Шемурского месторождения началась в 2011 г. При наличии разных тенденций изменения структуры ЖНП наиболее подверженными воздействию разработок являются пробные площади, расположенные в зоне влияния дробильного производства, и на Тарньерском месторождении ППП, находящаяся под влиянием сбросовых вод.

Волковское месторождение. Живой напочвенный покров фитоценозов на Лаврово-Николаевском участке имеет высокое обилие видов, доминантами ЖНП являются злаки, разнотравье, папоротники. Изменения структуры фитоценозов проявляются в снижении количества лесных видов на фоне возрастания доли луговых и лесолуговых.

Явного влияния разработки карьера в данном случае не прослеживается, так как Лаврово-Николаевский карьер с 2010 г. находится в стадии рекультивации путем естественного затопления. Вероятнее всего, основной причиной являются синантропные изменения растительности под влиянием совокупности антропогенных факторов, действующих на территории Горного цеха (запыление воздуха, рекреация и др.). Подобные изменения в условиях лесной зоны сопровождаются олуговением лесных сообществ, т.е. снижением роли лесных и возрастанием луговых видов.

Северо-западный участок. В фитоценозах северной трансекты доминантами сообществ везде являются виды бореального мелкотравья. Их присутствие и высокое обилие является показателем сохранившегося влияния хвойных даже при их отсутствии в верхних ярусах древостоя. В трендах динамических изменений основные тенденции связаны со снижением доли луговых светолюбивых видов как следствие загущенности древостоя.

Таким образом, на всех пробных площадях месторождений Северного участка отмечаются негативные процессы, выражающиеся в сокращении продолжительности жизни хвои хвойных, гибели слоевищ листоватых лишайников, изменении структуры живого напочвенного покрова путем снижения доли лесных видов в составе фитоценозов под влиянием пылевого загрязнения и сброса сточных вод из очистных сооружений.

Обследованные ППП на бортах месторождений Горного цеха не испытывают в настоящее время заметного влияния промышленной деятельности производства, отмеченные изменения в состоянии фитоценозов мониторинговых участков связаны с другими причинами (погодные условия, ветровальный ветер и др.).

УДК 630.53:519.2

В.В. Костышев, Н.Н. Чернов
(V.V. Kostyshev, N.N. Chernov)
Уральский государственный лесотехнический университет,
Екатеринбург

ПРИМЕНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПУАССОНА ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТРОЕНИЯ ДРЕВОСТОЕВ (APPLICATION OF THE POISSON DISTRIBUTION WHEN STUDYING THE STRUCTURE OF FOREST)

При математической оценке особенностей индивидуальной изменчивости таксационных показателей деревьев в лесоведении используют различные типы распределений. Особенно широкое распространение этот прием получил при изучении древостоев, когда за единицу наблюдения принимают дерево.

In the mathematical evaluation of the features of individual variability of forest indices of trees in forest science use different types of distributions. Especially widespread this technique in the study received the stands where the unit of observation take tree.

При перечете деревьев по диаметру ствола на высоте 1,3 м на пробной площади составляют выборочную совокупность, на основании анализа которой делают выводы о варьировании изучаемого показателя признака (диаметра ствола) в генеральной совокупности. Конечной целью изучения является установления закона изменчивости этого показателя (диаметра ствола) с построением кривой распределения, отражающей закон изменчивости. Наиболее важными распределениями, с которыми аппроксимируют фактические распределения, являются нормальное распределение Лапласа – Гаусса, распределение Пуассона и их обобщения – распределения Грамма – Шарлье типа А и типа В [1].

1. Нормальное распределение Лапласа – Гаусса

Это распределение относится к типу непрерывных. В нем отсутствуют асимметрия и эксцесс.

В нормальном распределении величины формируются в условиях, не искажающих таксационные показатели в молодняках до их смыкания, когда отсутствует системно действующий фактор – боковое затенение части деревьев.

Распределению Лапласа – Гаусса могут соответствовать фактические распределения таксационных показателей деревьев и в некоторых других случаях, когда отсутствует влияние фактора, приводящее к отклонению фактического распределения от нормального.

Вероятность появления события в этом распределении Лапласа – Гаусса не очень мала. Кривая нормального распределения определяется рядом критериев:

1) кривая строго симметрична;

2) коэффициенты асимметрии и эксцесса равны нулю;

3) ординаты, восстановленные с оси абсцисс до точек перегиба кривой распределения, отмечают на оси абсцисс значения $-\sigma$ и $+\sigma$;

4) прямая, соединяющая две точки перегиба, параллельна оси абсцисс;

5) в пределах $-\sigma$ и $+\sigma$ заключено 68,3 %; -2σ $+2\sigma$ – 95,4 и -3σ $+3\sigma$ – 99,7 % числа наблюдений (числа деревьев).

