



Л.Т. Раевская  
Е.В. Потапова

# МЕХАНИКА

Задачи повышенной сложности и  
комплекты заданий по разделу «Механика»

Екатеринбург  
2015

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФБГОУ ВПО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Техническая механика и оборудование  
целлюлозно-бумажных производств»

Л.Т. Раевская  
Е.В. Потапова

# **МЕХАНИКА**

Задачи повышенной сложности и  
комплекты заданий по разделу «Механика»

Учебно-методическое пособие  
для самостоятельной работы студентов  
очной и заочной форм обучения  
направлений 270800, 151000, 250400, 190600, 190700,  
магистров 08.04.01 «Строительство»,  
15.03.04 «Автоматизация автоматических процессов и производств»;  
аспирантов 15.06.01 «Машиностроение»,  
23.06.01 «Техника и технологии наземного транспорта»

Екатеринбург  
2015

Печатается по рекомендации методической комиссии ИЛБидС.  
Протокол № 2 от 21 октября 2013 г.

Рецензент – директор института лесопромышленного бизнеса и дорожного  
строительства д-р техн. наук, профессор Э.Ф. Герц

Редактор Р.В. Сайгина  
Оператор компьютерной верстки Т.В. Упорова

---

Подписано в печать 24.06.15		Поз. 7
Плоская печать	Формат 60×84 1/16	Тираж 10 экз.
Заказ №	Печ. л. 3,49	Цена руб. коп.

---

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ  
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	4
РАЗДЕЛ 1. СТАТИКА .....	4
Задание 1. Определение реакций опор составной системы .....	4
Задание 2. Трение .....	9
Задание 3. Произвольная пространственная система сил .....	14
Задание 4. Расчет плоских ферм .....	19
Задание 5. Центр тяжести пространственной решетки .....	25
Задание 6. Центр тяжести сил плоской геометрической фигуры .....	29
РАЗДЕЛ 2. КИНЕМАТИКА .....	33
Задание 7. Кинематика точки .....	33
Задание 8. Виды движения твердого тела .....	38
Задание 9. Плоскопараллельное движение твердого тела .....	43
Задание 10. Сложное движение точки .....	48
РАЗДЕЛ 3. ДИНАМИКА .....	52
Задание 11. Динамика механических систем с одной степенью .....	52
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	60

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Содержание методических указаний соответствует дисциплине «Механика (Техническая механика)» базовой части учебного цикла общеобразовательной программы.

Студент должен знать основные подходы к формализации и моделированию движения и равновесия материальных тел. Кроме того, он должен знать методы решения задач о движении и равновесии механических систем, должен уметь применять полученные знания, владеть современными основными методами постановки, исследования и решения задач механики.

## РАЗДЕЛ 1. СТАТИКА

### Задание 1. Определение реакций опор составной системы

#### Пример выполнения расчетно-графической работы

1. *Исходные данные.* Исходная схема системы двух тел показана на рис. 1.1.

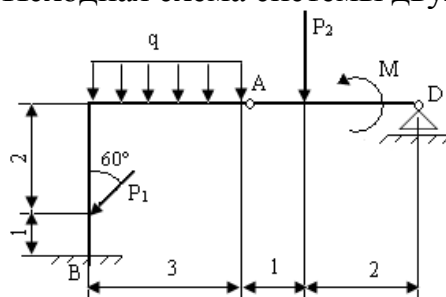


Рис.1.1. Системы двух тел

Дано:  $P_1 = 6 \text{ кН}$ ,  $P_2 = 10 \text{ кН}$ ,  $M = 25 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ,  $q = 0,8 \text{ кН/м}$ . Линейные размеры указаны в метрах.

2. *Классификация связей.* А – гладкий цилиндрический шарнир, В – жесткая заделка, D – подвижная шарнирная опора.

3. *Расчетная схема* (рис.1.2)

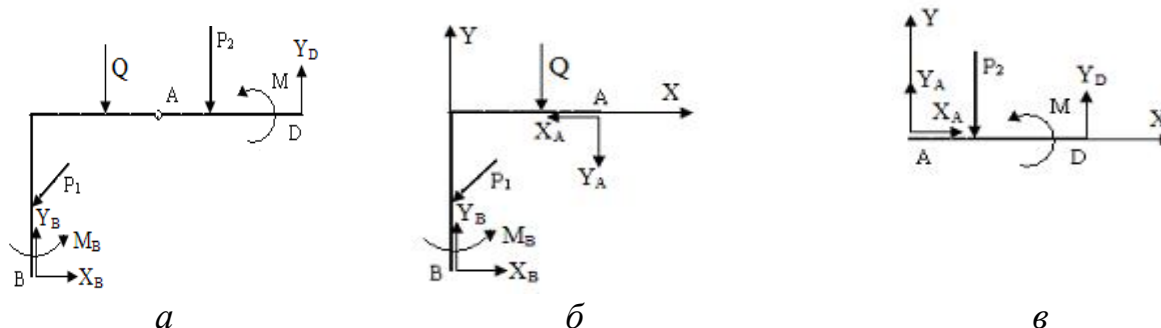


Рис. 1.2. Расчетная схема:

*a* – для системы в целом, *б* – для тела АВ, *в* – для тела АД

4. Условия равновесия.

Для тела АВ:  $\sum X_i = X_B - P_1 \sin 60^\circ - X_A = 0;$   
 $\sum Y_i = Y_B - P_1 \cos 60^\circ - Y_A = 0;$   
 $\sum M_{Bi} = M_B + P_1 \sin 60^\circ - 1,5 Q + 3X_A - 3Y_A = 0.$

Для тела АД:  $\sum X_i = X_A = 0;$   
 $\sum Y_i = Y_A - P_2 + Y_D = 0;$   
 $\sum M_{Ai} = -P_2 + M + 3Y_D = 0.$

5. Определение реакций связей.

$X_B - 6 \cdot 0,86 - X_A = 0; Y_B - 6 \cdot 0,5 - Y_A = 0;$   
 $M_B + 6 \cdot 0,86 - 1,5 \cdot 0,8 \cdot 3 + 3X_A - 3Y_A = 0;$   
 $X_A = 0; Y_A - 10 + Y_D = 0; -10 + 25 + 3Y_D = 0;$

6. Итоговые расчетные данные.

$X_A = 0; Y_A = 25 \text{ кН}; X_B = 5,16 \text{ кН};$   
 $Y_B = 28 \text{ кН}; Y_D = -15 \text{ кН}; M_B = 73,44 \text{ кН} \cdot \text{м}$

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Найти реакции связей составной конструкции, образованной двумя твердыми телами. Исходные данные для расчета в и расчетные схемы представлены ниже.

Исходные данные для расчета

№ вар.	P <sub>1</sub> , кН	P <sub>2</sub> , кН	M, кН·м	q, кН/м	№ вар.	P <sub>1</sub> , кН	P <sub>2</sub> , кН	M, кН·м	q, кН/м
1	5	10	20	1,0	16	10	13	29	2,6
2	8	14	25	1,2	17	8	12	16	1,4
3	10	15	18	2,3	18	6	9	27	3,3
4	12	12	17	2,4	19	5	7	15	1,6
5	14	11	15	3,5	20	13	4	18	3,9
6	15	5	10	13,6	21	6	16	22	2,7
7	6	8	16	1,0	22	7	13	23	1,7
8	11	10	19	1,1	23	10	11	12	3,1
9	13	7	21	2,5	24	8	6	20	14,0
10	16	6	24	3,7	25	5	15	18	2,8
11	4	13	23	1,2	26	11	14	15	1,8
12	7	5	30	12,2	27	12	11	30	3,2
13	9	6	18	3,8	28	15	10	18	11,3
14	12	8	21	4,0	29	14	8	25	2,9
15	13	10	28	1,3	30	11	5	24	3,3

Исходные схемы

<p>1</p>	<p>2</p>
<p>3</p>	<p>4</p>
<p>5</p>	<p>6</p>
<p>7</p>	<p>8</p>
<p>9</p>	<p>10</p>

<p>11</p>	<p>12</p>
<p>13</p>	<p>14</p>
<p>15</p>	<p>16</p>
<p>17</p>	<p>18</p>
<p>19</p>	<p>20</p>



<p>21</p>	<p>22</p>
<p>23</p>	<p>24</p>
<p>25</p>	<p>26</p>
<p>27</p>	<p>28</p>
<p>29</p>	<p>30</p>

## Задание 2. Трение

### Пример выполнения расчетно-графической работы

#### 1. Исходные данные.

Исходная схема механической системы, состоящая из четырех тел, показана на рис. 1.3.

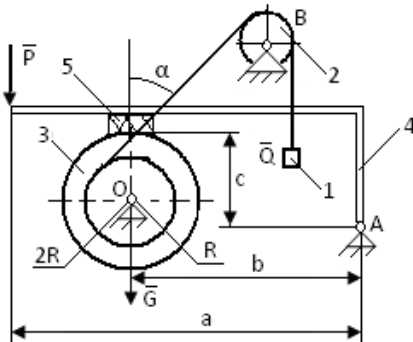


Рис.1.3. Схема механической системы

Система состоит из груза 1, неподвижного блока 2, ступенчатого барабана 3, жесткого рычага 4 и тормозной колодки 5.

Данные для расчета:  $G=1,0\text{кН}$ ,  $Q=10\text{кН}$ ,  $a=2,0\text{м}$ ,  $b=1,2\text{м}$ ,  $c=0,5\text{м}$ ,  $f=0,1$ ,  $\alpha=45^\circ$ .

Требуется определить минимальное значение силы  $P$ , при котором система будет находиться в равновесии, и реакции связей  $O, A, B$ .

#### 2. Классификация связей.

Связи  $O, A, B$  – гладкий цилиндрический шарнир;

Связи между грузом 1 и блоком 2, блоком 2 и барабаном 3 – гибкая связь;

Связь между барабаном 3 и тормозной колодкой 5 – шероховатая опорная поверхность.

#### 3. Расчет системы.

Схемы для расчета представлены на рисунке 1.4.

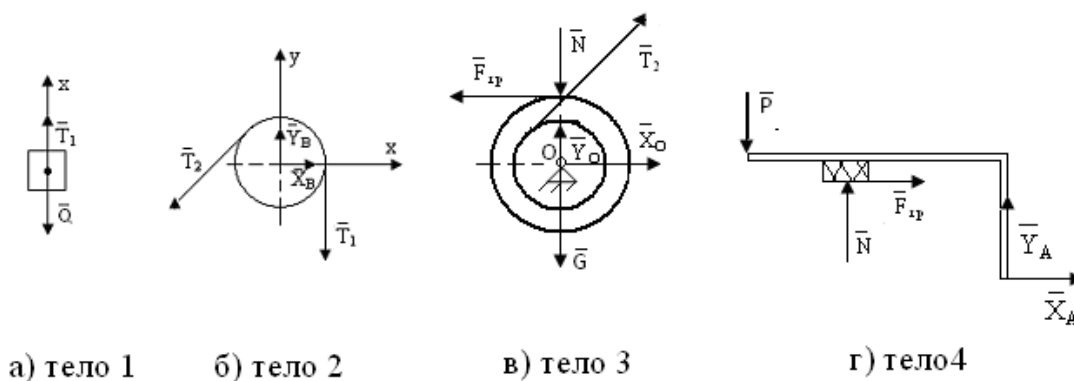


Рис. 1.4. Схемы механической системы

Тело 1.

$T_1 - Q = 0; T_1 = Q$ ; Получаем  $T_1 = 10\text{kH}$ .

Тело 2.

$X_B - T_2 \sin \alpha = 0; Y_B - T_1 - T_2 \cos \alpha = 0; T_1 R - T_2 R = 0$ ; Получаем:  $T_2 = T_1 = 10\text{kH}$ ;  
 $Y_B = 17\text{kH}; X_B = 7\text{kH}$ .

Тело 3.

$X_O + T_2 \sin \alpha - F_{\text{тр}} = 0; Y_O - N - G + T_2 \cos \alpha = 0; T_2 R - F_{\text{тр}} 2R = 0$ ;

Получаем:  $F_{\text{тр}} = T_2/2 = 5\text{kH}; X_O = F_{\text{тр}} - T_2 \sin \alpha = -2\text{kH}; N = F_{\text{тр}}/f = 50\text{kH}$ ;

$Y_O = N + G - T_2 \cos \alpha = 44\text{kH}$ .

Тело 4.

$X_A + F_{\text{тр}} = 0; Y_A + N - P = 0; Pa - Nb - F_{\text{тр}}c = 0$ ;

Получаем:  $X_A = -F_{\text{тр}} = -5\text{kH}; P = (Nb + F_{\text{тр}}c)/a = 31,25\text{kH}; Y_A = P - N = -18,75\text{kH}$ .

*1. Результаты расчета*

$P = 31,25\text{kH}; X_A = -5\text{kH}; Y_A = -18,75\text{kH}; X_B = 7\text{kH}; Y_B = 17\text{kH}$ ;

$X_O = -2\text{kH}; Y_O = 44\text{kH}$ .

### ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

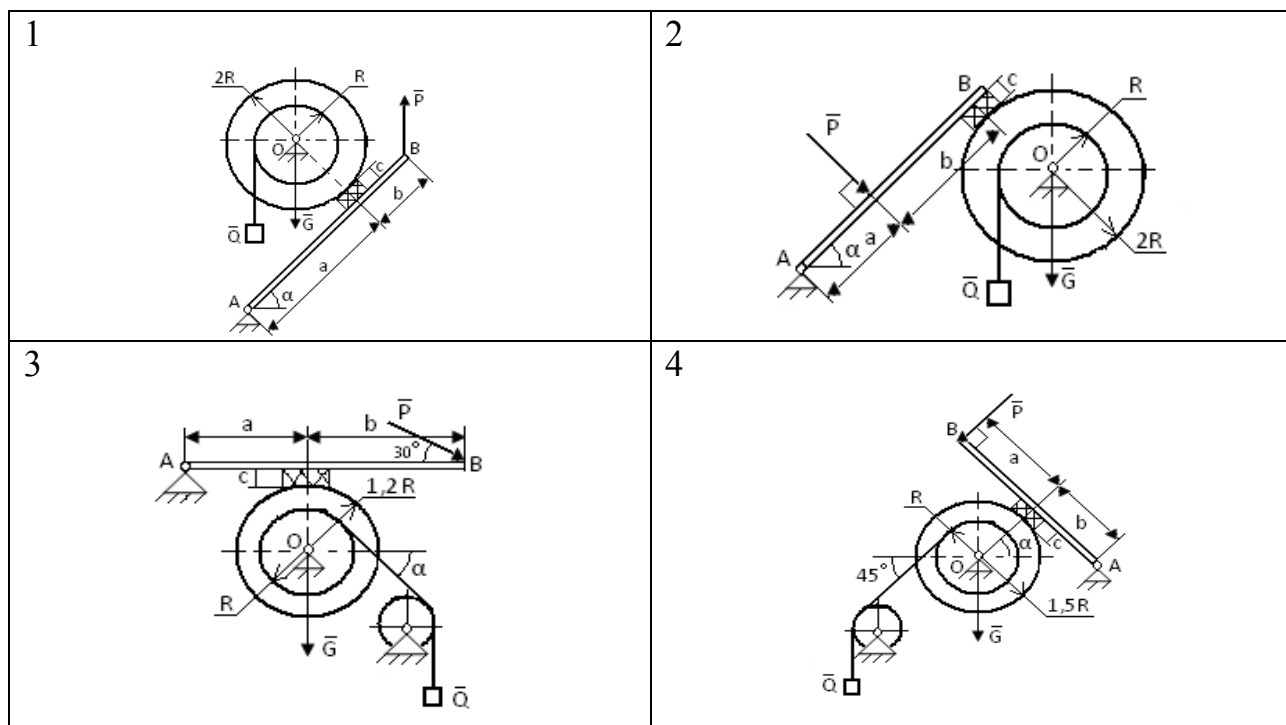
Определить минимальное значение силы  $P$  и реакции опор механической системы, находящейся в покое. Необходимые для расчета и схемы конструкций приведены ниже.

