



С.Н. Исаков
Л.Т. Раевская
Ф.Ф. Дахиев

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОВРЕМЕННЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПЛОСКИХ ФЕРМ

Екатеринбург
2015

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВПО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра технической механики и оборудования
целлюлозно-бумажных производств

С.Н. Исаков
Л.Т. Раевская
Ф.Ф. Дахиев

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОВРЕМЕННЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПЛОСКИХ ФЕРМ

Учебно-методическое пособие
к выполнению расчетно-графических
и контрольных работ
для студентов всех форм обучения.
Направления 08.03.01, 23.03.03, 35.03.02, 15.03.02
магистров 08.04.01 «Строительство»,
15.03.04 «Автоматизация автоматических процессов и производств»;
аспирантов 15.06.01 «Машиностроение»,
23.06.01 «Техника и технологии наземного транспорта»

Екатеринбург
2015

Печатается по рекомендации методической комиссии ИЛБиДС.
Протокол № 2 от 09 октября 2014 года.

Рецензент – Герц Э.Ф., директор ИЛБиДС д-р техн. наук, профессор

Редактор А.Л. Ленская
Оператор компьютерной верстки Е.А. Газеева

Подписано в печать 05.06.15		Поз. 9
Плоская печать	Формат 60×84 1/16	Тираж 10 экз.
Заказ №	Печ. л. 3,49	Цена руб. коп.

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ФЕРМ

В современном мире нет ни одной отрасли промышленности, в которой бы не использовались ферменные конструкции (мосты, буровые вышки, краны, поддерживающие конструкции кровли и др.). Большое разнообразие конструкций плоских ферм связано именно с их широким применением. Классифицировать фермы можно по статической схеме (трапецидальные, параллельные и треугольные), по системе решетки (треугольная, шпренгельная, крестовая, ромбическая и полураскосная), по способу соединений элементов (сварное, болтовое и клепанное), по величине максимальных усилий (легкие и тяжелые).

1.1. Основные понятия

Ферма – жесткая конструкция из прямолинейных стержней, соединенных на концах шарнирами, что исключает действие моментов и все нагрузки действуют только вдоль стержней (элементы работают на растяжение или на сжатие).

При расчете ферм учитывается то, что внешнюю нагрузку к ферме прикладывают только к узлам, которые считаются шарнирными соединениями без трения.

Для проектирования фермы необходимо определить сортамент элементов и конструкцию узлов их соединения. Для этого необходимо рассчитать нагрузки в элементах фермы. Существует множество методов расчета: вырезание узлов, сечений, построение диаграммы Максвелла – Кремоны, замкнутого сечения, совместных сечений и др. Для примера приведём расчеты методом вырезания узлов, методом сечений и графическим методом.

Простая ферма всегда статически определима. Условие определимости согласно рис. 1 запишется как

$$S = 2 \cdot n - 3 = 2 \cdot 14 - 3 = 25,$$

где S – количество стержней в ферме, n – количество узлов.

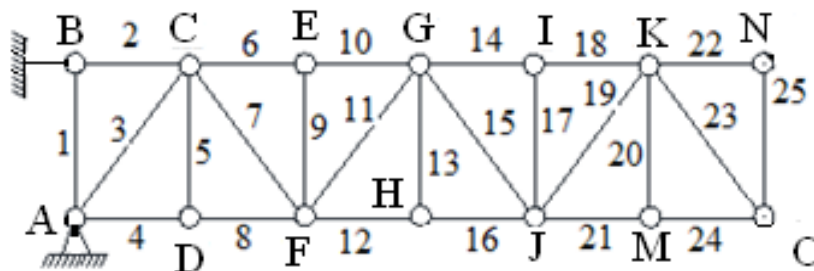


Рис. 1. Плоская ферма (14 узлов и 25 стержней)

1.2. Метод вырезания узлов

На рис. 1. буквами обозначены узлы, а арабскими цифрами – стержни. Силы приложены вертикально вниз в узлах Н и О и равны $F=1000$ Н, а также в узле N сила F под углом $\beta=30^\circ$. Угол $\alpha=37^\circ$. Размеры представлены на рис. 2.

Суть метода. Для каждого узла фермы составляются последовательно уравнения равновесия:

$$\Sigma F_{kx} = 0, \Sigma F_{ky} = 0.$$

Далее из них находим неизвестные силы.

Внимание. Из двух уравнений равновесия можно определить только два неизвестных усилия. Если неизвестных больше, требуется перейти к другому узлу или использовать другой метод.

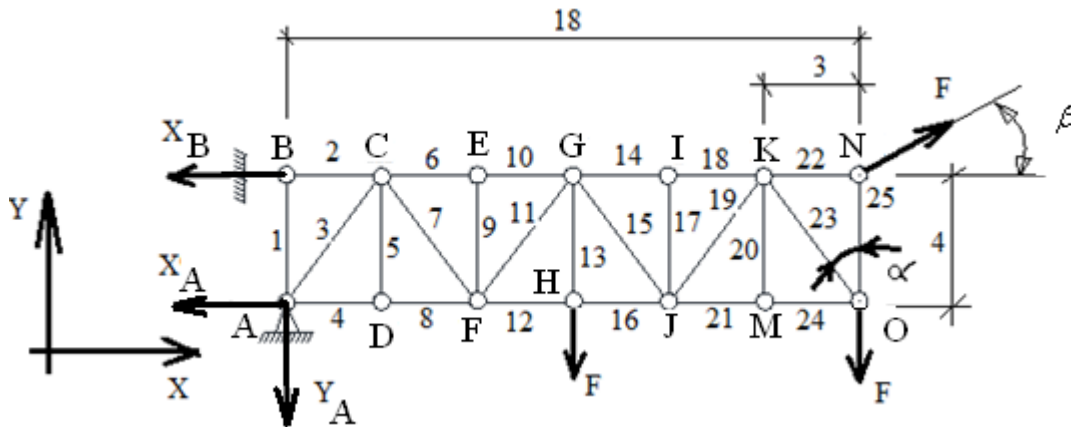


Рис. 2. Ферма с закреплениями и действующими силами

Определение реакций в опорах

Горизонтальные реакции в опорах определяются из уравнения моментов сил вокруг узлов А и В. Моменты от силы в узле N определяются как моменты проекций силы на ось X и Y (рис 3).

$$F_y = F \cdot \sin 30 = 1000 \cdot 0,5 = 500 \text{ Н},$$

$$F_x = F \cdot \cos 30 = 1000 \cdot 0,866 = 866 \text{ Н},$$

$$\Sigma M_A = 0, -4 \cdot X_B + 9 \cdot F + 18 \cdot F - 18 \cdot F_y + 4 \cdot F_x = 0,$$

$$X_B = (9 \cdot F + 18 \cdot F - 18 \cdot F_y + 4 \cdot F_x) / 4 = (9 \cdot 1000 + 18 \cdot 1000 - 18 \cdot 500 + 4 \cdot 866) / 4 = 5366 \text{ Н},$$

$$\Sigma M_B = 0, 4 \cdot X_A + 9 \cdot F + 18 \cdot F - 18 \cdot F_y = 0,$$

$$X_A = (-9 \cdot F - 18 \cdot F + 18 \cdot F_y) / 4 = (-9 \cdot 1000 - 18 \cdot 1000 + 18 \cdot 500) / 4 = -4500 \text{ Н}.$$

Знак «-» показывает, что реакция X_A направлена в противоположную сторону.

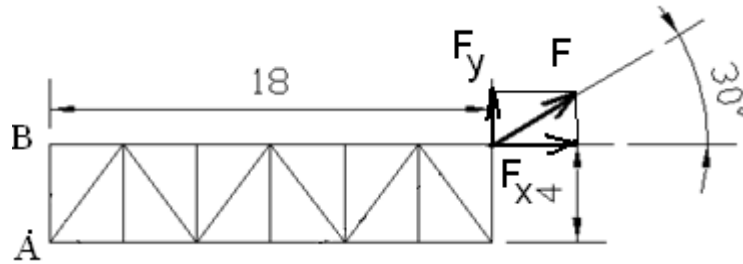


Рис. 3. Определение опорных реакций

Вертикальная реакция определяется из уравнения сил $\sum F_{iy} = 0$,

$$-Y_A - F - F + F \cdot \sin 30 = 0.$$

$$Y_A = -F - F + F \cdot \sin 30 = -1000 - 1000 + 1000 \cdot 0.5 = -1500 \text{ Н.}$$

Знак «-» показывает, что реакция Y_A направлена в противоположную сторону.

Определение усилий в стержнях

Узел В (рис. 4). Проекция на ось X: $-X_B + T_2 = 0$, $T_2 = X_B = 5366 \text{ Н.}$

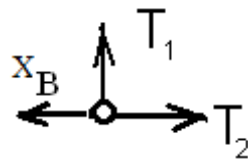


Рис. 4. Действие сил в узле В

$T_1 = 0$, т.е. нагрузка на стержень отсутствует, потому что нет вертикальной составляющей. Стержни, которые не воспринимают нагрузку, называют «нулевыми».

Узел А (рис. 5). Усилие в стержне 1 равно нулю, так как в опоре В нет вертикальной реакции (особенность закрепления) и усилия Y_A и T_3 уравновешивают друг друга.

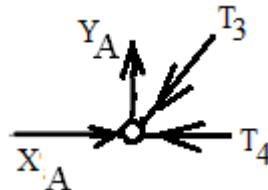


Рис. 5. Действие сил в узле А

Проекция на ось Y: $Y_A - T_3 \cdot \cos 37 = 0$; $T_3 = \frac{Y_A}{\cos 37} = \frac{1500}{0.8} = 1875 \text{ Н.}$

Проекция на ось X: $X_A - T_3 \cos 53 - T_4 = 0$.

$$T_4 = X_A - T_3 \cos 53 = 4500 - 1875 \cdot 0.6 = 3375 \text{ Н.}$$

Узел С (рис. 6). Усилие в стержне 5 равно нулю, так как в узле D нет вертикальной реакции.

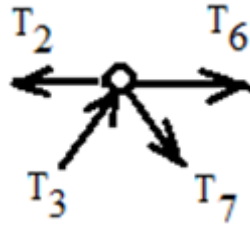


Рис. 6. Действие сил в узле С

Проекция на ось Y: $T_3 \cdot \cos 37 - T_7 \cdot \cos 37 = 0$; $T_7 = T_3 = 1875$ Н.

Проекция на ось X: $-T_2 + T_3 \cos 53 + T_7 \cos 53 + T_6 = 0$.

$$T_6 = T_2 - T_3 \cos 53 - T_7 \cos 53 = 5366 - 1875 \cdot 0,6 - 1875 \cdot 0,6 = 3116 \text{ Н.}$$

Узел D (рис. 7). Проекция на ось X: $-T_8 + T_4 = 0$; $T_4 = T_8 = 3375$ Н; $T_5 = 0$ – пятый стержень нулевой.



Рис. 7. Действие сил в узле D

Узел E (рис. 8). Проекция на ось X: $T_{10} - T_6 = 0$; $T_{10} = T_6 = 3116$ Н.

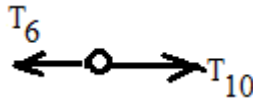


Рис. 8. Действие сил в узле E

Узел F (рис. 9). Усилие в стержне 9 равно нулю, так как в узле E нет вертикальной реакции.

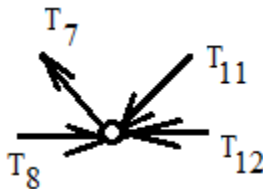


Рис. 9. Действие сил в узле F

Проекция на ось Y: $T_7 \cdot \cos 37 - T_{11} \cdot \cos 37 = 0$; $T_7 = T_{11} = 1875$ Н.

Проекция на ось X: $T_8 - T_7 \cos 53 - T_{11} \cos 53 - T_{12} = 0$.

$$T_{12} = T_8 - T_7 \cos 53 - T_{11} \cos 53 = 3375 - 1875 \cdot 0,6 - 1875 \cdot 0,6 = 1125 \text{ Н.}$$

Узел Н (рис. 10). Проекция на ось X: $T_{12} - T_{16} = 0$; $T_{12} = T_{16} = 1125$ Н.
 Проекция на ось Y: $T_{13} - F = 0$; $T_{13} = F = 1000$ Н.

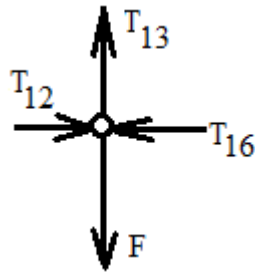


Рис. 10. Действие сил в узле Н

Узел G (рис. 11). Проекция на ось Y: $T_{11} \cdot \cos 37 - T_{15} \cdot \cos 37 - T_{13} = 0$.

$$T_{15} = \frac{T_{11} \cdot \cos 37 - T_{13}}{\cos 37} = \frac{1875 \cdot 0,8 - 1000}{0,8} = 625 \text{ Н.}$$

Проекция на ось X: $-T_{10} + T_{11} \cos 53 + T_{15} \cos 53 + T_{14} = 0$.

$$T_{14} = T_{10} - T_{11} \cos 53 - T_{15} \cos 53 = 3116 - 1875 \cdot 0,6 - 625 \cdot 0,6 = 1616 \text{ Н.}$$

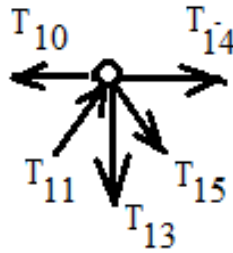


Рис. 11. Действие сил в узле G

Узел I (рис. 12). Проекция на ось X: $T_{18} - T_{14} = 0$; $T_{18} = T_{14} = 1616$ Н.

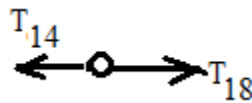


Рис. 12. Действие сил в узле I

Узел J (рис. 13). Усилие в стержне 17 равно нулю, так как в узле I нет вертикальной реакции.

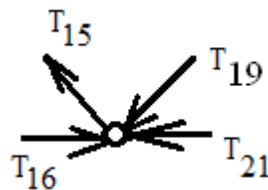


Рис. 13. Действие сил в узле J

Проекция на ось Y: $T_{15} \cdot \cos 37 - T_{19} \cdot \cos 37 = 0$; $T_{15} = T_{19} = 625$ Н.

Проекция на ось X: $T_{16} - T_{15} \cos 53 - T_{19} \cos 53 - T_{21} = 0$.

$$T_{21} = T_{16} - T_{15} \cos 53 - T_{19} \cos 53 = 1125 - 625 \cdot 0,6 - 625 \cdot 0,6 = 375 \text{ Н.}$$

Узел К (рис. 14). Проекция на ось Y: $T_{19} \cdot \cos 37 - T_{23} \cdot \cos 37 = 0$.

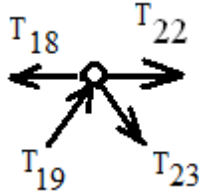


Рис. 14. Действие сил в узле К

Проекция на ось Y: $T_{19} \cdot \cos 37 - T_{23} \cdot \cos 37 = 0$; $T_{23} = T_{19} = 625$ Н.

Проекция на ось X: $-T_{18} + T_{19} \cos 53 + T_{23} \cos 53 + T_{22} = 0$.

$$T_{22} = T_{18} - T_{19} \cos 53 - T_{23} \cos 53 = 1616 - 625 \cdot 0,6 - 625 \cdot 0,6 = 864 \text{ Н.}$$

Узел М (рис. 15). Проекция на ось X: $T_{21} - T_{24} = 0$; $T_{24} = T_{21} = 375$ Н.



Рис. 15. Действие сил в узле М

Узел N (рис. 16). Проекция на ось Y: $F \cdot \sin 30 - T_{25} = 0$.

$$T_{25} = F \cdot \sin 30 = 1000 \cdot 0,5 = 500 \text{ Н.}$$

Проекция на ось X: $F \cdot \cos 30 - T_{22} = 0$; $1000 \cdot 0,866 - 866 = 0$ Н.

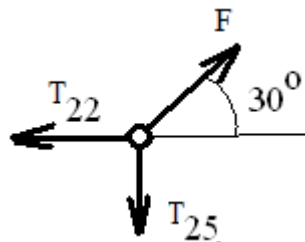


Рис. 16. Действие сил в узле N

Узел O (рис. 17). Проекция на ось Y: $T_{23} \cdot \cos 37 + T_{25} - F = 0$.

$$625 \cdot 0,8 + 500 - 1000 = 0 \text{ Н.}$$

Проекция на ось X: $T_{24} - T_{23} \cos 53 = 0$; $375 - 625 \cdot 0,6 = 0$ Н.

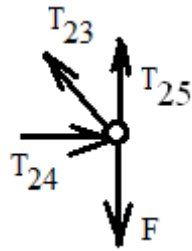


Рис. 17. Действие сил в узле О

Результаты расчета (в ньютонах) представлены на рис. 18.

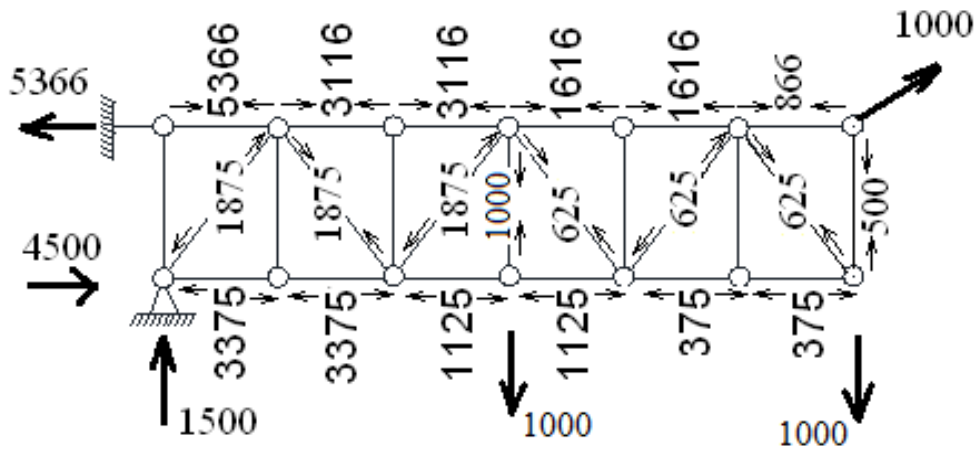


Рис. 18. Рассчитанные усилия в стержнях фермы

1.3. Метод сечений

Суть метода. Ферма рассекается на две части по элементам фермы, в которых необходимо определить усилия. Рассматривается равновесие одной из частей, как равенство моментов вокруг любого узла фермы. Действие «отсеченной» части заменяется усилиями от стержней, направленных вдоль рассеченных элементов.

Внимание. Центры моментов выбираются таким образом, чтобы в каждое уравнение вошло только одно неизвестное усилие.

Для решения данной задачи требуется рассечь ферму шесть раз, сечения представлены на рис. 19. Все начальные условия полностью совпадают с условиями, описанными в § 1.2. Опорные реакции также взяты оттуда.

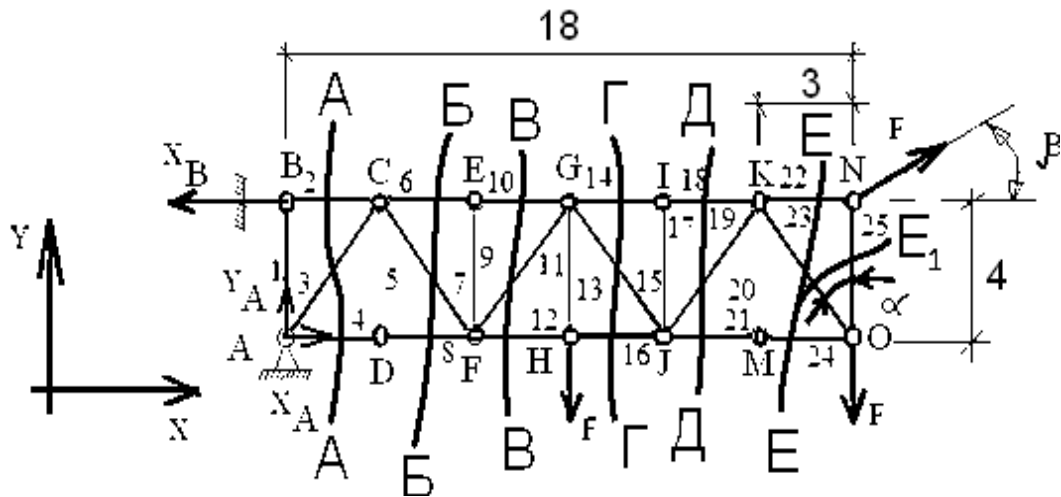


Рис. 19. Сечения фермы

Сечение А-А (рис. 20). Для определения усилия T_2 составляем уравнение моментов вокруг точки А от действующих сил (рис. 21).

