочности дерева вдоль волокон по формуле

$$\sigma_{пр} = \frac{F_{\max}}{A_0},$$

где  $F_{\max}$  – наибольшая нагрузка, предшествующая разрушению образца;  
 $A_0$  – площадь поперечного сечения образца до начала испытания.

### Отчёт

Отчет по выполненной работе должен содержать:

- 1) цель и задачи работы;
- 2) приборы, оборудование и обеспечение;
- 3) индивидуальное задание на работу (материал образца, его эскиз и размеры);
- 4) значения максимальных напряжений;
- 5) графики усилий и напряжений;
- 6) вычисление основных механических характеристик;
- 7) выводы (составляются соответственно цели).

### Контрольные вопросы

1. Какие механические характеристики можно определить при испытании пластичных материалов на сжатие?
2. Какие механические характеристики можно определить при испытании хрупких материалов на сжатие?
3. Для каких материалов испытание на сжатие имеет большое практическое значение?
4. Чем объясняется разрушение чугуновых образцов по плоскости, проходящей под углом  $45^\circ$  к оси образца?
5. В каком направлении дерево прочнее при сжатии?
6. Можно ли довести до разрушения деревянный образец нагрузкой, направленной поперек волокон?

### 3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

#### ИСПЫТАНИЕ ОБРАЗЦОВ ИЗ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА КРУЧЕНИЕ

Цель работы – определение предела прочности при кручении и исследование характера разрушения образца.

Задачи:

- 1) вычислить условный предел прочности при кручении;
- 2) построить диаграммы кручения образцов;
- 3) по характеру поломки образца определить причину разрушения (имел ли место при разрушении сдвиг или отрыв материала), т.е. выявить, какие напряжения для данного материала опасны.

#### 3.1. Теоретическое обоснование испытания образцов из различных материалов на кручение

При кручении бруса круглого поперечного сечения в плоскостях, перпендикулярных к его продольной оси, и в плоскостях, совпадающих с этой осью, возникают только касательные напряжения, в плоскостях, расположенных под углом  $45^\circ$  к оси бруса, – только нормальные напряжения (главные). Напряженное состояние во всех точках – чистый сдвиг. Нормальные и касательные напряжения по величине равны между собой, поэтому разрушение образца при кручении может произойти от сдвига или отрыва. Так как сопротивление сдвигу или отрыву у различных материалов неодинаково, разрушение образцов при испытании на кручение будет происходить различно (рис. 3.1).

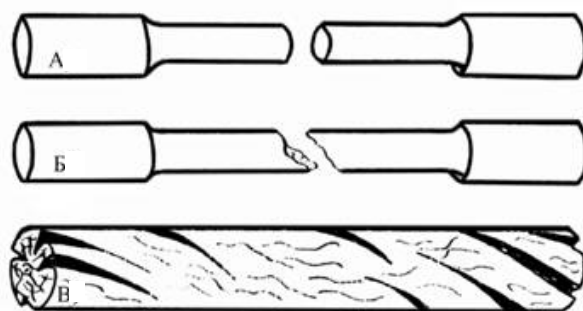


Рис. 3.1. Характер разрушения образцов при кручении:

А – разрушение стального образца, вызванное сдвигом по поперечному сечению образца; Б – разрушение чугунного образца от отрыва по винтовой поверхности с углом наклона  $45^\circ$  к оси образца; В – разрушение деревянного образца, вызванное сдвигом в продольном осевом сечении

Диаграмма зависимости угла закручивания  $\varphi$  от крутящего момента  $M_k$  наглядно отражает процесс деформации образца при кручении. Сначала деформация (угол закручивания) увеличивается пропорционально нагрузке (крутящему моменту), и на диаграмме – прямая (закон Гука) (рис. 3.2, а); затем деформация растет значительно быстрее нагрузки, и на диаграмме появляется криволинейный участок. Диаграмма обрывается при наибольшем значении крутящего момента, соответствующего разрушению образца.

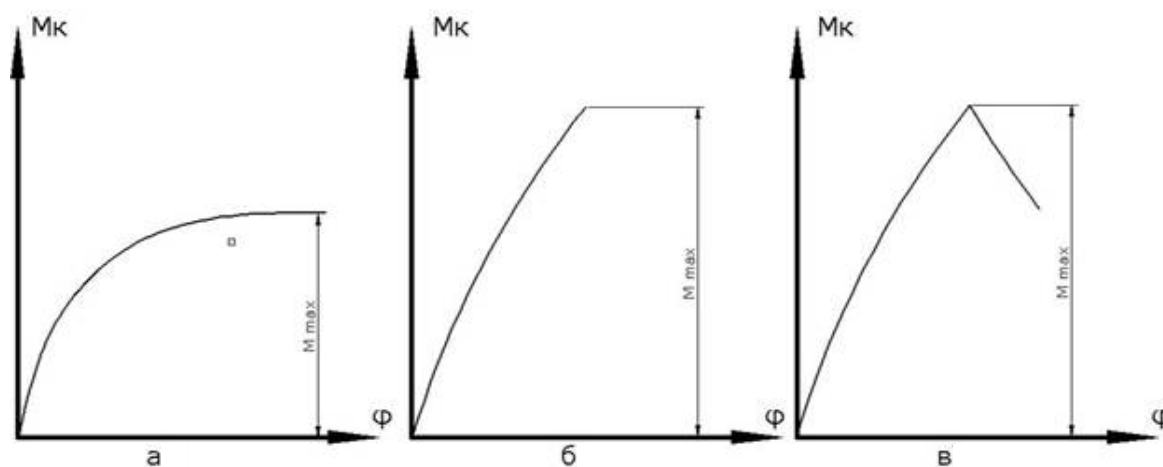


Рис. 3.2. Диаграмма кручения образцов:  
а – стального; б – чугунного; в – деревянного

Разрушение чугунного образца происходит внезапно по наклонному сечению. Зернистый характер излома является следствием разрушения от отрыва. На диаграмме кручения чугунного образца (рис. 3.2, б) видно, что чугун не совсем строго подчиняется закону Гука (кривая имеет несколько выпуклый характер) и не получает при разрушении от кручения значительных остаточных деформаций.

На диаграмме кручения деревянного образца (рис. 3.2, в) вначале момент возрастает пропорционально углу закручивания, затем после достижения максимальной величины начинает заметно уменьшаться вследствие образования в образце продольной трещины.

## 3.2. Оборудование и материалы

Испытание на кручение проводят на специальной машине КМ-50-1. Испытательная машина (рис. 3.3) предназначена для испытания образцов из металлов на кручение с наибольшим крутящим моментом 50 кгс·м, в соответствии с методами, указанными в ГОСТ 3565-58.

Разрешается также проводить на машине испытания образцов из других материалов.