#### Исходные данные для расчета

Вариант	G, kH	Q, kH	a, m	b, m	c, m	$\alpha$ , град	$f_0$	Точки определения реакций
1	1,0	10	0,20	0,10	0,04	30	0,10	О,А
2	1,3	1,4	0,45	0,40	0,05	45	0,20	О,А
3	1,5	16	0,20	0,30	0,04	45	0,30	О,А
4	2,0	20	0,20	0,50	0,05	30	0,40	О,А
5	2,1	20	0,10	0,20		30	0,30	О,А,В
6	1,1		0,10	0,15		30	0,15	О,А,В
7	1,8	15	0,10	0,40	0,06		0,25	О,А
8	1,6	18	0,15	0,10		45	0,35	О,А,В
9	2,2	18	0,20	0,10		30	0,35	О,А,В
10	1,8	22	0,30	0,30	0,04	45	0,25	О,А
11	1,9	24	0,40	0,50	0,06		0,20	О,А
12	1,6	20	0,10	0,10		45	0,10	О,А,В

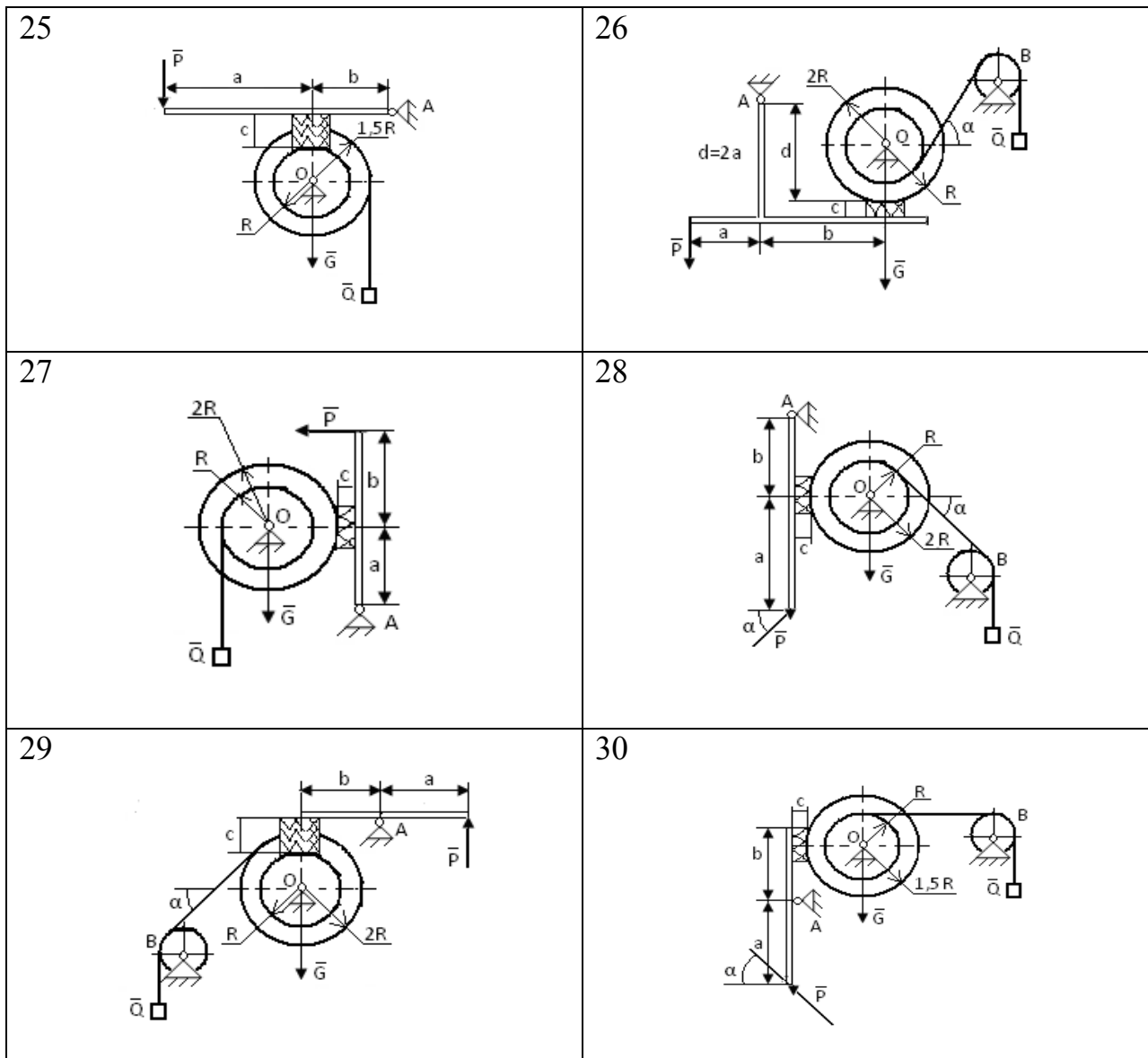
Вариант	G, кН	Q, кН	a, м	b, м	c, м	$\alpha$ , град	$f_0$	Точки определения реакций
13	1,8	20	0,10	0,15		45	0,20	O,A,B
14	1,3	12	0,15	0,15		45	0,30	O,A,B,C
15	1,7	16	0,50	0,20	0,06	30	0,40	A,C,D
16	2,0	25	0,10	0,25		30	0,15	O,A,B
17	1,7	24	0,10	0,25	0,04	60	0,15	O,A
18	1,2	15	0,20	0,45	0,04	45	0,25	O,A
19	1,4	14	0,20	0,30	0,05	60	0,35	O,A
20	1,6	18	0,10	0,15			0,35	O,A,B
21	3,0	20	0,10	0,10		30	0,10	O,A,B
22	1,5	18	0,10	0,30	0,01	30	0,20	O,A,B
23	1,6	20	0,15	0,10	0,04	60	0,10	O,A,B
24	1,7	25	0,40	0,15	0,06	30	0,20	O,A
25	2,1	15	0,10	0,45	0,06		0,30	O,A
26	1,4	12	0,20	0,10	0,08	60	0,20	O,A,B
27	2,0	24	0,30	0,30	0,05		0,15	O,A
28	1,8	22	0,45	0,40	0,05	30	0,15	O,A,B
29	1,2	14	0,50	0,25	0,05	45	0,25	O,A,B
30	1,7	18	0,20	0,30	0,04		0,35	O,A,B

Схемы конструкций



<p>5</p>	<p>6</p>
<p>7</p>	<p>8</p>
<p>9</p>	<p>10</p>
<p>11</p>	<p>12</p>
<p>13</p>	<p>14</p>

<p>15</p>	<p>16</p>
<p>17</p>	<p>18</p>
<p>19</p>	<p>20</p>
<p>21</p>	<p>22</p>
<p>23</p>	<p>24</p>



### Задание 3. Произвольная пространственная система сил

Гладкий вал со шкивами находится в равновесии в опорах А и В. Определить значение силы натяжения Т и реакции опор А и В. Построить эпюру крутящих моментов.

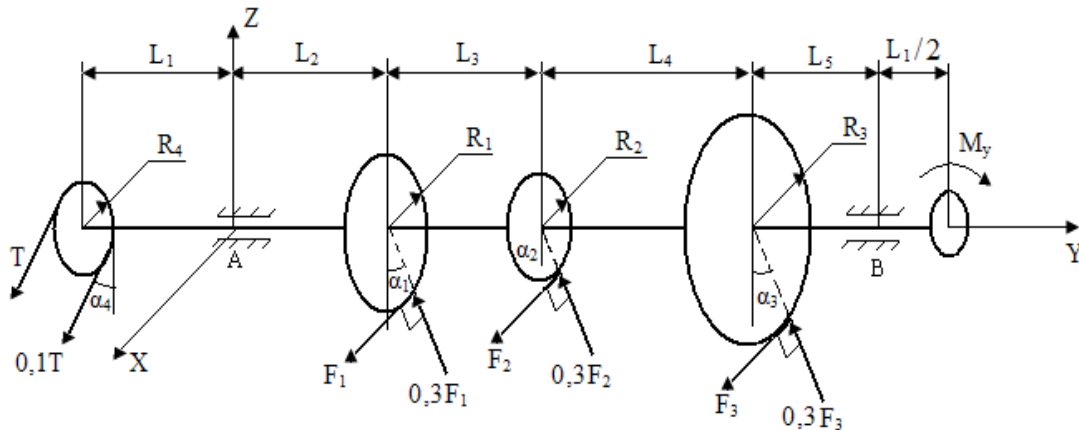
Исходные данные для расчета

№	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	M <sub>y</sub>	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	L <sub>4</sub>	L <sub>5</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	α <sub>1</sub>	α <sub>2</sub>	α <sub>3</sub>	α <sub>4</sub>
	кН			кН м	м									град			
1	5	8	10	30	0,2	0,2	0,5	0,4	0,1	0,8	0,4	1,0	0,5	45	30	60	30
2	6	8	4	40	0,1	0,3	0,6	0,5	0,2	0,6	0,3	0,8	0,4	60	45	90	30
3	4	5	6	20	0,2	0,1	0,5	0,6	0,3	1,0	0,2	0,6	0,6	60	30	30	45
4	4	6	5	40	0,3	0,3	0,4	0,7	0,2	1,2	0,4	0,5	0,7	30	45	30	60
5	3	4	8	30	0,2	0,4	0,7	0,8	0,1	0,8	0,4	0,6	0,8	30	60	45	90
6	6	6	8	30	0,3	0,2	0,6	0,5	0,2	1,0	0,5	0,8	1,0	45	30	60	0
7	5	3	4	20	0,1	0,5	0,8	0,3	0,4	0,6	0,5	0,5	0,8	60	45	30	30
8	5	6	10	40	0,3	0,3	0,5	0,4	0,3	0,8	0,4	1,0	0,6	45	60	0	30
9	10	5	-	50	0,4	0,1	0,6	0,4	-	0,5	0,3	0,8	-	30	60	45	-
10	12	6	-	40	0,3	0,2	0,8	0,3	-	0,4	0,4	0,6	-	60	30	30	-
11	8	4	-	30	0,3	0,2	0,5	0,5	-	0,6	0,3	0,7	-	45	60	30	-
12	10	3	-	40	0,2	0,3	0,6	0,3	-	0,7	0,3	0,8	-	45	30	60	-
13	6	4	-	40	0,4	0,1	0,7	0,2	-	0,5	0,4	0,6	-	60	30	30	-
14	12	5	-	30	0,3	0,3	0,9	0,1	-	0,4	0,2	0,9	-	30	45	45	-
15	8	7	-	20	0,2	0,2	0,8	0,3	-	0,5	0,5	1,0	-	30	60	60	-
16	7	8	-	50	0,4	0,2	0,6	0,4	-	0,4	0,2	1,0	-	45	30	30	-
17	-	9	6	50	0,2	0,5	0,5	0,3	-	0,6	0,3	0,8	-	60	60	45	-
18	-	6	8	80	0,5	0,4	0,6	0,8	-	1,0	0,5	0,9	-	45	30	60	-
19	-	5	10	40	0,3	0,2	0,4	0,6	-	0,8	0,3	0,6	-	60	30	45	-
20	-	10	8	50	0,4	0,3	0,5	0,7	-	0,6	0,4	0,5	-	45	60	30	-
21	-	8	6	30	0,8	0,6	0,7	1,0	-	0,5	0,2	0,4	-	30	60	45	-
22	-	6	5	60	0,6	0,4	0,7	0,8	-	0,8	0,5	0,7	-	30	45	60	-
23	-	12	10	80	0,5	0,5	0,4	0,6	-	0,8	0,4	0,6	-	60	60	45	-
24	-	6	8	70	0,7	0,5	0,4	0,8	-	0,5	0,3	0,4	-	30	30	45	-
25	10	10	-	50	0,8	0,4	0,5	0,5	-	0,6	0,2	0,4	-	45	45	60	-
26	8	5	-	50	0,2	0,1	0,5	0,3	-	0,5	0,3	0,9	-	45	60	60	-
27	10	6	-	50	0,5	0,2	0,6	0,5	-	0,4	0,5	0,6	-	60	60	30	-
28	6	4	-	80	0,3	0,2	0,4	0,3	-	0,5	0,3	0,5	-	30	45	45	-
29	12	3	-	40	0,4	0,3	0,5	0,2	-	0,4	0,4	0,4	-	30	60	60	-
30	8	5	-	50	0,8	0,1	0,7	0,1	-	0,6	0,2	0,7	-	45	30	30	-

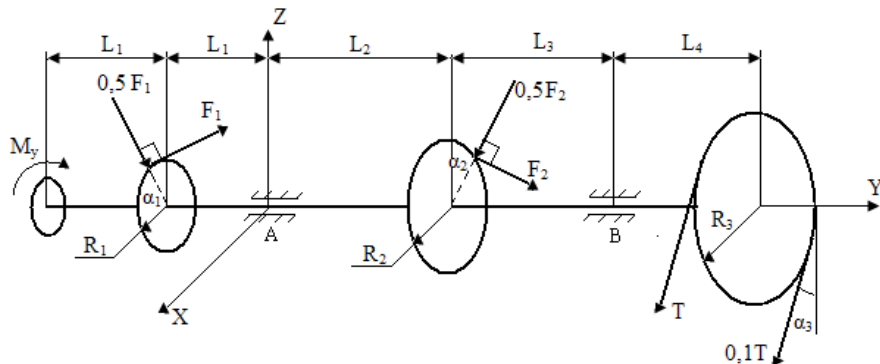


Схемы к заданию 3

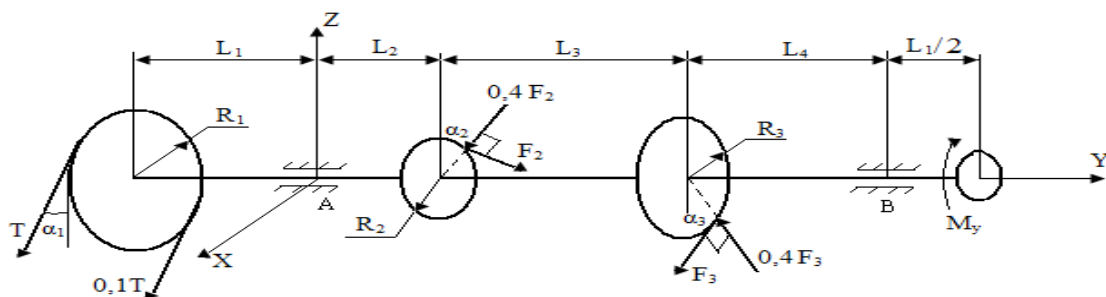
Варианты 1-8



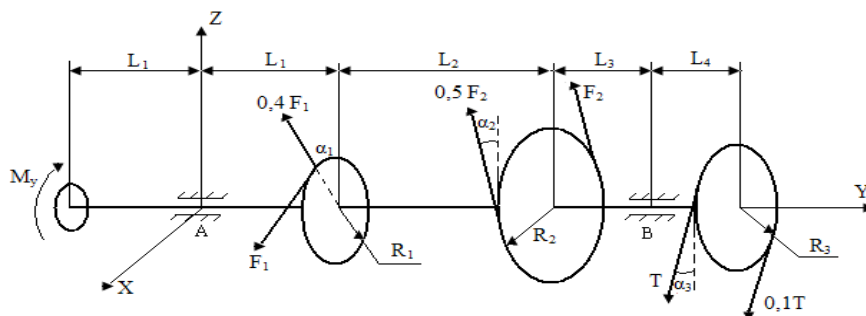
Варианты 9-16



Варианты 17-24



Варианты 25-30



Пример выполнения задания 3

Определить значение силы натяжения  $T$  и реакции опор  $A$  и  $B$  пространственной конструкции, изображенной на рис. 1.5.

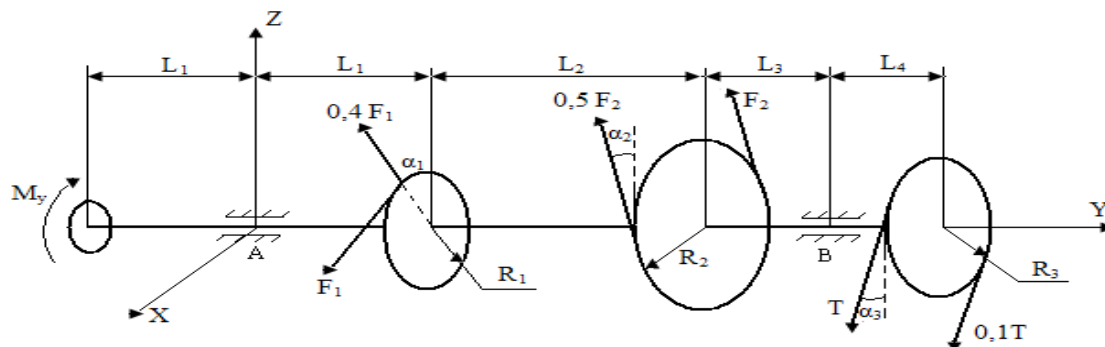


Рис. 1.5

Дано:  $F_1 = 10 \text{ кН}$ ,  $F_2 = 6 \text{ кН}$ ,  $L_1 = 0,5 \text{ м}$ ,  $L_2 = 1 \text{ м}$ ,  $L_3 = 0,4 \text{ м}$ ,  $L_4 = 0,3 \text{ м}$ ,  
 $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $\alpha_2 = 60^\circ$ ,  $\alpha_3 = 30^\circ$ ,  $R_1 = 0,5 \text{ м}$ ,  $R_2 = 0,8 \text{ м}$ ,  $R_3 = 0,6 \text{ м}$ ,  $M_y = 14 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .  
 Изобразим расчетную схему, на которой покажем реакции опоры (рис. 1.6).

