

## **Прогрессивное деревообрабатывающее оборудование и инструмент**

**Васильченко П.С., Майшев А.В., Фролова М.И., Швырева Я.И.**  
(УГЛТУ, г. Екатеринбург, РФ) [cbp@usfeu.ru](mailto:cbp@usfeu.ru)

### **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ ПОПЕРЕЧНО-ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРУБЧАТЫХ ВАЛОВ БУМАГОДЕЛАТЕЛЬНЫХ МАШИН** *THE THEORETICAL STUDIES OF THE FORCED TRANSVERSELY FLEXURAL OSCILLATIONS OF THE TUBULAR SHAFTS OF THE PAPER MACHINES*

Все сетко-, сукно- и бумаговедущие валы бумагоделательных машин (БМ) являются трубчатыми, вращающимися в подшипниках качения преимущественно сферических самоустанавливающихся.

Валы являются основными виброактивными элементами БМ. От обоснованного выбора параметров валов существенно зависит надежность и эффективность эксплуатации БМ. Повышенная вибрация отрицательно влияет на качественные показатели бумажного полотна, увеличивает динамические нагрузки на конструктивные элементы БМ, интенсифицирует износ и повреждения машин [1].

Для обоснования выбора конструктивных параметров валов и технических решений, обеспечивающих виброзащиту на стадии проектирования БМ, требуется выполнение их вибрационных расчетов, в основе разработки которых лежат динамические и математические модели вибрации и их теоретические исследования.

В работе, выполненной под руководством доц. Н.В. Куцубиной, исследуется упрощенная модель поперечно-изгибных колебаний трубчатого вала, основанная на разложении деформации системы при колебаниях по главным формам соответствующей консервативной системы [2].

По первой форме вал колеблется под действием статически неуравновешенного вала (рис.1). Сила инерции неуравновешенных масс вала определяется по формуле

$$F_u = m(e_c + z_d, z_o),$$

где  $m$  - масса вала;

$e_c$  - статический удельный дисбаланс;

$z_d$  - динамический прогиб вала;

$z_o$  - динамическая деформация опоры.

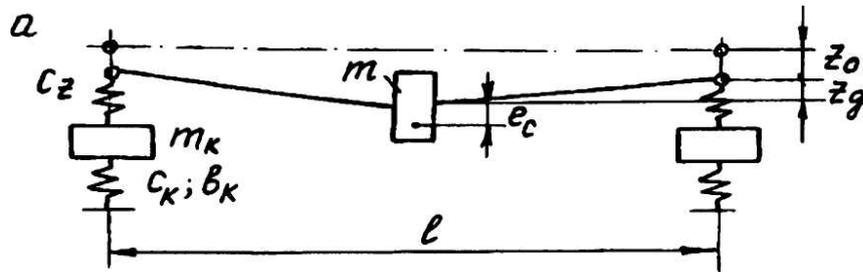


Рисунок 1 – Первая форма колебаний вала:  $m_k$  – масса корпуса подшипника;  $C_z$  – коэффициент упругих сопротивлений цапф и подшипников качения;  $C_k; b_k$  – коэффициенты упругих и неупругих сопротивлений корпусов подшипников;  $l$  – длина пролета вала

При симметричном вале сила инерции неуравновешенных масс распределяется поровну между опорами. Движение вала рассматривается в одной из опор (рис. 2) и описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} m \ddot{z}_B + b_B(\dot{z}_B - \dot{z}_U) + C_B(z_B - z_U) &= m e_c \omega^2 \cos \omega t; \\ m_k \ddot{z}_k + b_k \dot{z}_k + b_z(\dot{z}_k - \dot{z}_U) + C_k z_k + C_z(z_k - z_U) &= 0; \\ 2b_z(\dot{z}_U - \dot{z}_k) + 2C_z(z_U - z_k) &= b_B(\dot{z}_B - \dot{z}_U) + C_B(z_B - z_U), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $z_{B,U,k}$  – соответственно перемещение вала, цапфы, корпуса подшипника;  $C_B$  – условная жесткость вала на жестких шарнирных опорах, определяемая по первой собственной форме колебаний,

$$C_B = \pi^4 E I / l^3;$$

$C_{B,z,k}; b_{B,z,k}$  – соответственно коэффициенты неупругих сопротивлений вала, подшипника и корпуса подшипника;  $e_c$  – статический дисбаланс вала.