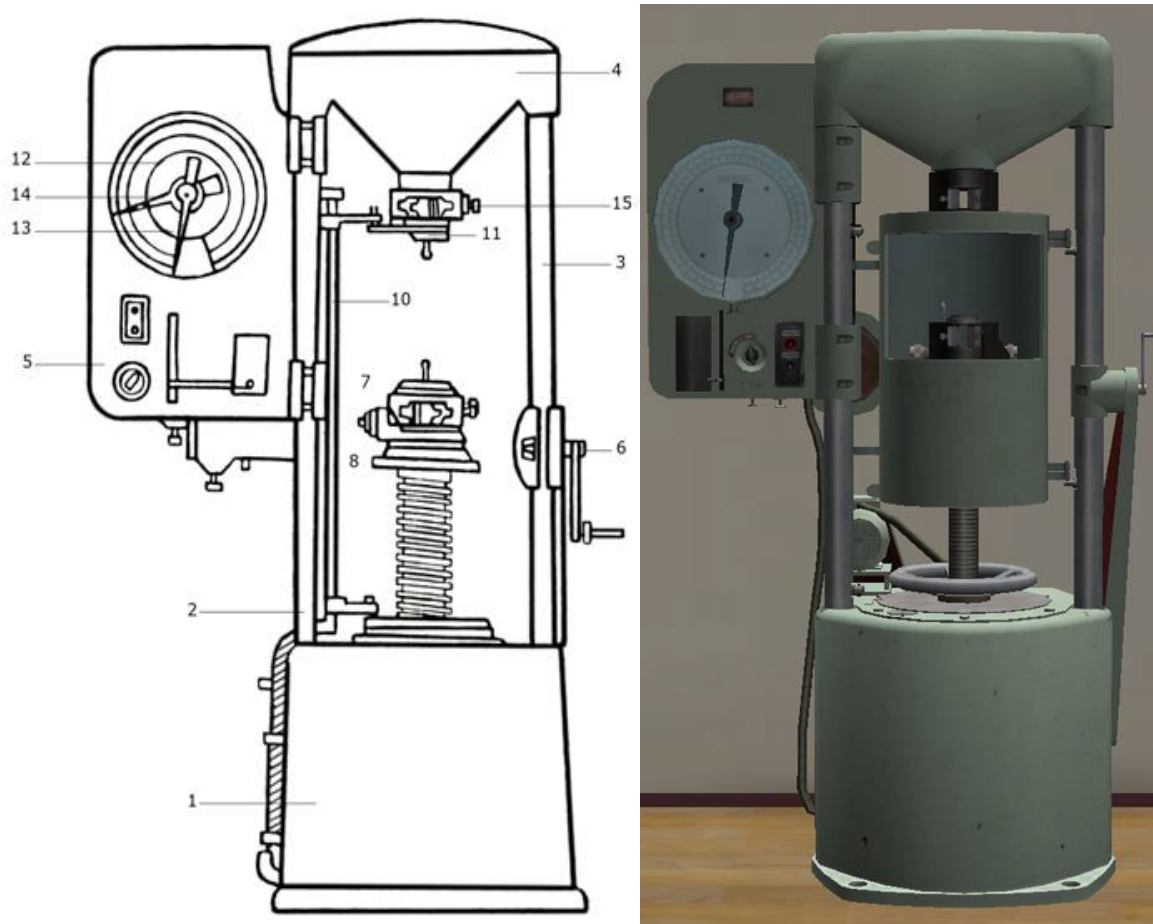


Рис. 3.3. Схема и общий вид машины КМ-50-1

Машина состоит из следующих частей: остов, привод, механизм нагружения, моментоизмеритель, устройство записи, ручной привод, захваты и электроаппаратура.

Остов представляет собой замкнутую раму, основание которой – чугунный корпус привода (1), боковые стороны – две стальные цилиндрические колонны (2) и (3), нижние концы их закреплены в корпусе привода, а верхние закреплены чугунным корпусом механизма нагружения (4). На левой колонне укреплен корпус моментоизмерителя (5). На остове размещаются все узлы и детали машины.

При работе электродвигателя в зависимости от установки переключателей скоростей активный захват совершает 1 или 0,3 оборота в минуту. При работе ручным приводом (6) переключатель скоростей должен быть установлен в нейтральное положение, чтобы зубчатые передачи не работали, т.е. против отметки “0”.

Для закрепления образцов различной длины нижний активный захват может устанавливаться на различной высоте маховиком (8). Нижний захват расположен в ходовом винте на направляющих, выполненных внутри шариковых обойм, которые обеспечивают осевое давление захвата во время испытания образцов.

Угол образования описывается по шкале (9), установленной на ходовом винте. В шкале 360 делений, цена каждого из них соответствует углу закручивания в  $1^\circ$ . Целые обороты ходового вала фиксирует специальный счетчик с пределом измерения в 10 оборотов. Показания по шкале углов закручивания соответствуют относительному повороту захвата машины, так как поправка на поворот верхнего захвата вносится автоматически корректирующим приспособлением (10). Верхнюю направляющую корректирующего устройства перед испытанием образца необходимо подводить рукой до соприкосновения с верхним захватом (11).

Необходимо иметь в виду, что из-за инерционного пробега вала нижнего захвата после выключения механического привода в момент разрушения образца углы закручивания следует отсчитывать по шкале, если они не менее  $200^\circ$ . Точно отсчитывать каждые углы можно лишь при нагружении образца ручным приводом.

Для создания уравновешивающего момента привода служит механизм нагружения, в нижней части которого установлен верхний захват (11). Уравновешивающий момент создается с помощью сектора, связанного гибкой связью с маятником, который имеет съемные грузы, которые устанавливаются в зависимости от применяемой при испытании шкалы моментоизмерителя.

Моментоизмеритель предназначен для отсчета по шкале моментов (12) с помощью рабочей (13) и контрольной (14) стрелок момента, приложенного к образцу. Конструкция моментоизмерителя рассчитана так, что величина момента, приложенного к образцу, прямо пропорциональна углу отклонения рабочей стрелки по круговой шкале. Стрелка по круговой шкале показывает непосредственно действующий на образец момент.

Для закрепления образцов, испытываемых на кручение, машина имеет клиновые захваты. Верхний захват (11) установлен в шпинделе головки нагружения, нижний захват (7) – в ходовом винте. Клиновые захваты снабжены постоянными вкладышами, которые перемещаются пружиной, поджимаемой рукояткой. Вкладыши захватов снабжены комплектом сменных термически обработанных губок, рассчитанных на закрепление образцов различной толщины и диаметра. Для удобства заправки и снятия образцов в захватах сделаны прорезы. Верхний захват имеет фиксатор (15), удерживающий губки раскрытыми.

### 3.3. Последовательность действий

1. Возьмите образец со стола (рис. 3.4, 3.5).

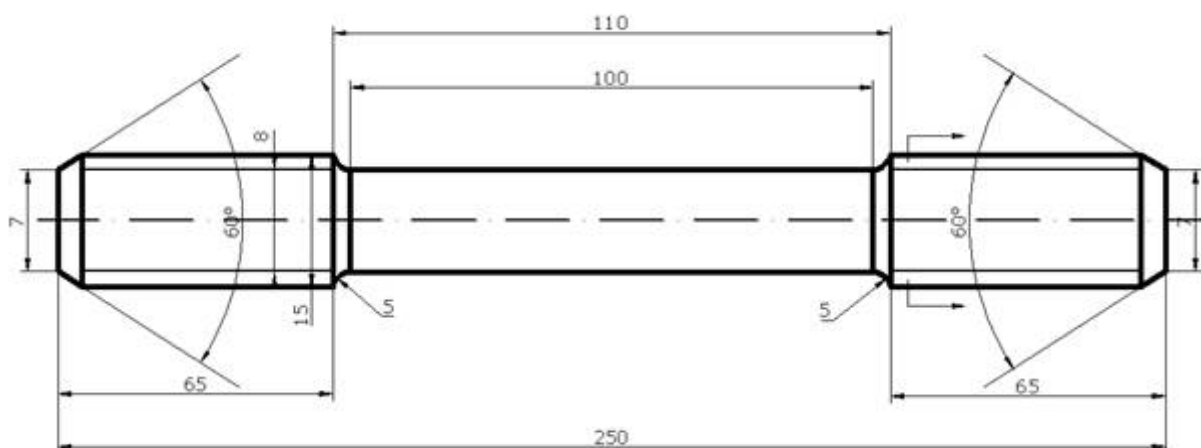


Рис. 3.4. Эскиз образца круглого сечения (сталь, чугун, дерево)



Рис. 3.5. Столы с образцами

2. Установите образец в испытательную машину. Возьмите образец в руки, приложите его к любому кулачку КМ-50-1, образец должен исчезнуть. Далее (рис. 3.6) нужно ручку захвата (1) повернуть по часовой стрелке на  $30^\circ$ , при этом вращении плашка (2) будет совершать движение от вас, а плашка (3) – движение к вам. В результате этого движения расстояние между плашками (2) и (3) несколько увеличится. В таком положении захваты между кулачками появляется образец, и ручка (1) совершает движение против часовой стрелки. Плашки сходятся и образец зажимается.



3. Нажмите кнопку «ПУСК» (рис. 3.7, 1). Образец начнет закручиваться. На шкале (3) отобразится напряжение.

