

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ ПОДВЕСА МАНИПУЛЯТОРА В ОБЩЕМ ВИДЕ

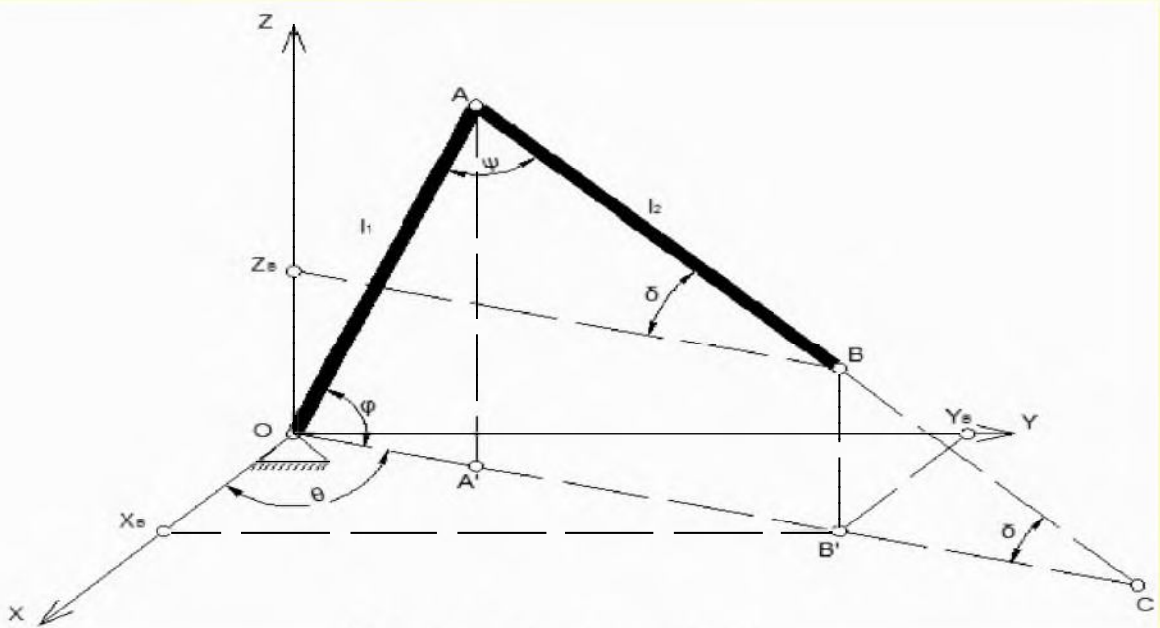
Движение манипулятора характеризуется движением точки подвеса груза. Существуют разные способы задания движения точки: естественный, координатный и векторный. Для составления уравнения движения точки подвеса груза воспользуемся координатным способом и получим соотношения для декартовых координат точки в зависимости от времени. Далее из полученных уравнений движения вдоль соответствующих осей можно определить положение точки в любой момент времени и ее скорость и ускорение.

Ранее нами было проведено исследование манипуляторного механизма [1] с целью определения закона движения точки подвеса захвата манипулятора. Были найдены варианты наилучшей совместной работы звеньев манипулятора, исследовано влияние изменения углов между стрелой, рукоятью и координатными осями, а также длин звеньев на скорость точки захвата в процессе работы манипулятора. Однако в работе [1] ограничились перемещением стрелы и рукояти только в вертикальной плоскости – плоскости подъема и опускания груза, хотя и при разных сочетаниях совместных движений звеньев. Учет вращения стойки манипулятора в горизонтальной плоскости усложняет задачу, но делает более полным исследование, так как движение манипуляторного механизма рассматриваются в пространстве. В работе [2] было добавлено вращение вокруг вертикальной оси, но сделанные приближения (постоянные длина рукояти и угол между стрелой и рукоятью) не дали обобщенной модели движения.

Координаты точки – x_B , y_B , z_B – являются основными координатами, так как через них можно определить главные геометрические параметры рабочего процесса перемещения точки В. Получим уравнения движения точки подвеса груза В в пространстве. Расчетная схема приведена на рисунке. На расчетной схеме т. О – точка крепления стрелы к стойке – выбрана за начало отсчета. А – шарнир между рукоятью и стрелой; В – точка подвеса груза; ψ , φ , δ – углы, определяющие положение звеньев. Шарниры стойки, стрелы и рукояти образуют одноподвижные вращательные пары.

В данной работе мы предлагаем рассмотреть самый общий случай, который реализуется, например, в кинематических схемах промышленных роботов-манипуляторов. В этом случае мы можем добавить еще две ступенчатых пары, которые обеспечивают изменение длин l_1 и l_2 (пере-

ходя к манипуляторам в лесной отрасли, примем во внимание один из частных случаев общих уравнений: длину стрелы будем считать постоянной). Итак, в общем случае кинематическая схема имеет пять степеней свободы.