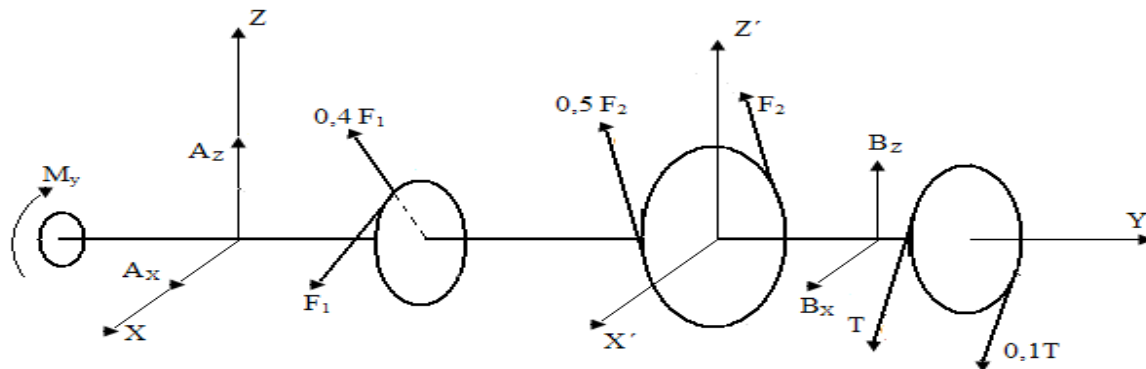


Рис. 1.6

Составим уравнения равновесия для пространственной системы сил.

$$\sum M_X = F_1 \cdot 0,5(-\sin 30^\circ + 0,4 \cos 30^\circ) + F_2 \cdot 1,5 \cos 60^\circ \cdot 1,5 + B_Z \cdot 1,9 - T \cdot \cos 30^\circ \cdot 2,2 \cdot 1,1 = 0;$$

$$\sum M_Y = -M_y + 0,5 F_1 - 0,5 F_2 \cdot 0,8 + F_2 \cdot 0,8 + T \cdot 0,6 - 0,1 T \cdot 0,6 = 0;$$

$$\sum M_Z = F_1 \cdot 0,5(-\cos 30^\circ - 0,4 \sin 30^\circ) - F_2 \cdot 1,5 \sin 60^\circ \cdot 1,5 - T \cdot \sin 30^\circ \cdot 2,2 \cdot 1,1 - B_X \cdot 1,9 = 0;$$

$$\sum F_{iX} = A_X + F_1(\cos 30^\circ + 0,4 \sin 30^\circ) + 1,5 F_2 \sin 60^\circ + B_X + T \sin 30^\circ \cdot 1,1 = 0;$$

$$\sum F_{iZ} = A_Z - F_1(\sin 30^\circ - 0,4 \cos 30^\circ) + 1,5 F_2 \cos 60^\circ + B_Z - T \cos 30^\circ \cdot 1,1 = 0.$$

Решая совместно уравнения, получаем

$$T = 12,2 \text{ кН}; B_Z = 12,84 \text{ кН}; B_X = -14,65 \text{ кН}; A_X = -10,41 \text{ кН}; A_Z = -4,22 \text{ кН};$$

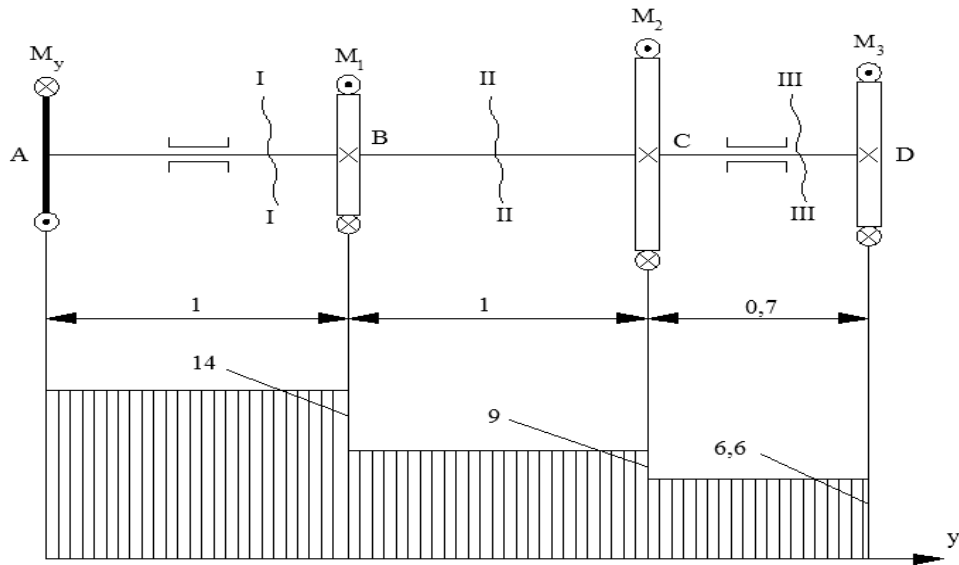


Рис. 1.7

$$R_1 = 0,5 \quad R_2 = 0,8 \quad R_3 = 0,6 ;$$

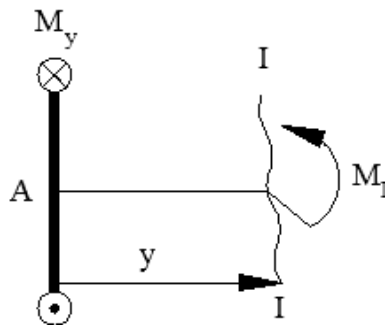
$$M_1 = F_1 \cdot R_1 = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ кНм};$$

$$M_2 = (F_2 - 0,5)R_2 = 0,5 \cdot 6 \cdot 0,8 = 2,4 \text{ кНм};$$

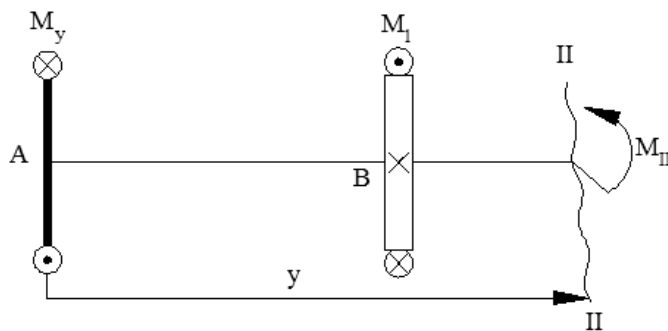
$$M_3 = (T - 0,1T)R_3 = 1(12,22 - 1,22)0,6 = 6,6 \text{ кНм}.$$

1. Участок АВ. Сечение I-I

$$0 \leq y \leq L_1; \quad 0 \leq y \leq 1; \quad M_I - M_y = 0 \Rightarrow M_I = 14 \text{ кНм}$$



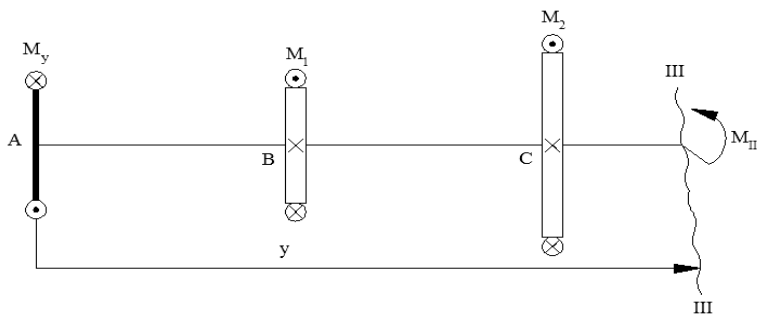
2. Участок ВС. Сечение II-II



$$1 \leq y \leq 2$$

$$M_{II} - M_y + M_I = 0 \Rightarrow M_I = 9 \text{ кНм.}$$

3. Участок CD. Сечение III-III



$$2 \leq y \leq 2,7$$

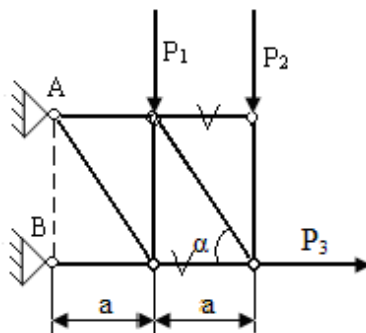
$$M_{III} - M_y + M_1 + M_2 = 0 \Rightarrow M_{III} = 9 \text{ кНм.}$$

#### Задание 4. Расчет плоских ферм

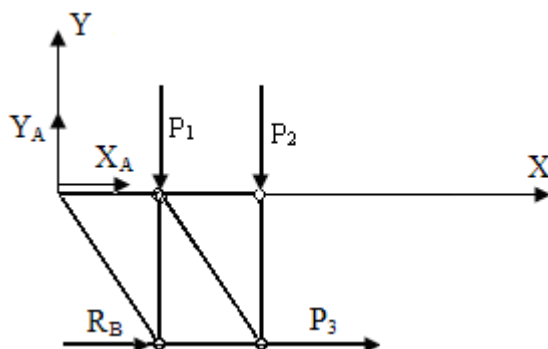
##### Пример выполнения расчетно-графической работы

1. *Исходные данные.* Определить реакции связей фермы от заданной нагрузки, усилия во всех стержнях методом вырезания узлов, а также в стержнях, отмеченных знаком  $V$ , определить усилия методом сечения.

$$P_1 = 5 \text{ кН}, P_2 = 5 \text{ кН}, P_3 = 5 \text{ кН}, \alpha = 30^\circ, a = 1 \text{ м.}$$



2. *Расчетная схема для реакций связей*



3. Условия равновесия

$$\sum M_A = R_B \cdot a \cdot \operatorname{tg} \alpha + P_3 \cdot a \cdot \operatorname{tg} \alpha - P_1 \cdot a - P_2 \cdot 2a = 0; \sum F_X = R_B + P_3 + X_A = 0.$$

$$\sum F_Y = Y_A - P_1 - P_2 = 0.$$

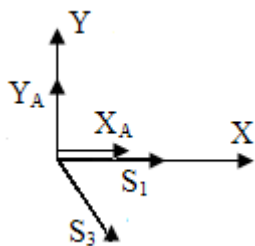
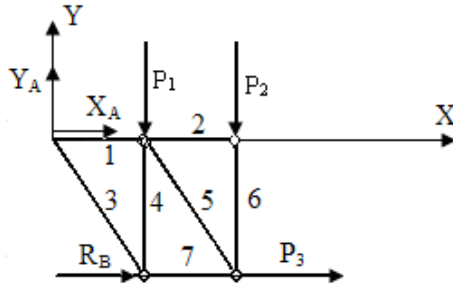
4. Определение реакций связей

$$0,57R_B + 2,85 - 5 - 10 = 0; R_B + 5 + X_A = 0; Y_A - 5 - 5 = 0$$

$$\text{Тогда } R_B = 21,32 \text{ кН}; X_A = -26,32 \text{ кН}; Y_A = 10 \text{ кН}$$

5. Метод вырезания узлов

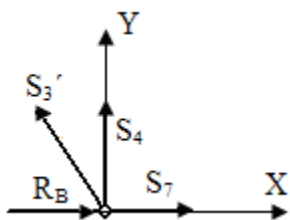
Пронумеруем все стержни фермы.



$$X_A + S_1 + S_3 \cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A - S_3 \sin 30^\circ = 0.$$

$$\text{Тогда } S_3 = 20 \text{ кН}; S_1 = 9,12 \text{ кН}.$$

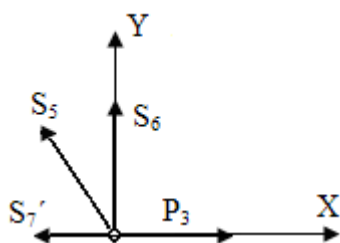


$$R_B + S_7 - S_3' \cos 30^\circ = 0;$$

$$S_4 + S_3' \sin 30^\circ = 0;$$

$$S_3' = S_3.$$

$$\text{Тогда } S_4 = -10 \text{ кН}; S_7 = -4,12 \text{ кН}.$$

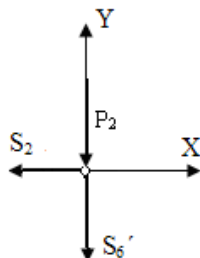


$$P_3 - S_7' - S_5 \cos 30^\circ = 0;$$

$$S_6 + S_5 \sin 30^\circ = 0;$$

$$S_7' = S_7.$$

$$\text{Тогда } S_5 = 10,6 \text{ кН}; S_6 = -5 \text{ кН}.$$



$$S_2 = 0;$$

$$-S_6' - P_2 = 0;$$

$$S_6' = S_6.$$

$$\text{Тогда } S_2 = 0.$$

Номер стержня	1	2	3	4	5	6	7
Знак усилия	+		+	-	+	-	-
Усилие, кН	9,12	0	20	10	10,6	5	4,12

6. Метод сечений

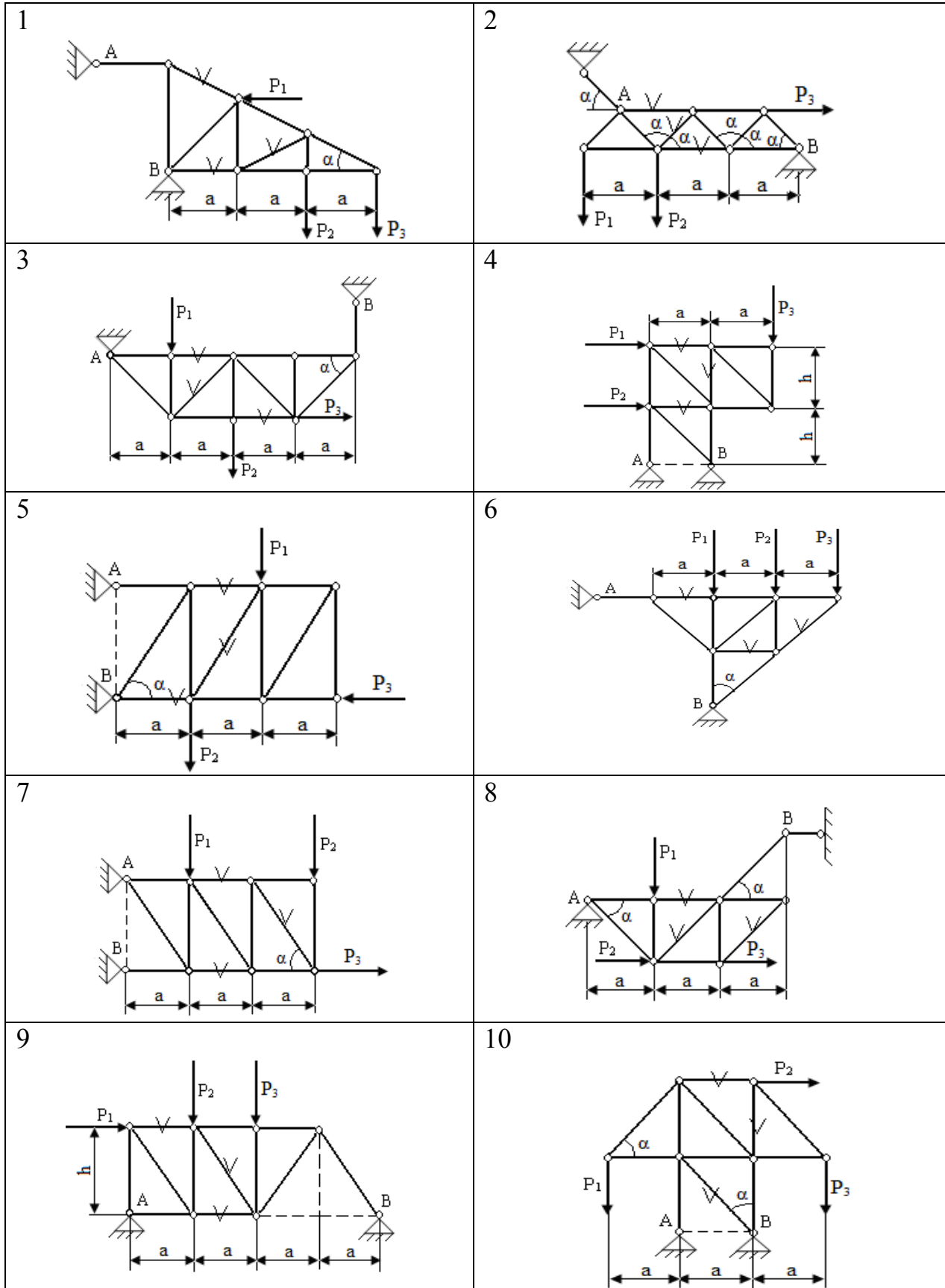
	$\sum X_i = -S_2 - S_7 - S_5 \cos 30^\circ + P_3 = 0;$ $\sum Y_i = -P_2 + S_5 \sin 30^\circ = 0;$ $\sum M_{iO} = S_2 \operatorname{tg} \alpha = 0.$ <p>Тогда <math>S_2 = 0</math>; <math>S_7 = -4,1 \text{ кН}</math>.</p>
--	--

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

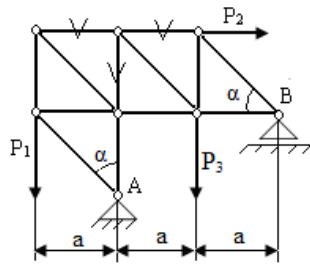
Определить реакции связей фермы от заданной нагрузки, усилия во всех стержнях методом вырезания узлов, а также в стержнях, отмеченных знаком V, определить усилия методом сечения.