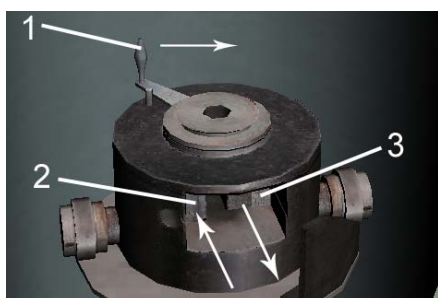


Рис. 3.6. Работа захвата

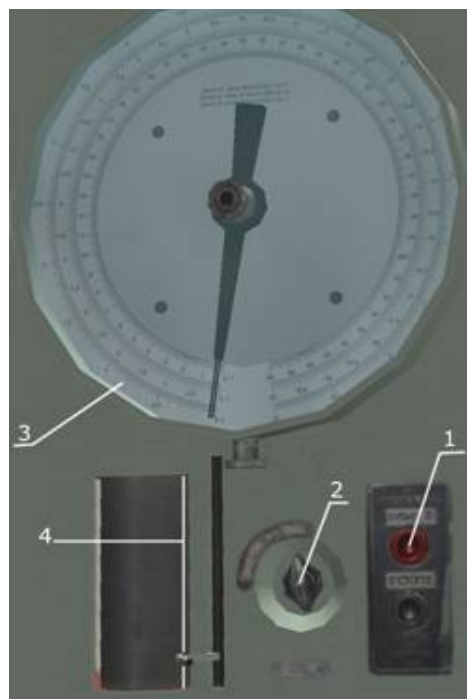


Рис. 3.7. Пульт управления и индикаторные приборы

4. Одна стрелка на шкале связана с процессом и показывает данные процесса, а вторая стрелка приводится в движение первой. Смысл второй стрелки – показать максимальное зафиксированное значение, то есть когда первая шкала укажет максимум, а потом пойдет на понижение, вторая шкала останется на максимуме. Ручное управление второй стрелкой осуществляется с помощью рукоятки в центре. Из отверстия динамографа начнет выходить диаграмма (рис. 3.8).

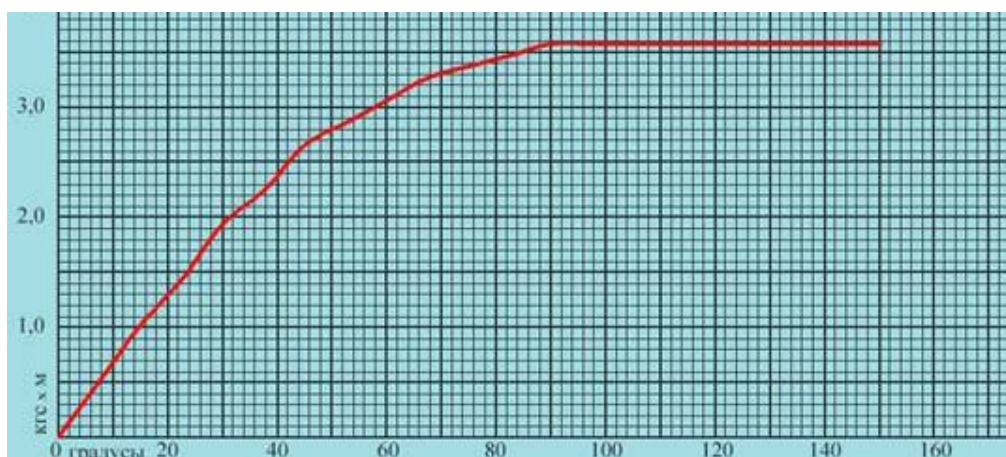


Рис. 3.8. Пример диаграммы зависимости угла закручивания от прилагаемого момента

На рис. 3.9 серая подложка является шкалой, отображающей угол закручивания. Шкала по кругу проградуирована от 0 до 360°. Белый квадратик – стрелка, показывающая угол. Стрелка неподвижна, вращается диск со шкалой. Изначально диск ориентирован на 0. Эту шкалу можно вращать до проведения опыта, пока кнопка «ПУСК» не была нажата. Вращать ее пользователю нужно только для установки на 0. Если перед опытом (вторым или третьим) ноль не выставлен, то угол закручивания суммируется с предыдущим.

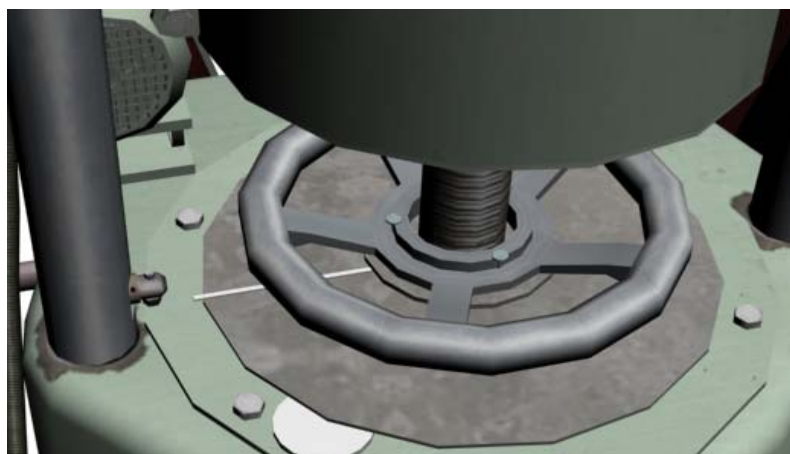


Рис. 3.9. Шкала угла поворота

Маленький белый цилиндр – шкала счетчика полных оборотов, от 0 до 10°. Шкалу также можно вращать только не во время проведения опыта, не установленная на ноль шкала суммирует предыдущий опыт с проводящимся.

5. После проведения опыта образец разрывается. КМ-50-1 автоматически выключается. Необходимо извлечь сломанный образец (можно положить его на стол).

6. Необходимо извлечь диаграмму процесса. Диаграмму можно положить на стол и увеличить (клик левой клавишей мыши).

7. Установите шкалы и пассивную стрелку на ноль.

8. По соответствующим шкалам последовательно зафиксируйте угол закручивания  $j$  и соответствующее ему значение крутящего момента вплоть до разрушения образца.

9. По полученным значениям изобразите диаграмму кручения образца.

10. Вычислите условный предел прочности при кручении для чугунового и деревянного образцов:

$$\tau_B = \frac{M_{MAX}}{W_P}, \quad (3.1)$$

где  $\tau_B$  – предел прочности при кручении;

$M_{MAX}$  – разрушающий момент;

$W_P$  – полярный момент сопротивления, вычисленный по диаметру образца до испытания по формуле

$$W_P = \frac{\pi \cdot d^3}{16}. \quad (3.2)$$

Для стального образца применяется следующая формула:

$$\tau_B = \frac{M_{MAX}}{W_{ПЛ}}, \quad (3.3)$$

где  $W_{ПЛ}$  – пластический момент сопротивления, вычисляемый по формуле

$$W_{ПЛ} = \frac{\pi \cdot d^3}{12}. \quad (3.4)$$

Для стального образца используется формула (3.3), потому что этот вид образца разрушается при получении больших пластических деформаций.

А так как

$$\frac{\pi \cdot d^3}{12} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{16} \Rightarrow W_{ПЛ} \Rightarrow \frac{4}{3} W_P,$$

то для стального образца можно использовать формулу

$$\tau_B = \frac{3}{4} \frac{M_{MAX}}{W_P}. \quad (3.5)$$

11. По величине угла закручивания, при котором произошло разрушение образца, определите пластичность материала.

12. Оформите отчет по лабораторной работе.

### Отчет

1. Цель и задачи работы.
2. Приборы, оборудование и обеспечение.
3. График зависимости угла закручивания  $\varphi$  от крутящего момента  $M$ .
4. Вычисление основных механических характеристик.
5. Выводы.

### Контрольные вопросы

1. Какие напряжения возникают в точках образца при кручении: в плоскостях, перпендикулярных к оси, и в плоскостях, расположенных под углом  $45^\circ$  к оси стержня?
2. Как по характеру разрушения образца определить, какой вид напряжений наиболее опасен для данного материала?
3. Что можно сказать о свойствах материала, если разрушение образца произошло по плоскости, расположенной под углом  $45^\circ$  к его оси?
4. Какие образцы называются нормальными?
5. Чем отличаются нормальные участки диаграмм кручения чугунного и стального образцов?