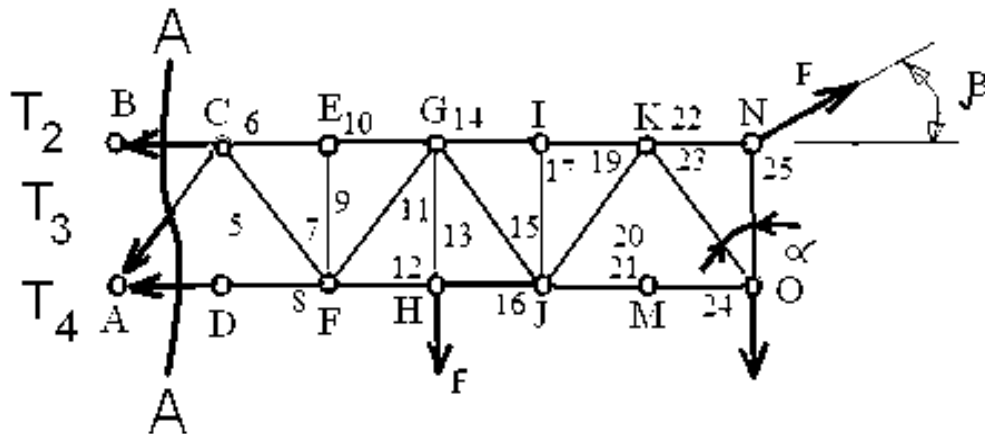


Рис. 20. Определение моментов по сечению А-А

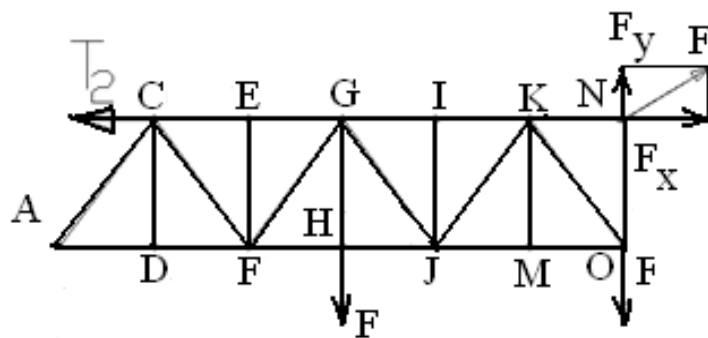


Рис. 21. Определение моментов вокруг точки А

$$\sum M_A = 0; T_2 \cdot 4 - F_x \cdot 4 + F_y \cdot 18 - F \cdot 9 - F \cdot 18 = 0.$$

$$T_2 = \frac{F \cdot 9 + F \cdot 18 + F_x \cdot 4 - F_y \cdot 18}{4} = \frac{9000 + 18000 + 3464 - 9000}{4} = 5366 \text{ Н.}$$

Для определения усилия T_4 составляем уравнение для моментов вокруг точки С от действующих сил (рис. 22).

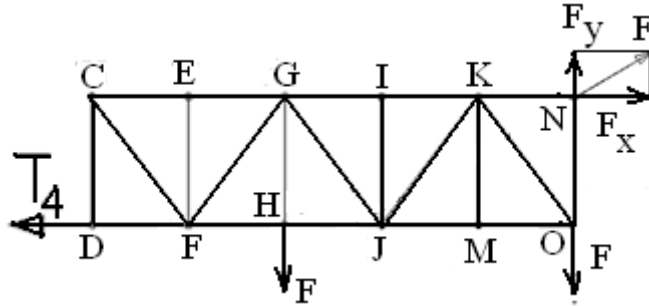


Рис. 22. Определение моментов вокруг точки С

$$-T_4 \cdot 4 + F_y \cdot 15 - F \cdot 6 - F \cdot 15 = 0.$$

$$T_4 = \frac{-F \cdot 6 - F \cdot 15 + F_y \cdot 15}{4} = \frac{6000 - 15000 + 15 \cdot 500}{4} = -3375 \text{ Н.}$$

Для определения усилия T_3 составляем уравнение для моментов вокруг точки В от действующих сил (рис. 23).

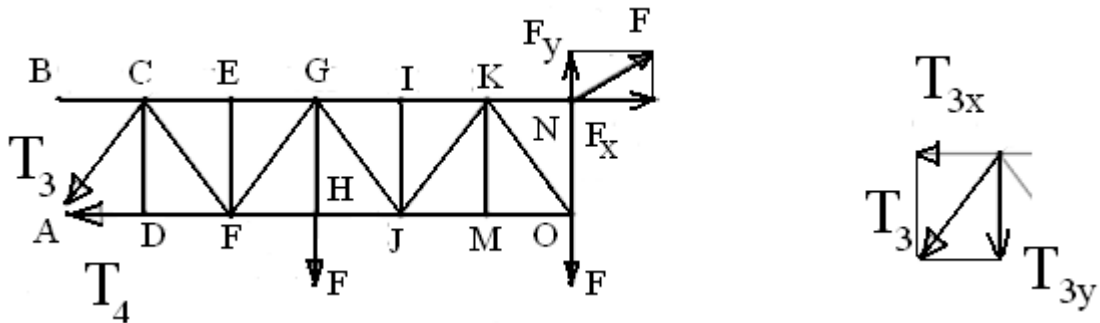


Рис. 23. Определение моментов вокруг точки В

$$-T_4 \cdot 4 - T_{3y} \cdot 3 + F_y \cdot 18 - F \cdot 9 - F \cdot 18 = 0.$$

$$T_{3y} = \frac{-T_4 \cdot 4 - F \cdot 9 - F \cdot 18 + F_y \cdot 18}{3} = \frac{-(-3375) \cdot 4 - 9000 - 18000 + 18 \cdot 500}{3} = -1500 \text{ Н.}$$

$$T_3 = \frac{T_{y3}}{\cos 37} = \frac{-1500}{0.798} = -1879 \text{ Н.}$$

Сечение Б-Б (рис. 24).

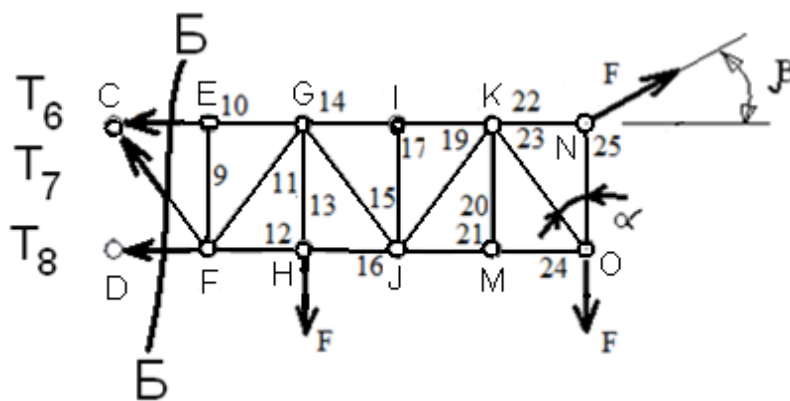


Рис. 24. Определение моментов по сечению Б-Б

Для определения усилия T_8 составляем уравнение моментов вокруг точки С от действующих сил (рис. 25).

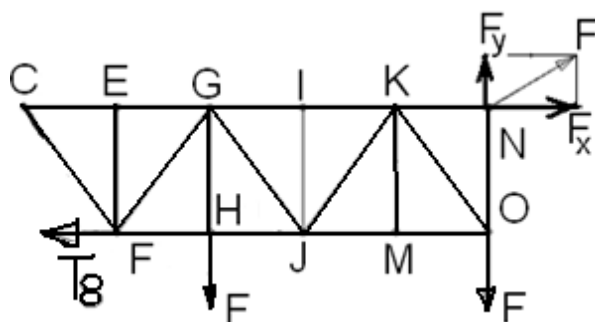


Рис. 25. Определение моментов вокруг точки С

$$-T_8 \cdot 4 + F_y \cdot 15 - F \cdot 6 - F \cdot 15 = 0.$$

$$T_8 = \frac{-F \cdot 6 - F \cdot 15 + F_y \cdot 15}{4} = \frac{-6000 - 15000 + 500 \cdot 15}{4} = -3375 \text{ Н.}$$

Для определения усилия T_7 составляем уравнение для моментов вокруг точки Е от действующих сил (рис. 26).

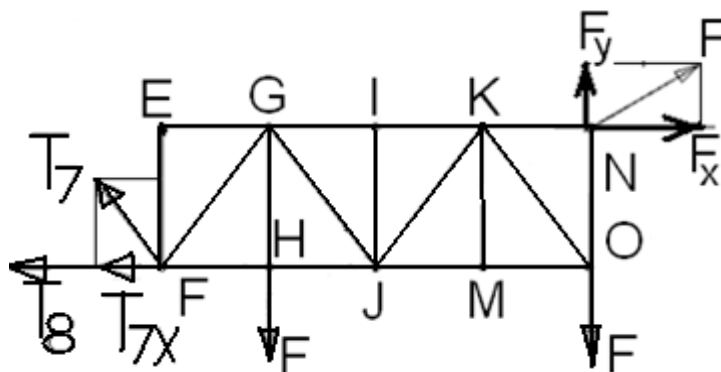


Рис. 26. Определение моментов вокруг точки Е

$$-T_7 \cdot \sin 37 \cdot 4 - T_8 \cdot 4 + F_y \cdot 12 - F \cdot 3 - F \cdot 12 = 0.$$

$$T_7 = \frac{-T_8 \cdot 4 - F \cdot 3 - F \cdot 12 + F_y \cdot 12}{\sin 37 \cdot 4} = \frac{-(-3375) \cdot 4 - 3000 - 12000 + 500 \cdot 12}{0.6 \cdot 4} = -1875 \text{ Н.}$$

Для определения усилия T_6 составляем уравнение моментов вокруг точки F от действующих сил (рис. 27).

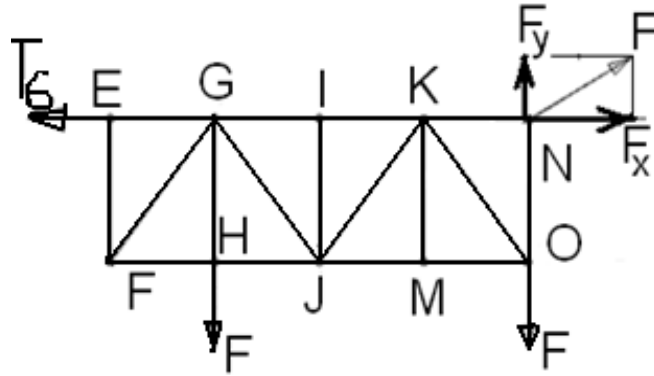


Рис. 27. Определение моментов вокруг точки F

$$T_6 \cdot 4 + F_y \cdot 12 - F_x \cdot 4 - F \cdot 3 - F \cdot 12 = 0.$$

$$T_6 = \frac{T_x \cdot 4 + F \cdot 3 + F \cdot 12 - F_y \cdot 12}{4} = \frac{866 \cdot 4 + 3000 + 12000 - 500 \cdot 12}{4} = 3116 \text{ Н.}$$

Сечение В-В (рис. 28).

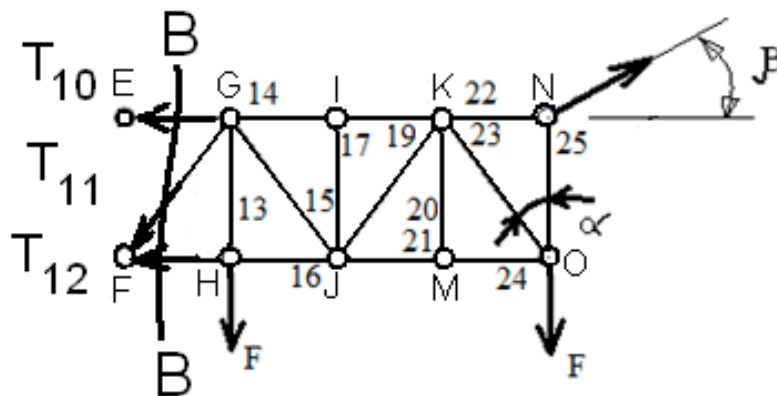


Рис. 28. Определение моментов по сечению В-В

Для определения усилия T_{10} составляем уравнение моментов вокруг точки F от действующих сил (рис. 29).

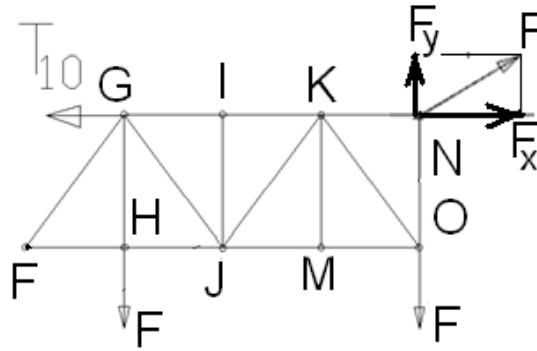


Рис. 29. Определение моментов вокруг точки F

$$T_{10} \cdot 4 + F_y \cdot 12 - F_x \cdot 4 - F \cdot 3 - F \cdot 12 = 0.$$

$$T_{10} = \frac{F \cdot 3 + F \cdot 12 + F_x \cdot 4 - F_y \cdot 12}{4} = \frac{3000 + 12000 + 866 \cdot 4 - 500 \cdot 12}{4} = 3116 \text{ Н.}$$

Для определения усилия T_{12} составляем уравнение моментов вокруг точки G от действующих сил (рис. 30).

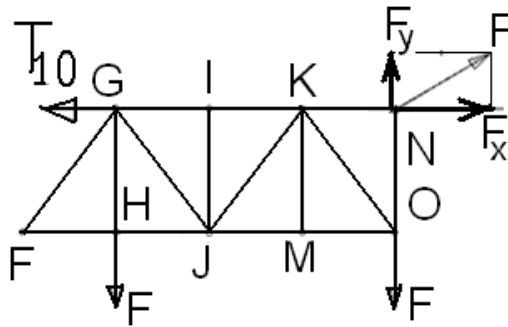


Рис. 30. Определение моментов вокруг точки G

$$M_G = -T_{12} \cdot 4m + F_y \cdot 9m - F \cdot 9m = 0.$$

$$T_{12} = \frac{F_y \cdot 9 - F \cdot 9}{4} = \frac{500 \cdot 9 - 9000}{4} = -1125 \text{ Н.}$$

Для определения усилия T_{11} составляем уравнение моментов вокруг точки H от действующих сил (рис. 31).

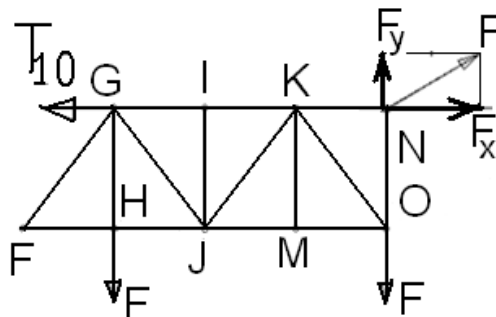


Рис. 31. Определение моментов вокруг точки H

$$M_H = T_{10} \cdot 4 + T_{11} \cdot \sin 37 \cdot 4 + F_y \cdot 9 - F \cdot 9 - F_x \cdot 4 = 0.$$

$$T_{11} = \frac{-T_{10} \cdot 4 - F_y \cdot 9 + F \cdot 9 + F_x \cdot 4}{\sin 37 \cdot 4} = \frac{-3116 \cdot 4 - 500 \cdot 9 + 9000 + 866 \cdot 4}{0.6 \cdot 4} = -1875 \text{ Н.}$$

Сечение Г-Г (рис. 32).

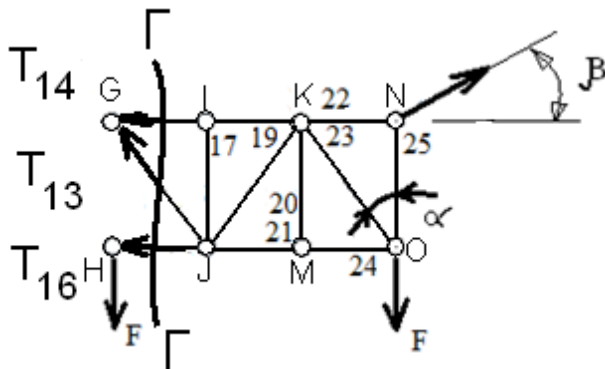


Рис. 32. Определение моментов по сечению Г-Г

Для определения усилия T_{16} составляем уравнение моментов вокруг точки G от действующих сил (рис. 33).

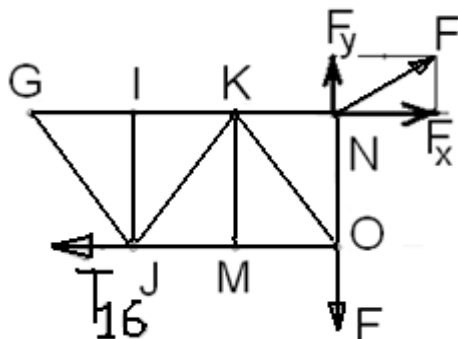


Рис. 33. Определение моментов вокруг точки G

$$-T_{16} \cdot 4 + F_y \cdot 9 - F \cdot 9 = 0.$$

$$T_{16} = \frac{F_y \cdot 9 - F \cdot 9}{4} = \frac{500 \cdot 9 - 9000}{4} = -1125 \text{ Н.}$$

Для определения усилия T_{14} составляем уравнение моментов вокруг точки J от действующих сил (рис. 34).

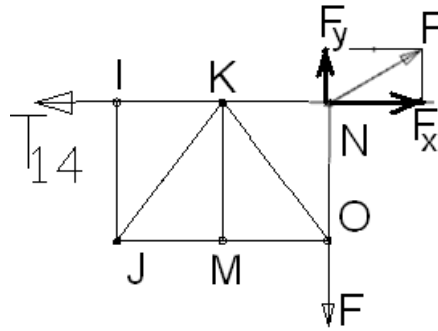


Рис. 34. Определение моментов вокруг точки J

$$T_{14} \cdot 4 + F_y \cdot 6 - F \cdot 6 - F_x \cdot 4 = 0.$$

$$T_{14} = \frac{F \cdot 6 + F_y \cdot 4 - F_y \cdot 6}{4} = \frac{6000 + 866 \cdot 4 - 500 \cdot 6}{4} = 1616 \text{ Н.}$$

Для определения усилия T_{15} составляем уравнение моментов вокруг точки I от действующих сил (рис. 35).

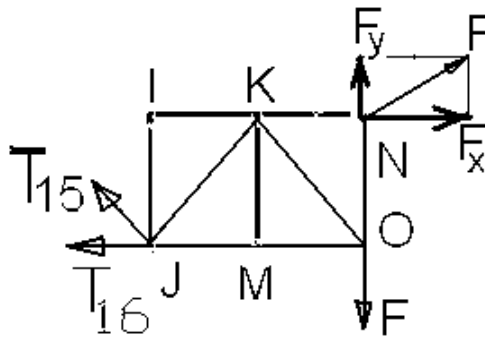


Рис. 35. Определение моментов вокруг точки I

$$-T_{15} \cdot \sin 37 \cdot 4 - T_{16} \cdot 4 + F_y \cdot 6 - F \cdot 6 = 0.$$

$$T_{15} = \frac{-T_{16} \cdot 4 + F_y \cdot 6 - F \cdot 6}{\sin 37 \cdot 4} = \frac{-(-1115) \cdot 4 + 500 \cdot 6 - 6000}{0.6 \cdot 4} = -608 \text{ Н.}$$

Сечение Д-Д (рис. 36).

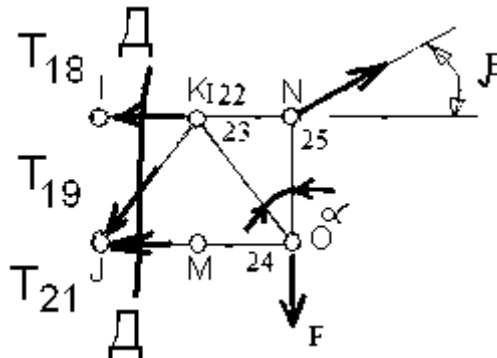


Рис. 36. Определение моментов по сечению Д-Д

Для определения усилия T_{18} составляем уравнение моментов вокруг точки J от действующих сил (рис. 37).

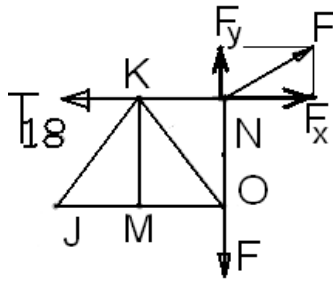


Рис. 37. Определение моментов вокруг точки J

$$T_{18} \cdot 4 + F_y \cdot 6 - F_x \cdot 4 - F \cdot 6 = 0.$$

$$T_{18} = \frac{-F_y \cdot 6 + F_x \cdot 4 + F \cdot 6}{4} = \frac{-500 \cdot 6 + 866 \cdot 4 + 6000}{4} = 1616 \text{ Н.}$$

Для определения усилия T_{21} составляем уравнение моментов вокруг точки K от действующих сил (рис. 38).