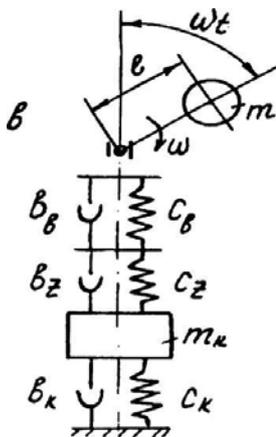


Рисунок 2 – Упрощенная динамическая модель вала:  $C_z; b_z$  – коэффициенты упругих и неупругих сопротивлений цапфы вала;  $C_B; b_B$  – условные жесткость и коэффициент неупругих сопротивлений вала на жестких шарнирных опорах;  $C_k; b_k$  – коэффициенты упругих и неупругих сопротивлений корпуса подшипника;  $\omega$  – угловая скорость вращения вала;  $m$  – масса вала;  $m_k$  – масса корпуса подшипника;  $e_c$  – статический удельный дисбаланс.

Обозначим:

$$\begin{aligned} 2m_k / (m + 2m_k) &= \mu; C_B / m = \lambda_B^2; 2C_Z / m = \lambda_Z^2; \\ 2C_{kz} / (m + 2m_k) &= \lambda_k^2; \alpha_Z = m\lambda_Z / (2b_Z); \alpha_B = m\lambda_B / b_B; \\ \alpha_k &= (m + 2m_k)\lambda_k / (2b_k); \eta_{B,Z,k} = \omega / \lambda_{B,Z,k}; \lambda_{Z,k}^2 / \lambda_B^2 = 2C_{Z,kz} / C_B = K_{Z,k}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\lambda_{B,Z,k}$ ;  $\alpha_{B,Z,k}$  - соответственно собственные частоты колебаний и коэффициент динамического усиления колебаний при резонансе парциальных систем;  $\mu$  и  $K_{k,z}$  - отношения масс и жесткостей;  $\eta_{B,Z,k}$  - частотные отношения парциальных систем.

В качестве парциальных систем выбраны: упругий вал на абсолютно жестких шарнирных опорах ( $\lambda_B$ ;  $\alpha_B$ ); жесткий вал на упругодемпфирующих подшипниках при неподвижных корпусах опор ( $\lambda_Z$ ;  $\alpha_Z$ ); жесткий вал, связанный жестко с корпусами опор на упругодемпфирующих опорах корпусов ( $\lambda_k$ ;  $\alpha_k$ ).

Решение (1) ищется в виде:

$$z_u = S_{u1} \cos \omega t + S_{u2} \sin \omega t, \quad (3)$$

где  $u = B, Z, k$ .

Подставив решение (3) в систему уравнений (1) с учетом (2), получим следующую систему алгебраических уравнений (4):

$$\begin{vmatrix} (1-\eta_B^2) A_1 & -1 & -A_1 & 0 & 0 \\ -A_1 & (1-\eta_B^2) A_1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -A_1 & (1+K_Z) (A_2+A_1) & -K_Z & -A_2 \\ A_1 & -1 & -(A_2+A_1) (1+K_Z) & A_2 & -K_Z \\ 0 & 0 & -K_Z (1-\mu) & -A_2 (1-\mu) & A_3 & A_4 \\ 0 & 0 & A_2 (1-\mu) & -K_Z (1-\mu) & -A_4 & A_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{B1} \\ S_{B2} \\ S_{Z1} \\ S_{Z2} \\ S_{k1} \\ S_{k2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e_c \eta_B^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

где  $A_1 = \eta_Z / \alpha_B$ ;  $A_2 = \eta_Z \sqrt{K_Z} / \alpha_Z$ ;  $A_3 = [K_k + K_Z(1-\mu) - \mu\eta_B^2]$ ;  $A_4 = [\sqrt{K_k} \eta_B / \alpha_k + A_2(1-\mu)]$ .

Амплитуды виброперемещений вала  $S_e$ , цапфы  $S_u$  и корпуса подшипника  $S_k$  определяются по формуле:

$$S_{uu} = \sqrt{S_{u1}^2 + S_{u2}^2}.$$

Решая систему уравнений (4), можно определять ожидаемые значения виброперемещений вала, цапф и корпусов подшипников при заданных нормативных значениях неуравновешенности. Графическое представление решения системы уравнений (4) показано на рисунке 3.

На рисунке 4 представлены амплитудно-частотные характеристики корпуса подшипника вала при различных значениях коэффициентов упругих и неупругих сопротивлений. Возможность оценки амплитуд виброперемещений при изменении массово-жесткостных характеристик очень полезна при принятии решений о выборе наиболее эффективного метода виброзащиты при проектировании и модернизации машин.