6. Какой вид имеют поверхности излома чугунного и стального образцов?

7. Чем отличаются формулы для подсчета условного предела прочности при кручении для образцов из пластичных и хрупких материалов?

8. При испытании было установлено, что один образец разрушается при угле закручивания  $60^\circ$ , а другой – при угле  $500^\circ$ . Сравните пластичность испытываемых материалов.

#### 4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

##### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ БАЛКИ ПРИ ИЗГИБЕ

Цель работы – усвоение основы инженерных методов определения линейных и угловых перемещений в произвольных сечениях балки.

Задача – проверка формул сопротивления материалов (интеграл Мора) экспериментальным методом и оценка погрешности.

##### 4.1. Теоретическое обоснование деформаций балок при изгибе

Рассмотрим общий метод определения перемещения, пригодный для любой линейно-деформируемой системы, при любой нагрузке. Этот метод предложен выдающимся немецким ученым О. Мором.

Согласно методу Мора для определения линейного или углового перемещения сечения необходимо воспользоваться интегралом Мора в виде:

$$\Delta = \sum_n \int_0^l \frac{M_1 \cdot M_F \cdot dz}{EJ}, \quad (4.1)$$

где  $EJ$  – жесткость участка балки;

$M_1$  – выражение для изгибающего момента для произвольного участка от единичной нагрузки, приложенной к сечению, где определяется перемещение;

$M_F$  – выражение для изгибающего момента от заданной внешней нагрузки для того же произвольного участка.

Интеграл записывается для каждого участка балки.

В качестве примера рассмотрим балку с консолями постоянной жесткости  $EJ$  и лежащую на двух опорах (рис. 4.1). Загрузим её на консоли в точке 4 силой  $F$  и поставим перед собой задачу методом Мора определить перемещение сечений в точках 2, 4 и угол поворота сечения на левой опоре в точке 1.

Определим из уравнений равновесия балки реакции в опорах 1, 3:

$$\sum M_1 = B \cdot 2 \cdot l - F \cdot 3 \cdot l = 0, B = 1,5 \cdot F; \quad (4.2)$$

$$\sum M_3 = A \cdot 2 \cdot l - F \cdot l = 0, A = 0,5 \cdot F. \quad (4.3)$$

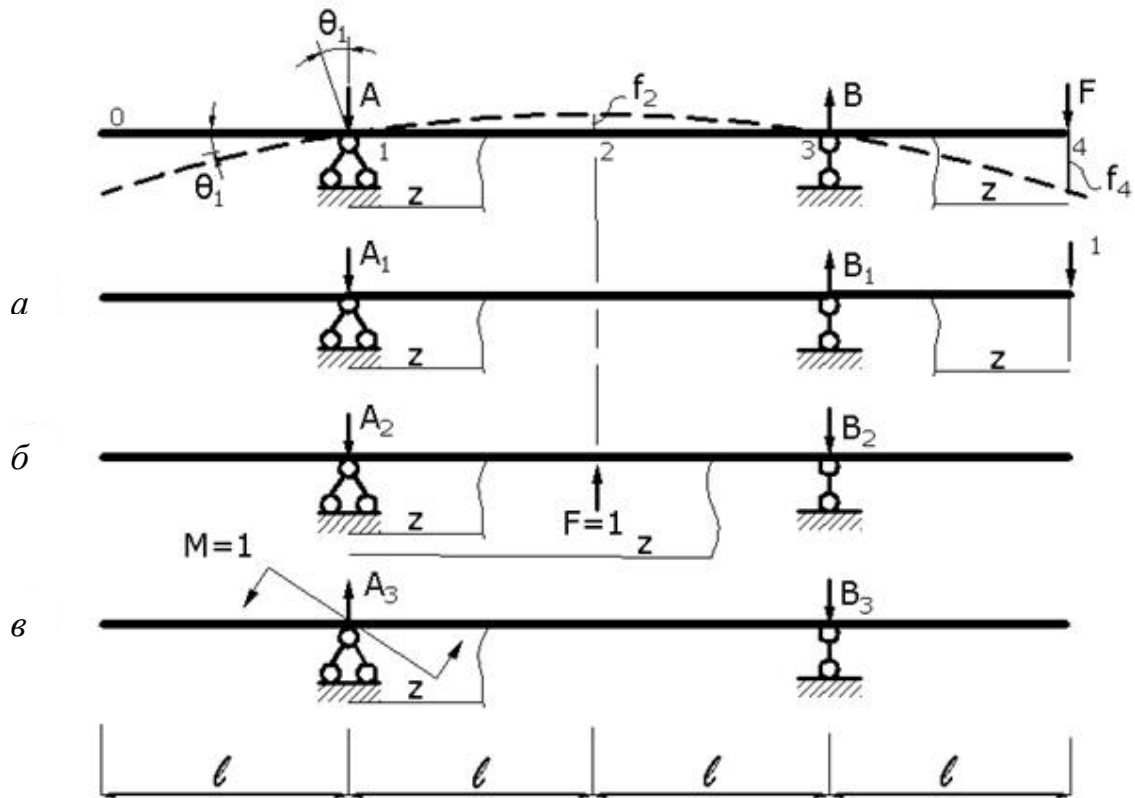


Рис. 4.1. Расчетная схема балки

Согласно предложенному методу запишем уравнения моментов для каждого участка балки (4):

$$\begin{aligned} M_{13} &= -A \cdot Z, \quad 0 \leq Z \leq 2l, \\ M_{43} &= -F \cdot Z, \quad 0 \leq Z \leq l. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Для определения перемещения сечения в точке 4 прикладываем единичную силу по направлению этого перемещения (рис. 4.1, а) и определяем от неё реакции на опорах:

$$\sum M_1 = A_1 \cdot 2 \cdot l - 1 \cdot l = 0, \quad A_1 = 0,5; \quad (4.5)$$

$$\sum M_3 = B_1 \cdot 2 \cdot l - 1 \cdot 3 \cdot l = 0, \quad B_1 = 1,5. \quad (4.6)$$

И для тех же участков записываем уравнения моментов:

$$M_{13} = -A \cdot Z, \quad 0 \leq Z \leq 2l; \quad (4.7)$$

$$M_{43} = -1 \cdot Z, \quad 0 \leq Z \leq 2l.$$

Полученные выражения подставляем в интеграл Мора (4.1):

$$f_4 = \frac{1}{EJ} \int_0^{2l} (-A \cdot Z)(-A_1 Z) dZ + \frac{1}{EJ} \int_0^l (-F \cdot Z)(-1 \cdot Z) dZ = \frac{Fl^3}{EJ}. \quad (4.8)$$

Для определения перемещения в сечении (2) прикладываем единичную силу в этом сечении (рис. 4.1, б) и от неё определяем реакцию в опорах:

$$\sum M_1 = B_2 \cdot 2 \cdot l - 1 \cdot 3 \cdot l = 0, \quad B_2 = 0,5;$$

$$\sum M_3 = A_2 \cdot 2 \cdot l - 1 \cdot l = 0, \quad A_2 = 0,5. \quad (4.9)$$

Записываем уравнение моментов от этой единичной силы:

$$\begin{aligned} M_{12} &= -A_2 \cdot Z, \quad 0 \leq Z \leq l; \\ M_{13} &= -A_2 \cdot Z + 1(Z-l), \quad 0 \leq Z \leq l. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Полученные выражения подставляем в (4.1):

$$f_4 = \frac{1}{EJ} \int_0^l (-A \cdot Z)(-A_2 \cdot Z) dZ + \frac{1}{EJ} \int_0^{2l} (-A \cdot Z)[-A_2 \cdot Z + 1(Z-l)] dZ = \frac{Fl^3}{4EJ}. \quad (4.11)$$

Для определения угла поворота сечения на левой опоре приложим к ней единичный момент (рис. 4.1, в) и определим от него реакции в опорах:

$$\begin{aligned} \sum M_1 &= -1 + B_3 \cdot 2 \cdot l = 0, \quad B_3 = \frac{1}{2l}; \\ \sum M_3 &= A_3 \cdot 2 \cdot l - 1 = 0, \quad A_3 = \frac{1}{2l}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Запишем уравнения моментов для каждого участка балки (рис. 4.1, в):

$$M_{13} = -1 + AZ, \quad 0 \leq Z \leq 2l. \quad (4.13)$$

Определяем угол поворота сечения на левой опоре:

$$Q_1 = \frac{1}{EJ} \int_0^{2l} (-A \cdot Z)(-1 + A_3 \cdot Z) dZ = \frac{Fl^2}{3EJ}. \quad (4.14)$$

## 4.2. Инструменты для испытаний

Для проведения лабораторной работы понадобится следующее оборудование: установка СМ-4А (рис. 4.2), стрелочный индикатор с опорой, комплект грузов весом 10 Н, линейка.