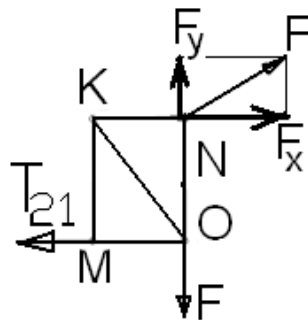


Рис. 38. Определение моментов вокруг точки K

$$T_{21} \cdot 4 - F_y \cdot 3 + F \cdot 3 = 0.$$

$$T_{21} = \frac{F_y \cdot 3 - F \cdot 3}{4} = \frac{500 \cdot 3 - 3000}{4} = -375 \text{ Н.}$$

Для определения усилия T_{19} составляем уравнение моментов вокруг точки I от действующих сил (рис. 39).

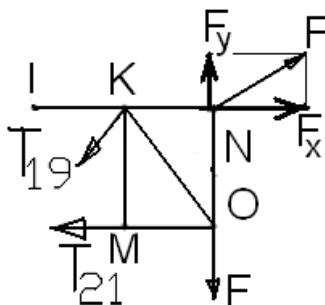


Рис. 39. Определение моментов вокруг точки I

$$-T_{19} \cdot \cos 37 \cdot 3 - T_{21} \cdot 4 + F_y \cdot 6 - F \cdot 6 = 0.$$

$$T_{19} = \frac{-T_{21} \cdot 4 + F_y \cdot 6 - F \cdot 6}{\cos 37 \cdot 3} = \frac{-(-375) \cdot 4 + 500 \cdot 6 - 6000}{0.79 \cdot 3} = -633 \text{ Н.}$$

Сечение Е-Е (рис. 40).

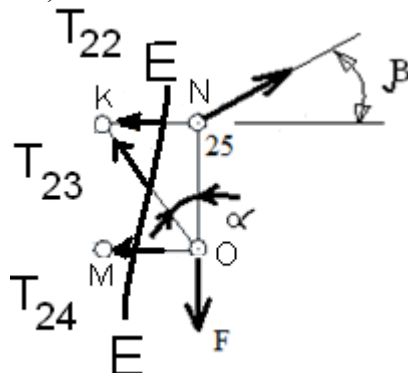


Рис. 40. Определения моментов по сечению Е-Е

Для определения усилия T_{24} составляем уравнение моментов вокруг точки К от действующих сил (рис. 41).

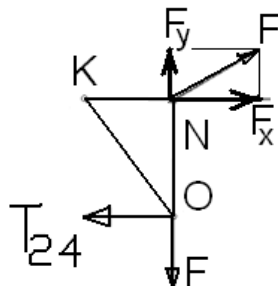


Рис. 41. Определение моментов вокруг точки К

$$-T_{24} \cdot 4 + F_y \cdot 3 - F \cdot 3 = 0.$$

$$T_{24} = \frac{F_y \cdot 3 - F \cdot 3}{4} = \frac{500 \cdot 3 - 3000}{4} = -375 \text{ Н.}$$

Для определения усилия T_{22} составляем уравнение моментов вокруг точки О от действующих сил (рис. 42).

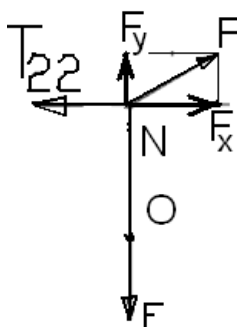


Рис. 42. Определение моментов вокруг точки О

$$-T_{22} \cdot 4 + F_x \cdot 4 = 0.$$

$$T_{22} = \frac{F_x \cdot 4}{4} = \frac{866 \cdot 4}{4} = 866 \text{ Н.}$$

Для определения усилия T_{23} составляем уравнение моментов вокруг точки N от действующих сил (рис. 43).

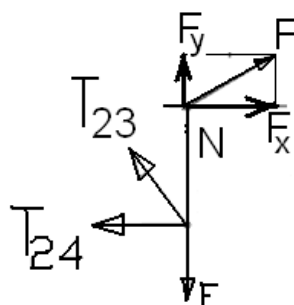


Рис. 43. Определение моментов вокруг точки N

$$-T_{23} \cdot \sin 37 \cdot 4 - T_{24} \cdot 4 = 0.$$

$$T_{23} = \frac{-T_{24} \cdot 4}{\sin 37 \cdot 4} = \frac{-(-375) \cdot 4}{0.6 \cdot 4} = 625 \text{ Н.}$$

Сечение Е-Е₁ (рис. 44). Для определения усилия T_{25} составляем уравнение моментов вокруг точки К от действующих сил (рис. 44).

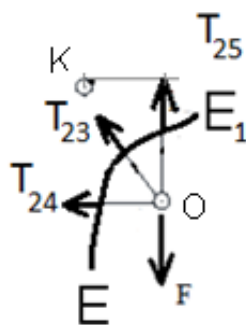


Рис. 44. Определение моментов вокруг точки К

$$M_K = -T_{24} \cdot 4 - F \cdot 3 + T_{25} \cdot 3 = 0.$$

$$T_{25} = \frac{T_{24} \cdot 4 + F \cdot 3}{3} = \frac{(-375) \cdot 4 + 1000 \cdot 3}{3} = 500 \text{ Н.}$$

Результаты расчета (в ньютонах) представлены на рис. 45.

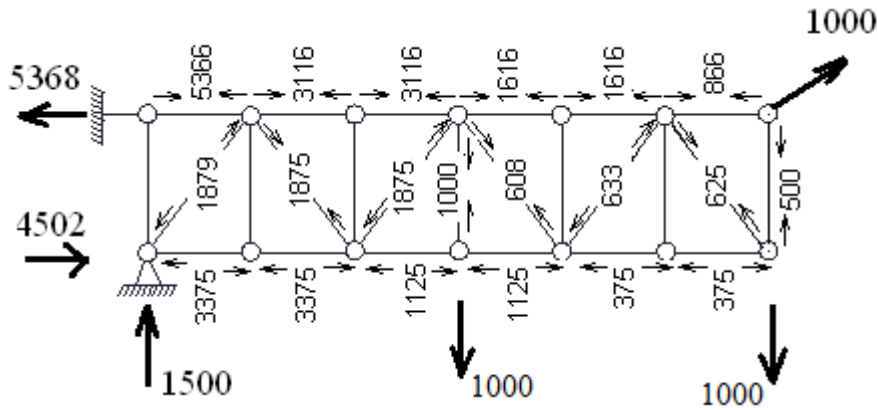


Рис. 45. Рассчитанные усилия в стержнях фермы методом сечений

1.4. Графический метод

Для определения сил графическим методом необходимо построить план сил, из которого находят неизвестные силы. Построение проводится с учетом масштаба. Из точки (точка называется полюсом сил) в произвольном месте строятся векторы известных сил (с учетом масштаба, направления действия и угла наклона), затем строятся линии действия неизвестных сил (силы действуют вдоль стержней). Расчет основан на том, что в каждом узле векторная сумма сил равна нулю, т.е. план сил должен начинаться из полюса и в нем же заканчиваться.

Масштаб – это отношение силы к длине вектора на рисунке. Масштабы выбираются из ряда нормальных чисел: 1; 2; 2,5; 4; 5; 7,5, можно эти значения умножить на 10^n , где n – любое целое число. Для определения масштаба необходимо выбрать максимальное значение в узле, для которого проводится расчет.

$$\text{Масштаб} = \frac{\text{Максимальная сила}}{\text{Длина вектора}} = 1 \text{ или } 2 \text{ или } 2,5 \text{ или } 4 \text{ или } 5 \text{ или } 7,5.$$

Рекомендуемая длина вектора для определения масштаба 20 – 60 мм.

Узел В (рис. 46).

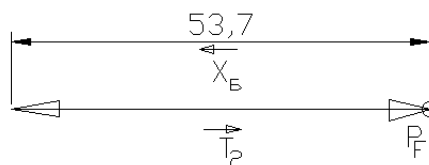


Рис. 46 . План сил для узла В

$$M_B = \frac{X_B}{L_{X_B}} = \frac{5368}{53,7} = 100 \text{ Н/мм. Измеряется длина вектора } T_2 : L_{T_2} = 53,7 \text{ мм.}$$

Определяется реальное значение вектора T_2 :

$$T_2 = M_B \cdot L_{T_2} = 100 \cdot 53,7 = 5370 \text{ Н.}$$

Узел А (рис. 47).

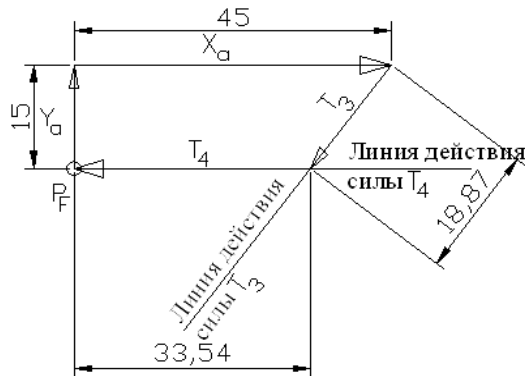


Рис. 47. План сил для узла А

$M_A = \frac{X_A}{L_{X_A}} = \frac{4502}{45} = 100 \text{ Н/мм.}$ Определяется длина вектора L_{Y_a} :

$$L_{Y_a} = \frac{Y_a}{M_A} = \frac{1502}{100} = 15 \text{ мм.}$$

Измеряется длина векторов T_4 и T_3 : $L_{T_4} = 33,54 \text{ мм}$; $L_{T_3} = 18,87 \text{ мм}$.

Определяется реальное значение вектора T_4 и T_3 :

$$T_4 = M_A \cdot L_{T_4} = 100 \cdot 33,54 = 3354 \text{ Н}; \quad T_3 = M_A \cdot L_{T_3} = 100 \cdot 18,87 = 1887 \text{ Н.}$$

Узел D (рис. 48).

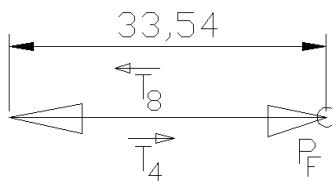


Рис. 48. План сил для узла D

$$M_D = \frac{T_4}{L_{T_4}} = \frac{3354}{33,54} = 100 \text{ Н/мм.}$$

Измеряется длина вектора T_8 : $L_{T_8} = 33,54 \text{ мм}$.

Определяется реальное значение вектора T_8 :

$$T_8 = M_D \cdot L_{T_8} = 100 \cdot 33,54 = 3354 \text{ Н.}$$

Узел С (рис. 49).

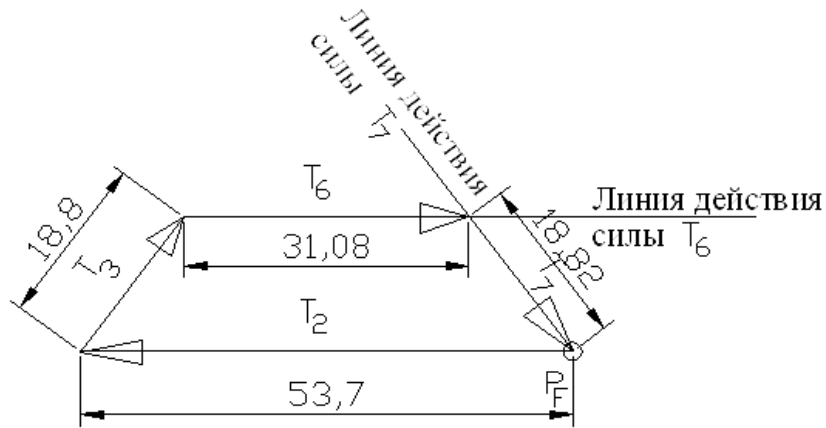


Рис. 49. План сил для узла С

$$M_C = \frac{T_2}{L_{T_2}} = \frac{5370}{53,7} = 100 \text{ Н/мм.}$$

Определяется длина вектора L_{T_3} :

$$L_{T_3} = \frac{T_3}{M_C} = \frac{1887}{100} = 18,8 \text{ мм.}$$

Измеряется длина векторов T_6 и T_7 : $L_{T_6} = 31,08$ мм; $L_{T_7} = 18,82$ мм.

Определяется реальное значение вектора T_6 и T_7 :

$$T_6 = M_C \cdot L_{T_6} = 100 \cdot 31,08 = 3108 \text{ Н}; \quad T_7 = M_C \cdot L_{T_7} = 100 \cdot 18,82 = 1882 \text{ Н.}$$

Узел Е (рис. 50).

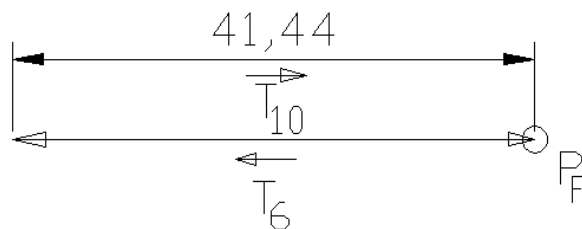


Рис. 50. План сил для узла Е

$$M_E = \frac{T_6}{L_{T_6}} = \frac{3108}{41,44} = 75 \text{ Н/мм.}$$

Измеряется длина вектора T_{10} : $L_{T_{10}} = 41,44$ мм.

Определяется реальное значение вектора T_{10} :

$$T_{10} = M_E \cdot L_{T_{10}} = 75 \cdot 41,44 = 3108 \text{ Н.}$$

Узел F (рис. 51).

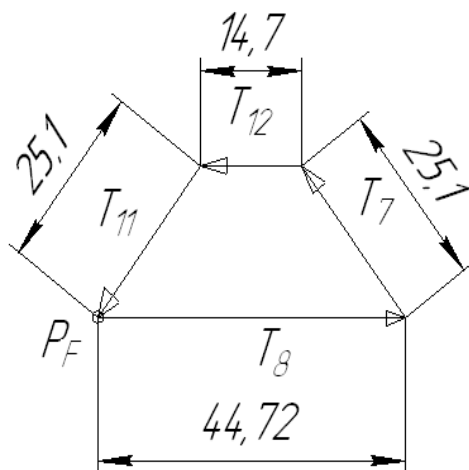


Рис. 51. План сил для узла F

$$M_F = \frac{T_8}{L_{T_8}} = \frac{3354}{44,72} = 75 \text{ Н/мм.}$$

Определяется длина вектора L_{T_7} :

$$L_{T_7} = \frac{T_7}{M_F} = \frac{1882}{75} = 25,1 \text{ мм.}$$

Измеряется длина векторов T_{11} и T_{12} : $L_{T_{11}} = 25,1$ мм; $L_{T_{12}} = 14,7$ мм.

Определяется реальное значение вектора T_{11} и T_{12} :

$$T_{11} = M_F \cdot L_{T_{11}} = 75 \cdot 25,1 = 1882 \text{ Н; } T_{12} = M_F \cdot L_{T_{12}} = 75 \cdot 14,7 = 1102 \text{ Н.}$$

Узел H (рис. 52).

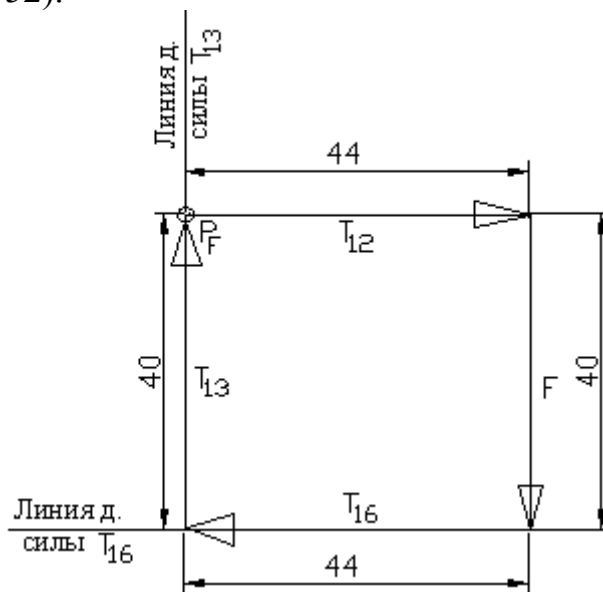


Рис. 52. План сил для узла H

$$M_H = \frac{T_{12}}{L_{T_{12}}} = \frac{1102}{44} = 25 \text{ Н/мм.}$$

Определяется длина вектора L_F :

$$L_F = \frac{F}{M_H} = \frac{1000}{25} = 40 \text{ мм.}$$

Измеряется длина векторов T_{13} и T_{16} : $L_{T_{13}} = 40 \text{ мм}$; $L_{T_{16}} = 44 \text{ мм}$.

Определяется реальное значение вектора T_{13} и T_{16} :

$$T_{13} = M_H \cdot L_{T_{13}} = 25 \cdot 40 = 1000 \text{ Н}; T_{16} = M_H \cdot L_{T_{16}} = 25 \cdot 44 = 1102 \text{ Н.}$$

Узел G (рис. 53).

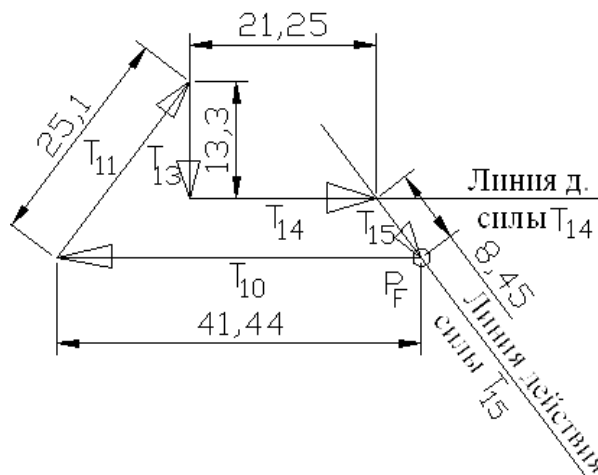


Рис. 53. План сил для узла G

$$M_{VII} = \frac{T_{10}}{L_{T_{10}}} = \frac{3108}{41.44} = 75 \text{ Н/мм.}$$

Определяется длина вектора $L_{T_{11}}$ и $L_{T_{13}}$:

$$L_{T_{11}} = \frac{T_{11}}{M_G} = \frac{1882}{75} = 25,1 \text{ мм}; L_{T_{13}} = \frac{T_{13}}{M_G} = \frac{1000}{75} = 13,33 \text{ мм.}$$

Измеряется длина векторов T_{14} и T_{15} : $L_{T_{14}} = 21,25 \text{ мм}$; $L_{T_{15}} = 8,45 \text{ мм}$.

Определяется реальное значение вектора T_{14} и T_{15} :

$$T_{14} = M_G \cdot L_{T_{14}} = 75 \cdot 21,25 = 1594 \text{ Н}; T_{15} = M_G \cdot L_{T_{15}} = 75 \cdot 8,45 = 633 \text{ Н.}$$

Узел I (рис. 54).

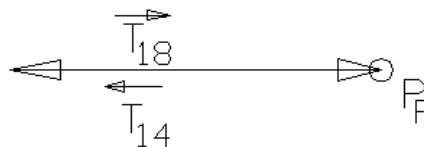


Рис. 54. План сил для узла I

$$M_I = \frac{T_{14}}{L_{T_{14}}} = \frac{1594}{31,88} = 50 \text{ Н/мм.}$$

Измеряется длина вектора T_{18} : $L_{T_{18}} = 31,88 \text{ мм.}$

Определяется реальное значение вектора T_{18} :

$$T_{18} = M_I \cdot L_{T_{18}} = 50 \cdot 31,88 = 1594 \text{ Н.}$$

Узел J (рис. 55).

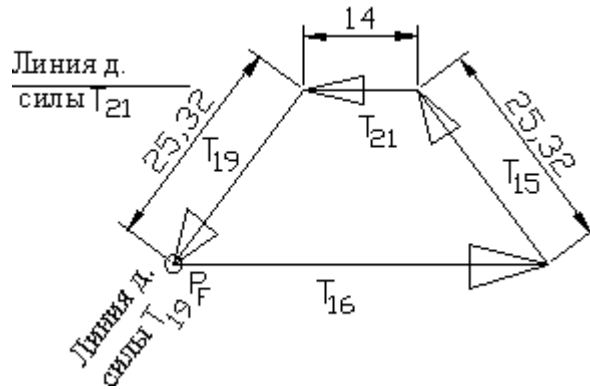


Рис. 55. План сил для узла J

$$M_J = \frac{T_{16}}{L_{T_{16}}} = \frac{1102}{44} = 25 \text{ Н/мм.}$$

Определяется длина вектора $L_{T_{15}}$: $L_{T_{15}} = \frac{T_{15}}{M_J} = \frac{633}{25} = 25,32 \text{ мм.}$

Измеряется длина векторов T_{19} и T_{21} : $L_{T_{19}} = 25,39 \text{ мм}$; $L_{T_{21}} = 14 \text{ мм.}$

Определяется реальное значение вектора T_{19} и T_{21} :

$$T_{19} = M_J \cdot L_{T_{19}} = 25 \cdot 25,39 = 635 \text{ Н}; \quad T_{21} = M_J \cdot L_{T_{21}} = 25 \cdot 14 = 350 \text{ Н.}$$

Узел K (рис. 56).