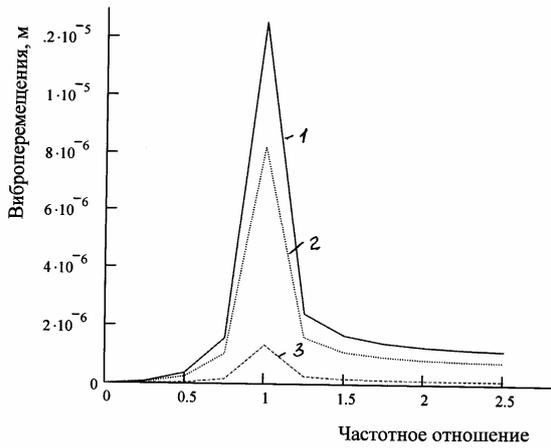


Рисунок 3 – Амплитудно-частотные характеристики трубчатого вала при нормативном значении неуравновешенности: 1 – вала; 2- цапфы вала; 3 – корпуса подшипника

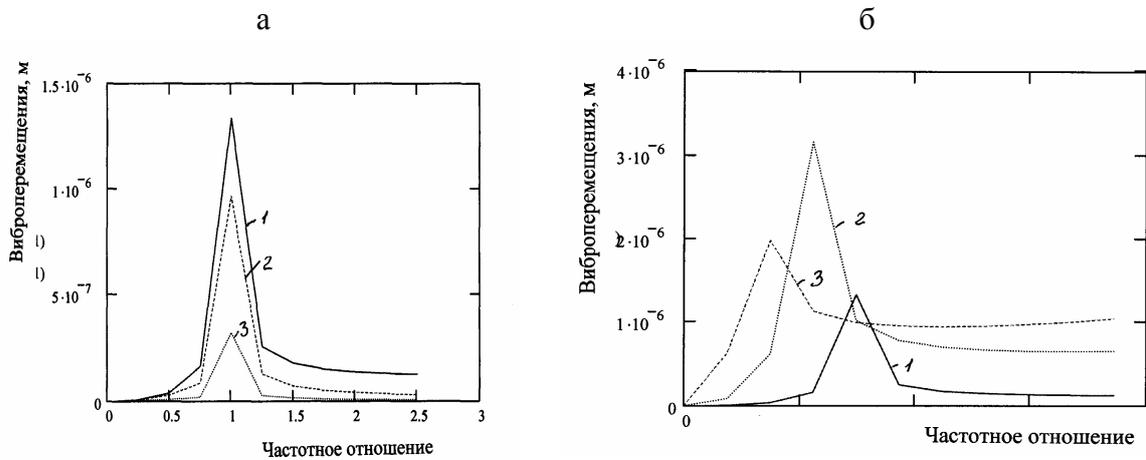


Рисунок 4 – Амплитудно-частотные характеристики корпуса подшипника вала при различных значениях коэффициентов: а - неупругих сопротивлений:

1 –  $b_k = 10^6$  Н м/с; 2 –  $b_k = 10^5$  Н м/с; 3 –  $b_k = 10^4$  Н м/с

б - упругих сопротивлений: 1 -  $C_k = 10^6$  Н/м; 2 -  $C_k = 10^5$  Н/м; 3 -  $C_k = 10^4$  Н/м

Следует отметить, что представленная модель вынужденных поперечно-изгибных колебаний трубчатого вала применима, если масса корпуса подшипника с учетом присоединенной массы поддерживающей конструкции не превышает массы самого вала.

В противном случае, а также, если коэффициент упругих сопротивлений корпуса подшипника превышает коэффициент упругих сопротивлений вала, модель вынужденных колебаний вала можно представлять в виде сосредоточенной массы, установленной на шарнирной опоре.

#### Библиографический список

1. Виброакустические процессы в оборудовании целлюлозно-бумажных производств/ Под ред. В.Н. Старжинского, А.А. Санникова. – Екатеринбург: Уральск. гос. лесотехн. акад., 1995. – 149 с.
2. Санников А.А. Вибрация и шум технологических машин и оборудования лесного комплекса/ А.А. Санников, В.Н. Старжинский, Н.В. Куцубина, Н.Н. Черемных, В.П. Сиваков, С.Н. Вихарев. - Екатеринбург: Урал.гос.лесотехн.ун-т, 2006. – 484 с.