Расчетная схема манипулятора

Спроецируем OB на плоскость XOY и получим при условии, что $\delta = \pi - \varphi - \psi$ соотношение для проекции радиус-вектора \vec{OB} :

$$\begin{aligned} OB' &= l_1 \cos \varphi + l_2 \cos \delta = l_1 \cos \varphi + l_2 \cos(\pi - \varphi - \psi) = \\ &= l_1 \cos \varphi - l_2 \cos(\varphi + \psi). \end{aligned}$$

Составим параметрические уравнения движения точки B в декартовой системе координат, которые представляют собой зависимости:

$$X_B = OB' \cos \theta = [l_1 \cos \varphi - l_2 \cos(\varphi + \psi)] \cos \theta, \quad (1)$$

$$Y_B = OB' \sin \theta = [l_1 \cos \varphi - l_2 \cos(\varphi + \psi)] \sin \theta, \quad (2)$$

$$Z_B = l_1 \sin \varphi - l_2 \sin(\pi - \varphi - \psi) = l_1 \sin \varphi - l_2 \sin(\varphi + \psi). \quad (3)$$

Из треугольника OAB определим OB :

$$OB = (l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos \psi)^{1/2}.$$

Дифференцируя по времени уравнения (1)-(3), получим в общем случае для системы с пятью степенями свободы три уравнения для проекций скоростей точки B . Для того чтобы система была замкнута, необходимы еще два уравнения. Недостающие уравнения составляют для каждого конкретного случая либо задавая зависимости от времени для длин, либо для

углов поворота. Запишем дифференциальные уравнения, введя новые обозначения $\varphi = \varphi_1$, а $\varphi + \psi = \varphi_2$. Получаем для проекций скоростей

$$\begin{aligned} X'_B &= -\theta' \sin \theta (l_1 \cos \varphi_1 - l_2 \cos \varphi_2) + \cos \theta (l_1' \cos \varphi_1 - l_1 \varphi_1' \sin \varphi_1 - \\ &- l_2' \cos \varphi_2 + l_2 \varphi_2' \sin \varphi) = -l_1 \theta' \sin \theta \cos \varphi_1 + l_2 \theta' \sin \theta \cos \varphi_2 + \\ &+ l_1' \cos \theta \cos \varphi_1 - \cos \theta l_1 \varphi_1' \sin \varphi_1 - \cos \theta l_2' \cos \varphi_2 + \cos \theta l_2 \sin \varphi_2 \varphi_2', \\ Y'_B &= \theta' \cos \theta (l_1 \cos \varphi_1 - l_2 \cos \varphi_2) + \\ &+ \sin \theta (l_1' \cos \varphi_1 - l_1 \varphi_1' \sin \varphi_1 - l_2') \cos \varphi_2 + l_2 \varphi_2' \sin \varphi_2, \\ Z'_B &= l_1' \sin \varphi_1 + l_1 \varphi_1' \cos \varphi_1 - l_2' \sin \varphi_2 - l_2 \varphi_2' \cos \varphi_2. \end{aligned}$$

В самом общем случае соотношение для скорости в случае пяти степеней свободы имеет вид

$$\begin{aligned} V_B &= (l_1'^2 + l_2'^2 + l_1^2 \varphi_1'^2 + l_2^2 \varphi_2'^2 - 2(\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2)(l_1' l_2' + l_1 l_2 \varphi_1' \varphi_2')) + \\ &+ 2(\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_2 \cos \varphi_1)(l_1 l_2' \varphi_1' - l_2 l_1' \varphi_2') + \\ &+ \theta'^2 (l_1^2 \cos^2 \varphi_1 - 2l_1 l_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + l_2^2 \cos^2 \varphi_2))^{1/2}. \end{aligned}$$

Если рассмотреть машины манипуляторного типа, используемые в лесной отрасли, то следует скорость изменения длины стрелы положить равной нулю. Тогда получим соотношение, которое можно использовать для изучения кинематики рабочего органа в общем случае пространственного движения:

$$\begin{aligned} V_B &= (l_2'^2 + l_1^2 \varphi_1'^2 + l_2^2 \varphi_2'^2 - 2(\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2)(l_1 l_2 \varphi_1' \varphi_2')) + \\ &+ 2(\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_2 \cos \varphi_1)(l_1 l_2' \varphi_1') + \\ &+ \theta'^2 (l_1^2 \cos^2 \varphi_1 - 2l_1 l_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + l_2^2 \cos^2 \varphi_2))^{1/2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Библиографический список

1. Добрачев А.А., Раевская Л.Т., Швец А.В. Исследование кинематики работы звеньев манипулятора в обобщенном виде // Лесной вестник. 2008. № 3(60). С. 118-122.
2. Дахиев Ф.Ф., Раевская Л.Т. Кинематические характеристики машин манипуляторного типа в лесной отрасли // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России: матер. VII всерос. науч.-техн. конф. / Урал. гос. лесотехн. ун.-т. Екатеринбург, 2011. Ч. 1. С. 25-26.