Исходные данные для расчета

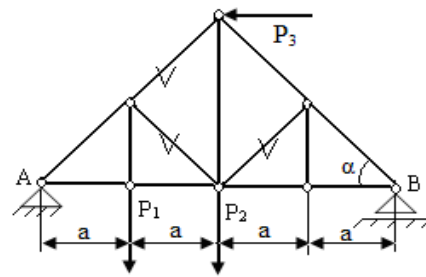
№ вар.	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$a$	$h$	$\alpha$	№ вар.	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$a$	$h$	$\alpha$
	кН			м				кН			м		
1	4	9	2	2,0	-	30	16	7	10	5	4,4	3,3	-
2	4	6	3	4,0	-	60	17	5	7	7	3,0	-	60
3	12	8	2	6,0	-	45	18	3	8	7	4	-	45
4	3	4	5	4,4	3,3	-	19	3	4	6	1,5	-	60
5	5	6	2	5,0	-	60	20	5	7	3	4,0	4,0	-
6	5	7	7	3,2	-	45	21	7	7	5	1,0	-	45
7	10	3	4	2,5	-	60	22	10	8	6	8,0	8,0	-
8	6	10	2	3,6	-	45	23	12	8	4	4,0	4,0	-
9	2	6	8	2,5	3,0	-	24	4	9	2	8,0	-	30
10	3	2	7	6,0	-	45	25	8	3	6	-	10,0	45
11	4	2	9	4,0	-	45	26	8	5	8	2,0	4,0	-
12	8	12	2	4,0	-	30	27	8	5	2	5,0	5,0	-
13	3	5	5	3,0	3,0	-	28	12	10	6	7,0	7,0	-
14	5	8	4	3,0	-	30	29	10	7	5	5,0	-	30
15	5	5	10	3,0	-	30	30	3	4	6	6,0	12,0	-



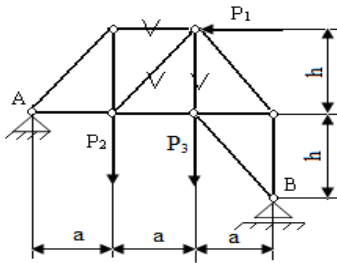
11



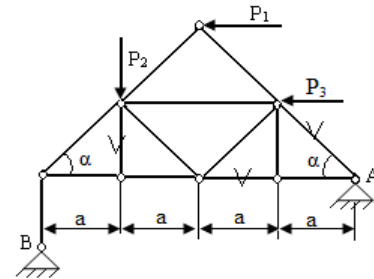
12



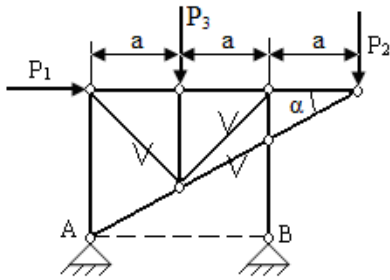
13



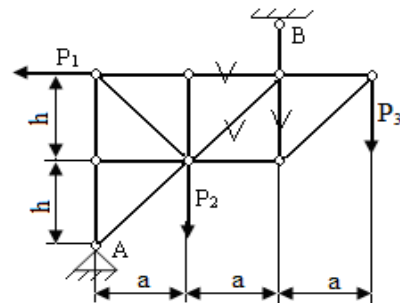
14



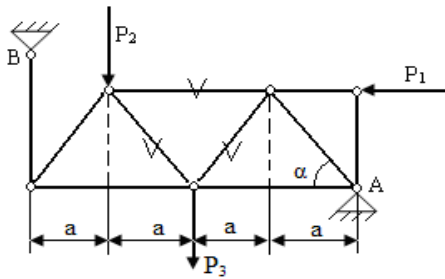
15



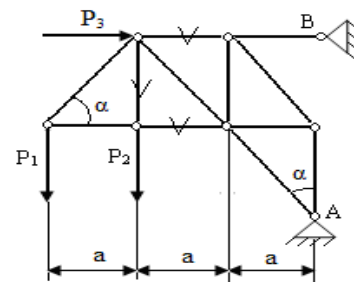
16



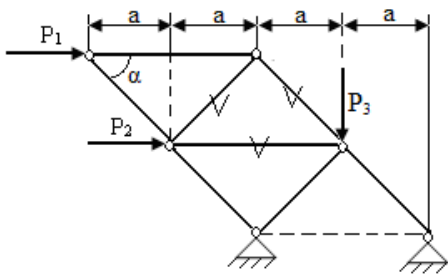
17



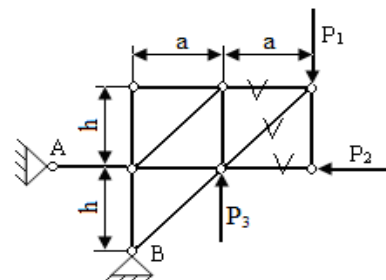
18



19



20



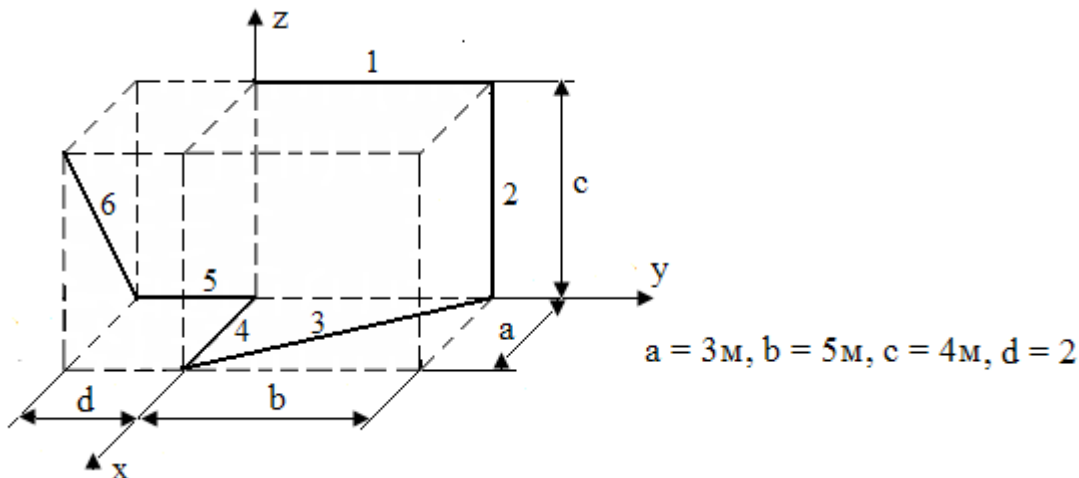


<p>21</p>	<p>22</p>
<p>23</p>	<p>24</p>
<p>25</p>	<p>26</p>
<p>27</p>	<p>28</p>
<p>29</p>	<p>30</p>

**Задание 5. Центр тяжести сил пространственной решетки**

Пример выполнения расчетно-графической работы

Определить центр тяжести пространственной решетки



$$L_1 = 5; X_1 = 0; Y_1 = 2,5; Z_1 = 4;$$

$$L_2 = 4; X_2 = 0; Y_2 = 5; Z_2 = 2;$$

$$L_3 = \sqrt{3^2 + 5^2} = 5,8; X_3 = 1,5; Y_3 = 2,5; Z_3 = 0;$$

$$L_4 = 3; X_4 = 3; Y_4 = 0; Z_4 = 0;$$

$$L_5 = 2; X_5 = 0; Y_5 = -1; Z_5 = 0;$$

$$L_6 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5; X_6 = 1,5; Y_6 = -1; Z_6 = 2.$$

$$X_C = \frac{X_1 L_1 + X_2 L_2 + X_3 L_3 + X_4 L_4 + X_5 L_5 + X_6 L_6}{L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6} = \frac{25,2}{24,8} = 1,02 .$$

$$Y_C = \frac{Y_1 L_1 + Y_2 L_2 + Y_3 L_3 + Y_4 L_4 + Y_5 L_5 + Y_6 L_6}{L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6} = \frac{40}{24,8} = 1,61 .$$

$$Z_C = \frac{Z_1 L_1 + Z_2 L_2 + Z_3 L_3 + Z_4 L_4 + Z_5 L_5 + Z_6 L_6}{L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6} = \frac{38}{24,8} = 1,53 .$$

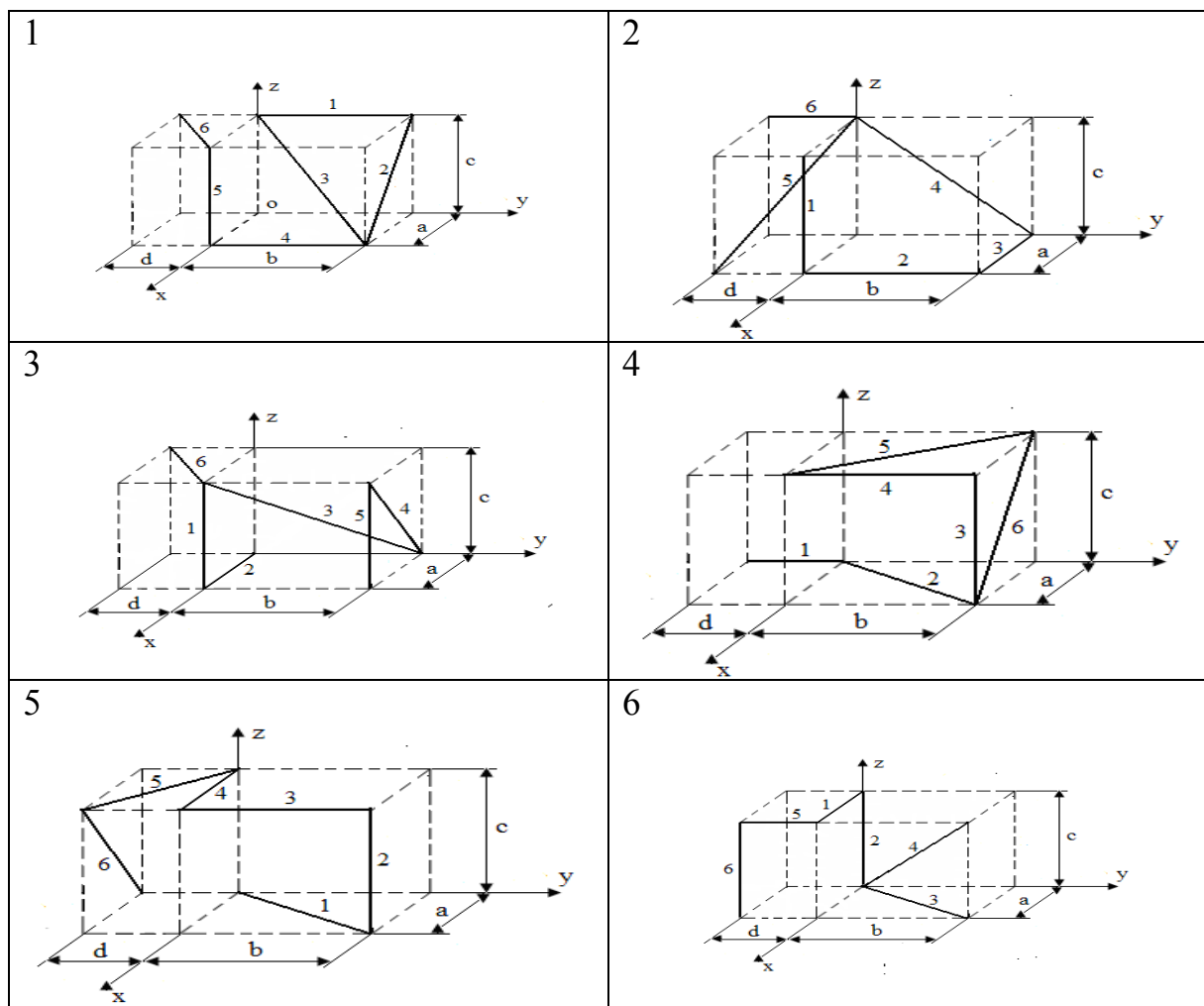
Тогда  $C(1,02; 1,61; 1,53)$

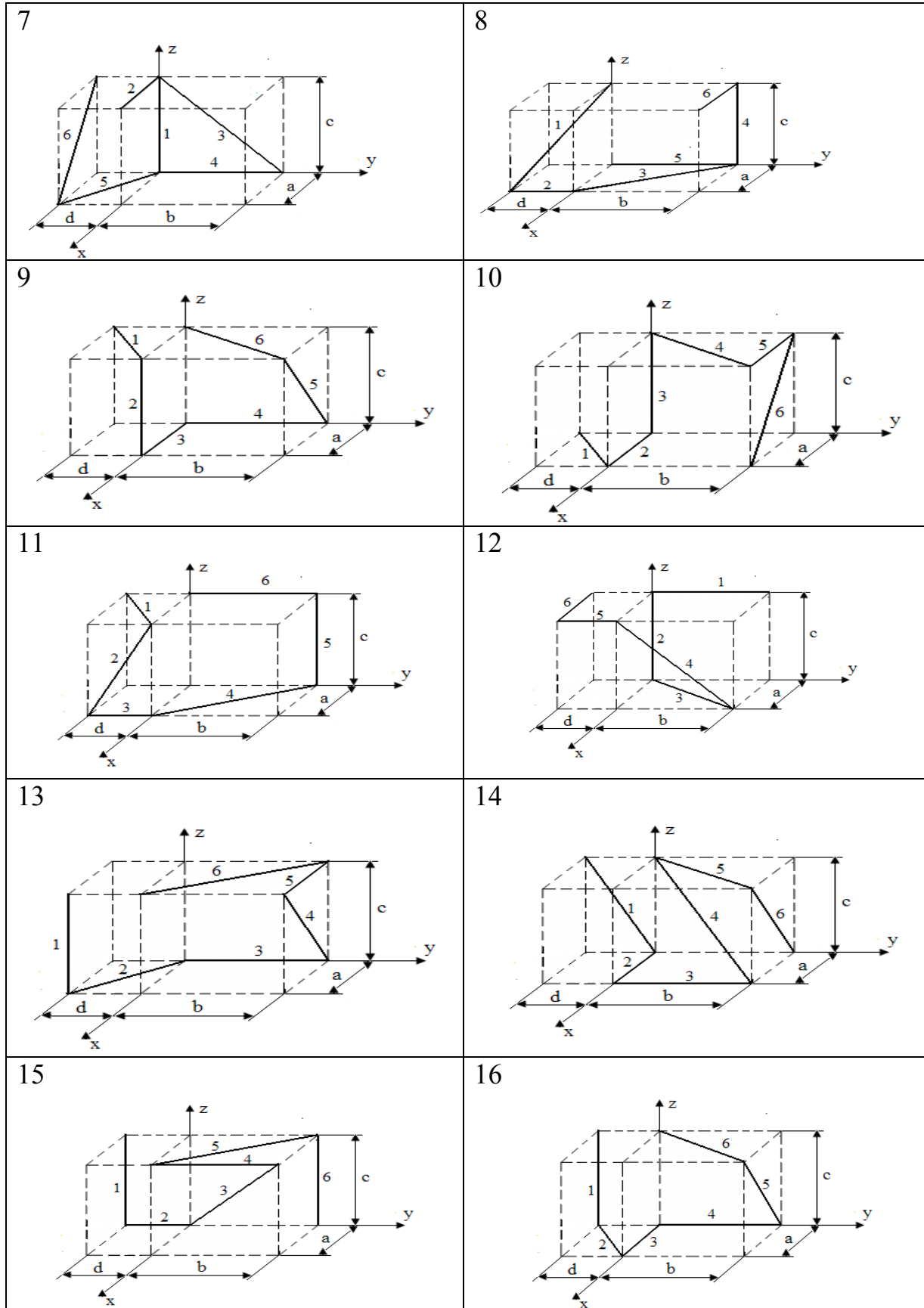
**ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ**

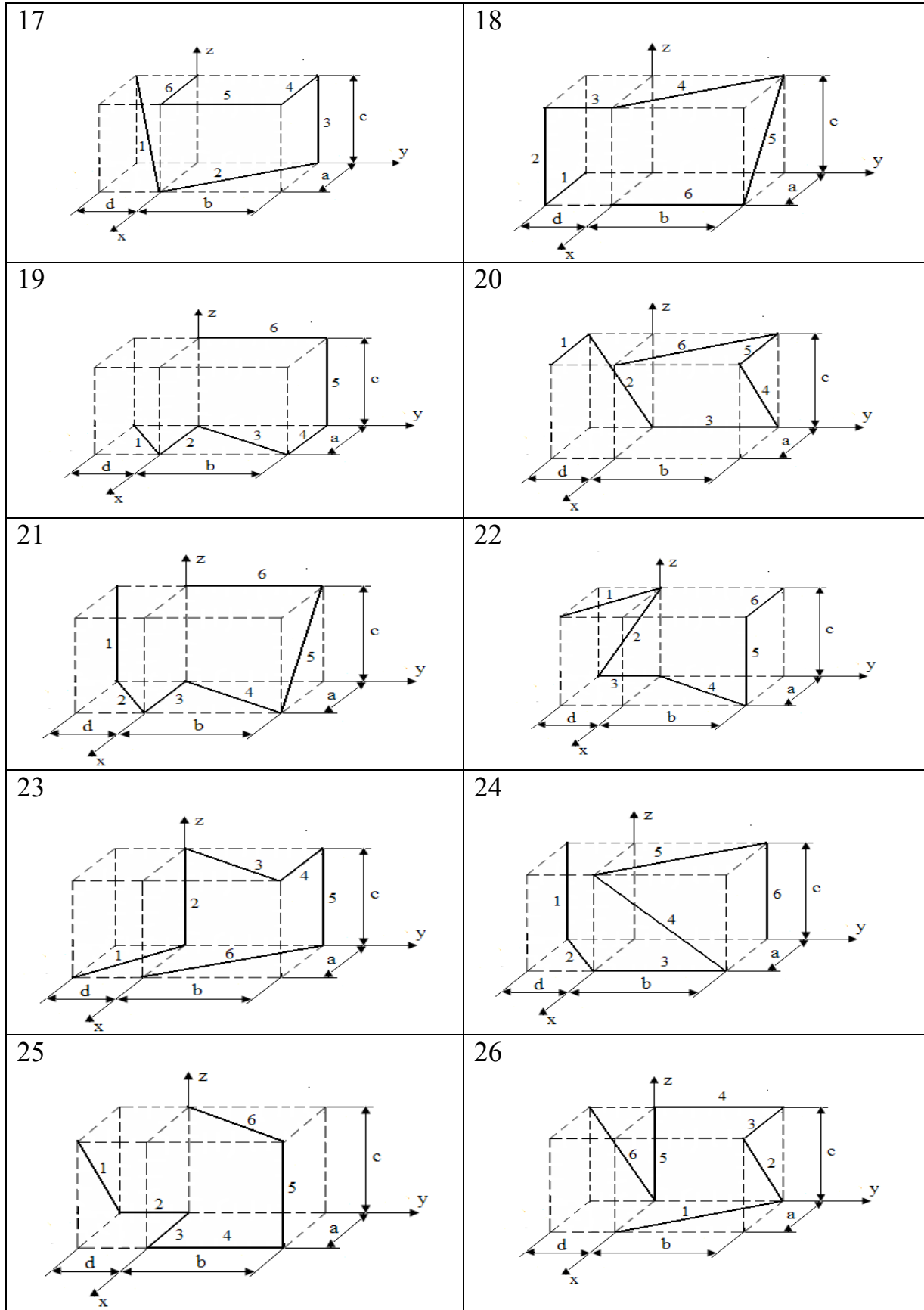
Определить центр тяжести пространственной решетки и плоской геометрической фигуры.