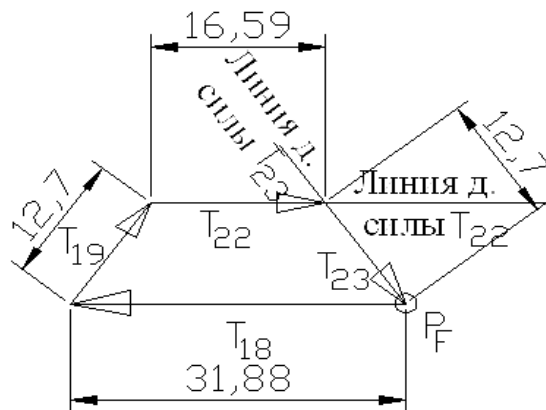


Рис. 56. План сил для узла K

$$M_K = \frac{T_{18}}{L_{T_{18}}} = \frac{1594}{31,88} = 50 \text{ Н/мм.}$$

Определяется длина вектора $L_{T_{19}} : L_{T_{19}} = \frac{T_{19}}{M_K} = \frac{635}{50} = 12,7 \text{ мм.}$

Измеряется длина векторов T_{22} и $T_{23} : L_{T_{22}} = 16,59 \text{ мм}; L_{T_{23}} = 12,7 \text{ мм.}$

Определяется реальное значение вектора T_{22} и $T_{23} :$

$$T_{22} = M_K \cdot L_{T_{22}} = 50 \cdot 16,59 = 830 \text{ Н}; T_{23} = M_K \cdot L_{T_{23}} = 50 \cdot 12,7 = 635 \text{ Н.}$$

Узел М (рис. 57).

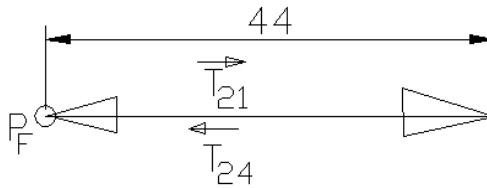


Рис. 57. План сил для узла М

$$M_M = \frac{T_{21}}{L_{T_{21}}} = \frac{350}{46,6} = 7,5 \text{ Н/мм.}$$

Измеряется длина векторов $L_{T_{24}} : L_{T_{24}} = 46,6 \text{ мм.}$

Определяется реальное значение вектора $L_{T_{24}} :$

$$T_{24} = M_M \cdot L_{T_{24}} = 7,5 \cdot 46,6 = 350 \text{ Н.}$$

Узел N (рис. 58).

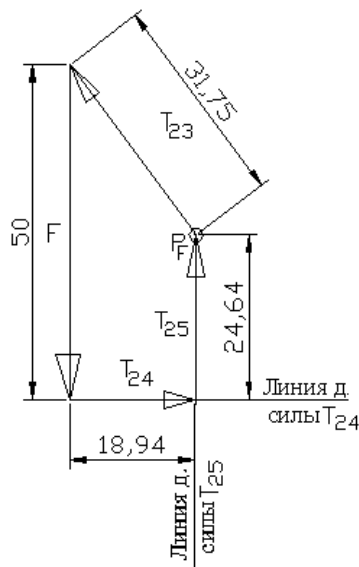


Рис. 58. План сил для узла N

$$M_N = \frac{F}{L_F} = \frac{1000}{50} = 20 \text{ Н/мм.}$$

Определяется длина вектора $L_{T_{23}}$: $L_{T_{23}} = \frac{T_{23}}{M_N} = \frac{635}{20} = 31,75 \text{ мм.}$

Измеряется длина векторов T_{24} и T_{25} : $L_{T_{24}} = 18,94 \text{ мм}$; $L_{T_{25}} = 24,64 \text{ мм.}$

Определяется реальное значение вектора T_{24} и T_{25} :

$$T_{24} = M_N \cdot L_{T_{24}} = 20 \cdot 18,94 = 356 \text{ Н}; \quad T_{25} = M_N \cdot L_{T_{25}} = 20 \cdot 24,64 = 494 \text{ Н.}$$

При расчете узла М сила $T_{24} = 350 \text{ Н}$. Расхождения объясняются погрешностями построения и расчетов.

Узел О (рис. 59).

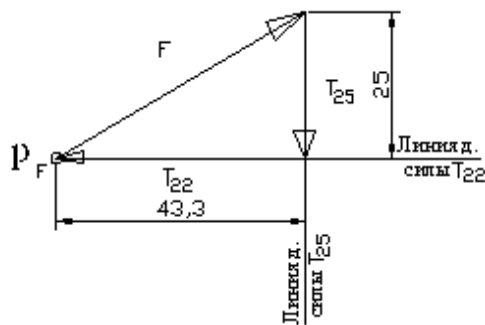


Рис. 59. План сил для узла О

$$M_O = \frac{F}{L_F} = \frac{1000}{50} = 20 \text{ Н/мм.}$$

Измеряется длина векторов T_{22} и T_{25} :

$$L_{T_{22}} = 43,3 \text{ мм}; \quad L_{T_{25}} = 25 \text{ мм.}$$

Определяется реальное значение вектора T_{22} и T_{25} :

$$T_{22} = M_O \cdot L_{T_{22}} = 20 \cdot 43,3 = 866 \text{ Н}; \quad T_{25} = M_O \cdot L_{T_{25}} = 20 \cdot 25 = 500 \text{ Н.}$$

При расчете узла Н сила $T_{25} = 494 \text{ Н}$, а при расчете узла К сила $T_{22} = 830 \text{ Н}$.

Расхождения объясняются погрешностями построения и расчетов.

Результаты расчетов (в ньютонах) представлены на рис. 60.

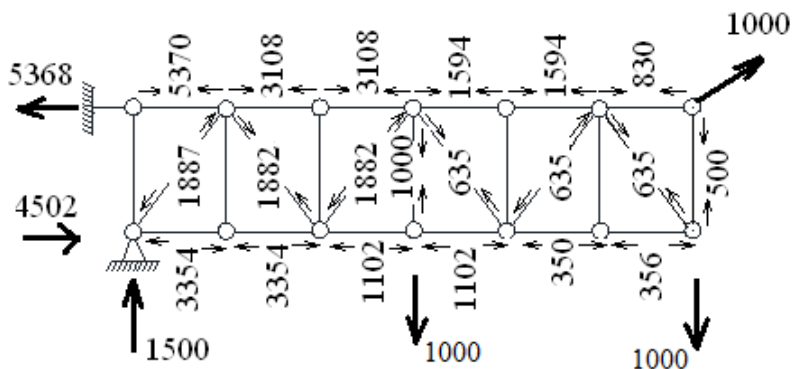


Рис. 60. Рассчитанные усилия в стержнях фермы

2. РАСЧЕТ ФЕРМ В ПРОГРАММЕ ANSYS

2.1. Метод конечных элементов

Инженерная мысль развивалась с незапамятных времен, притом что скорость накопления информации и объем её использования увеличивались в геометрической прогрессии. Некоторые исследователи инженерной деятельности выделяют особенно бурный рост её с середины XX века. Они связывают это с множеством факторов, например, такими, как усложнение инженерных объектов, расширение объемов научных знаний, использование инженерами знаний различных наук и т.п.

Усложнение расчетов требовало усложнения, расширения и углубления математического аппарата и как следствие увеличения трудоемкости расчетов. Совместно с развитием вычислительной техники совершенствовалось и программное обеспечение. Широкое применение нашел метод конечных элементов (МКЭ), который основан на разбиении сложного объекта на более мелкие и простые. Расчет основан на задании физических свойств материала, условий закрепления и приложения внешнего воздействия. Подобным способом можно решать задачи механики, электромагнетизма, гидравлики, теплоэнергетические и многие другие. При этом различным элементам можно задать различные физические и геометрические параметры; выходные параметры одного элемента будут являться входными параметрами следующего элемента. Теория МКЭ широко описана и хорошо изучена, поэтому рассмотрим принцип расчета на следующем примере.

Определить деформацию стержня и напряжения в сечениях, которые указаны на рис. 61. Стержень состоит из пяти частей с различными размерами и из различных материалов. Для упрощения задачи не учтена сила тяжести элементов балки. Первая и пятая части из стали 3, вторая и четвертая из меди и третья из алюминия. Представим части как отдельные элементы (конечные элементы), посчитаем их отдельно и найдем перемещение (суммарное) точки S. Исходные данные представлены в табл. 1.

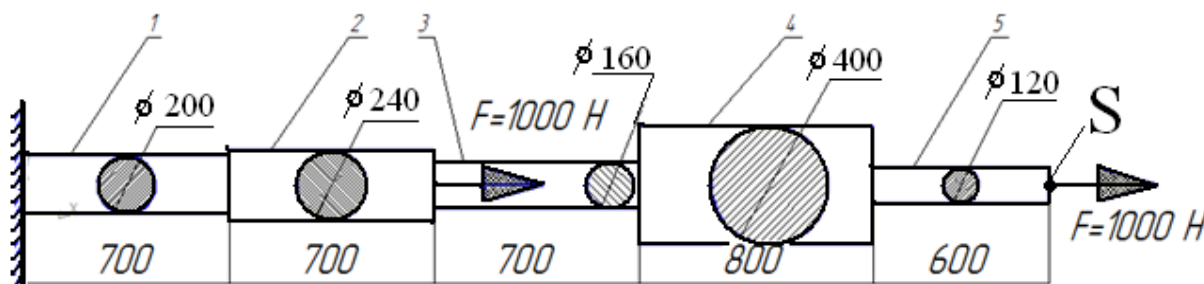


Рис. 61. Стержень

Таблица 1

Характеристики сечения

Номер элемента	Длина участка, мм	Диаметр участка, мм	Модуль упругости, ГПа
1	700	200	210
2	700	240	100
3	700	160	70
4	800	400	100
5	600	120	210

Напряжение в сечениях определяется по формуле

$$\sigma = \frac{F}{A},$$

где F – осевая растягивающая сила, Н;

A – площадь поперечного сечения круга диаметром d , см²; $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$.

Деформация участка высчитывается по формуле

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E},$$

где E – модуль упругости, Па.

Преобразовав, вышеприведенную формулу, получим удлинение Δl :

$$\Delta l = \frac{F}{k},$$

где k – жесткость элемента, Па·м; $k = \frac{E \cdot A}{l}$.

Для примера проведен расчет сечения 1-1 первого участка:

$$\Delta l_{1-1} = \frac{F + F}{k} = \frac{1000 + 1000}{9,42 \cdot 10^9} = 0,212 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

где жесткость элементов и площадь сечения были рассчитаны следующим образом:

$$k = \frac{E \cdot A}{l} = \frac{210 \cdot 10^9 \cdot 0,0314}{0,7} = 9,42 \cdot 10^9 \text{ Н/м}; A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,2^2}{4} = 0,0314 \text{ м}^2.$$

Результаты расчета остальных частей представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты расчета

Номер участка	Длина участка, мм	Осевая сила, Н	d, мм	Площадь сечения, мм ²	Модуль упругости, ГПа	Жесткость, $\times 10^9$ Н/м	Удлинение, $\times 10^{-6}$ м
1	700	2000	200	0,0314	210	9,4	0,2
2	700	2000	240	0,0452	100	6,5	0,3
3	700	1000	160	0,0201	70	2	0,5
4	800	1000	400	0,1256	100	15,7	0,06
5	600	1000	120	0,0113	210	3,96	0,25

Расчет суммарного удлинения

Перемещение точки А будет складываться из удлинения всех участков, потому что начало второго участка будет смещаться вправо на величину удлинения первого, а перемещение окончания второго участка будет складываться из удлинения первого и второго участков и т.д.

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 + \Delta l_5 = 2 \cdot 10^{-7} + 3 \cdot 10^{-7} + 5 \cdot 10^{-7} + 6 \cdot 10^{-8} + 2,5 \cdot 10^{-7} = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

2.2. Программа ANSYS

ANSYS – это современная программа инженерных расчетов, которая в своих расчетах использует метод конечных элементов. Программа является признанным лидером по расчетам во всем мире. Её в своей работе используют все известные фирмы: ABB, BMW, Boeing, Caterpillar, Daimler-Chrysler, FIAT, Ford, БелАЗ, General Electric, Mitsubishi, Siemens, Alfa Laval, Shell, Volkswagen-Audi и др.

Запустите программу ANSYS, откроется окно, представленное на рис. 62, на котором обозначены области окна программы:

А – ANSYS Utility Menu – меню вспомогательных функций (управление файлами, выбор графических элементов, настройка управления и параметров программы);

Б – ANSYS Input – командная строка для использования команд при расчетах, настройки программы и задания параметров;

В – ANSYS Main Menu – меню для основных действий и операций в программе;

Г – ANSYS Graphics – окно для графической работы с программой, а также вывода результатов расчета;

Д – ANSYS Toolbar – панель для быстрого доступа к ряду макросам и функций программы.

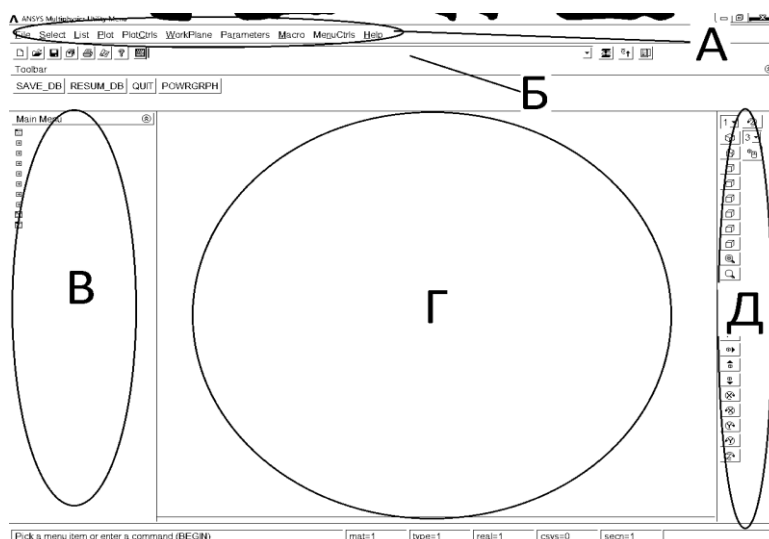


Рис. 62. Рабочее окно программы ANSYS

2.2.1. Определение типа анализа

В программе ANSYS можно проводить структурные (механические расчеты), термические (нагрев/охлаждение, теплопередача, температурные расширения и деформации), гидродинамические (расчет режимов и параметров движения жидкости и газов), магнетические (расчет магнитных полей и их взаимодействия), электрические и др. расчеты.

Первый шаг в работе с программой – задание рабочей папки. В эти папки будут записываться временные, расчетные и др. файлы. В ней же будет сохраняться графическая информация. На диске, в корневом каталоге, в папке Ansys создайте папку с Вашей фамилией. **Внимание!** В названиях используйте только английский алфавит и цифры.

Для задания рабочей папки откройте окно по пути File→Change Directory (рис. 63). Откроется окно «Обзор папок», выберите в ней вашу папку и нажмите «Ок» (рис. 64).

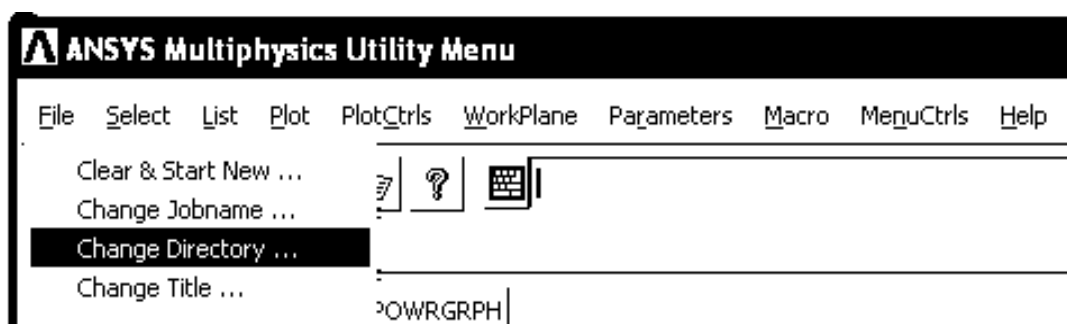


Рис. 63. Задание рабочей папки

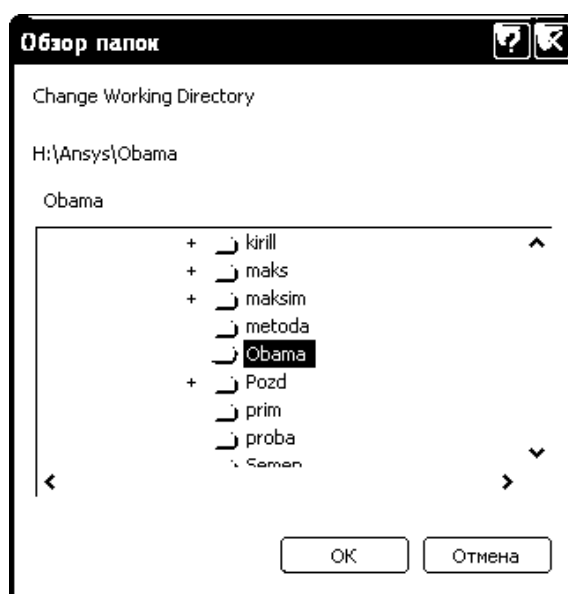


Рис. 64. Определение рабочей папки

Сохранение файла

Для сохранения файла на жестком диске компьютера необходимо в меню ANSYS Utility Menu выбрать File→Save as... В окне «Save database to» надо ввести имя английскими буквами и нажать «ОК».

Для расчета фермы выбираем структурный тип расчета. Для этого в ANSYS Main Menu выбираем Preferences (рис. 65). Это же действие можно записать в виде

Main Menu→Preferences

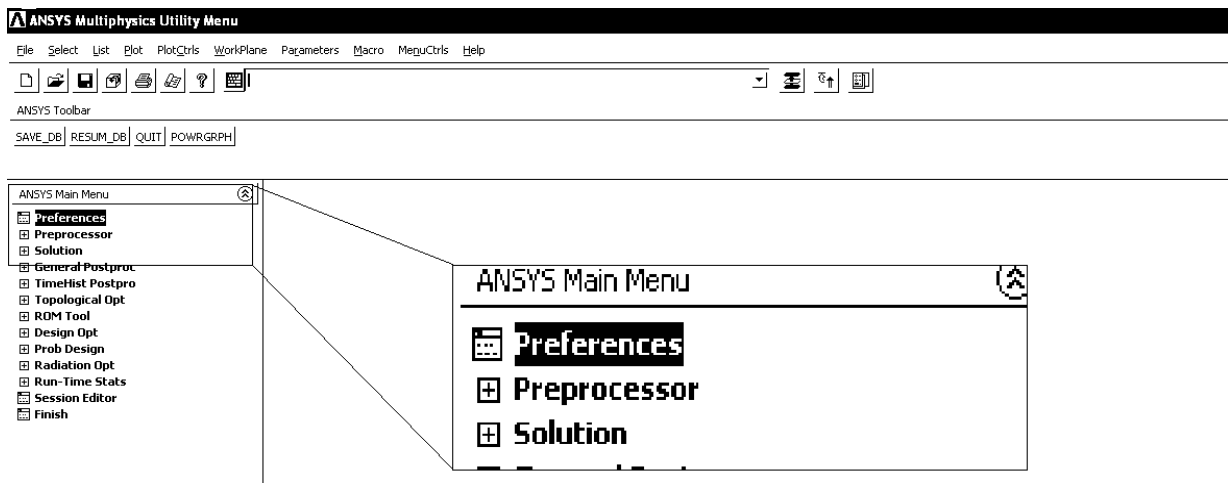


Рис. 65. Задание типа расчета

Откроется окно (рис. 66), в котором требуется отметить галочкой Structural. Для завершения нажмите кнопку «ОК».

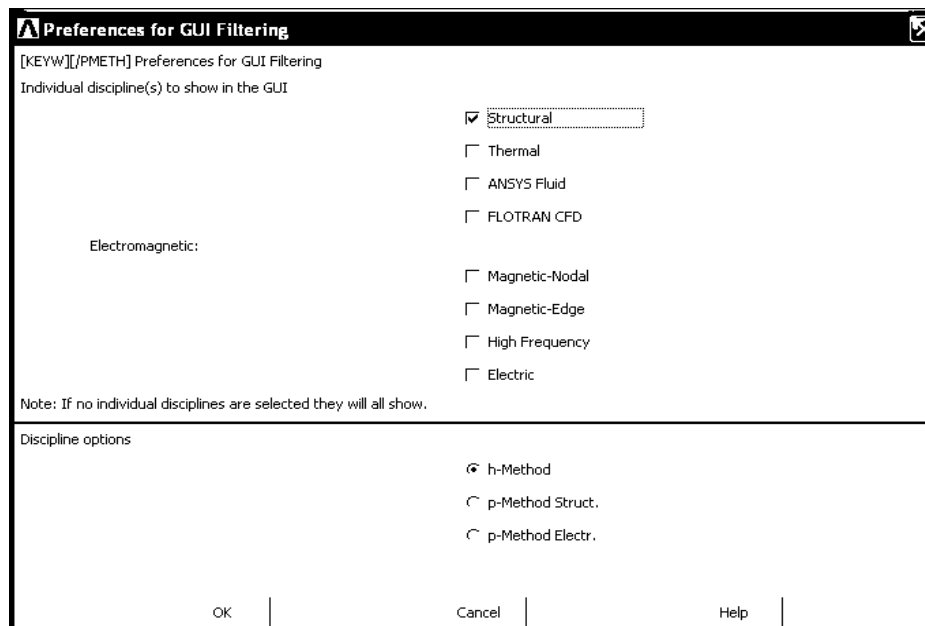


Рис. 66. Выбор структурного расчета

2.2.2. Определение типа конечного элемента

Для различных типов расчетов (гидравлических, электрических, прочностных, температурных и др.) и для придания элементам определенных свойств (жесткостных, демпфирующих, условий взаимодействия между элементами, сосредоточенных масс, учет трения и др.) существует большое количество конечных элементов.