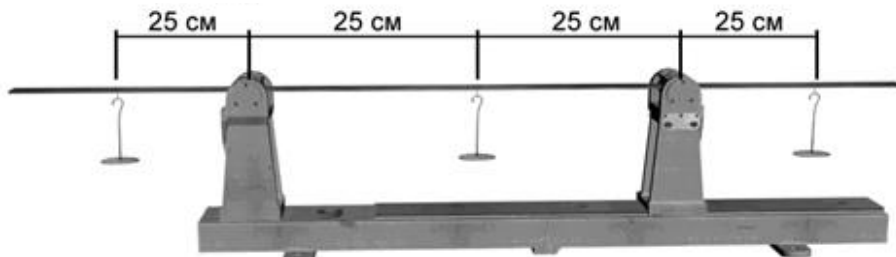


Рис. 4.2. Эскиз установки СМ-4А

Стрелочным индикатором измеряются перемещения (прогибы). Схема его показана на рис. 4.3. Для измерения перемещений он устанавливается неподвижно и штифтом (1) опирается в точке А, перемещение которой определяется по направлению штифта (1). При перемещении точки А конец штифта следует за ней, так как штифт с помощью пружинки (2) все время прижат к этой точке. Перемещение штифта отмечается движением

указателя (3), прикрепленного к штифту, по шкале с миллиметровыми делениями, нанесенными по краю прорези.

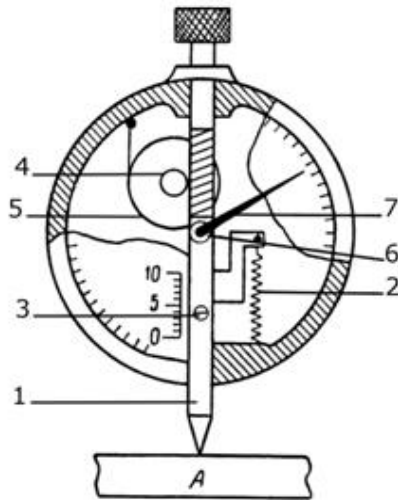


Рис. 4.3. Схема стрелочного индикатора

Штифт в средней части имеет винтовую нарезку и соединен с червячным колесом (4), на одной оси с которым помещается шестеренка (5). Шестеренка (5) находится в соединении с шестеренкой (6), к оси которой прикреплена стрелка (7). При перемещении штифта на 1 мм стрелка благодаря принятым соотношениям размеров червячной и шестереночной передач делает полный оборот. По окружности, описываемой стрелкой, нанесена шкала со 100 делениями. Следовательно, одно деление циферблата соответствует перемещению штифта на 0,01 мм.

Таким образом, по вертикальной шкале отсчитываются целые миллиметры, а по циферблату – доли миллиметра. Если отсчеты по циферблату оценивать на глаз, до одной десятой деления, то измерение перемещений может быть произведено с точностью до 0,001 мм.

Стрелочным индикатором можно определять и линейные деформации. При измерении деформаций индикатор закрепляется между двумя точками (сечениями) таким образом, чтобы корпус его был неподвижно скреплен с одной точкой (сечением), а штифт опирался в другой точке. Измерение отсчетов по циферблату и даст величину изменения длины между фиксированными точками (сечениями).

В некоторых моделях индикаторов вместо прорези со шкалой для отсчета целых миллиметров перемещения штифта устроен второй циферблат с маленькой стрелкой и отсчитываются целые миллиметры (рис. 4.4). Величина поступательного перемещения штифта, а следовательно, и предельное перемещение, которое можно измерить без перестановки индикатора, обычно равняется 10 мм.

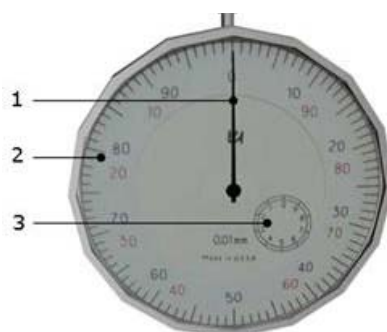


Рис. 4.4. Стрелочный индикатор

На большой шкале (2) расположено 100 делений (см. рис. 4.4). Полный круг стрелки (1) будет соответствовать 1 мм, соответственно одно деление – 0,01 мм. Черная разметка – движение измерительной иглы снизу вверх (вдавливание иглы внутрь прибора). Красная шкала – движение стрелки из прибора (сверху вниз). Маленькая круглая шкала (3) считает целые миллиметры (всего 10 мм).

Установка для определения перемещений при изгибе показана на рис. 4.5.

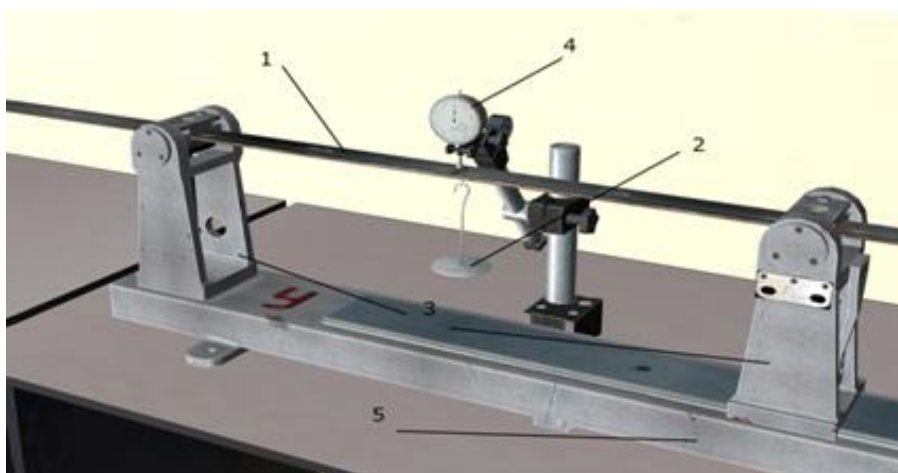


Рис. 4.5. Установка СМ-4А для определения перемещений при изгибе

Для опыта возьмем балку (1) прямоугольного сечения с размерами участков, показанными на рис. 4.2. Нагрузим её на конце силой  $F$ . Нагрузка осуществляется путем приложения к подвеске (2) грузов  $F$ . Балка опирается на две опоры (3).

Размеры балки выбраны так, чтобы при небольшой нагрузке она получала значительные деформации, т.е. балка изгибается в плоскости наименьшей жесткости.

Измерение прогиба в интересующем нас месте осуществляется с помощью индикатора (4), закрепленного на станине (5) с помощью стойки. Для определения угла поворота сечения на левой опоре используют также индикатор, установленный на левой консоли.