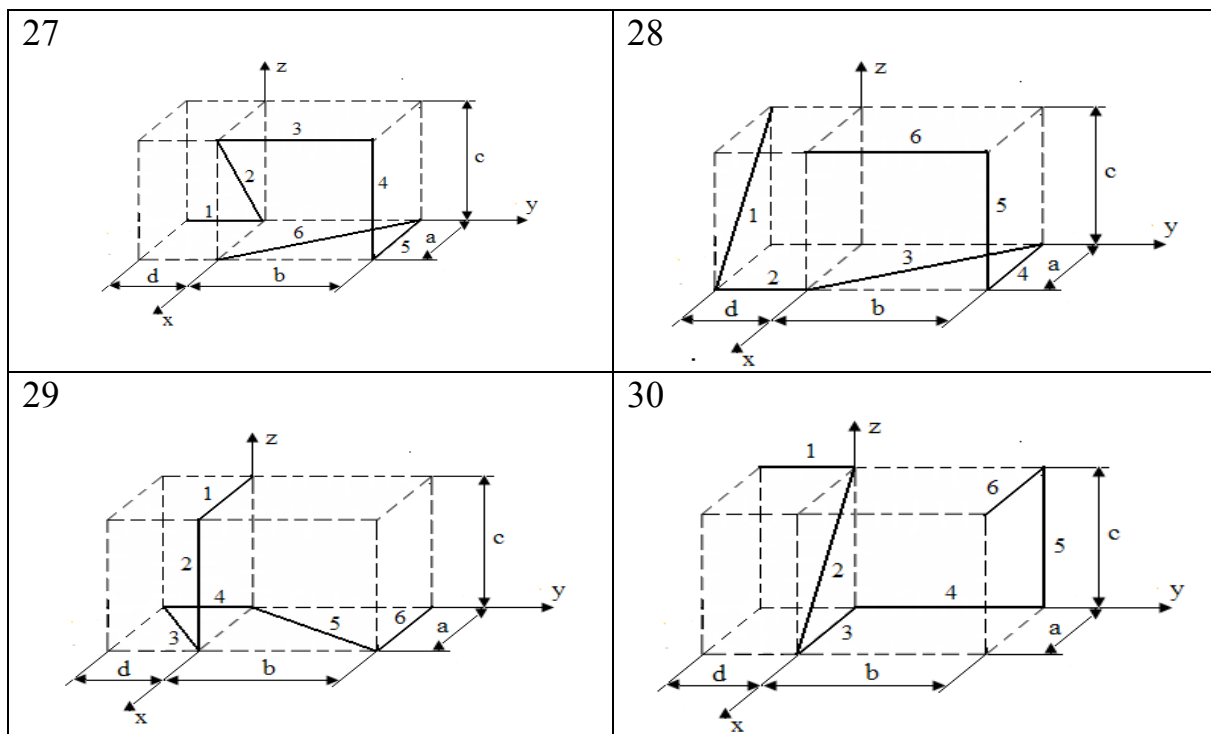
Исходные данные для расчета

№ вар.	<i>A,</i> <i>м</i>	<i>b,</i> <i>м</i>	<i>c,</i> <i>м</i>	<i>d,</i> <i>м</i>	№ вар.	<i>A,</i> <i>м</i>	<i>b,</i> <i>м</i>	<i>c,</i> <i>м</i>	<i>d,</i> <i>м</i>	№ вар.	<i>A,</i> <i>м</i>	<i>b,</i> <i>м</i>	<i>c,</i> <i>м</i>	<i>d,</i> <i>м</i>
1	3	5	2	6	11	4	2	6	1	21	3	6	6	2
2	4	7	3	5	12	2	5	4	4	22	6	7	4	4
3	2	4	6	1	13	3	4	6	2	23	4	2	6	1
4	5	2	8	3	14	5	2	8	3	24	2	3	3	2
5	4	4	6	2	15	4	6	2	5	25	5	3	6	2
6	3	2	6	3	16	3	8	2	4	26	4	6	4	3
7	5	6	2	4	17	6	4	5	3	27	8	2	5	2
8	8	4	2	3	18	4	5	6	3	28	4	7	5	3
9	7	5	2	5	18	2	3	2	5	29	3	2	5	2
10	4	3	1	5	20	5	6	4	1	30	4	6	3	3





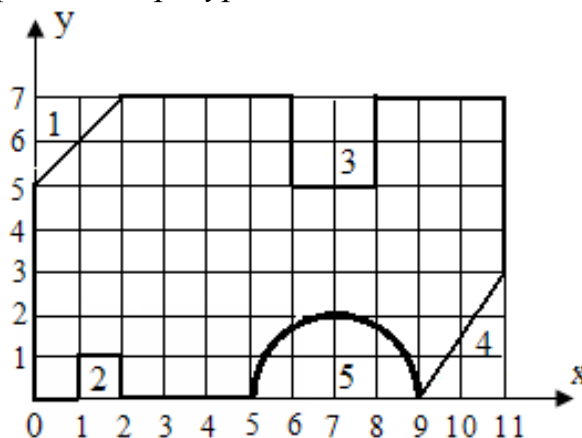




**Задание 6. Центр тяжести сил плоской геометрической фигуры**

Пример выполнения расчетно-графической работы

*Плоская геометрическая фигура*



$$S_1 = 2; X_1 = (0+0+2)/3=0,67; Y_1 = (0+7+7)/ 3= 4,67;$$

$$S_2 = 1; X_2 = 1,5; Y_2 = 0,5;$$

$$S_3 = 4; X_3 = 7; Y_3 = 6;$$

$$S_4 = 3; X_4 = (0+11+11)/3= 7,33; Y_4 = (0+0+3)/3=1;$$

$$S_5 = \pi^2/2 = 6,28; X_6 = 7; Y_6 = \frac{2}{3} 2\sin 90^\circ/(\pi/2) = 0,85;$$

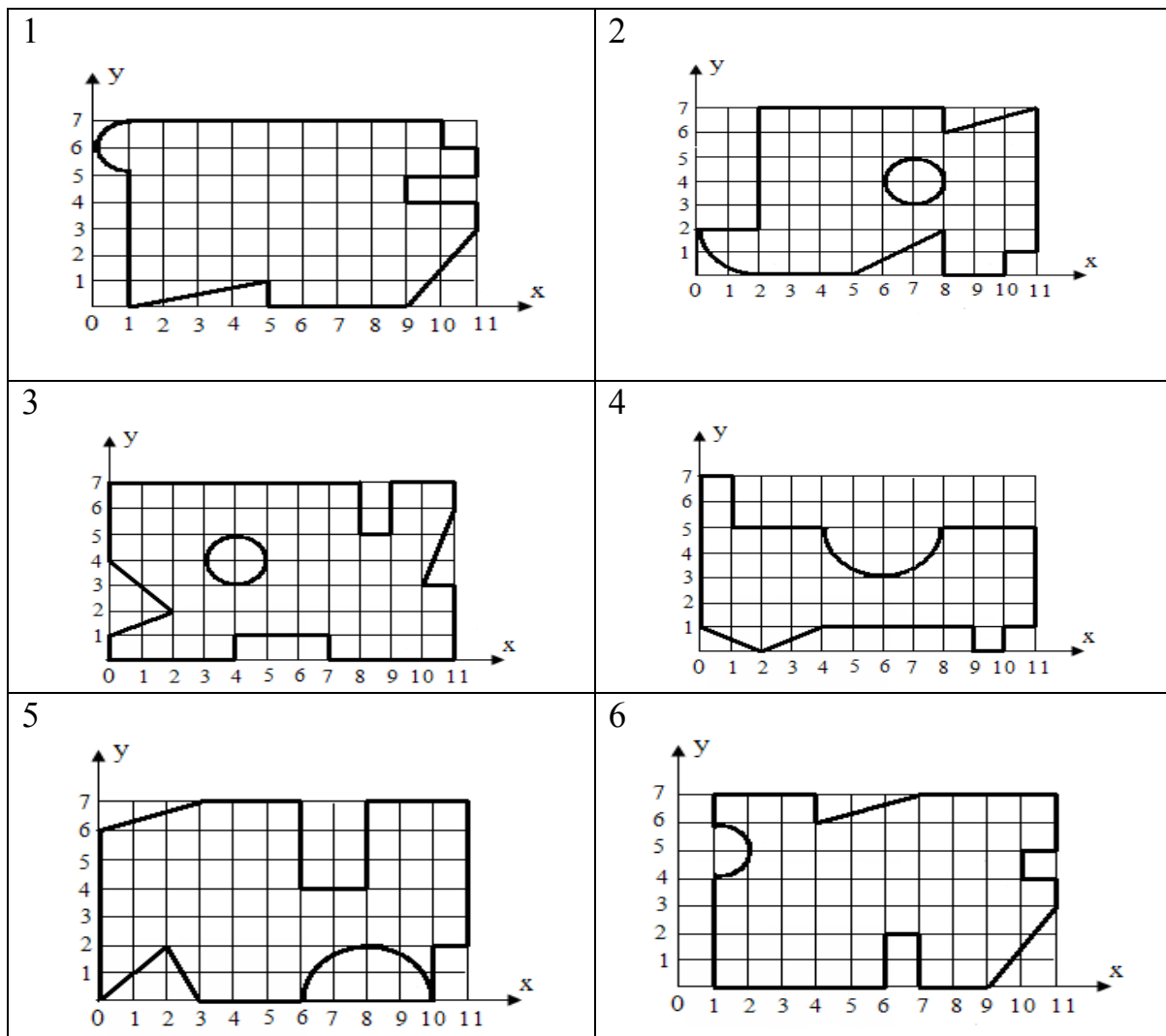
$$S = 77; X = 5,5; Y = 3,5.$$

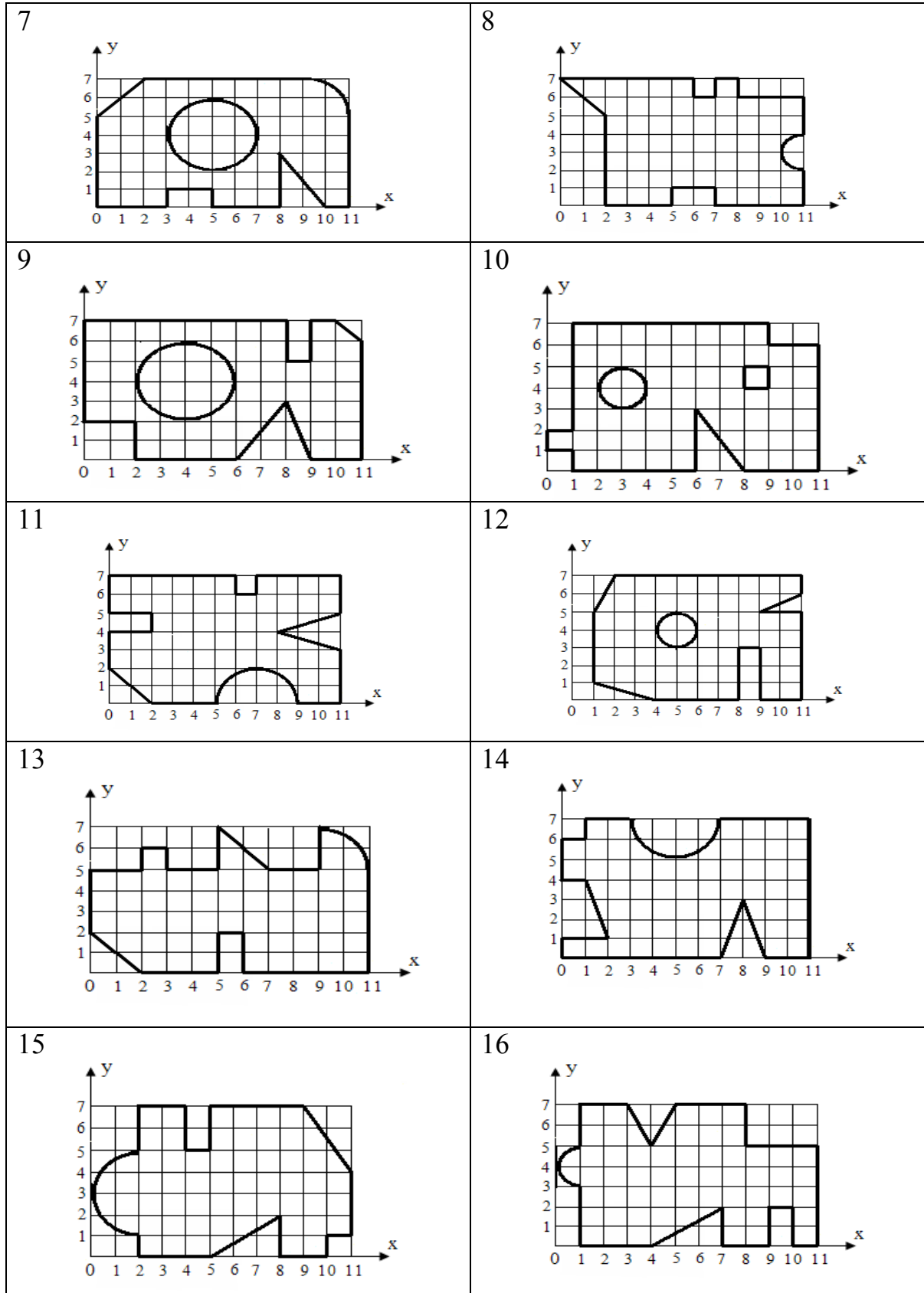
$$X_C = \frac{S - (X_1 S_1 + X_2 S_2 + X_3 S_3 + X_4 S_4 + X_5 S_5)}{S - (S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5)} = \frac{326,71}{60,72} = 5,38 .$$

$$Y_C = \frac{S - (Y_1 S_1 + Y_2 S_2 + Y_3 S_3 + Y_4 S_4 + Y_5 S_5)}{S - (S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5)} = \frac{227,32}{60,72} = 3,74 .$$

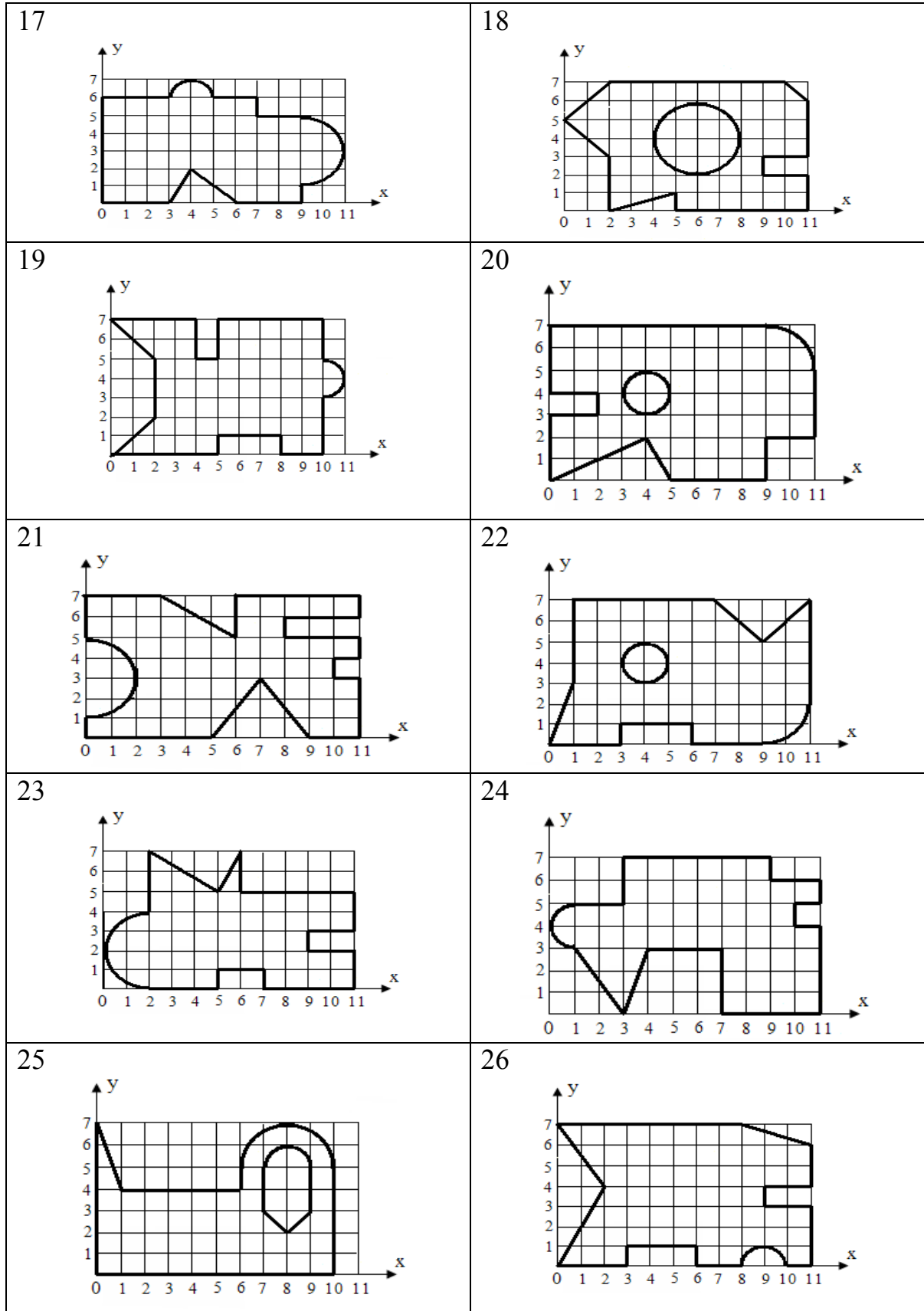
Тогда  $C(5,38; 3,74)$ .