Для расчета выбираем стержневой элемент «Link 8» или «Link 180», т.е. 3D конечный элемент, который работает только на растяжение/сжатие, идеально жесткий на изгиб. Элемент имеет два узла I и J (рис. 67), в которых задаются (определяются, ограничиваются) поступательные степени свободы по осям X, Y и Z.

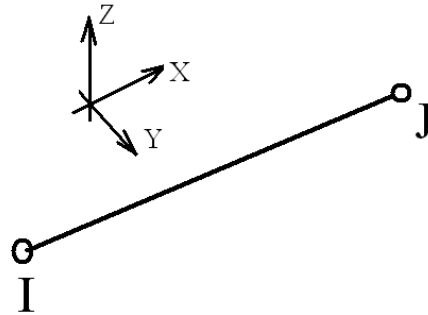


Рис. 67. Конечный элемент Link 8 или Link 180

Выбор типа конечных элементов производится следующим образом Main Menu → Preprocessor → Element Type → Add/Edit/Delete. Откроется окно Element Type (рис. 68), в нем нажмите «Add...», и откроется окно «Library of Element Types» (рис. 69).

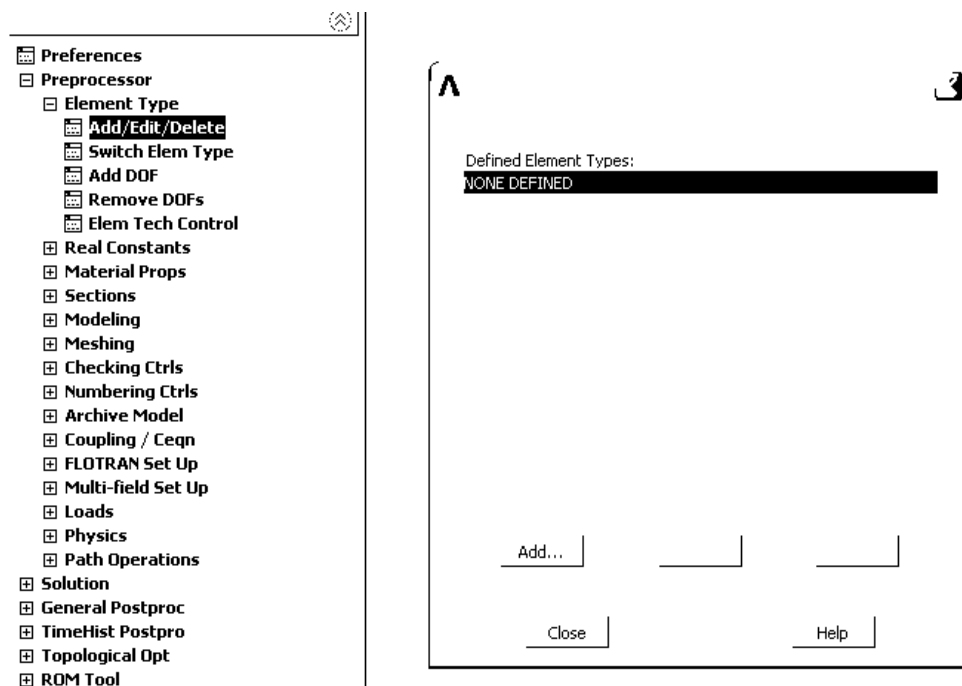


Рис. 68. Задание типа конечного элемента

В окне выбрать Structural→Link 8 или Link 180, после выбора нажать ОК.

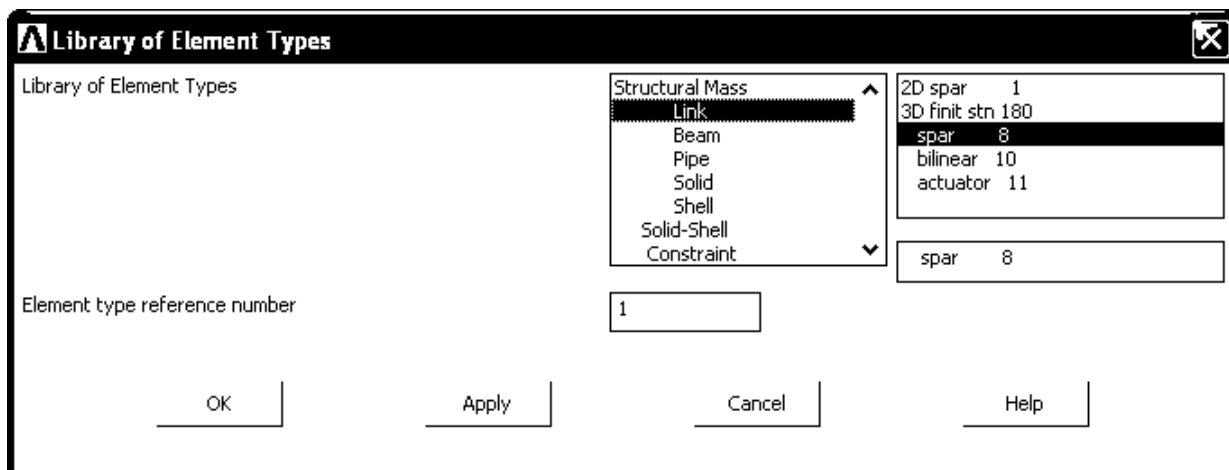


Рис. 69. Библиотека конечных элементов

2.2.3. Задание характеристик сечения элементов и свойства материалов

Для элементов «Link 8» или «Link 180» необходимо задать поперечное сечение $S = 0,01 \text{ м}^2$.

Для задания параметров элемента необходимо проделать следующее:

Main Menu→Preprocessor→Real Constants→Add/Edit/Delete.

В открывшемся окне Real Constants нажмите «Add...», и откроется окно Library of Element Types (рис. 70).

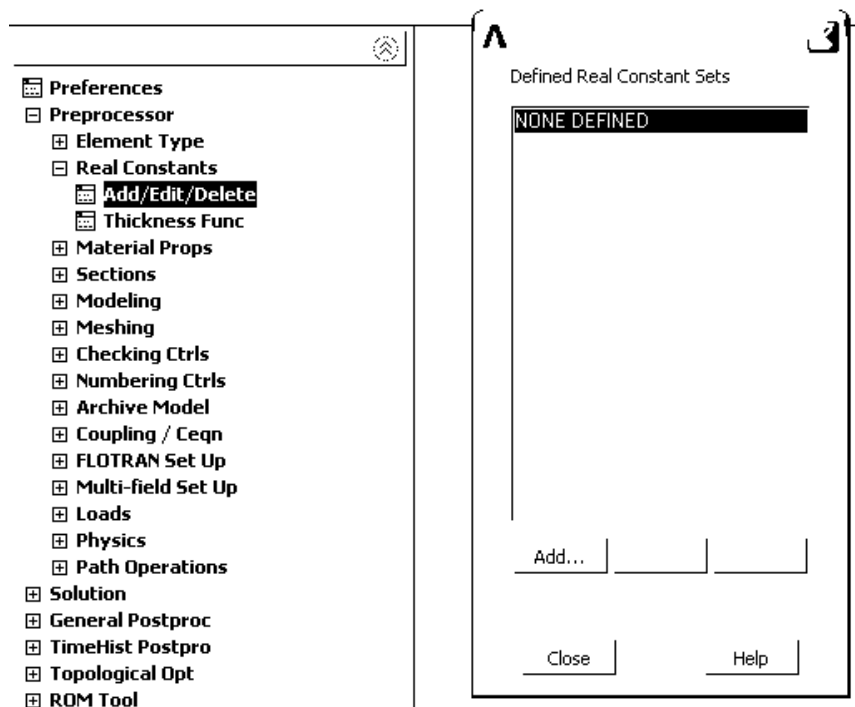


Рис. 70. Задание площади поперечного сечения

В открывшемся окне «Real Constants» нажмите «Add...», и откроется окно «Element Types for Real Constants» (рис. 71), выберите интересующий вас элемент (в нашем случае Link 180).

Для переменной *AREA* присваивается значение площади поперечного сечения элемента (рис. 72). Площадь примем для всех одинаковую $AREA = 0,01 \text{ м}^2$. **Внимание!** В программе используйте в качестве разделителей только точки.

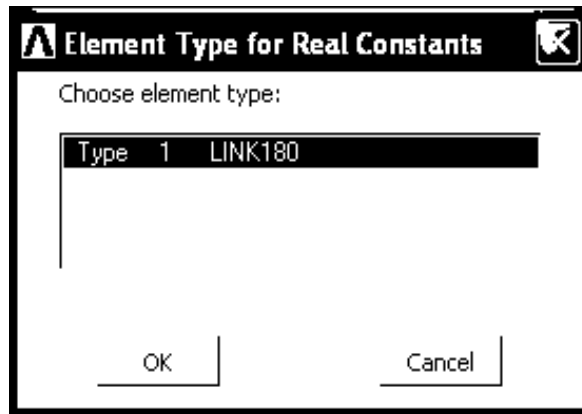


Рис. 71. Определение конечного элемента, для которого задаются константы

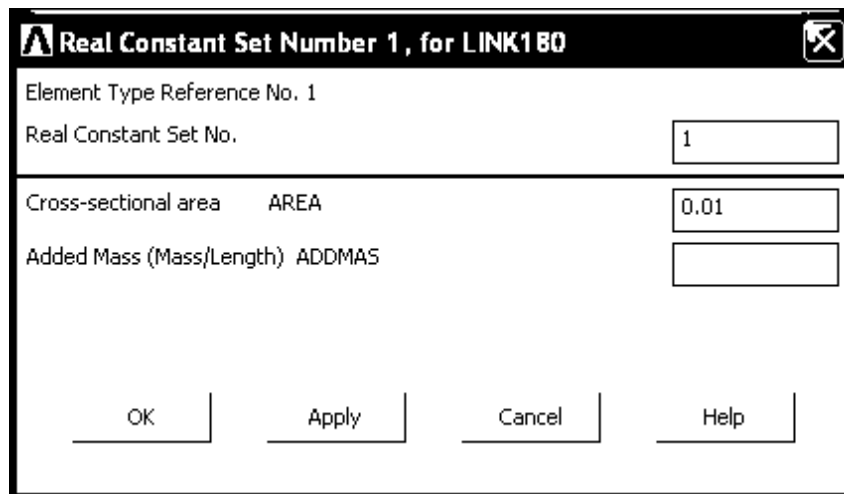


Рис. 72. Задание площади поперечного сечения

А также требуется задать свойства материала. Для решения поставленной задачи достаточно будет задать плотность $DENS = 7850 \text{ кг/м}^3$, модель упругости $EX = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па} = 2E11$ и коэффициент Пуассона $PRXY = 0,3$ для стали. Для задания свойств материалов необходимо зайти по пути:

Main Menu → Preprocessor → Material Prop → Material Models.
Откроется окно «Define Material Model Behavior» (рис. 73).

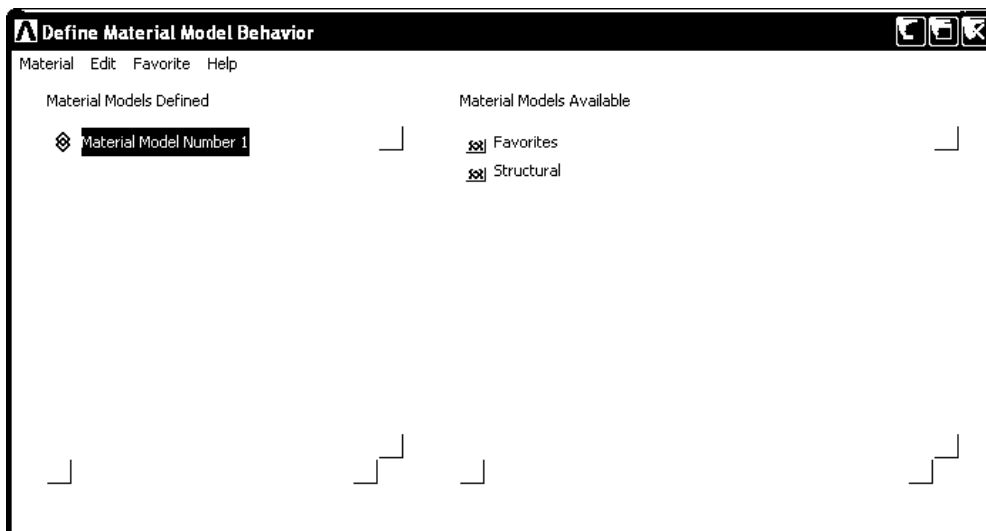


Рис. 73. Задание модуля упругости и коэффициента Пуассона материала

В окне «Material Models Available» выберите:
 Favorites→Linear Static →Density – для задания плотности (рис. 74),
 Favorites→Linear Static →Linear Isotropic – для задания модуля
 упругости и коэффициента Пуассона (рис. 75).

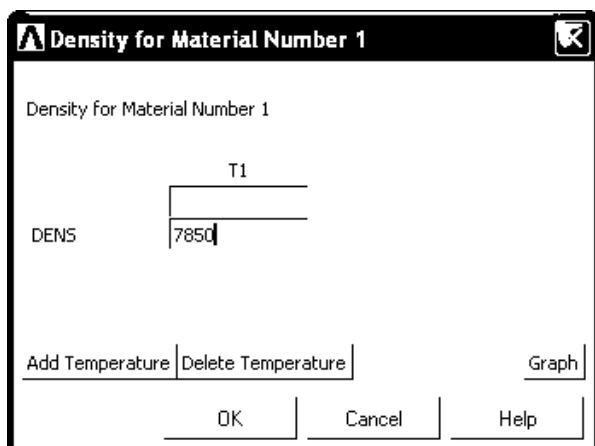


Рис. 74. Задание плотности материала

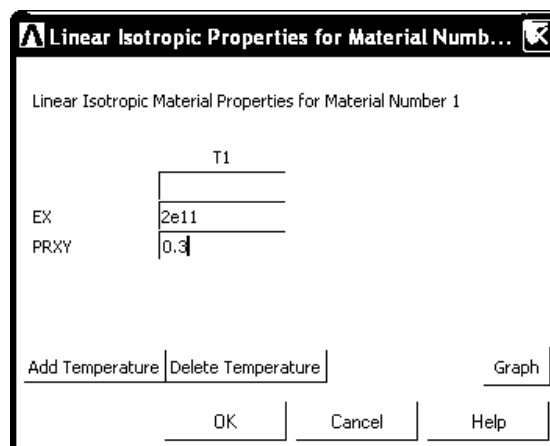


Рис. 75. Задание для материала модуля упругости и коэффициента Пуассона

Закрываем окно «Define Material Model Behavior» крестиком.

2.2.4. Построение точек

Для построения точки необходимо задать номер точки и её координату. Номер может присваиваться по умолчанию – по порядку, но для удобства в данном задании номер назначается вручную. Номер и координаты задаются в окне, представленном на рис. 76:

Main Menu→ Preprocessor→ Modeling→Create→Keypoints→In Active CS

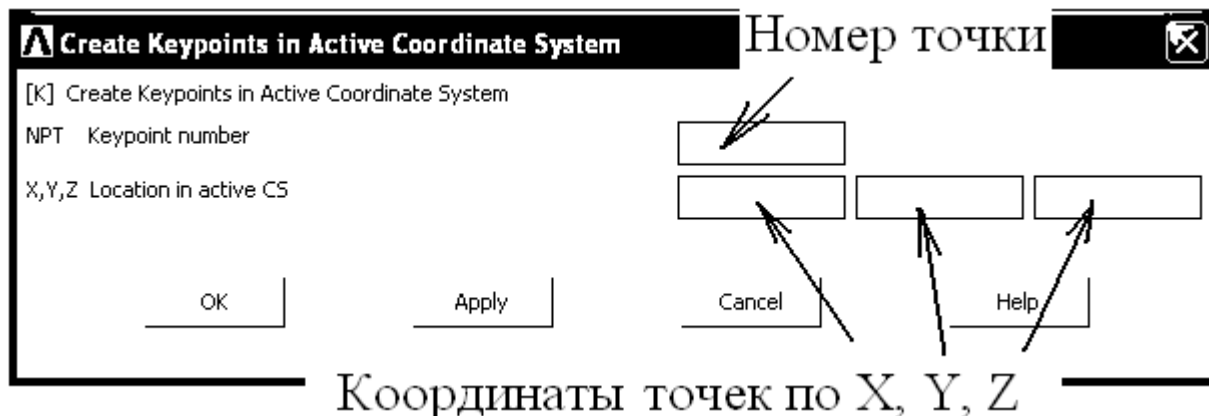


Рис. 76. Ввод координат и номера точки

Координаты вводим по X и Y, а координата Z всегда равна 0, так как задача «плоская» и решается в 2D.

Номер точки и координаты задаем в соответствии с заданием. В примере координаты точек представлены в табл. 3

Таблица 3

Номера и координаты точек

№ точки	Координаты точек		
	X	Y	Z
1	0	4	0
2	0	0	0
3	3	4	0
4	3	0	0
5	6	4	0
6	6	0	0
7	9	4	0
8	9	0	0
9	12	4	0
10	12	0	0
11	15	4	0
12	15	0	0
13	18	4	0
14	18	0	0

Вводим данные последовательно (номер точки, координаты X и Y), нажимая кнопку «Apply». Не забудьте менять номер точки и координаты. После завершения ввода всех точек нажать кнопку ОК.

Для удаления лишних (двойных и ошибочных) точек необходимо выбрать в меню:

Main Menu → Preprocessor → Modeling → Delete → Keypoints.

Откроется окно (рис. 77), требуется указать (выделить) курсором ненужные точки или указать номера точек и нажать «ОК».

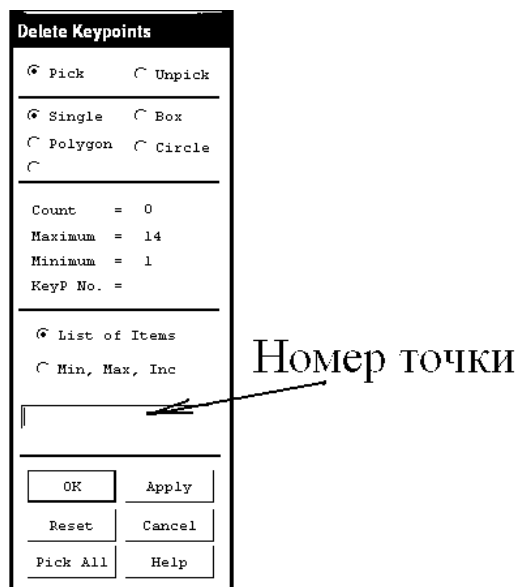


Рис. 77. Окно для удаления точек

Если точки не отображаются на экране, то возможно, что не активизирована функция просмотра точек. Чтобы проверить активизацию, надо:
ANSYS Utility Menu→Plot→Keypoints.

По результатам картинка расположения точек должна соответствовать заданию и выглядеть примерно, как на рис. 78.

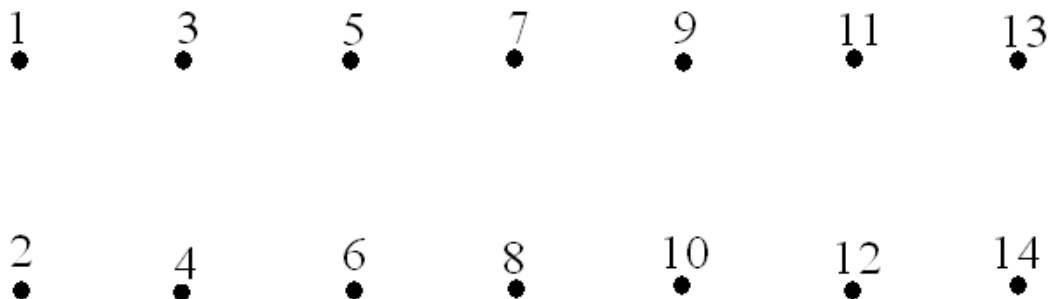


Рис. 78. Расположение точек

2.2.5. Построение линий

Строятся линии в соответствии с заданием. Для построения линии требуется выбрать в меню путь:

Main Menu→Preprocessor→Modeling→Create→Lines→Straight Line.

Затем курсором выбрать две точки (начало и окончание первого стержня фермы в соответствии с заданием), между которыми требуется провести линию, и нажать «Apply».