2. Распределение Пуассона

В случае малой вероятности появления события получают распределение Пуассона. Общий член p_m выражает вероятность, что рассматриваемое событие появится ровно *m* раз. Критерий дискретного распределения Пуассона состоит в том, что среднее значение, дисперсия и третий центральный момент равны между собой: они выражаются одним и тем же числом λ, которое является единственным параметром, полностью определяющим распределение Пуассона:

$$X = \mu 2 = \mu 3 = \lambda.$$

Для вычисления вероятностей распределения Пуассона составлена таблица значений функции p_m при разных значениях λ от 0,1 до 3,0 [1].

Распределение Пуассона, или распределение редких событий, близко к биномиальному и образуется тогда, когда значение *p* (доля наблюдаемого признака) очень мало, а значение *q* близко к 1. Так же, как и при биномиальном распределении, эмпирические частоты распределения Пуассона являются числом одинаковых проб, имеющих ту или иную долю наблюдаемого признака. В распределении Пуассона средняя арифметическая равна дисперсии: $M = \sigma^2$ [2], что является основным его признаком [3]. Этому требованию наиболее полно отвечает распределение деревьев по диаметру ствола [4].

Теоретические частоты распределения Пуассона вычисляют по формуле

$$f' = M^x / x! - Nn\, e^{-M},$$

где f' – теоретические частоты распределения Пуассона, т.е. число проб, обладающих той или иной долей наблюдаемого признака; x – варианты, отдельные значения наблюдаемого признака; $x!$ – (икс-факториал) обозначает произведение ряда натуральных чисел, например: $3! = 1{\cdot}2{\cdot}3 = 6$; M^x – средняя арифметическая данного ряда; N_n – общее число проб; e = 2,71828182 – основание натуральных логарифмов. Значения показательной функции e приведены из справочных материалов.

В качестве примера Джон Поллард [2] приводит «бесконечный» лес, в котором деревья распределены случайно с постоянной плотностью λ на единицу площади. Лесничество решило оценить значение λ. В лесу была выбрана случайная точка и измерено расстояние от нее до ближайшего дерева. Если древостой плотный, то это расстояние будет, как правило, очень мало; если же древостой редкий, то правильным будет обратное утверждение.

Пусть это расстояние есть случайная переменная r (рис. 1). Если ближайшее дерево находится на расстоянии r, то круг радиуса r с центром в случайной точке и площадью πr^2 не содержит деревьев. В соответствии с пуассоновским распределением вероятность этого события равна exp $(-\pi r^2\lambda)$. С другой стороны, кольцо шириной dr и площадью $2\pi rdr$ должно содержать одно дерево, и вероятность этого события равна:

$$\exp(-2\pi r\,\lambda\,dr)\,(2\pi r\,\lambda\,dr)^1 / 1! = 2\pi r\,\lambda\,dr$$

(членами порядка $(dr)^2$ и выше пренебрегают вследствие их малой величины). Эти два события независимы, и, следовательно, функция плотности вероятностей случайной величины r (расстояния от случайной точки до ближайшего дерева) равна:

$$f(r) = 2\pi r\,\lambda \exp(-\pi r^2\,\lambda).$$

Среднее расстояние до ближайшего дерева равно:

$$\int 2\pi r^2\,\lambda \exp(-\pi r^2\,\lambda)\,dr = ½\,\lambda^{-½}.$$

Варианты систем этого типа встречаются в литературе по экологии [2].

Распределения Грамма – Шарлье

Обобщением нормального распределения Лапласа – Гаусса и распределения Пуассона являются распределения Грамма – Шарлье типа А и В.

$$f\,\mathrm{A}\,(x) = f\,(x) - r3 / 6f^3\,(x) + + r4 - 3 / 24f\,(4)\,(x).$$

Первый член правой части этой формулы дает нормальное распределение, второй член отражает влияние косости распределения, а третий – влияние крутости.

Необходимо сравнить результаты распределения деревьев по диаметру ствола Лапласа – Гаусса и Пуассона с целью определения возможности и эффективности их применения. Распределение Лапласа – Гаусса относится к непрерывным, а распределение Пуассона – к прерывным (дискретным). Перечет деревьев по ступеням толщины выравнивает условия подготовки совокупности для обработки с использованием законов Лапласа – Гаусса и Пуассона. Для оценки тесноты связи, частот распределений деревьев по диаметру ствола в культурах сосны 20-летнего возраста после их выравнивания были вычислены коэффициенты парной корреляции в нескольких вариантах опыта, различающихся способами обработки почвы. Результаты вычислений сведены в таблицу.