### 4.3. Порядок выполнения работы

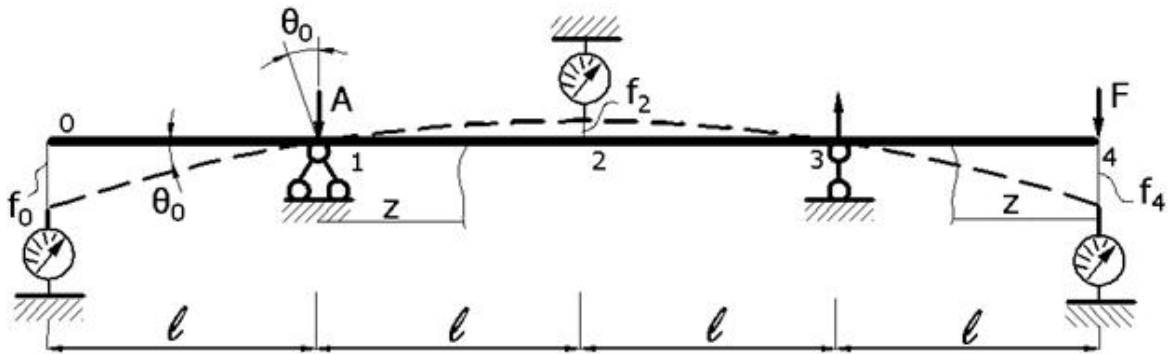


Рис. 4.6. Схема установки СМ-4А

Перед опытом измеряем размеры поперечного сечения и длины. Взяв линейку в руки, приложим ее к СМ-4А (рис. 4.6). Перемещая линейку влево и вправо, визуально замерим размеры на балке (от опор до штырей для груза). Устанавливаем индикатор в точке (0), стрелки устанавливаем на ноль. Стрелочный индикатор должен находиться над средним навесом для груза. Игла измерительная должна едва касаться балки. Затем балку нагружаем нагрузкой  $F$  и записываем показания индикатора.

Устанавливаем индикатор в точке (2), стрелки устанавливаем на ноль. Стрелочный индикатор должен находиться над средним навесом для груза. Игла измерительная должна едва касаться балки. Записываем показания индикатора.

Устанавливаем индикатор в точке (4), стрелки устанавливаем на ноль. Стрелочный индикатор должен находиться над средним навесом для груза. Игла измерительная должна едва касаться балки. Записываем показания индикатора в таблицу.

Таблица для занесения данных

Нагрузка $F$ , Н	Показания индикатора (в делениях прибора)						Прогибы		
	$f_0$	$\Delta f_0$	$f_2$	$\Delta f_2$	$f_4$	$\Delta f_4$	$\Delta f_0 \cdot k$	$\Delta f_2 \cdot k$	$\Delta f_4 \cdot k$
$F_{cp}$ , Н Средние приращения отсчетов		$\Delta f_{0cp} =$		$\Delta f_{2cp} =$		$\Delta f_{4cp} =$			

Определив прогибы сечения 2 и 4, сравниваем полученные значения с теоретическими значениями прогибов этих сечений по формулам

$$f_4^{теор} = \frac{F \cdot l_3}{EJ}, \quad f_2^{теор} = \frac{F \cdot l_3}{4EJ} \quad (4.15)$$

и сравниваем их величины в процентах:

$$\frac{f_4^{теор} - f_{4cp} \cdot k}{f_4^{теор}} 100\% = ; \quad (4.16)$$

$$\frac{f_2^{теор} - f_{2cp} \cdot k}{f_2^{теор}} 100\% = .$$

Угол поворота на левой опоре определим по показанию левого индикатора  $f_{0cp} \cdot k$ :

$$tg \theta_1 = \frac{f_{0cp} \cdot k}{l} \approx \theta_1. \quad (4.17)$$

Теоретический угол поворота получим по формуле

$$\theta_1^{теор} = \frac{Fl^2}{3EJ}. \quad (4.18)$$

Сравним их величины в процентах

$$\frac{\theta_1^{теор} - \theta_1}{\theta_1^{теор}} 100\% = . \quad (4.19)$$

### Отчет

Цель работы \_\_\_\_\_

Испытательная установка \_\_\_\_\_

Схема нагружения балки и расположение на ней всех приборов \_\_\_\_\_

Размеры балки:

ширина  $b$  \_\_\_\_\_ мм

высота  $h$  \_\_\_\_\_ мм

Момент инерции  $J$  \_\_\_\_\_ мм<sup>4</sup>

Модуль упругости  $E$  \_\_\_\_\_ Н/мм<sup>2</sup>

Показания приборов (в таблице) \_\_\_\_\_

$f_2^{теор}$  \_\_\_\_\_

$f_4^{теор}$  \_\_\_\_\_

$f_0^{теор}$  \_\_\_\_\_

$Q_1$  \_\_\_\_\_

Расхождение в %

$f_2$  \_\_\_\_\_

$f_4$  \_\_\_\_\_

$Q_1$  \_\_\_\_\_

Выводы \_\_\_\_\_

### Контрольные вопросы

1. Какие методы определения деформаций при изгибе вы знаете?
2. Что является деформацией при изгибе?
3. Что такое линейная деформация при изгибе?
4. Что такое угловая деформация при изгибе?
5. Как влияют упругие свойства материала на деформацию?
6. Как влияют размеры и форма сечения балки на деформацию?
7. Что такое поперечная сила и как она определяется в произвольном сечении балки (правило знаков)?
8. Что такое изгибающий момент и как он определяется в произвольном сечении балки (правило знаков)?
9. Что такое грузовой момент?
10. Что такое единичный момент?
11. Напишите формулу интеграла Мора.
12. В каком случае нужно прикладывать единичную силу, а в каком – единичный момент?
13. В каких пределах ведется интегрирование при определении деформаций по интегралу Мора?
14. Напишите условие жесткости.

## 5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

### МЕХАНИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ УПРУГОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ И ЯВЛЕНИЕ РЕЗОНАНСА

Цель работы – ознакомление с методом механического возбуждения колебаний упругой системы с одной степенью свободы и явлением резонанса.

Задачи:

- усвоение раздела курса «Сопротивление материалов» («Колебания стержней»);
- оценка правильности теоретических формул и степени их точности по отношению к практике.

#### 5.1. Теоретические представления о механических колебаниях

Нагрузим балку, несущую посередине массу  $m$ , поперечной нагрузкой. Под действием нагрузки балка деформируется. Если затем быстро убрать нагрузку, то балка вместе с массой  $m$  начнет колебаться около положения равновесия. Если балке не сообщить дополнительной энергии, то колебания будут затухающими. Это собственные колебания системы.

Так как положение массы определяется одной координатой, то балка с массой посередине является упругой системой с одной степенью свободы.

Частота собственных колебаний при этом определяется по формуле

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{q}{\delta}}, \quad (5.1)$$

где  $\omega_0$  – круговая частота (число колебаний за секунду);

$q$  – ускорение силы тяжести;

$\delta$  – статический прогиб балки под действием силы, равной весу массой  $m$ .

Колебания под действием внешней периодической силы называют вынужденными колебаниями.

Если частота возмущающей силы совпадает с частотой собственных колебаний, то наступает резонанс. При этом резко увеличивается амплитуда колебаний, а следовательно, и напряжений, и деформаций. В определенных условиях может произойти разрушение.

## 5.2. Оборудование для испытаний

Экспериментальная установка для испытаний показана на рис. 5.1–5.3.