У курсора есть два режима работы: выделение – стрелка направлена вверх и снятие выделения - стрелка направлена вниз. Режим курсора сменяется нажатием правой кнопки мышки. После выбора точки

нажимается кнопка «ОК» (см. рис. 77). Повторяйте эту операцию, по очереди выделяя точки, пока не нарисуете все линии. Для завершения ввода нажмите «ОК». Для удаления лишних линий требуется в меню выбрать (рис. 79): Main Menu→Preprocessor→Modeling→Delete→Line, затем курсором выбрать линии для удаления и нажать «ОК».

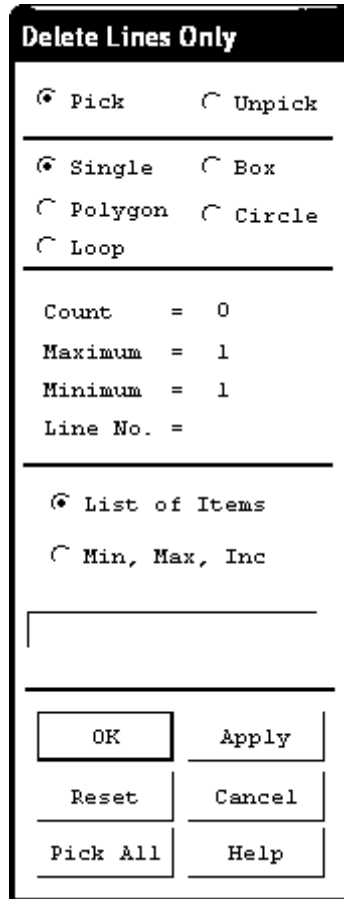


Рис. 79. Меню для удаления линий

Если линии не отображаются, а точки отображаются на экране, то требуется активизировать в меню путь: ANSYS Utility Menu→Plot→Line.

И на экране будут вырисовываться линии (рис. 80).

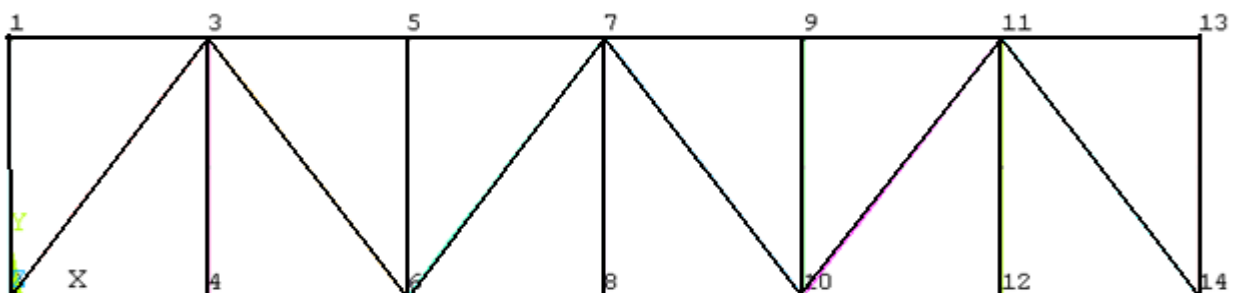


Рис. 80. Отображение линий на экране

Если номера линии не отображаются на экране, то требуется активизировать нумерацию линий в следующем меню в соответствии с рис. 81: ANSYS Utility Menu→Plot Ctrls→Numbering. После выполнения этого меню будут пронумерованы все линии, как на рис. 82.

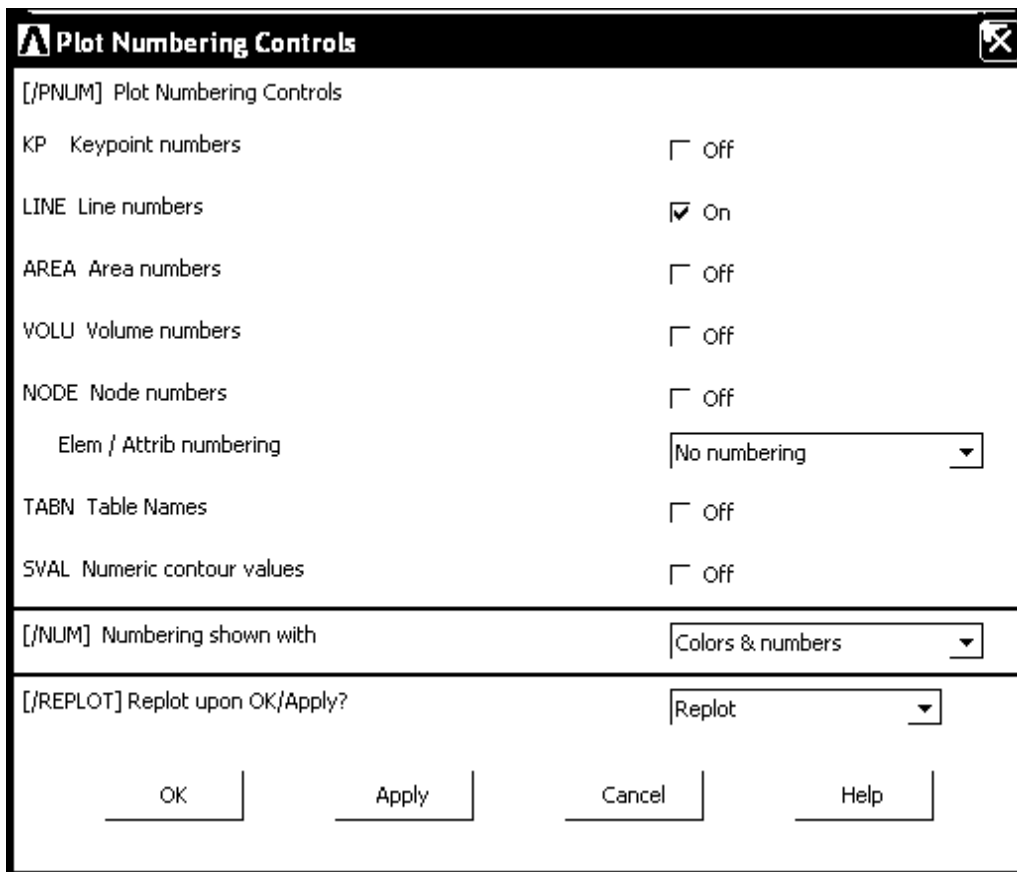


Рис. 81. Меню для отображения номеров линий

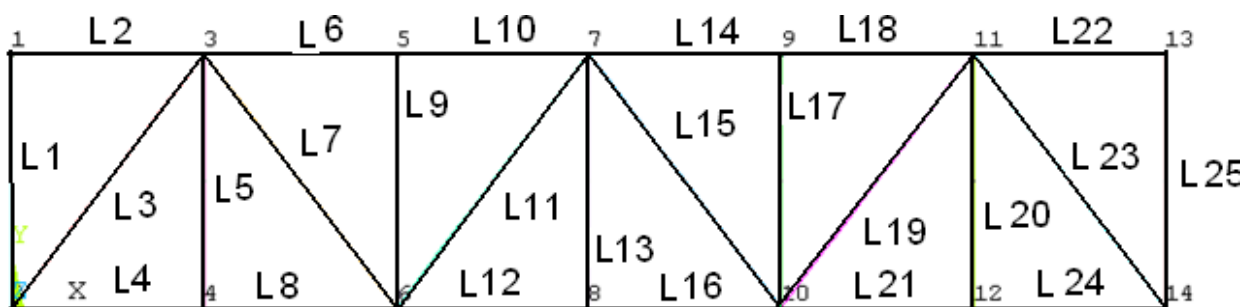


Рис. 82. Отображение номеров линий

2.2.6. Построение конечно-элементной сетки

Построение сетки проводится путем «разбивки» объекта на ранее выбранные конечные элементы. В нашем случае разбивать будем линии

(элементы фермы) на конечные элементы «Link 180». Для нанесения конечно-элементной сетки выберите в меню путь: Main Menu→Preprocessor→Meshing→Mesh Tool. И откроется окно, как на рис. 83.

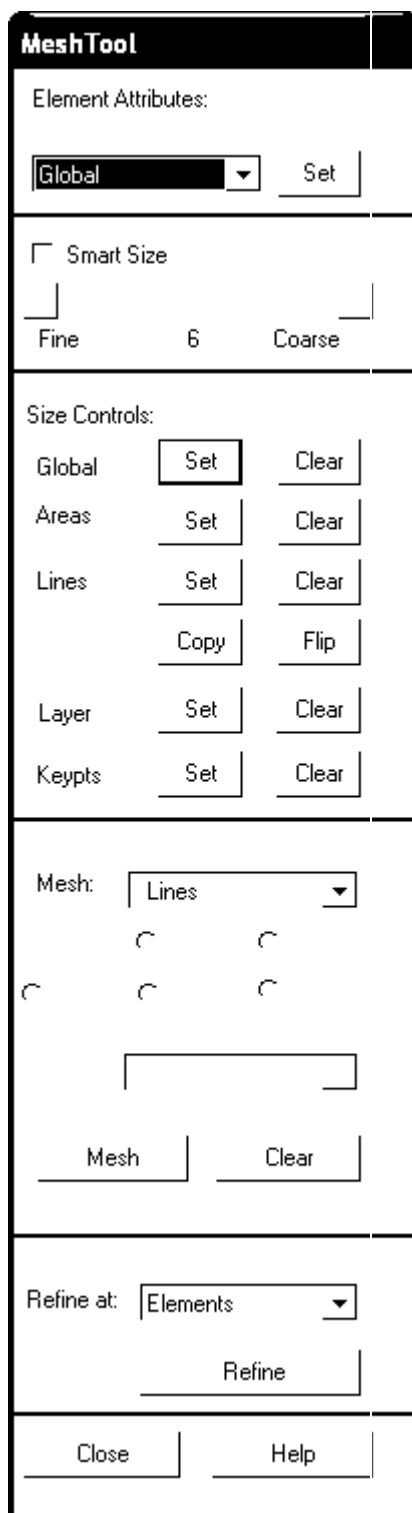


Рис. 83. Задание параметров сетки и её построение

Нажимаем на кнопку «Set», которая находится правее пункта «Global» в разделе «Size Control», и откроется окно (рис. 84).

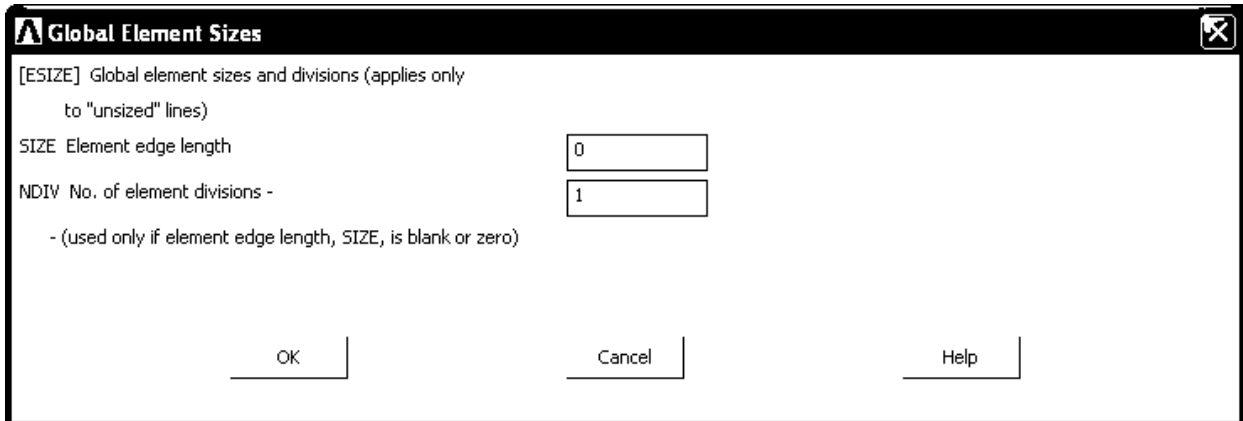


Рис. 84. Задание элементов и их размеров на объекте

Задание размеров сетки или количества элементов

Принимаем по одному элементу на каждой линии, переменная «NDIV=1».

Для нанесения сетки на линии выбираем в меню «ANSYS MainMenu»: Preprocessor → Meshing → Mesh Tool → Mesh.

Поочередно выбираем линии, начиная с первой (L1), согласно рис. 82. Нажимаем «Apply» после выделения одной линии. Далее выбираем вторую линию (L2) и нажимаем «Apply» и так далее, пока не построим сетку на всех элементах. Для отображения сечения конечных элементов требуется в командной строке (ANSYS Input) ввести /ESHAPE 1.0 .

На экране будут отображаться сечения конечных элементов, так же, как на рис. 85. Для определения правильности назначения номеров нужно выбрать в меню «ANSYS Utility Menu → Plot → Line», и на экране будут отображаться только линии. Если номера элементов не отображаются, то активизируйте меню и выделите в нем пункты в соответствии с рис. 86:

ANSYS Utility Menu → PlotCtrls → Numbering выбрать Element number.

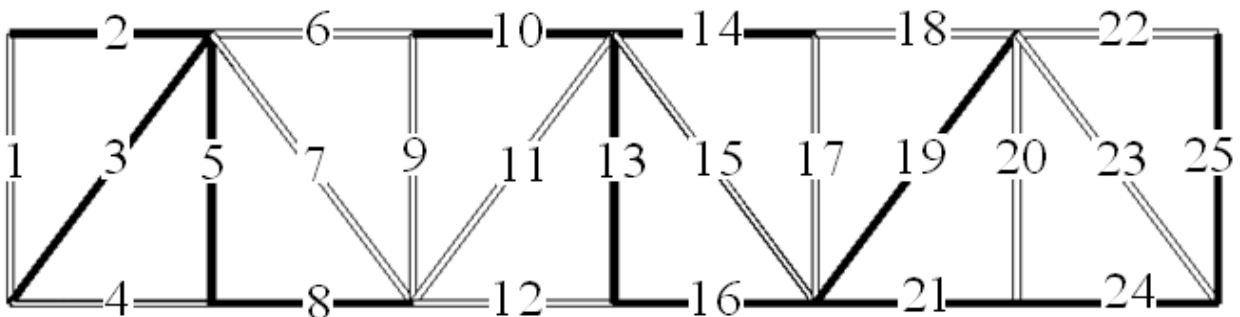


Рис. 85. Отображение номеров и конечных элементов на экране

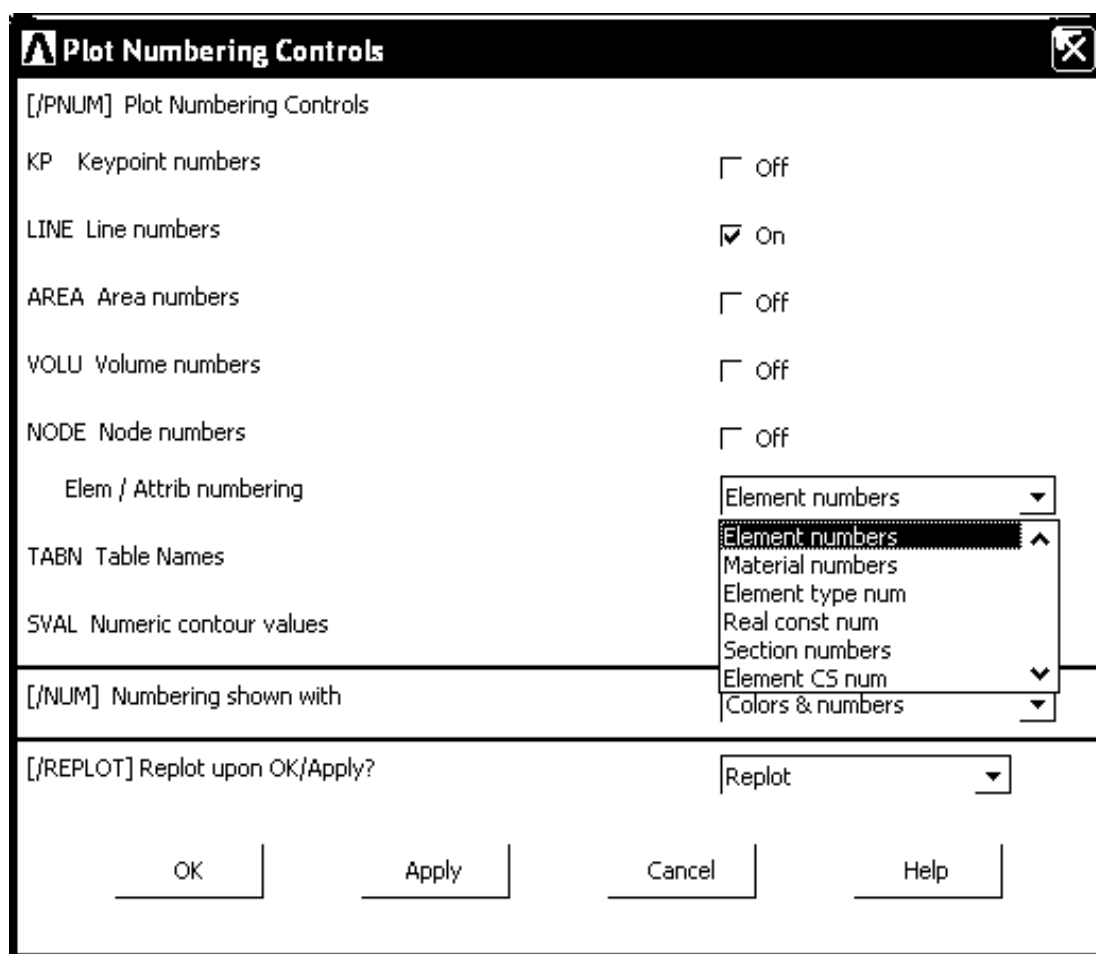


Рис. 86. Меню для отображения номеров элементов

Надо сравнить расположение и номера элементов с заданием. Неправильные номера переназначить удалением конечного элемента и указанием нужного номера. Удаление элементов осуществляется в окне Mesh Tool→Clear.

2.2.7. Задание граничных условий

Для задания закреплений необходимо в меню выбрать путь:

Main Menu→Preprocessor→Loads→Define Load →Apply →Structural →Displacement →On Keypoints.

Окно выбора точек для закрепления представлено на рис. 87. Выбираем точку и нажимаем кнопку «ОК». Затем открывается окно, которое представлено на рис. 88, в котором задаются ограничения на выбранные точки. Для точки 2 выбираются ограничения по всем трем осям.

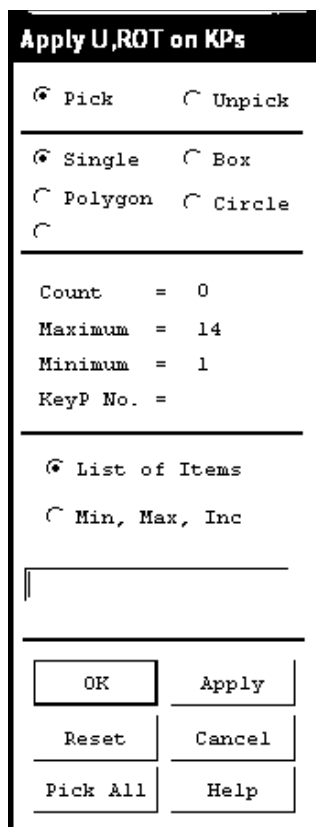


Рис. 87. Окно выделения точек для задания ограничения степеней свободы

Выбираем в пункте «DOFs to be constrained All DOF» либо выделяем каждую ось UX, UT, UZ, как показано на рис.89, что будет определять неподвижный шарнир.