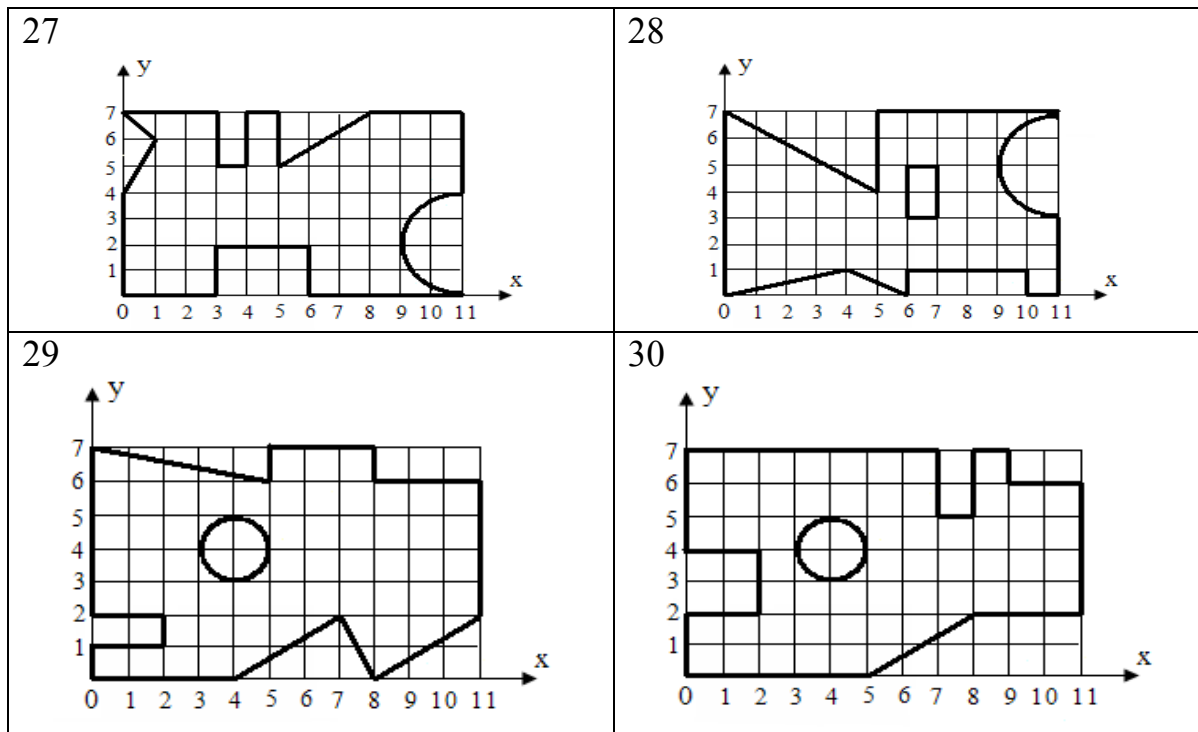
### ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ











## РАЗДЕЛ 2. КИНЕМАТИКА

### Задание 7. Кинематика точки

#### Пример выполнения расчетно-графической работы

1. *Исходные данные.* По заданным уравнениям движения точки  $M$

$$x = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{3}\right), \quad y = -3 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot t}{3}\right) + 4 \quad (\text{где } x, y - \text{ в см});$$

установить вид ее траектории и для момента времени  $t_1 = 1$  с найти положение точки на траектории, ее скорость, ускорение.

2. *Решение.*

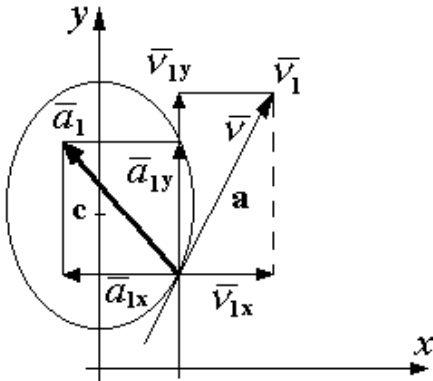
Определяем вид траектории. Исключая время  $t$  из уравнений движения, найдем вид траектории точки  $M$  в координатной форме.

Так как время  $t$  входит в аргументы тригонометрических функций синуса и косинуса, то, используя формулу  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , получим

$$\left. \begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{3}\right) &= \frac{x}{2} \\ \cos\left(\frac{\pi \cdot t}{3}\right) &= \frac{4-y}{3} \end{aligned} \right\} \rightarrow \sin^2\left(\frac{\pi \cdot t}{3}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi \cdot t}{3}\right) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{4-y}{3}\right)^2 \rightarrow$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{4-y}{3}\right)^2 = 1 - \text{уравнение эллипса}$$

Траекторией движения точки  $M$  является эллипс. Центр эллипса имеет координаты  $X_C = 0$ ,  $Y_C = 4$ , полуоси эллипса  $a=2$  см,  $b=3$  см.



Определяем положение точки на траектории при  $t_1 = 1$  с. Подставляя время  $t_1 = 1$  с, получим

$$x_1 = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot 1}{3}\right) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,73 \text{ см}$$

$$y_1 = -3 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot 1}{3}\right) + 4 = -3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 4 = -3 \cdot \frac{1}{2} + 4 = 2,5 \text{ см}.$$

Точку с координатами  $x_1$ ,  $y_1$  обозначим на траектории через  $M_1$ .

Скорость  $\bar{V}$  точки  $M$  определим через ее проекции на координатные оси.

$$V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}, \quad \bar{V} = V_x \bar{i} + V_y \bar{j},$$

где

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ 2 \sin\left(\frac{\pi - t}{3}\right) \right] = 2 \cos\left(\frac{\pi - t}{3}\right) \frac{\pi}{3},$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ -3 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 4 \right] = 3 \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) \frac{\pi}{3}.$$

Тогда

$$V_i = \frac{\pi}{3} \sqrt{4 - \cos^2\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 9 \sin^2\left(\frac{\pi t}{3}\right)} \text{ см/с}.$$

Так как величина скорости  $v$  зависит от времени  $t$ , то движение точки неравномерное.

При  $t_1 = 1$  сек.

$$V_i = \frac{\pi}{3} \sqrt{4 - \cos^2\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 9\sin^2\left(\frac{\pi t}{3}\right)} = \frac{\pi}{3} \sqrt{4 - \frac{1}{4} + 9 \frac{\sqrt{3}}{4}} \approx 2,32 \text{ см/с.}$$

$$V_{ix} = 2 - \cos^2\left(\frac{\pi t}{3}\right) \frac{\pi}{3} = 2 - \frac{1}{2} \frac{\pi}{3} \approx 1,05 \text{ см/с} > 0,$$

$$V_{iy} = 3 - \sin^2\left(\frac{\pi t}{3}\right) \frac{\pi}{3} = 3 - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\pi}{3} \approx 2,72 \text{ см/с} > 0.$$

Построим вектор скорости точки  $M_1$ .

$$\bar{V}_1 = 1,05\bar{i} + 2,72\bar{j}.$$

В точке  $M_1$  параллельно осям  $x, y$ , в выбранном масштабе, откладываем  $V_{ix} = 1,05 > 0$ ;  $V_{iy} = 2,72 > 0$ .

Вектор  $\bar{V}$  – диагональ прямоугольника, построенного на  $V_{ix}$  и  $V_{iy}$ , как на сторонах.

### Пример 2

#### 1. Исходные данные

Даны уравнения движения точки  $M$  в плоскости  $xu$ :

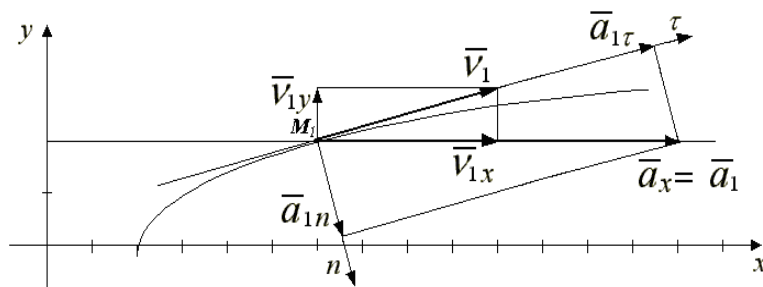
$$x = 4t^2 + 2, \quad y = 2t \quad (\text{где } x, y - \text{ в см, } t - \text{ в с}).$$

Найти уравнение траектории точки  $M$ ; для момента времени  $t_1 = 1$  с., найти положение точки на траектории, ее скорость, полное ускорение, касательное и нормальное ускорения, а также радиус кривизны в соответствующей точке.

#### 2. Решение.

Из второго уравнения, подставляя значение  $t$  в первое уравнение, получим уравнение траектории  $X = Y^2 + 2$  – уравнение параболы.

Заметим, что траекторией движения является только верхняя ветвь параболы, так как время  $t > 0$ .



Полагая, что время  $t_1 = 1$  с, найдем координаты, определяющие положение точки на траектории в этот момент времени.

$$x_1 = x(t=1c) = 4 + 2 = 6 \text{ см};$$

$$y_1 = y(t=1c) = 2 \text{ см}.$$

Точку с координатами  $x_1=6$ ,  $y_1=2$  на траектории обозначим  $M_1$ .

Величину скорости точки  $M$  найдем по ее проекциям на координатные оси:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2},$$

где  $V_X = (4t^2 + 2)' = 8t \text{ см/с}$ ,  $V_Y = (2t)' = 2 \text{ см/с}$ .

Тогда, поскольку величина скорости зависит от времени  $t$ , то движение точки неравномерное.

В момент времени  $t_1 = 1$  с:  $V_{1X} = 8 \text{ см/с}$ ,  $V_{1Y} = 2 \text{ см/с}$ ,  $V_1 = 8,2 \text{ см/с}$ .

Выберем масштаб и построим вектор скорости в положении  $M_1$  по составляющим  $V_{1X}$  и  $V_{1Y}$

$$\vec{v}_1 = v_{1x} \vec{i} + v_{1y} \vec{j}.$$

Модуль ускорения точки  $M$  определяем аналогично

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2},$$

где  $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(8t) = 8 \text{ см/с}^2$ ,  $a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}(2) = 0$ .

Полное ускорение

$a = a_x = 8 \text{ см/с}^2$  является постоянным во все время движения точки.

Выберем масштаб, построим вектор ускорения:

$$\vec{a}_1 = \vec{a} = \vec{a}_x, \quad \vec{a}_1 = 8 \cdot \vec{i}.$$

Разложим полное ускорение на составляющие вдоль этих осей

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_{1n} + \vec{a}_{1\tau},$$

где  $\vec{a}_{1\tau}$  - касательное ускорение точки  $M$ ;

$\vec{a}_{1n}$  - нормальное ускорение точки  $M$ .

Из рисунка  $a_{1n} \approx 2 \text{ см/с}^2$ ,  $a_{1\tau} \approx 8 \text{ см/с}^2$

Касательное ускорение определяется по формуле  $a_\tau = dV/dt$ .

Если  $dV/dt > 0$  – движение ускоренное.

Если  $dV/dt < 0$  – движение замедленное.

Найдем  $a_\tau$

$$a_{\tau} = \frac{d}{dt} \left( \sqrt{64t^2 + 4} \right) = \frac{1 \cdot 64 \cdot 2 \cdot t}{2 \cdot \sqrt{64t^2 + 4}} = \frac{64 \cdot t}{\sqrt{64t^2 + 4}}$$

Так как время  $t > 0$ ,  $a_{\tau} > 0$ , следовательно, движение точки  $M$  ускоренное.  
 $a_{1\tau} = \frac{64}{\sqrt{64+4}} = \frac{64}{8,2} \approx 7,8 \text{ см/с}^2 \approx 8 \text{ см/с}^2$ , что соответствует значению на рисунке.

Нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению. В случае криволинейного движения, оно всегда существует и определяется по формуле  $a_n = V^2/\rho$ , где  $\rho$  - радиус кривизны траектории в соответствующей точке. Так как радиус кривизны параболы в точке  $M_1$  неизвестен, то величину нормального ускорения можно определить следующим образом:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_{\tau}^2}$$

$a_{1n} = \sqrt{a_1^2 - a_{1\tau}^2} = \sqrt{64 - 60,84} \approx 1,8 \text{ см/с}^2 \approx 2 \text{ см/с}^2$ , что соответствует значению на рисунке.

Радиус кривизны параболы в точке  $M_1$  найдем из выражения

$$\rho_1 = V_1^2/a_{1n} = 68/1,8 = 37,8 \text{ см.}$$

*Ответ:* точка  $M$  совершает криволинейное ускоренное движение, так как вектор касательного ускорения во все время движения совпадает с направлением вектора скорости.

## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Точка  $M$  движется в плоскости  $xOy$  согласно уравнениям:

$$x=x(t), y=y(t).$$

Определить траекторию движения точки, для заданного момента времени  $t$  найти положение точки на траектории, ее скорость и ускорение и показать их на рисунке, а также определить радиус кривизны траектории в данной точке.

Исходные данные для расчета

<i>№ вар.</i>	<i>X, см</i>	<i>Y, см</i>	<i>t, с</i>	<i>№ вар.</i>	<i>X, см</i>	<i>Y, см</i>	<i>t, с</i>
<b>1</b>	$4t^2 + 3t + 7$	$8t^2 + 6t + 1$	2	<b>3</b>	$3\cos(\pi t/3)$	$5\sin(\pi t/3)$	3
<b>2</b>	$3t^2 + 6t + 2$	$3t$	1	<b>4</b>	$3/(t+1)$	$3t+3$	1

№ вар.	X, см	Y, см	t, с	№ вар.	X, см	Y, см	t, с
5	$2\sin(\pi/3) + 1$	$3\cos(\pi/3)$	2	18	$t^2$	$3t - 2$	2
6	$3t^2 + 2t + 5$	$9t^2 + 6t + 11$	1	19	$2\sin(\pi/8) + 2$	$2\cos(\pi/8) - 1$	2
7	$2t^2 + 6t + 2$	$2t$	2	20	$2t^3 + 3$	$6t^3 + 12$	1
8	$t^2 - 4t + 1$	$t + 1$	1	21	$-3/(t + 1)$	$-3t - 3$	2
9	$-4/(t + 1)$	$-2t - 2$	0	22	$t^4 + 1$	$t^4 - 2$	2
10	$2t^2 + 4$	$3t + 1$	2	23	$3\cos(t)$	$3\sin(t)$	$\pi/6$
11	$3\sin(\pi/4) + 2$	$4\cos(\pi/4) - 1$	1	24	$10/(5t + 1)$	$2,5t$	1
12	$7t + 1$	$-8/(7t + 1)$	1/7	25	$2\cos(\pi/6)$	$3\sin(\pi/6) + 3$	2
13	$3\cos(\pi/6) + 1$	$2\sin(\pi/6) - 2$	3	26	$3\cos(\pi/3) + 2$	$3\sin(\pi/3) - 2$	1
14	$4t + 5$	$5t^2 + 1$	1	27	$3t^2 + 3t + 3$	$8t^2 + 8t + 5$	1
15	$4\cos(\pi/4)$	$4\sin(\pi/4) - 2$	1	28	$t^2 + 6t + 2$	$2t$	1
16	$t^2 + 4t + 3$	$t^2 + 8t + 1$	2	29	$5/(t+1)$	$5t+5$	2
17	$-t - 1$	$-2/(t + 1)$	1	30	$2\cos(\pi/3)$	$3\sin(\pi/3) + 2$	2

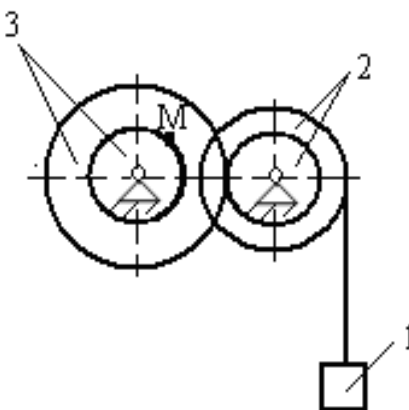
### Задание 8. Виды движения твердого тела

#### Пример выполнения расчетно-графической работы

##### 1. Исходные данные

Определить скорость и ускорение точки  $M$ , а также скорость и ускорение груза 1 в заданный момент времени.

Дано:  $x(t) = 7t^2$ ,  $R_2 = 25\text{см}$ ,  $r_2 = 15\text{см}$ ,  $R_3 = 20\text{см}$ ,  $r_3 = 10\text{см}$ ,  $t_1 = 1\text{с}$ .



##### 2. Решение

$$V_1 = x'(t) = 14 t; a_1 = 14 \text{ м/с}^2; V_1(t_1) = 14 \text{ м/с}; V_M = V_1(r_2 \cdot r_3)/(R_2 \cdot R_3);$$

$$V_M = 4,2 t; V_M(t_1) = 4,2 \text{ м/с}; a_M = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}; a_\tau = V_M' = 4,2 \text{ м/с}^2;$$

$$a_n = V_M^2 / r_3 = 1,76 \text{ м/с}^2;$$

$$a_M = 4,55 \text{ м/с}^2.$$

Тогда

$V_1$	$a_1$	$V_M$	$a_M$
14м/с	14м/с <sup>2</sup>	4,2м/с	4,55 м/с <sup>2</sup>

### ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Для приведенных схем механизмов по известным характеристикам движения определить и показать на рисунке скорость и ускорение точки М, а также скорость и ускорение груза 1 в заданный момент времени. Исходные данные приведены в таблице. Обозначения:  $V_1$  – скорость тела 1,  $a_1$  – ускорение тела 1,  $x(t)$  – уравнение движения тела 1,  $\varphi_3(t)$  – уравнение движения тела 3,  $R_2, r_2, R_3, r_3$  – радиусы шестерен, шкивов и барабанов.