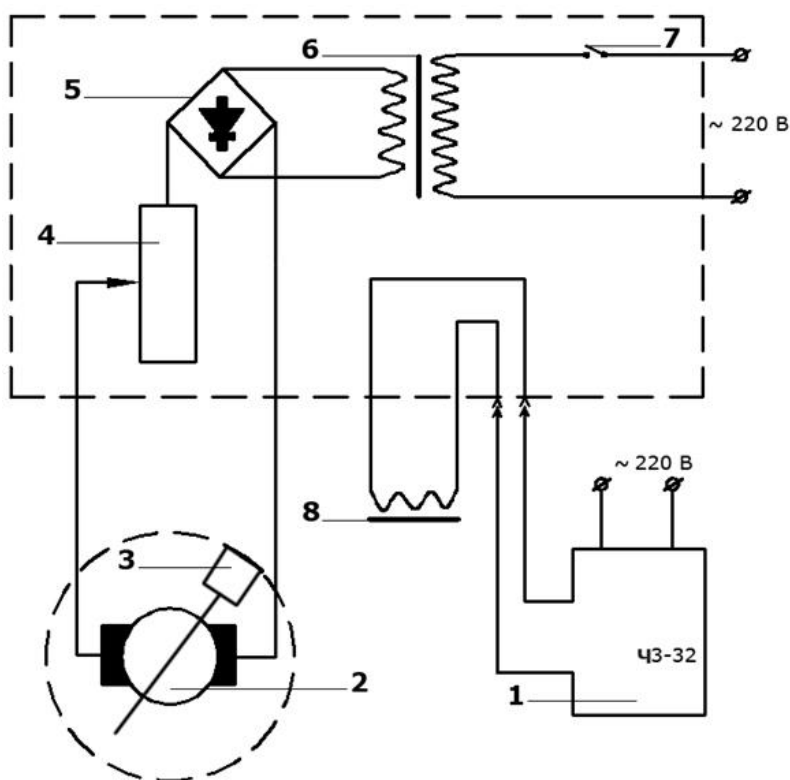


Рис. 5.1. Электрическая схема установки:

1 – частотомер электронносчетный ЧЗ-32; 2 – электромотор постоянного тока;

3 – магнит-грузик; 4 – реостат; 5 – диодный мостик; 6 – понижающий трансформатор; 7 – тумблер включения блока питания; 8 – катушка с сердечником

На корпусе двигателя закреплена катушка с сердечником. В качестве грузика, создающего центробежную силу, использован постоянный магнит. Магнит, вращаясь на валу электромотора, проходит мимо катушки с сердечником и в последней наводится ЭДС индукции, т.е. по катушке кратковременно течет ток. Эти импульсы тока регистрируются электронно-счетным частотомером.

Определение частоты собственных колебаний упругой системы с одной степенью свободы проводится на специальной установке (рис. 5.2).

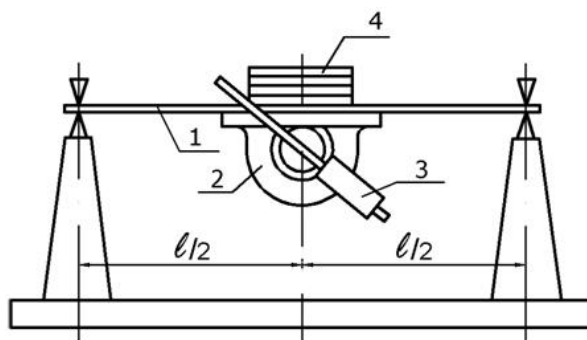


Рис. 5.2. Эскиз установки СМ-4А

Балка (1) опирается на опоры. Посредине закреплен электромотор (2) с широким диапазоном регулирования скоростей вращения. На переднем конце вала электромотора укреплен грузик (3), создающий дисбаланс. Над электромотором к балке крепятся грузы (4), позволяющие регулировать величину колеблющейся массы.

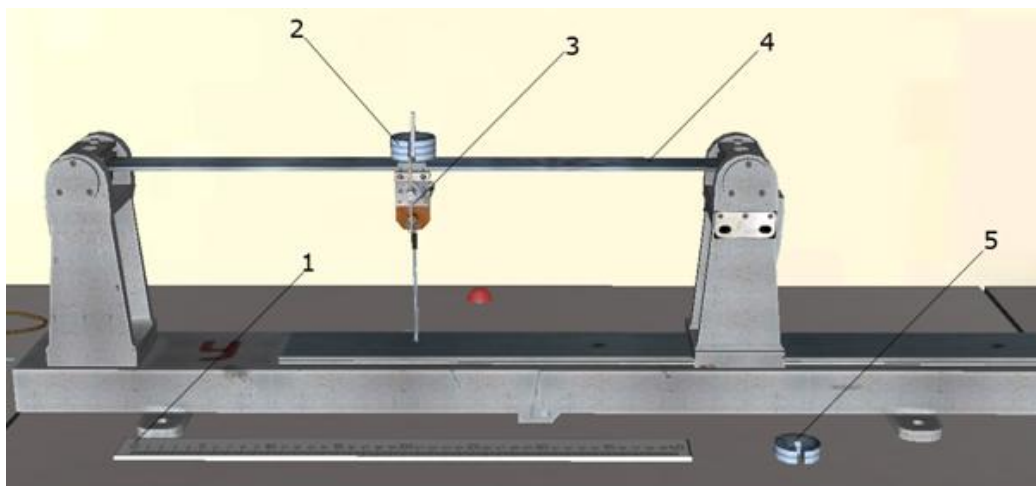


Рис. 5.3. Установка СМ-4А (общий вид):

1 – линейка; 2 – установленные грузы (каждый по 100 грамм); 3 – электромотор массой 0,52 кг, 4 – балка массой 0,93 кг шириной 2,5 см и высотой 0,8 см (коэффициент материала балки  $2 \cdot 10^7$  Н/см<sup>2</sup>); 5 – комплект грузов

При вращении вала электромотора грузик создает центробежную силу. Ее направление изменяется вследствие вращения и, следовательно,

вертикальная составляющая этой силы вызывает прогиб балки то вверх, то вниз. Таким образом возникают вынужденные колебания в вертикальном направлении с частотой

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}, \quad (5.2)$$

где  $n$  – число оборотов электромотора в минуту.

Горизонтальную составляющую инерционной силы воспринимают опоры балки.

Резонанс наступает при  $\omega = \omega_0$ .

Число оборотов  $n$  электромотора определяют с помощью электронного цифрового частотомера (рис. 5.4).



Рис. 5.4. Электронносчетный частотомер ЧЗ-32:

1 – переключатель полярности запуска канала А; 2, 3 – тумблеры переключения генератора; 4 – тумблер «Сеть»; 5 – тумблер «Время счета»

Тумблер «Время счета» отвечает за время счета оборотов, то есть 60 – количество оборотов за минуту, 10 – за 10 секунд, 1 – за 1 секунду.

Регулятор оборотов показан на рис. 5.5. Нижняя рукоятка (3) регулятора оперирует от 0 до 2580 об./мин; верхняя рукоятка (4) крутится на 360 градусов: 1 градус – 1 об./мин.

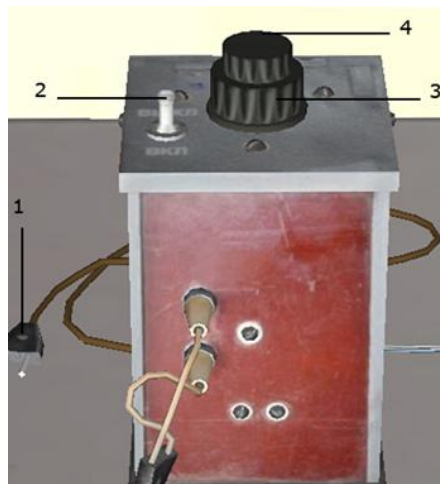


Рис. 5.5. Регулятор оборотов:

1 – вилка 220 В; 2 – выключатель; 3 – рукоятка регулирования оборотов двигателя; 4 – рукоятка более точного регулирования оборотов двигателя

### 5.3. Порядок выполнения работы

#### Проведение эксперимента

1. В отчет заносите длину балки (используется линейка, после замеров линейку отложите), массу электромотора, съемных грузов и балки, модуль упругости материала балки и размеры ее поперечного сечения.

2. Подключите розетки регулятора оборотов и частотомера к сети (220 В).

3. Включите регулятор оборотов тумблером включения (см. рис. 5.5).

4. На частотомере (см. рис. 5.4) тумблер включения сети переведите в положение «вкл». Поставьте переключатель «Время счета» в положение «60» (время счета за 60 секунд). Переведите переключатель полярности запуска канала А в положение « $\rightarrow \Omega$ », соответствующее форме входного сигнала. Тумблеры переключения генератора должны находиться в положении «Авт» и «Внутр» (используется внутренний генератор в автоматическом режиме).

5. Установите груз на штырь электромотора.

6. С помощью реостата плавно увеличивайте скорость вращения, которая контролируется частотомером.