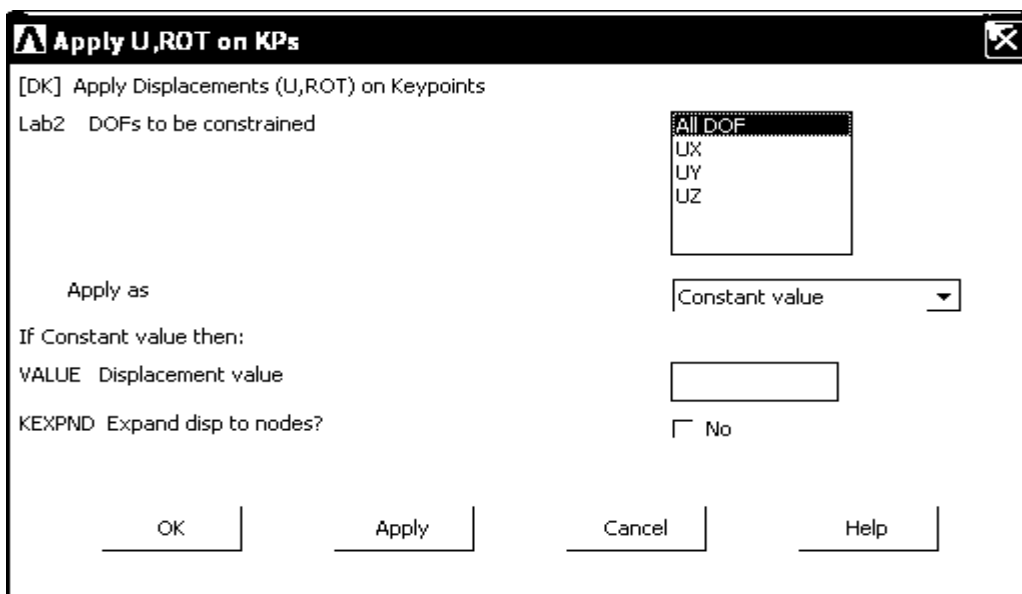


Рис. 88. Для задания ограничений для точки 2

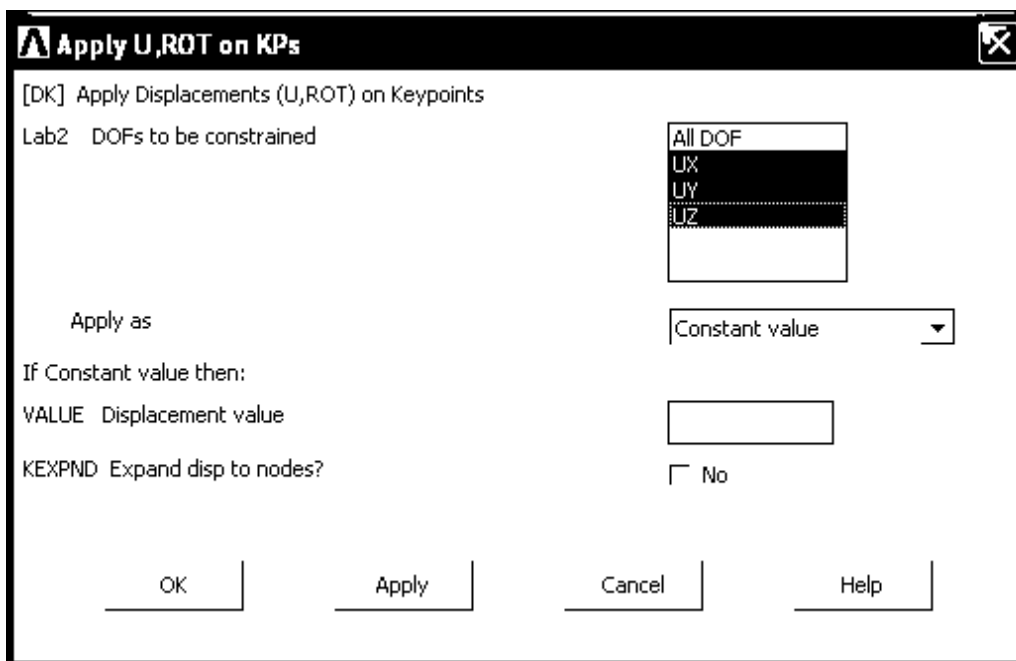


Рис. 89. Задание ограничений перемещения для точки 2

Задание закрепления для точки 1 представлено на рис. 90, указывает закрепления только на UX и UZ, что соответствует подвижному шарниру с подвижностью по оси Y. Для этого повторить команду Main Menu → Preprocessor → Load → Define Loads → Define Load → Apply → Structural → Displacement → On Keypoints.

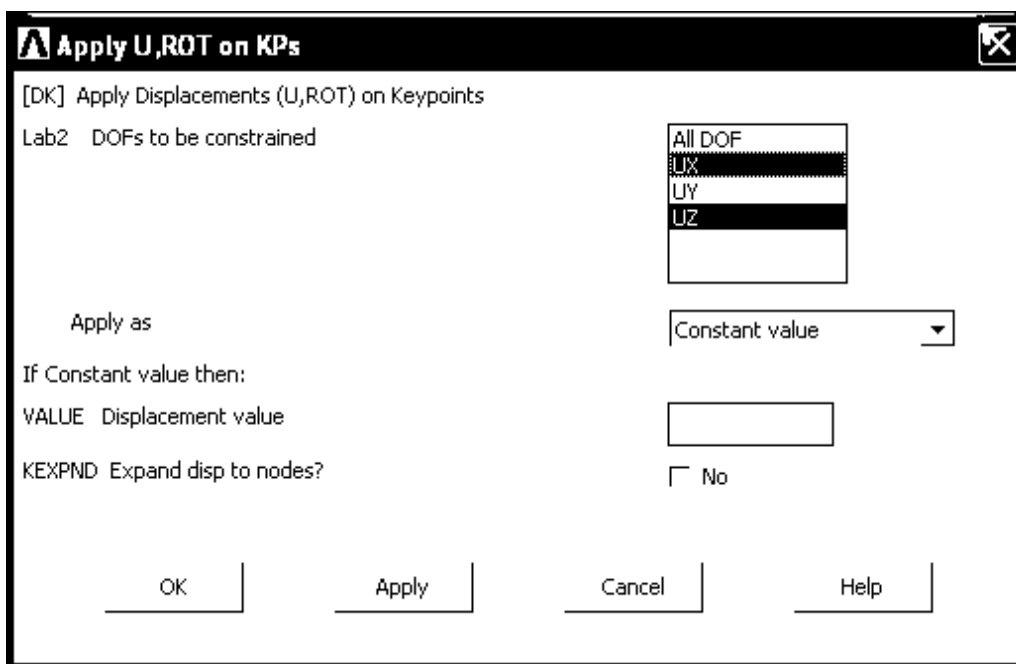


Рис. 90. Задание ограничений перемещения для узлов

Для проверки выберите в меню путь : ANSYS Utility Menu →List→→Loads→DOF Constraints→ On All Keypoints. На рис. 91 представлено окно для просмотра закреплений.

Ограничения

Точки →

KEYPOINT	LOAD LABEL	VALUE(S)	EXP KEY
1	UX	0.0000	0
1	UZ	0.0000	0
2	UX	0.0000	0
2	UY	0.0000	0
2	UZ	0.0000	0

Рис. 91. Вывод закреплений

Сверьте с заданием степени свободы закреплений. Если закреплены точки неправильно или не те точки, то требуется удалить закрепления с помощью команды Main Menu→Preprocessor→Load→Define Loads→Define Load →Delete →Structural →Displacement →On Keypoints и указать требуемые закрепления.

Задание внешних сил

Нагрузка задается на узлы фермы по очереди. Задание сил осуществляется в меню: Main Menu→Preprocessor→Load→Define Loads →Apply→→Structural →Force/Moment →On Keypoints.

Откроется окно для выбора точек, которое представлено на рис. 92.

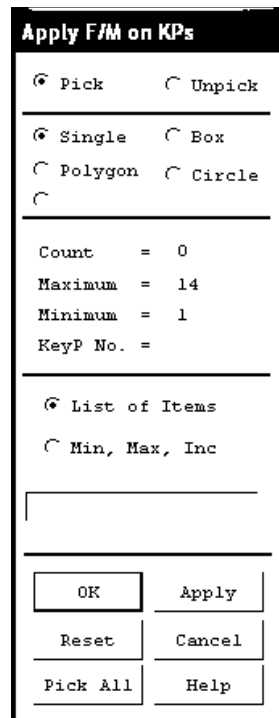


Рис. 92. Выбор точек для задания сил

Сила задается в окнах (рис. 93 - 95) с учетом направления осей и сил, т.е. если сила и ось противоположны, то сила указывается со знаком минус. Если сила не совпадает ни с одной из осей, то эта сила раскладывается на несколько (для 2D задачи сила раскладывается с помощью тригонометрических формул). Пример представлен на рис. 96.

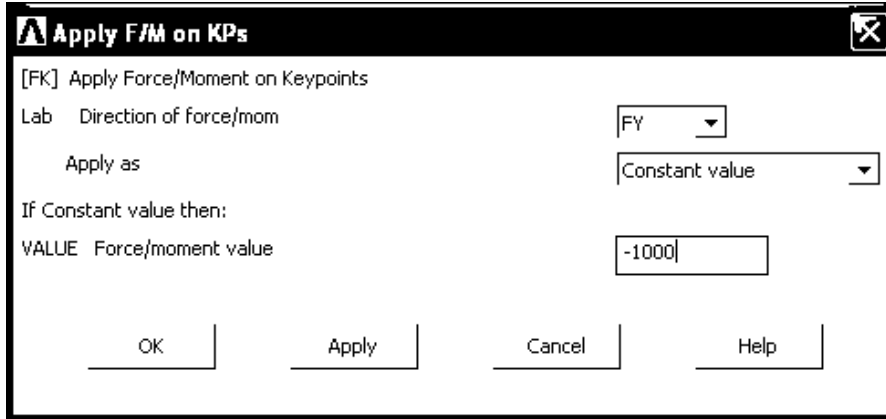


Рис. 93. Окно для задания вертикальной силы для точек 8 и 14

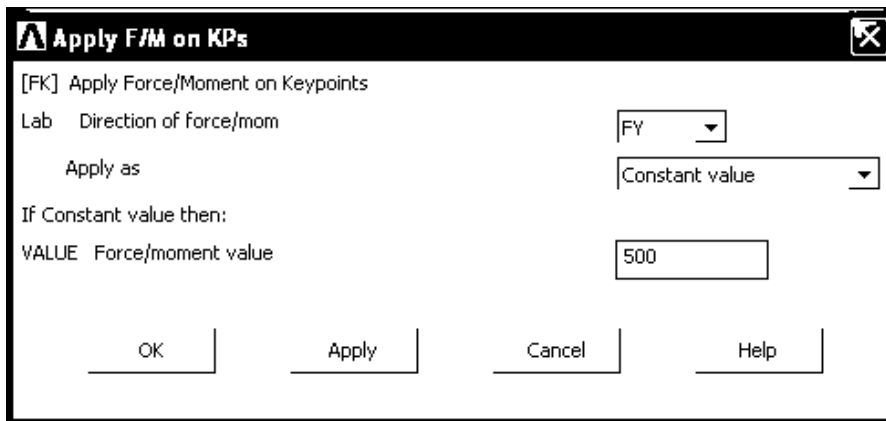


Рис. 94. Окно для задания проекции силы на ось Y для точки 13

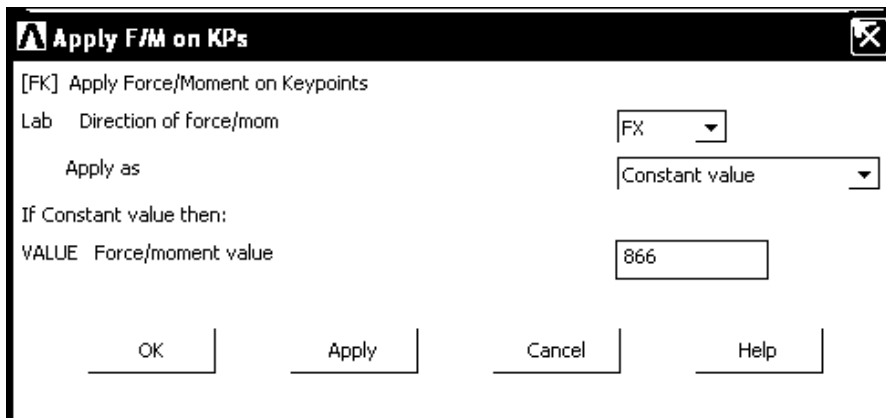


Рис. 95. Окно для задания проекции силы на ось X для точки 13

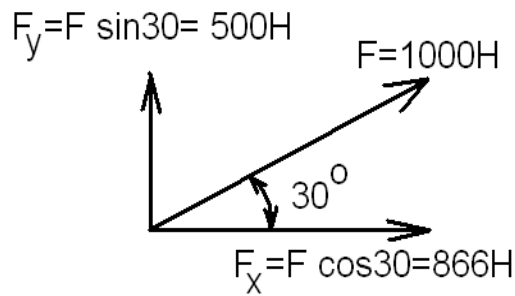


Рис. 96. Разложение сил по осям

После ввода значения силы нажмите «ОК». Для ввода новой силы процедуру повторите заново (рис. 97).

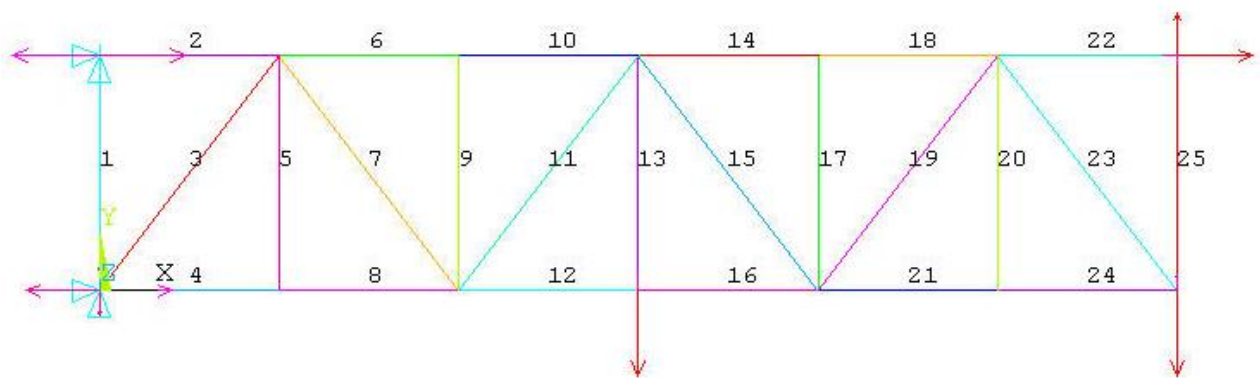


Рис. 97. Графическое представление закреплений и внешних сил

Для удаления неправильно заданных сил требуется выбрать следующее меню: Main Menu→Preprocessor→Load→DefineLoads→ Define Load→ Delete →Structural →Force/Moment →On Keypoints. Для просмотра введенных сил требуется в меню «ANSYS Utility Menu» List→Loads→ Forces→On All keupoint. Откроется окно, которое представлено на рис. 98. Проверьте правильность (величины и направления) сил.

FKLIS Command			
File			
LIST SELECTED POINT LOADS ON ALL SELECTED KEYPOINTS			
CURRENTLY SELECTED LOAD SET= FX FY FZ			
KEYPOINT	LOAD LAB	VALUE(S)	
8	FY	-1000.0	0.0000
13	FX	866.00	0.0000
13	FY	500.00	0.0000
14	FY	-1000.0	0.0000

Рис. 98. Вывод введенных сил

2.2.8. Проведение расчета

Запустить расчет в меню Main Menu→Solution→Solve→Current LS.

Если в процессе расчета программа выдает ошибку, её нужно исправить и запустить заново. После удачного завершения откроется окно, представленное на рис. 99.

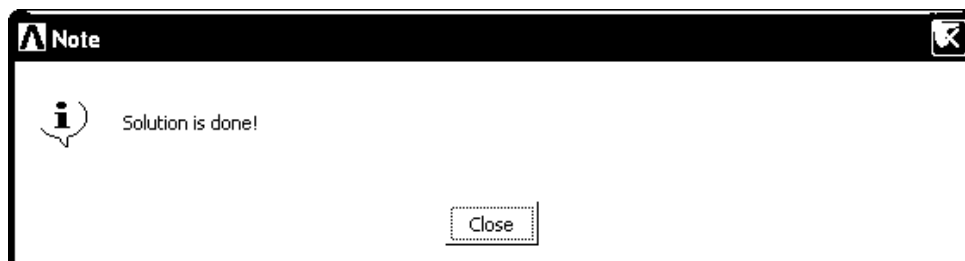


Рис. 99. Окончание расчета

2.2.9. Определение перемещений и опорных реакций

Просмотр результатов следует начать с показа перемещений элементов фермы: Main Menu→General Postproc→Plot Results→Contour Plot→Nodal Solu. Откроется окно «Contour Nodal Solution Data» (рис. 100): Nodal Solution→DOF Solution→Displacement vector sum.

В разделе «Undisplacrd shape key» выбрать «Deformed shape with undeformed model» для показа на экране деформированного и недеформированного состояния.

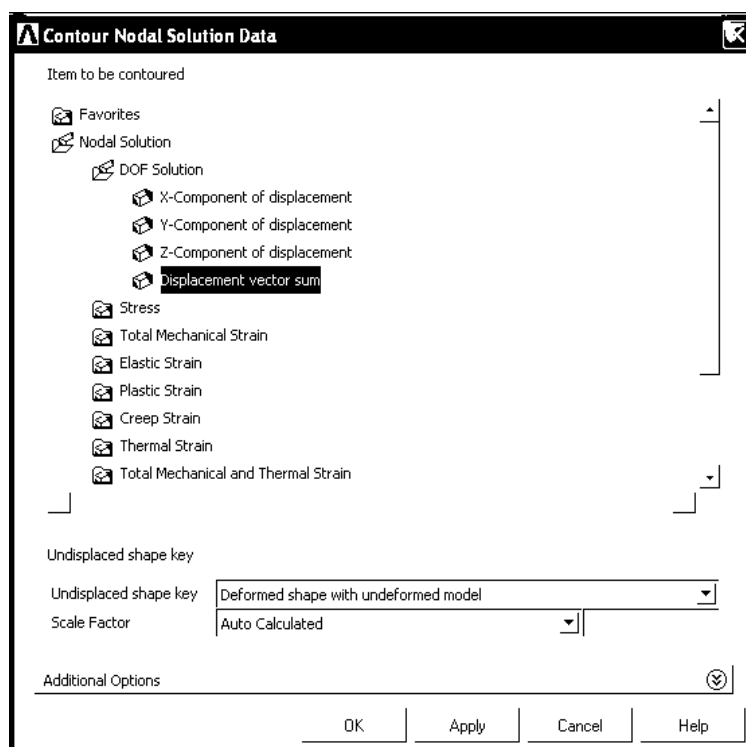


Рис. 100. Окно для задания выводимой информации

В окне ANSYS Graphics представлены поля перемещений (рис. 101).

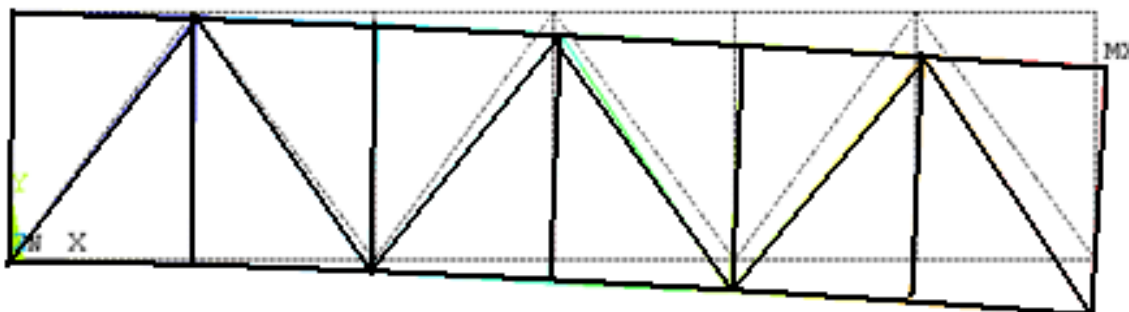


Рис. 101. Поля деформаций конструкции

Для просмотра опорных реакций необходимо: «ANSYS Utility Menu» List→Results→Reaction Solution. Откроется окно, представленное на рис. 102, в котором нужно выбрать «Item to be listed→ All items» и нажать кнопку «OK».

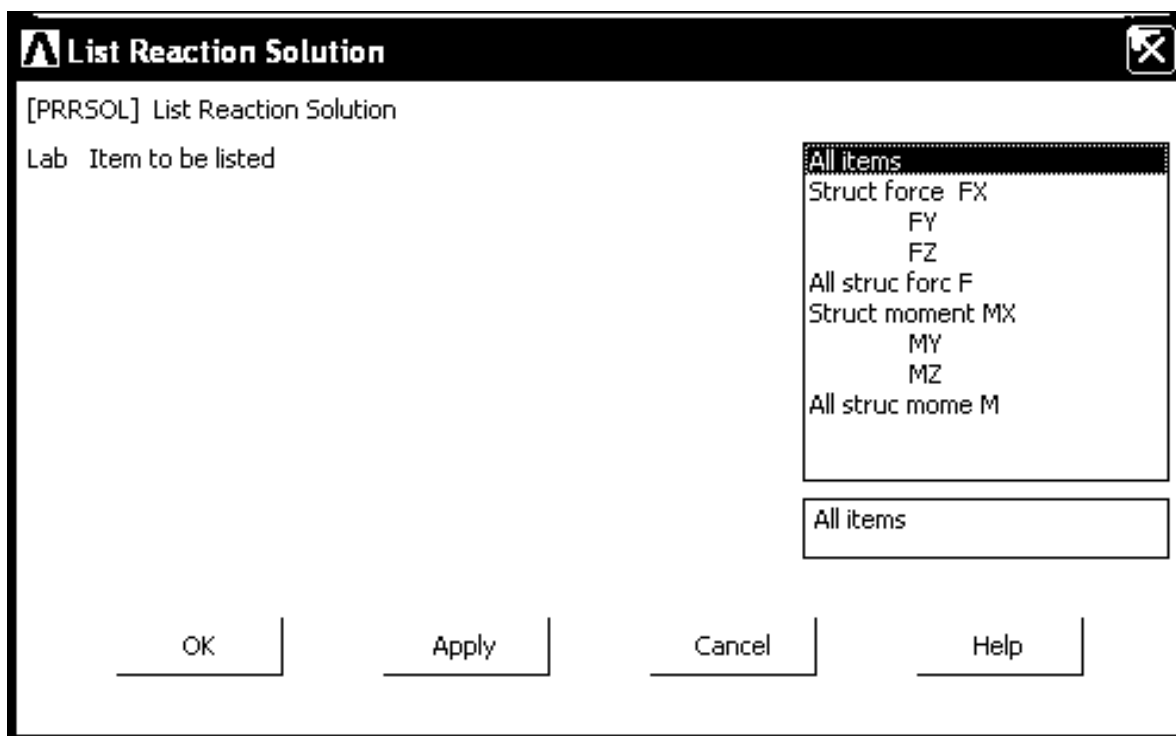


Рис. 102. Указание выводимых реакций

Окно, показанное на рис. 103, выводит опорные реакции, а точнее – проекции на оси реакций в местах закрепления.