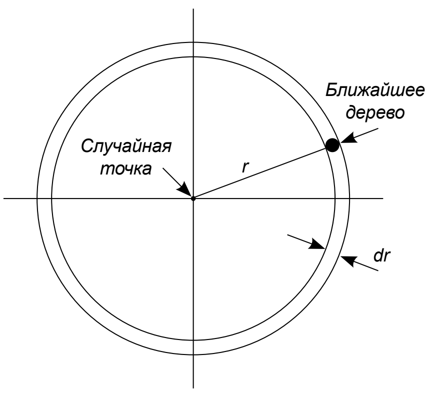

Рис. 1. Дерево, ближайшее к случайной точке

Коэффициенты парной корреляции фактических и выровненных по закону Лапласа – Гаусса и Пуассона частот распределений деревьев по диаметру ствола

Варианты опыта	Коэффициенты корреляции r	
	фактические	критические
1	0,73	0,58
2	0,98	0,56
4	0,73	0,58
5	0,70	0,61
6	0,73	0,58
7	0,70	0,61

Значения коэффициентов парной корреляции 0,70–0,98 свидетельствуют о тесной и очень тесной связи выровненных частот двух сравниваемых распределений, что подтверждают графики распределений (рис. 2–3). Следовательно, при проведении исследований возможно получение равноценных результатов аппроксимации фактических распределений деревьев по диаметру ствола распределениями Лапласа – Гаусса и Пуассона.

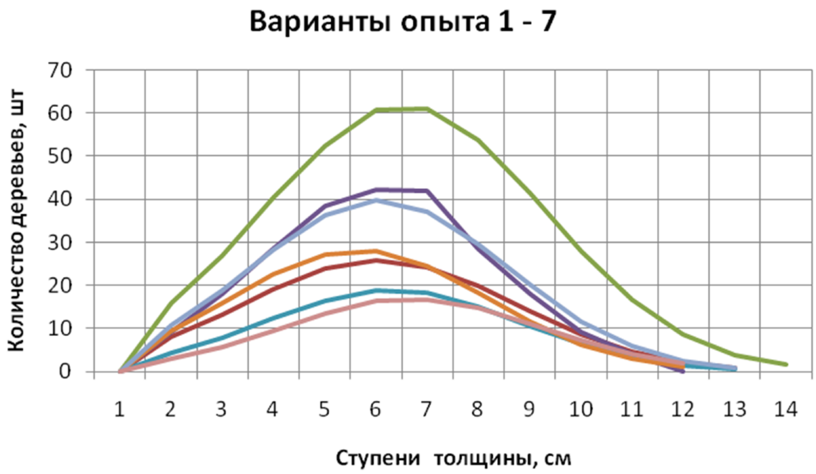

Рис. 2. Выровненные частоты распределения Лапласа – Гаусса деревьев сосны 20-летнего возраста по диаметру ствола на высоте 1,3 м

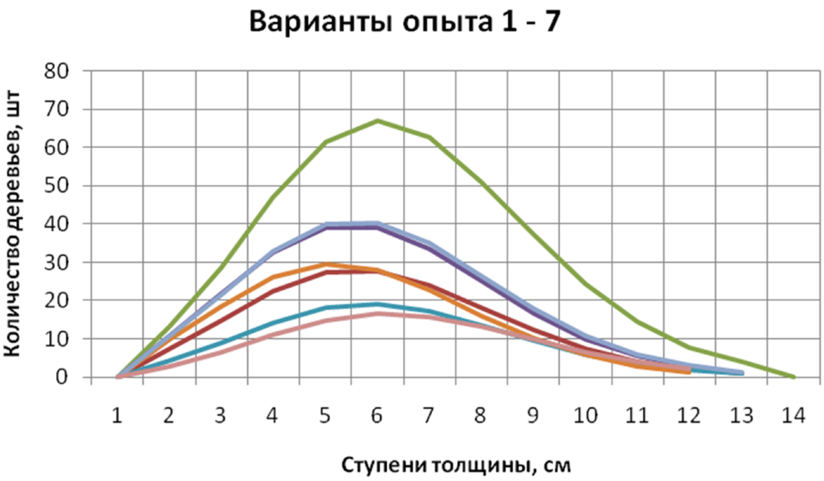

Рис. 3. Выровненные частоты распределения Пуассона деревьев сосны 20-летнего возраста по диаметру ствола на высоте 1,3 м

Библиографический список

1. Митропольский А.К. Элементы математической статистики: учеб. пособие. Л.: ЛТА, 1969. 273 с.

2. Поллард Дж. Справочник по вычислительным методам статистики / пер. с англ. Занадворова В.С. М.: Финансы и статистика, 1982. 344 с.

3. Зайцев Г.Н. Математическая статистика в экспериментальной ботанике. М.: Наука, 1984. 424 с.

4. Никитин А.Е., Швиденко А.З. Методы техники обработки лесоводственной информации. М.: Лесн. пром-сть, 1978. 272 с.