7. Наступление резонанса отмечается по резко возросшей амплитуде и постоянству оборотов. Даже при некотором выведении реостата обороты электромотора не увеличиваются. Возрастает лишь амплитуда колебаний. Это объясняется тем, что с ростом амплитуды возрастает и кинетическая энергия системы. В этом состоянии воздействие колеблющейся массы на неуравновешенный ротор оказывается сильнее действия электромагнитных сил, побуждающих ротор изменить скорость вращения.

Убедившись в наступлении резонанса, в отчет занесите показание частотомера (частотомер считает количество импульсов за 10 секунд).

8. Дополнительные наблюдения. Уменьшите амплитуду колебаний балки, «прижав» ее (это действие соответствует прижатию рукой) левой клавишей мышки. Сразу же увеличиваются обороты, так как прекратится воздействие раскачавшейся массы. При освобождении балки обнаруживается, что амплитуда существенно уменьшилась, так как ввиду возросшей скорости вращения вала частота вынужденных колебаний стала выше частоты собственных колебаний и явление резонанса уже не имеет места.

9. Плавно дайте небольшую скорость вращения. При этом частота будет увеличиваться, а амплитуда все более уменьшаться, сходя почти на нет.

10. Испытания повторите с различной массой системы.

Обработка результатов

1. Определяем массу системы, состоящей из массы электромотора с грузиком  $m_э$ , т.е. массы съемных плиток  $m_n$  и приведенной массы балки  $0,5 m_б$  (масса балки, равномерно распределенная по ее длине приводится к середине путем умножения на 0,5):

$$m = m_э + m_n + 0,5m_б . \quad (5.3)$$

2. Статическая нагрузка

$$F = mg . \quad (5.4)$$

3. Момент инерции сечения балки

$$J_x = \frac{bh^3}{12} . \quad (5.5)$$

4. Статический прогиб посередине балки определим с помощью интеграла Мора:

$$\delta = \int_l \frac{M_F M_1}{EJ_x} dz . \quad (5.6)$$

Для этого загрузим балку посередине пролета сосредоточенной силой  $F$  (рис. 5.6, а).

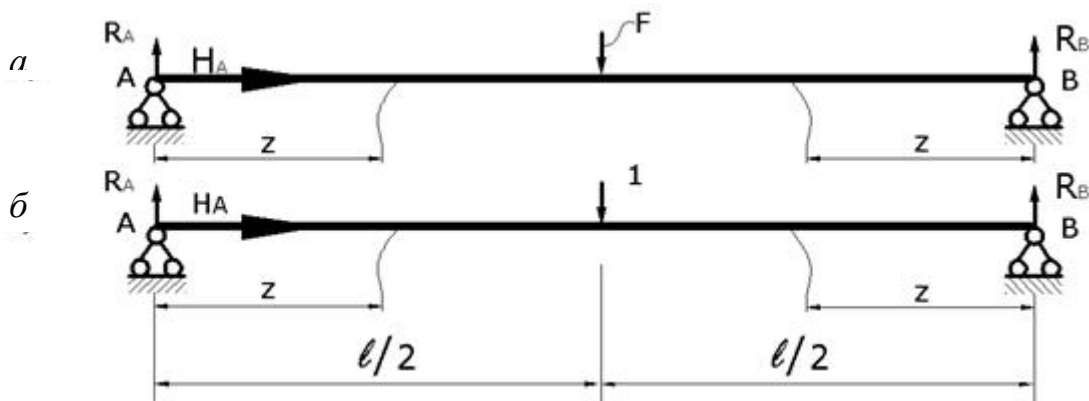


Рис. 5.6. Схема нагруженной испытательной системы

Составим уравнения равновесия и определим реакции опор.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0; H_A = 0; \\ \sum M_A &= 0; R_B \cdot l - F \cdot \frac{l}{2} = 0; R_B = \frac{F}{2}; \\ \sum M_B &= 0; -R_A \cdot l + F \cdot \frac{l}{2} = 0; R_A = \frac{F}{2} . \end{aligned} \quad (5.7)$$

Запишем выражения изгибающих моментов для каждого участка балки:

$$\begin{aligned} M_F^I &= \frac{F}{2} Z; \quad 0 \leq Z \leq \frac{l}{2}; \\ M_F^{II} &= \frac{F}{2} Z; \quad 0 \leq Z \leq \frac{l}{2} . \end{aligned} \quad (5.8)$$



Эту же балку загрузим посередине пролета сосредоточенной единичной силой (рис. 5.6, б), составим уравнения равновесия и определим реакции опор.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0; \quad H_A = 0; \\ \sum M_A &= 0; \quad R_B \cdot l - 1 \cdot \frac{l}{2} = 0; \quad R_B = \frac{1}{2}; \\ \sum M_B &= 0; \quad -R_A \cdot l + 1 \cdot \frac{l}{2} = 0; \quad R_A = \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Запишем выражения единичных моментов для каждого участка:

$$\begin{aligned} M_1^I &= \frac{1}{2} Z; \quad 0 \leq Z \leq \frac{l}{2}; \\ M_1^{II} &= \frac{1}{2} Z; \quad 0 \leq Z \leq \frac{l}{2}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Поставим выражения моментов в интеграл Мора:

$$\delta = \frac{1}{EJ_x} 2 \int_0^{l/2} \frac{F}{2} Z \cdot \frac{1}{2} Z \cdot dZ = \frac{Fl^3}{48EJ_x}. \quad (5.11)$$

5. Частота собственных колебаний

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\delta}}. \quad (5.12)$$

6. Частота вынужденных колебаний системы, при которой наступает резонанс

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}, \quad (5.13)$$

где  $n$  – показание частотомера.

7. Сравним  $\omega$  и  $\omega_0$  и убедимся, что резонанс наступал при частоте вынужденных колебаний, примерно равных частоте собственных колебаний упругой системы.

8. Подсчитаем процент расхождения:

$$\psi = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} 100\%. \quad (5.14)$$

### Отчет

В отчет включается схема установки, необходимые данные для расчетов, результаты обработки испытаний заносятся в таблицу.

$m$	$F$ (Н)	$J_x$ (см)	$\delta$ (см)	$\omega_0$ (1/сек)	$n$ (об/сек)	$\omega$ (1/сек)

Процент расхождения  $\psi =$  \_\_\_\_\_

Выводы \_\_\_\_\_

### Контрольные вопросы

1. Какая система называется упругой системой с одной степенью свободы?
2. Какие колебания называются собственными колебаниями?
3. Какие колебания называются вынужденными колебаниями?
4. По какой формуле определяется частота собственных колебаний?
5. По какой формуле определяется частота вынужденных колебаний?
6. Когда наступает резонанс?
7. Как визуально определить наступление резонанса?
8. Что произойдет, если уменьшить амплитуду колебаний балки, прижав ее рукой?
9. Что наблюдается при увеличении числа оборотов электродвигателя до максимума?
10. На каком принципе основана работа датчика импульсов (для частотомера)?
11. Что является датчиком импульсов?

### Список рекомендуемой литературы

1. Беляев Н.М. Лабораторные работы по сопротивлению материалов: Учебное пособие для вузов. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1954. – 278 с.
2. Рубашкин А.Г. Лабораторные работы по сопротивлению материалов: Учебное пособие для вузов. Изд. 3-е. – М.: Высшая школа, 1971. – 240 с.
3. Баклицкий В.Ф. Методические указания к лабораторным работам. – Тюмень: Изд-во ТюмГНГУ, 1988.
4. Баклицкий В.Ф. Методические указания к лабораторной работе по дисциплине «Прикладная механика» на тему «Опытная проверка теоремы о взаимности перемещений». – Тюмень: Изд-во ТюмГНГУ, 1995. – 8 с.
5. Ильницкая О.В., Шиморова Г.В. Руководство по лабораторным работам по курсу «Сопротивление материалов». – Тюмень: Изд-во ТВИКУ, 1987. – 70 с.
6. Баклицкий В.Ф. Методические указания к лабораторной работе по дисциплине «Прикладная механика» по теме «Определение деформаций балки при изгибе». – Тюмень: Изд-во ТюмГНГУ, 1995. – 10 с.
7. Афанасьев Л.М., Марьин В.А. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов: [для вузов]. – М.: Физматгиз, 1960. – 163 с.
8. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1979. – 560 с.