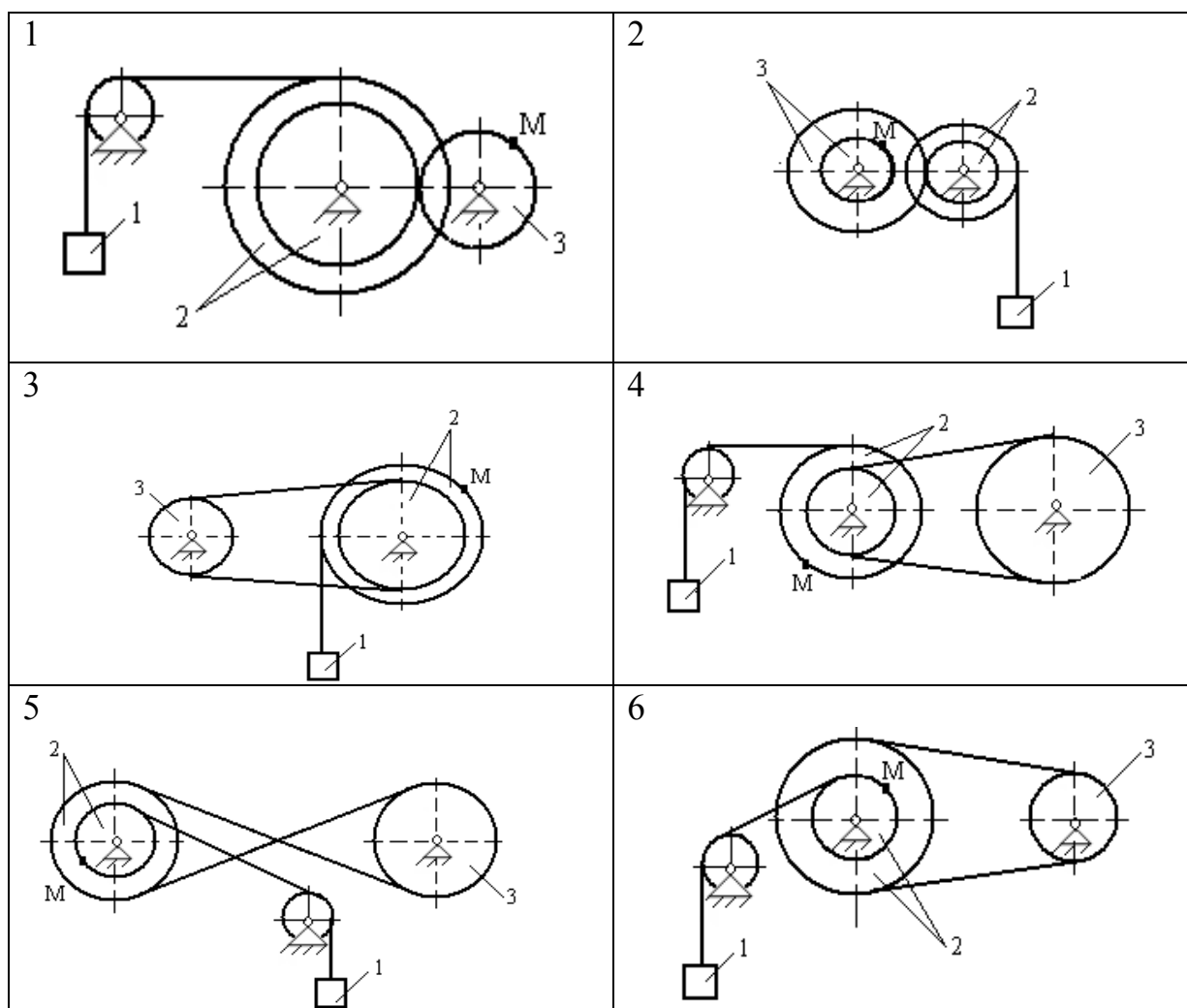
#### Исходные данные для расчета

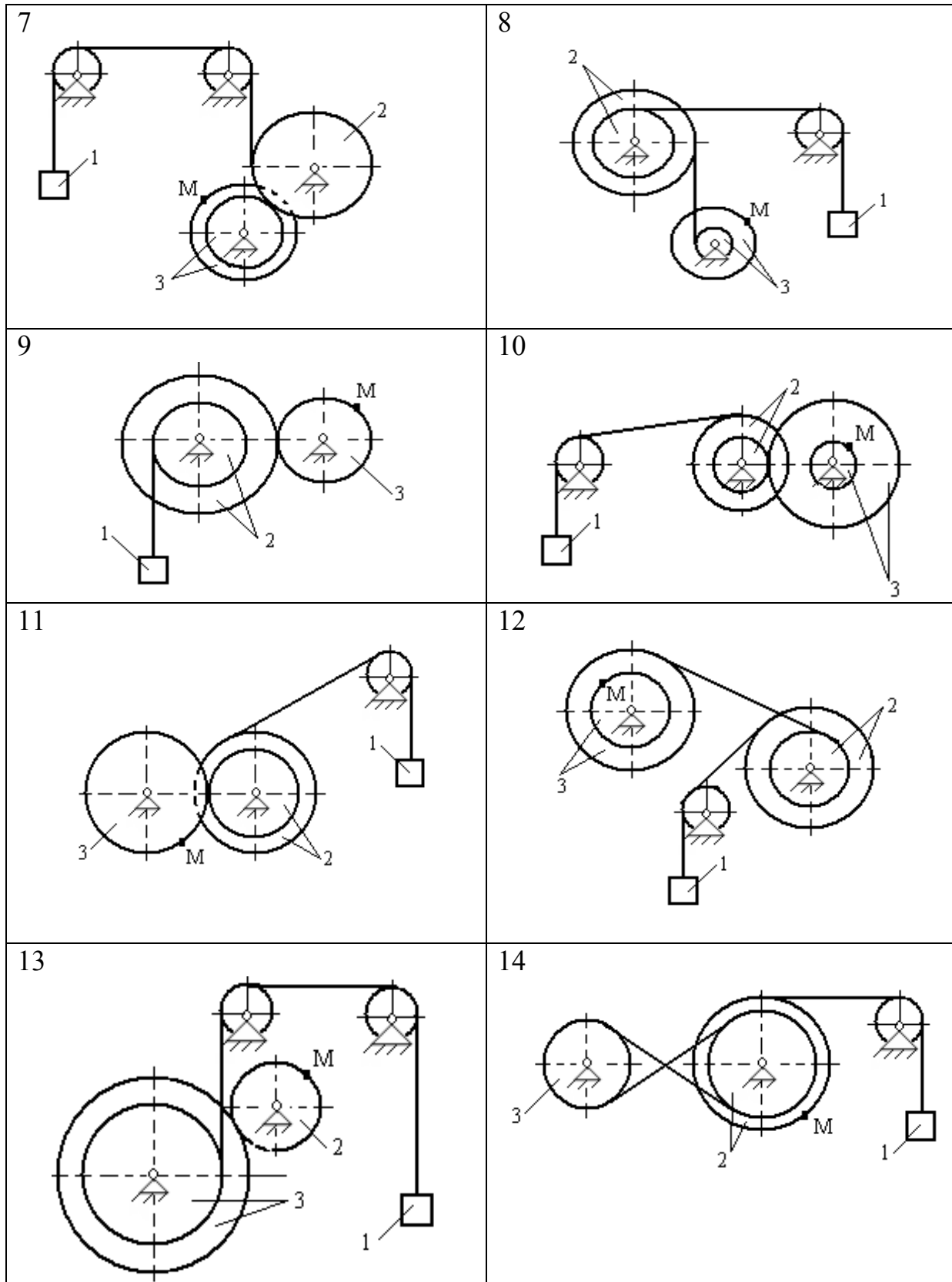
№ вар.	Характеристики движения	Радиусы, см				Время, с
		$R_2$	$r_2$	$R_3$	$r_3$	
1	2	3	4	5	6	7
1	$V_1 = 0,5 \text{ м/с}, a_1 = -0,7 \text{ м/с}^2$	60	45	36	–	–
2	$x(t) = 5t^2 \text{ м}$	20	10	30	10	0,5
3	$\varphi_3(t) = 0,5t^3 - 2t^2 \text{ рад}$	20	15	10	–	2
4	$\varphi_3(t) = t - 2e^{0,5t} \text{ рад}$	30	20	40	–	1
5	$\varphi_3(t) = t^3 - 7t \text{ рад}$	15	10	15	–	2
6	$\varphi_3(t) = 3t^2 + 5 \text{ рад}$	40	20	100	–	0,25
7	$V_1 = 0,25 \text{ м/с}, a_1 = 0,6 \text{ м/с}^2$	80	–	60	45	–
8	$x(t) = 42t - 0,6t^3 \text{ м}$	40	30	30	15	5
9	$V_1 = -0,5 \text{ м/с}, a_1 = 1,0 \text{ м/с}^2$	100	60	75	–	–
10	$x(t) = 22t - 5t^2 \text{ м}$	25	20	50	25	2
11	$V_1 = 1,0 \text{ м/с}, a_1 = 2,0 \text{ м/с}^2$	60	45	60	–	–
12	$x(t) = 42t - 5t^2 \text{ м}$	30	15	40	20	4
13	$V_1 = -1,5 \text{ м/с}, a_1 = 4,5 \text{ м/с}^2$	100	60	30	–	–
14	$\varphi_3(t) = 5(1 - \cos(\pi t/6)) \text{ рад}$	20	15	15	–	1
15	$V_1 = 0,4 \text{ м/с}, a_1 = 0,4 \text{ м/с}^2$	45	35	105	–	–
16	$\varphi_3(t) = 4t - 0,5t^2 \text{ рад}$	15	10	15	–	3
17	$V_1 = 0,6 \text{ м/с}, a_1 = -0,9 \text{ м/с}^2$	80	–	45	30	–
18	$\varphi_3(t) = 8\sin(\pi t/3) \text{ рад}$	15	10	20	–	1
19	$x(t) = 5t - 0,5t^3 \text{ м}$	32	16	32	16	2

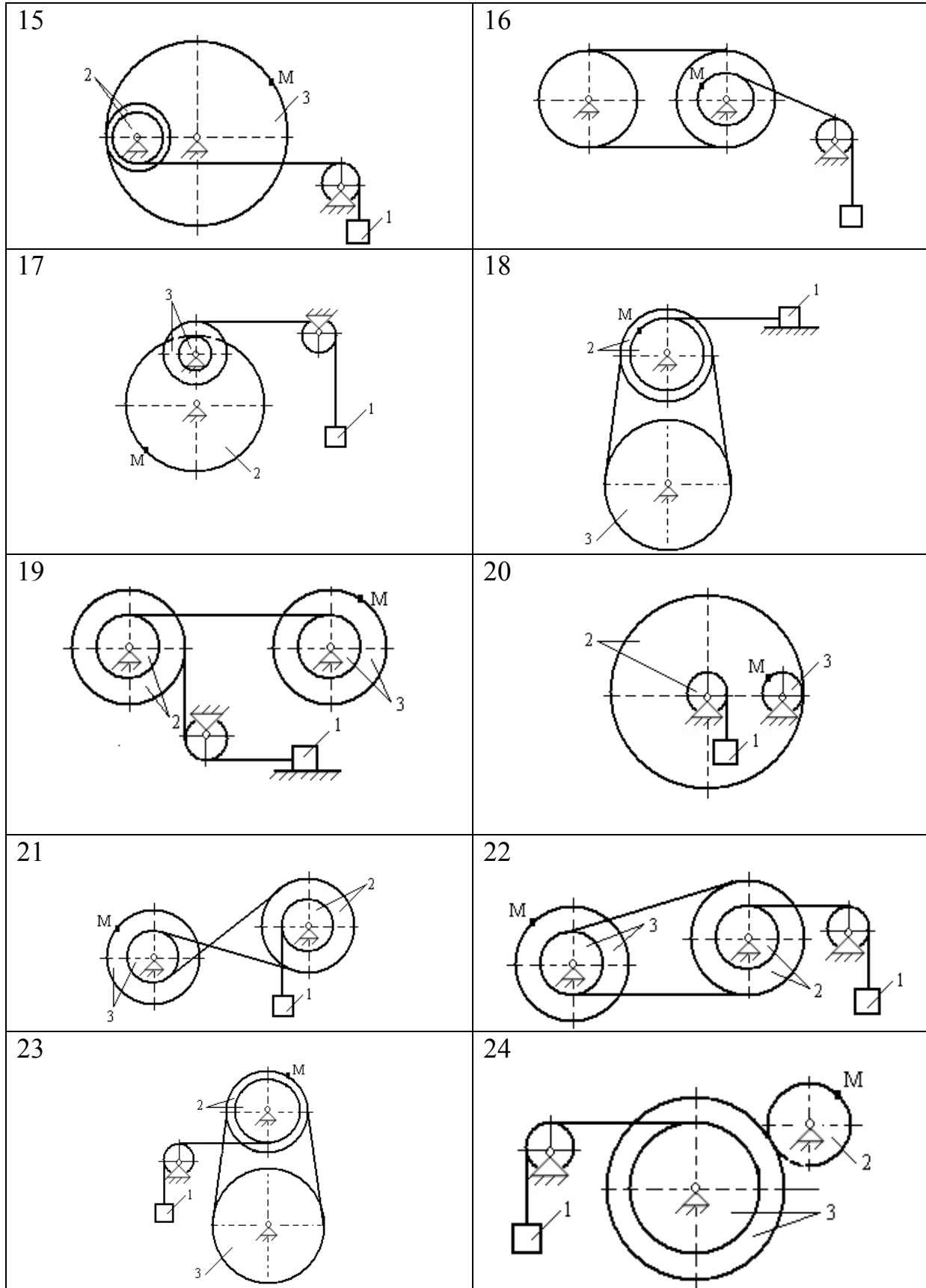


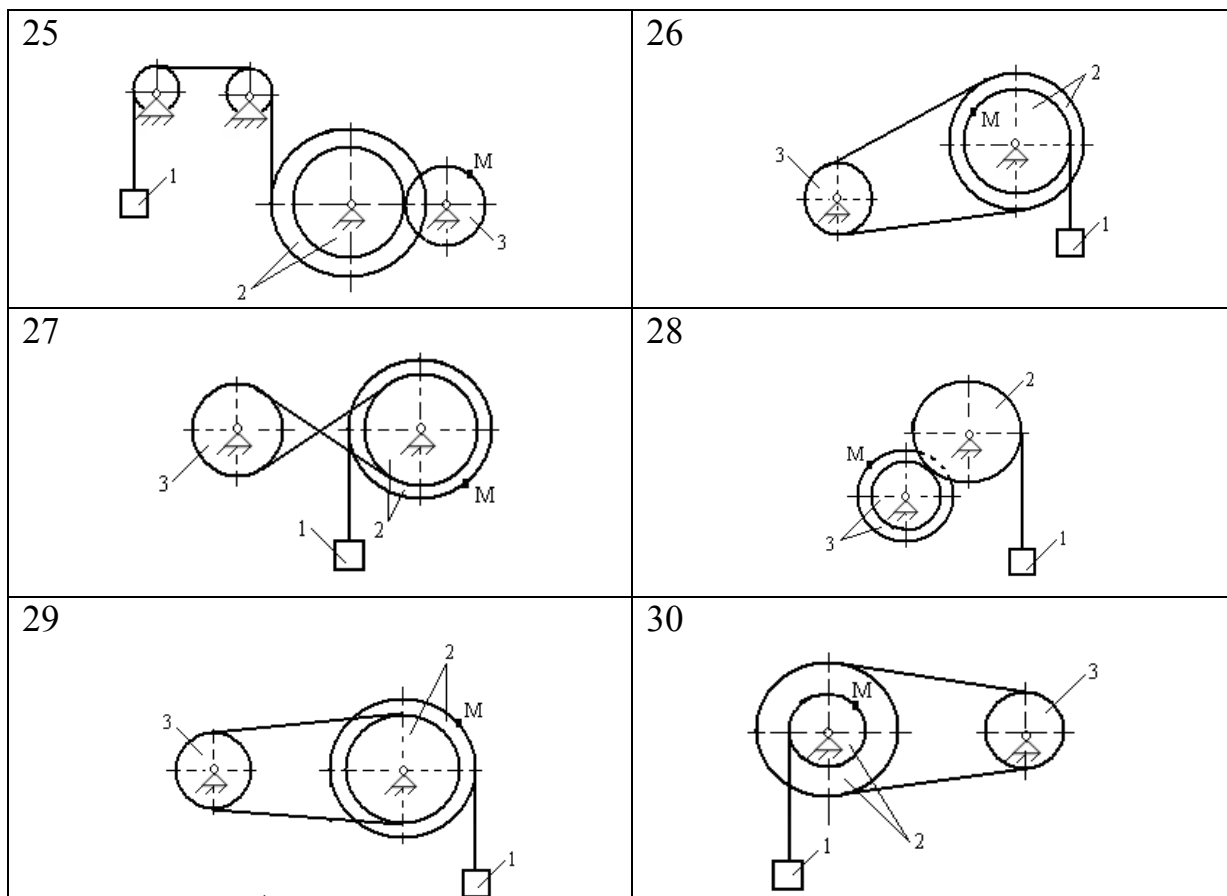
1	2	3	4	5	6	7
20	$V_1 = 0,8 \text{ м/с}, a_1 = 12,8 \text{ м/с}^2$	35	10	10	–	–
21	$x(t) = 5t - 15\sin(\pi t/6) \text{ м}$	40	18	40	18	2
22	$x(t) = 0,5(1 - \cos(\pi t)) \text{ м}$	40	20	40	15	1/6
23	$\varphi_3(t) = t^2 - 2e^t \text{ рад}$	15	10	20	–	0,5
24	$V_1 = -1,5 \text{ м/с}, a_1 = 4,5 \text{ м/с}^2$	100	70	30	–	–
25	$V_1 = 0,5 \text{ м/с}, a_1 = -0,9 \text{ м/с}^2$	60	45	37	–	–
26	$\varphi_3(t) = 10t - 2t^2 \text{ рад}$	20	15	10	–	2
27	$\varphi_3(t) = 5(1 - \cos(\pi t/6)) \text{ рад}$	25	15	15	–	1,5
28	$V_1 = 0,25 \text{ м/с}, a_1 = 0,7 \text{ м/с}^2$	80	–	50	45	–
29	$\varphi_3(t) = 0,5t^3 - 2t^2 \text{ рад}$	20	15	10	–	1,5
30	$\varphi_3(t) = 3t^2 + 5 \text{ рад}$	40	20	80	–	0,35

Исходные схемы









**Задание 9. Плоскопараллельное движение твердого тела**

**КРИВОШИПНО-ШАТУННЫЙ МЕХАНИЗМ**

Пример выполнения расчетно-графической работы

1. Исходные данные.