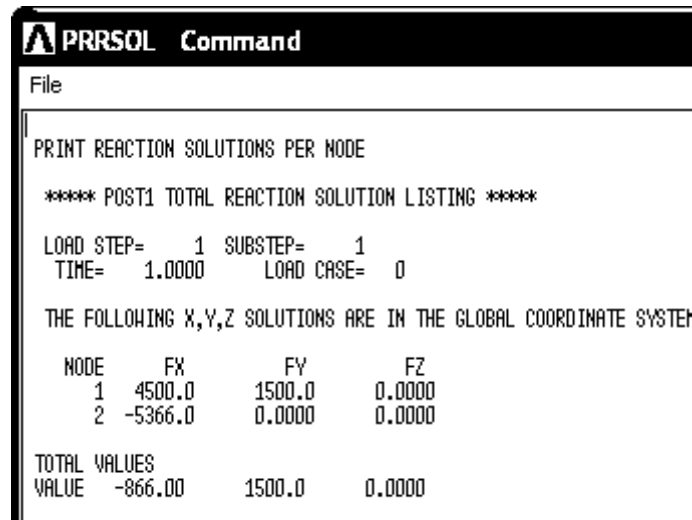


Рис. 103. Окно вывода реакций в опорах

2.2.10. Вывод усилий в элементах фермы

Выбрать меню для просмотра усилий:

Main Menu→General Postproc→ListResults→Element Solution.

Откроется окно «List Element Solution», представленное на рис. 104. Надо выбрать «All Available force items».

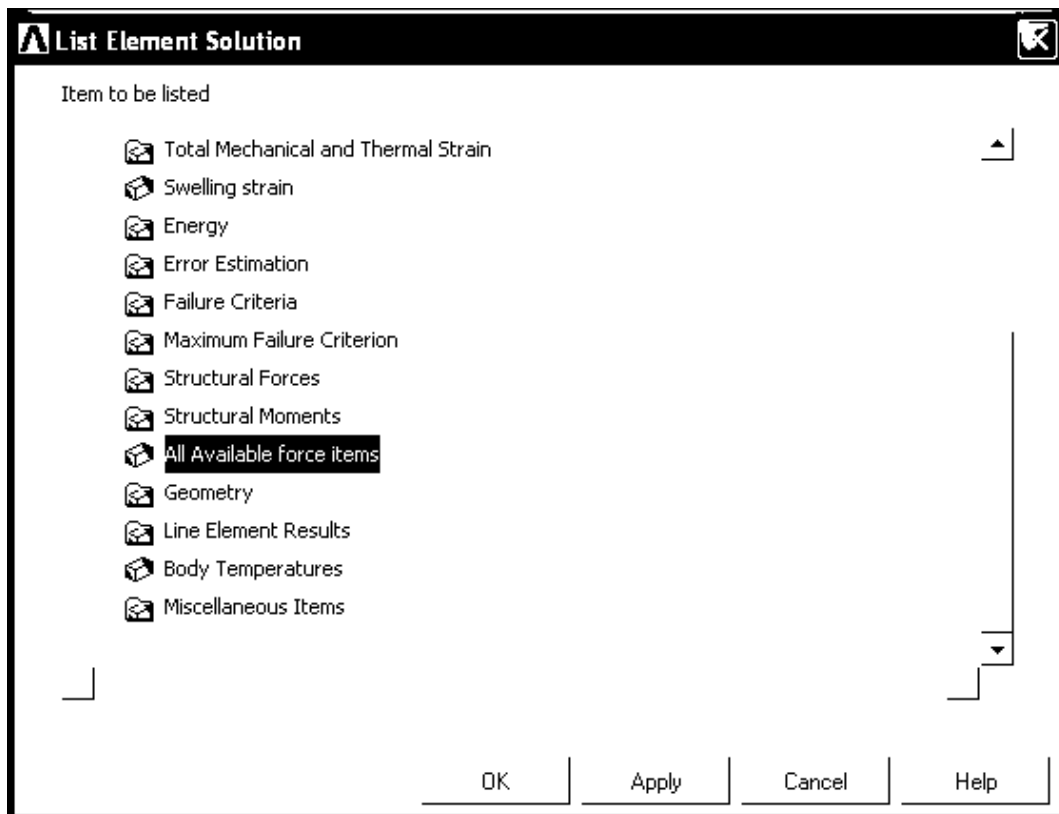


Рис. 104. Окно задания вывода усилий в стержнях

Результат выводится в отдельном окне, в виде проекций на оси усилий в элементах (рис. 105).

PRINT FORC ELEMENT SOLUTION PER ELEMENT

***** POST1 ELEMENT NODE TOTAL FORCE LISTING *****

LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1
TIME= 1.0000 LOAD CASE= 0

THE FOLLOWING X,Y,Z FORCES ARE IN GLOBAL COORDINATES

ELEM=	1	FX	FY	FZ
	1	0.0000	0.0000	0.0000
	2	0.0000	0.0000	0.0000

ELEM=	2	FX	FY	FZ
	2	5366.0	0.0000	0.0000
	3	-5366.0	0.0000	0.0000

ELEM=	3	FX	FY	FZ
	3	1125.0	1500.0	0.0000
	1	-1125.0	-1500.0	0.0000

ELEM=	4	FX	FY	FZ
	1	-3375.0	0.0000	0.0000
	4	3375.0	0.0000	0.0000

ELEM=	5	FX	FY	FZ
	4	0.0000	0.0000	0.0000
	3	0.0000	0.0000	0.0000

ELEM=	6	FX	FY	FZ
	3	3116.0	0.0000	0.0000
	5	-3116.0	0.0000	0.0000

ELEM=	7	FX	FY	FZ
	3	1125.0	-1500.0	0.0000
	6	-1125.0	1500.0	0.0000

ELEM=	8	FX	FY	FZ
	4	-3375.0	0.0000	0.0000
	6	3375.0	0.0000	0.0000

ELEM=	9	FX	FY	FZ
	6	0.0000	0.0000	0.0000
	5	0.0000	0.0000	0.0000

ELEM=	10	FX	FY	FZ
-------	----	----	----	----

Рис. 105. Вывод усилий в стержнях

Электронный архив УГЛТУ

	5	3116.0	0.0000	0.0000
	7	-3116.0	0.0000	0.0000
ELEM=	11	FX	FY	FZ
	7	1125.0	1500.0	0.0000
	6	-1125.0	-1500.0	0.0000
ELEM=	12	FX	FY	FZ
	6	-1125.0	0.0000	0.0000
	8	1125.0	0.0000	0.0000
ELEM=	13	FX	FY	FZ
	8	0.0000	1000.0	0.0000
	7	0.0000	-1000.0	0.0000
ELEM=	14	FX	FY	FZ
	7	1616.0	0.0000	0.0000
	9	-1616.0	0.0000	0.0000
ELEM=	15	FX	FY	FZ
	7	375.00	-500.00	0.0000
	10	-375.00	500.00	0.0000
ELEM=	16	FX	FY	FZ
	10	1125.0	0.0000	0.0000
	8	-1125.0	0.0000	0.0000
ELEM=	17	FX	FY	FZ
	10	0.0000	0.0000	0.0000
	9	0.0000	0.0000	0.0000
ELEM=	18	FX	FY	FZ
	9	1616.0	0.0000	0.0000
	11	-1616.0	0.0000	0.0000
ELEM=	19	FX	FY	FZ
	11	375.00	500.00	0.0000
	10	-375.00	-500.00	0.0000
ELEM=	20	FX	FY	FZ
	11	0.0000	0.0000	0.0000
	12	0.0000	0.0000	0.0000
ELEM=	21	FX	FY	FZ
	12	375.00	0.0000	0.0000
	10	-375.00	0.0000	0.0000
ELEM=	22	FX	FY	FZ
	11	866.00	0.0000	0.0000
	13	-866.00	0.0000	0.0000

Продолжение рис. 105

```

ELEM= 23 FX    FY    FZ
      11 375.00 -500.00  0.0000
      14 -375.00  500.00  0.0000
    
```

Продолжение рис. 105

```

ELEM= 24 FX    FY    FZ
      12 -375.00  0.0000  0.0000
      14  375.00  0.0000  0.0000
    
```

```

ELEM= 25 FXFYFZ
      14 0.0000  500.00  0.0000
      13 0.0000 -500.00  0.0000
    
```

Окончание рис. 105

Усилие в стержне предлагаем высчитывать по формуле $T = \sqrt{X^2 + Y^2}$ согласно рис. 106.

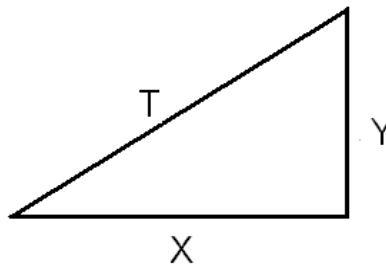


Рис. 106. Расчет результирующей силы

Формирование отчета

Сравнительный анализ результатов расчетов

Результаты расчета представлены на рис. 107.

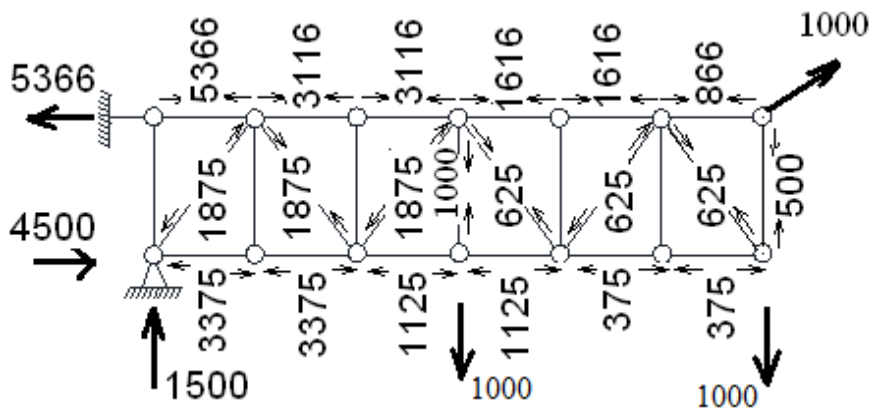


Рис. 107. Рассчитанные усилия в стержнях фермы

Нагрузки, вычисленные по различным методикам, представлены в табл. 4.

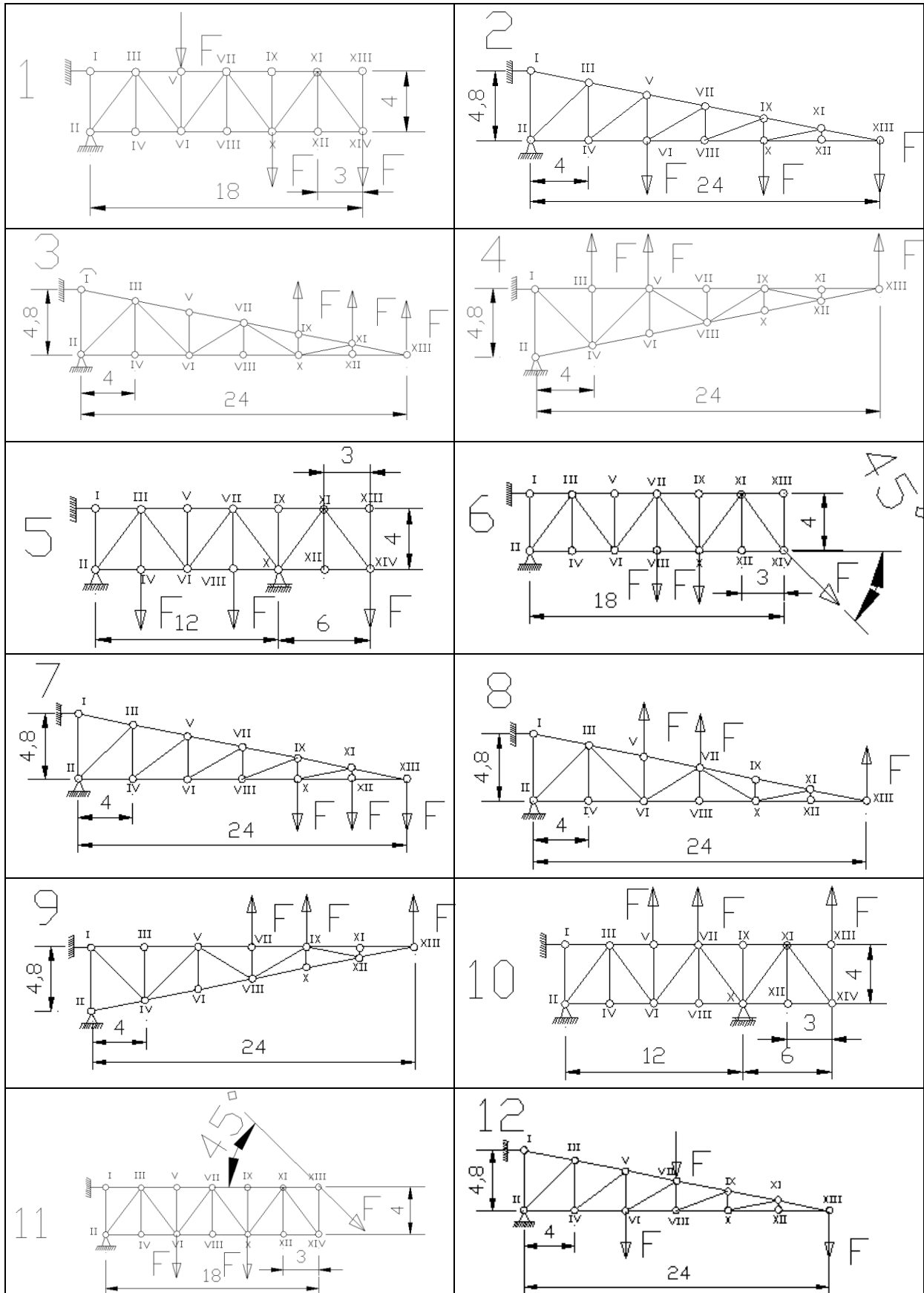
Таблица 4

Нагрузки в элементах фермы

Нагрузка в стержне	Методы						
	вырезания узлов		сечений		графический		ANSYS
	Усилие, Н	%, от ANSYS	Усилие, Н	%, от ANSYS	Усилие, Н	%, от ANSYS	Усилие, Н
T1	0	0	0	0,0	0	0,0	0
T2	5366	0,0	5366	0,0	5370	0,1	5366
T3	1875	0,0	1879	0,2	1887	0,6	1875
T4	3375	0,0	3379	0,1	3354	-0,6	3375
T5	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0
T6	3116	0,0	3116	0,0	3108	-0,3	3116
T7	1875	0,0	1875	0,0	1882	0,4	1875
T8	3375	0,0	3375	0,0	3354	-0,6	3375
T9	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0
T10	3116	0,0	3116	0,0	3108	-0,3	3116
T11	1875	0,0	1875	0,0	1882	0,4	1875
T12	1125	0,0	1125	0,0	1102	-2,0	1125
T13	1000	0,0	1000	0,0	1000	0,0	1000
T14	1616	0,0	1616	0,0	1594	-1,4	1616
T15	628	0,5	608	-2,7	635	1,6	625
T16	1125	0,0	1125	0,0	1102	-2,0	1125
T17	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0
T18	1616	0,0	1616	0,0	1594	-1,4	1616
T19	625	0,0	633	1,3	635	1,6	625
T20	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0
T21	375	0,0	375	0,0	350	-6,7	375
T22	864	-0,2	866	0,0	830	-4,2	866
T23	625	0,0	625	0,0	635	1,6	625
T24	375	0,0	375	0,0	356	-5,1	375
T25	500	0,0	500	0,0	500	0,0	500

3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

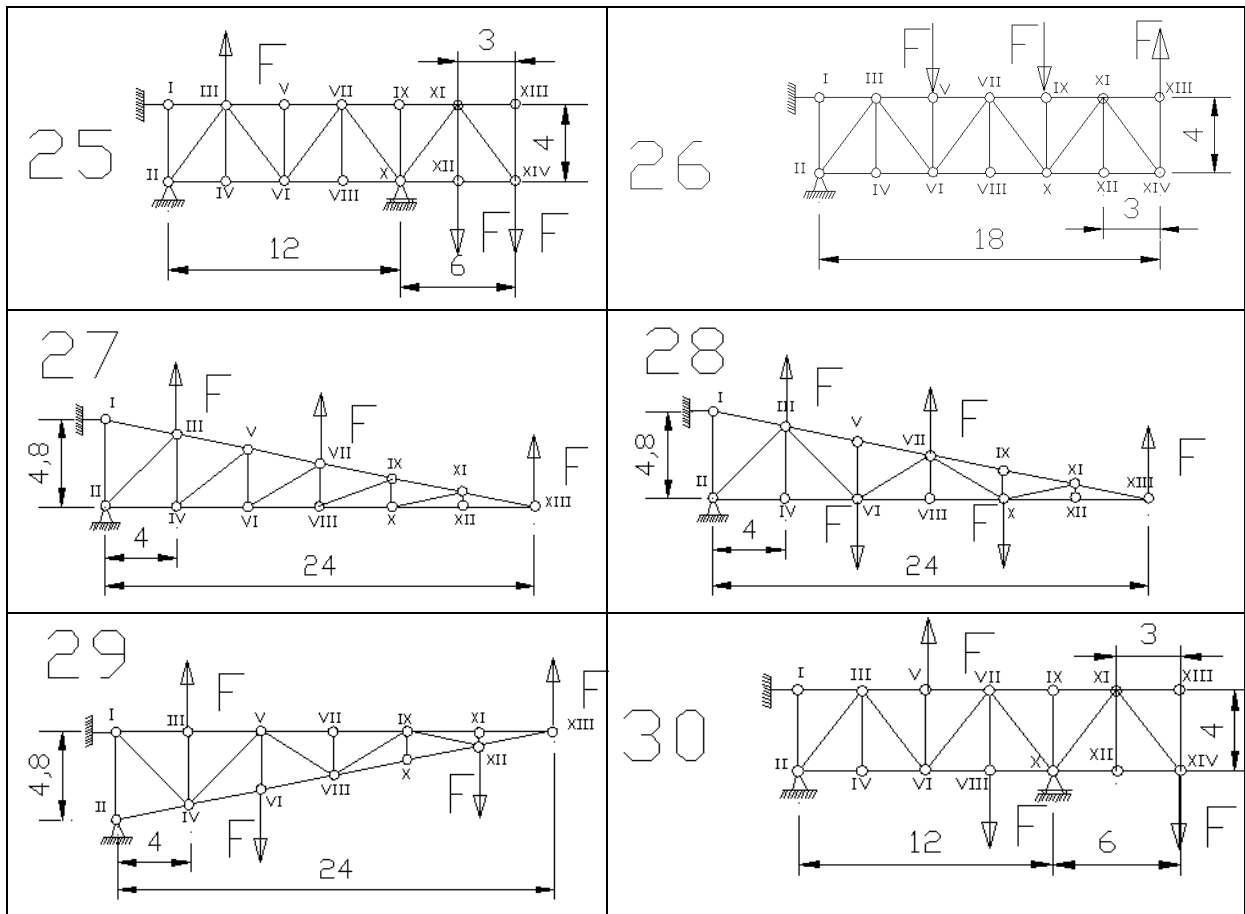
Схемы и размеры ферм



Продолжение таблицы

<p>13</p>	<p>14</p>
<p>15</p>	<p>16</p>
<p>17</p>	<p>18</p>
<p>19</p>	<p>20</p>
<p>21</p>	<p>22</p>
<p>23</p>	<p>24</p>

Окончание таблицы



Содержание

1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ФЕРМ	3
1.1. Основные понятия	3
1.2. Метод вырезания узлов	4
1.3. Метод сечений	9
1.4. Графический метод	20
2. РАСЧЕТ ФЕРМ В ПРОГРАММЕ ANSYS	28
2.1. Метод конечных элементов	28
2.2. Программа ANSYS	30
2.2.1. Определение типа анализа	31
2.2.2. Определение типа конечного элемента	33
2.2.3. Задание характеристик сечения элементов и свойства материалов	34
2.2.4. Построение точек	36
2.2.5. Построение линий	38
2.2.6. Построение конечно-элементной сетки	40
2.2.7. Задание граничных условий	43
2.2.8. Проведение расчета	49
2.2.9. Определение перемещений и опорных реакций	49
2.2.10. Вывод усилий в элементах фермы	51
3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	56