Дано:  $OA = 25\text{см}$ ,  $AB = 25\text{см}$ ,  $\omega_{OA} = 2\text{рад/с}$ ,  $\epsilon_{OA} = 4\text{рад/с}^2$ .

Определить  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $a_A$ ,  $a_B$ ,  $\omega_{AB}$ ,  $\epsilon_{AB}$ .

Схема механической системы представлена на рисунке.

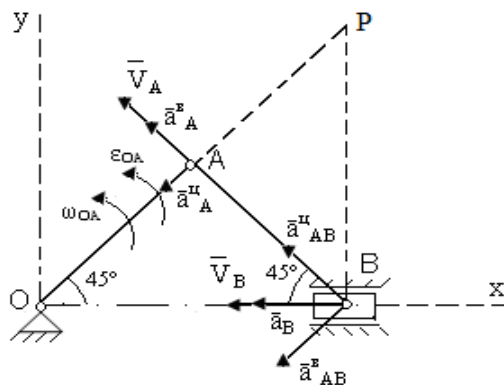


Схема механизма

2. Решение

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA; \quad V_A = 50 \text{ см/с}; \quad \bar{a}_A = \bar{a}_A^B + \bar{a}_A^H; \quad a_A^B = \varepsilon_{OA} OA; \quad a_A^H = \omega_{OA}^2 OA; \\ a_A^B = 100 \text{ см/с}^2; \quad a_A^H = 100 \text{ см/с}^2; \quad a_A = \sqrt{(a_A^B)^2 + (a_A^H)^2}; \quad \underline{a_A = 140 \text{ см/с}^2}.$$

Для нахождения  $V_B$  необходимо найти положение мгновенного центра скоростей (точку  $P$  – точку пересечения перпендикуляров к направлениям скоростей точек  $A$  и  $B$ ). Воспользуемся отношением  $V_B = V_A \cdot BP / AP$ ;  $\omega_{AB} = V_A / AP$ .

$AP = OA = 25 \text{ см}$ ,  $BP = AP / \sin 45^\circ = 35,36 \text{ см}$ , так как, треугольник  $APB$  – равнобедренный, прямоугольный.

$$\underline{V_B = 70,72 \text{ см/с}; \quad \omega_{AB} = 50 / 25 = 2 \text{ рад/с};}$$

Для вычисления ускорения точки  $B$  необходимо воспользоваться теоремой о сложении ускорений, взяв точку  $A$  в качестве полюса.

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{AB}^B + \bar{a}_{AB}^H; \quad \text{или } \bar{a}_B = \bar{a}_A^B + \bar{a}_A^H + \bar{a}_{AB}^B + \bar{a}_{AB}^H; \\ a_{AB}^H = \omega_{AB}^2 AB; \quad a_{AB}^B = 100 \text{ см/с}^2; \quad a_{AB}^B = \varepsilon_{AB} AB; \quad a_{AB}^H = 25 \varepsilon_{AB};$$

Выбрав направление осей  $x$  и  $y$ , как показано на рисунке, получаем:

$$-a_B = -a_A^B \cos 45^\circ - a_A^H \cos 45^\circ - a_{AB}^B \cos 45^\circ - a_{AB}^H \cos 45^\circ;$$

$$0 = a_A^B \cos 45^\circ - a_A^H \cos 45^\circ - a_{AB}^B \cos 45^\circ + a_{AB}^H \cos 45^\circ;$$

$$\text{Тогда, } a_B = 70 + 70 + 25 \varepsilon_{AB} \cos 45^\circ + 70; \quad 0 = 70 - 70 - 25 \varepsilon_{AB} \cos 45^\circ + 70;$$

$$\text{Получим: } 25 \varepsilon_{AB} \cos 45^\circ = 70; \quad \underline{\varepsilon_{AB} = 4 \text{ рад/с}^2}; \quad \underline{a_B = 280 \text{ см/с}^2};$$

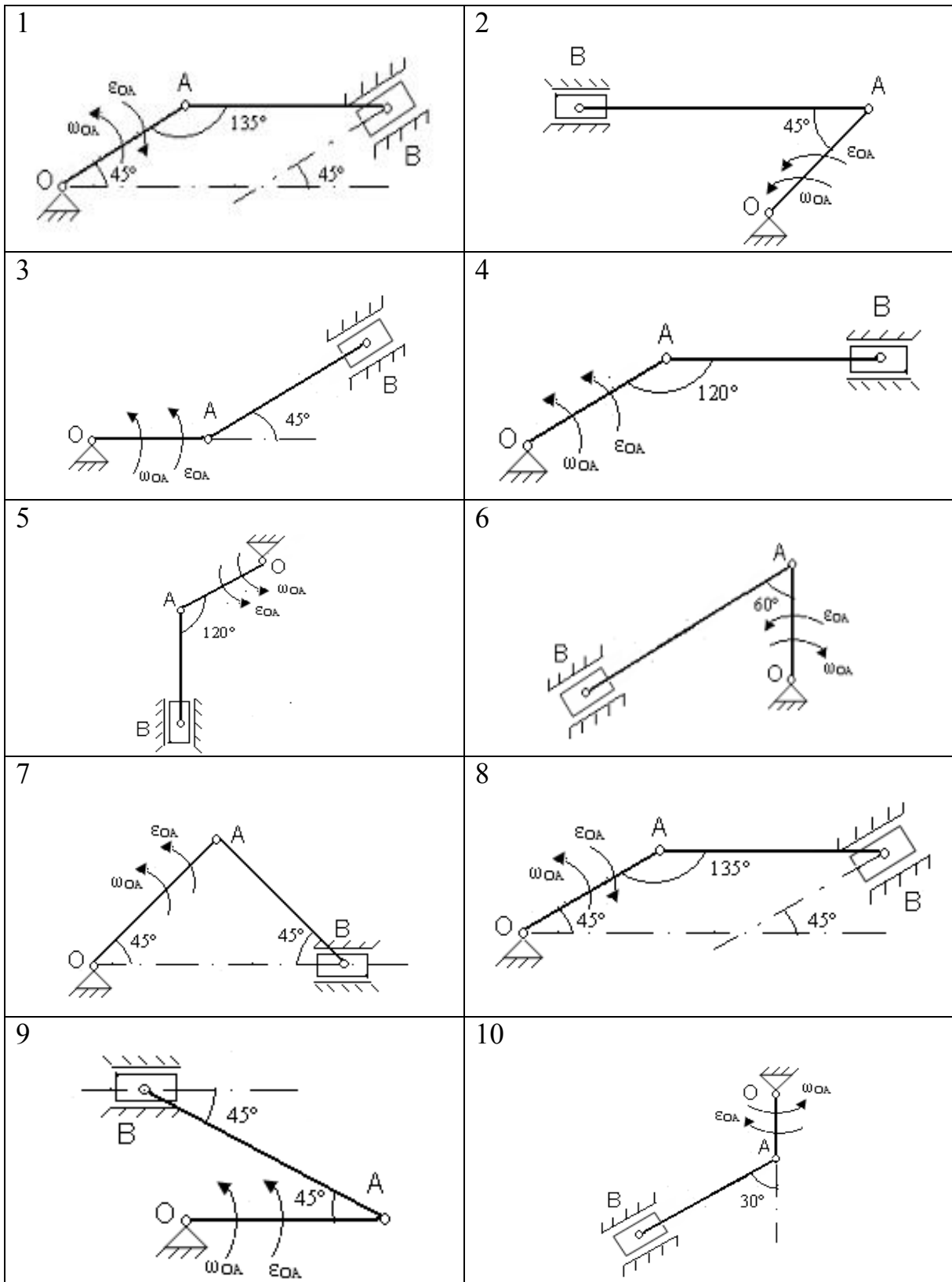
ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Для представленных на схемах кривошипно-шатунных механизмов, определить  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $a_A$ ,  $a_B$ ,  $\omega_{AB}$ . Данные для расчета представлены ниже

Исходные данные для расчета

№ вар.	Размеры, см		$\omega_{OA}$ , рад/с	$\varepsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>	№ вар.	Размеры, см		$\omega_{OA}$ , рад/с	$\varepsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>
	$OA$	$AB$				$OA$	$AB$		
1	30	50	3	6	16	30	60	3	5
2	25	60	4	7	17	35	65	3	6
3	40	60	2	4	18	70	70	4	8
4	30	60	1	8	19	25	65	2	5
5	50	50	2	6	20	30	75	2	6
6	40	40	3	7	21	40	50	3	7
7	50	50	2	5	22	30	40	2	5
8	40	70	3	5	23	50	50	3	5
9	30	50	4	8	24	40	60	2	6
10	40	80	2	7	25	30	60	3	7
11	20	55	3	7	26	60	60	2	4
12	40	50	3	5	27	50	55	4	7
13	30	50	2	7	28	40	50	2	5
14	50	60	4	7	29	30	50	3	7
15	30	70	5	8	30	40	60	3	7

Схемы кривошипно-шатунных механизмов



<p>11</p>	<p>12</p>
<p>13</p>	<p>14</p>
<p>15</p>	<p>16</p>
<p>17</p>	<p>18</p>
<p>19</p>	<p>20</p>

<p>21</p>	<p>22</p>
<p>23</p>	<p>24</p>
<p>25</p>	<p>26</p>
<p>27</p>	<p>28</p>
<p>29</p>	<p>30</p>



**Задание 10. Сложное движение точки**

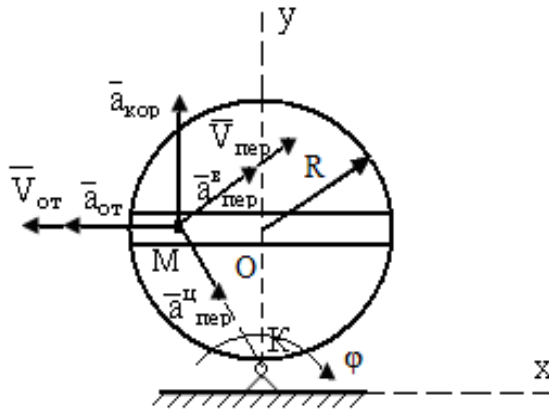
Пример выполнения расчетно-графической работы

1. Исходные данные.

Дано:  $OM(t) = t^2 + t$ ;  $\varphi(t) = t^2 - t$ ;  $R = 4\text{ м}$ ,  $t = 1\text{ с}$ .

Определить абсолютную скорость  $V_{аб}$  и абсолютное ускорение  $a_{аб}$  точки  $M$  в указанный момент времени.

Механическая система представлена на рисунке.



Сложное движение точки

2. Решение

Определяем первоначально положение точки в заданный момент времени  $OM = 2\text{ м}$ . Для нахождения абсолютной скорости необходимо найти относительную и переносную скорости:

$V_{от} = OM(t)' = 2t + 1 = 3\text{ м/с}$ ;  $V_{пер} = \omega \cdot OM$ ;  $\omega = \varphi(t)' = (2t - 1) = 1\text{ рад/с}$ ;  $V_{пер} = 2\text{ м/с}$ ;  
 $V_{абс}^2 = V_{от}^2 + V_{пер}^2 + 2V_{от} \cdot V_{пер} \cos\beta$ . Угол  $\beta$  - угол между вектором относительной скорости и вектором переносной скорости:  $\cos\beta = -R/\sqrt{R^2 + OM^2} = -4/\sqrt{20} = -0,96$ .

Тогда  $V_{абс} = 1,22\text{ м/с}$ . Абсолютное ускорение находим согласно теореме Кориолиса:

$$\bar{a}_{аб} = \bar{a}_{от} + \bar{a}_{пер} + \bar{a}_{кор}.$$

Относительное движение точки  $M$  прямолинейное, поэтому  $a_{от} = V'_{от}$ .

Тогда  $a_{от} = 2\text{ м/с}^2$ ; Переносное движение – вращательное, и в данный момент времени точка  $M$  движется по окружности с радиусом  $KM = \sqrt{R^2 + OM^2} = 4,27\text{ м}$ , поэтому  $\bar{a}_{пер} = \bar{a}_{пер}^B + \bar{a}_{пер}^{II}$ ;  $a_{пер}^B = \varepsilon KM$ ;  $\varepsilon = \varphi(t)'' = \omega' = 2\text{ рад/с}^2$ ;  $a_{пер}^B = 8,54\text{ м/с}^2$ ;  
 $a_{пер}^{II} = \omega^2 KM$ ;  $a_{пер}^{II} = 4,27\text{ м/с}^2$ ;  $a_{кор} = 2\omega V_{от} \sin\alpha$ .

Угол  $\alpha$  – угол между вектором относительной скорости и вектором угловой скорости переносного движения. Так как вектор угловой скорости переносного движения направлен вдоль оси вращения, т.е. перпендикулярно плоскости чертежа, то угол  $\alpha = 90^\circ$ .  $a_{кор} = 6\text{ м/с}^2$ ; Выбрав направление осей  $x$  и  $y$ , как показано на рисунке, получаем:  $a_{аб}^x = -a_{от} + a_{пер}^B(-\cos\beta) + a_{пер}^{II}(-\sin\beta)$ ;  
 $a_{аб}^y = a_{пер}^B(-\sin\beta) - a_{пер}^{II}(-\cos\beta) + a_{кор}$ ;  $a_{аб}^x = 5$ ;  $a_{аб}^y = -0,4$ ;  $a_{аб}^2 = (a_{аб}^x)^2 + (a_{аб}^y)^2$ ;  
 $a_{аб} = 5,02\text{ м/с}^2$ .

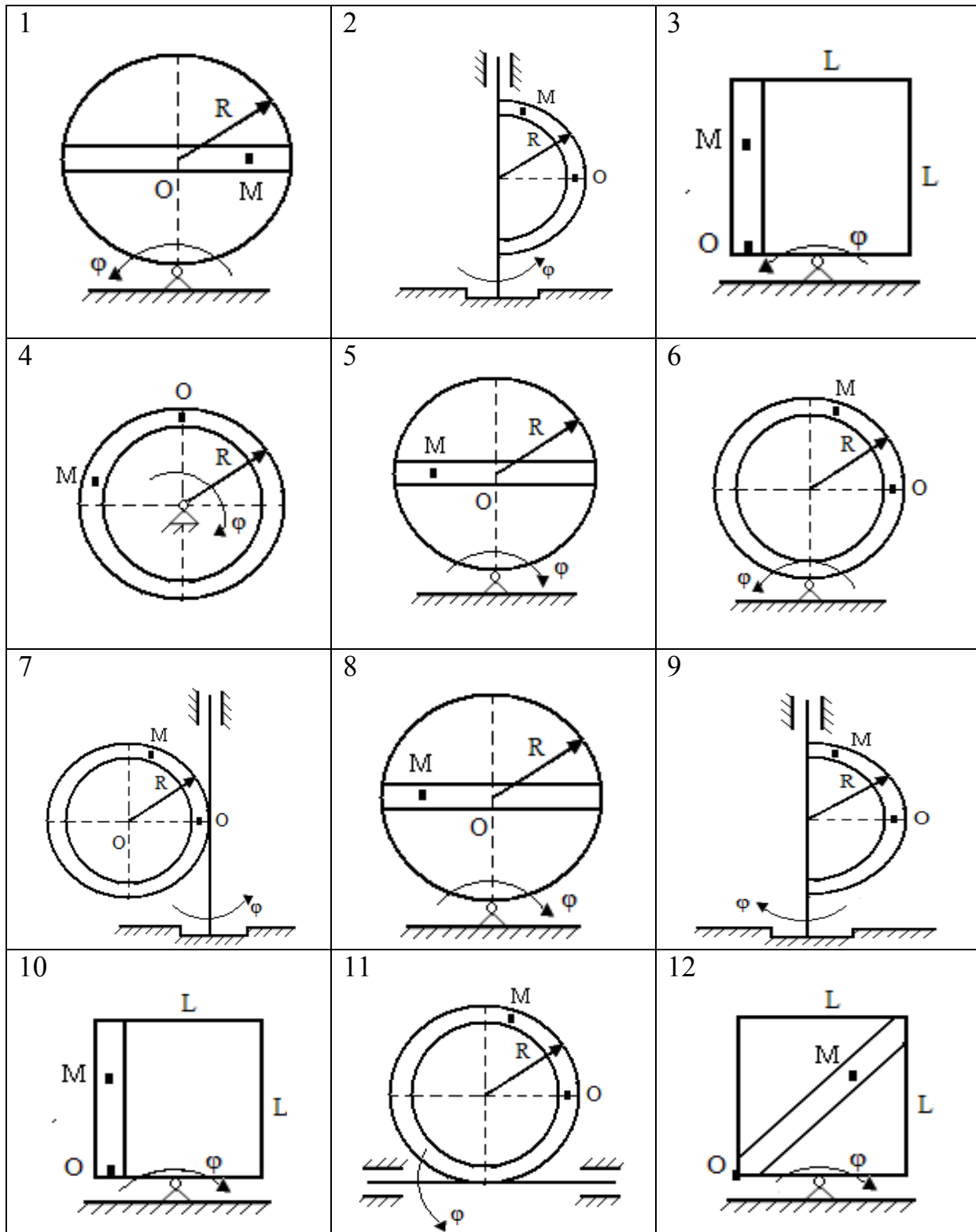
ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

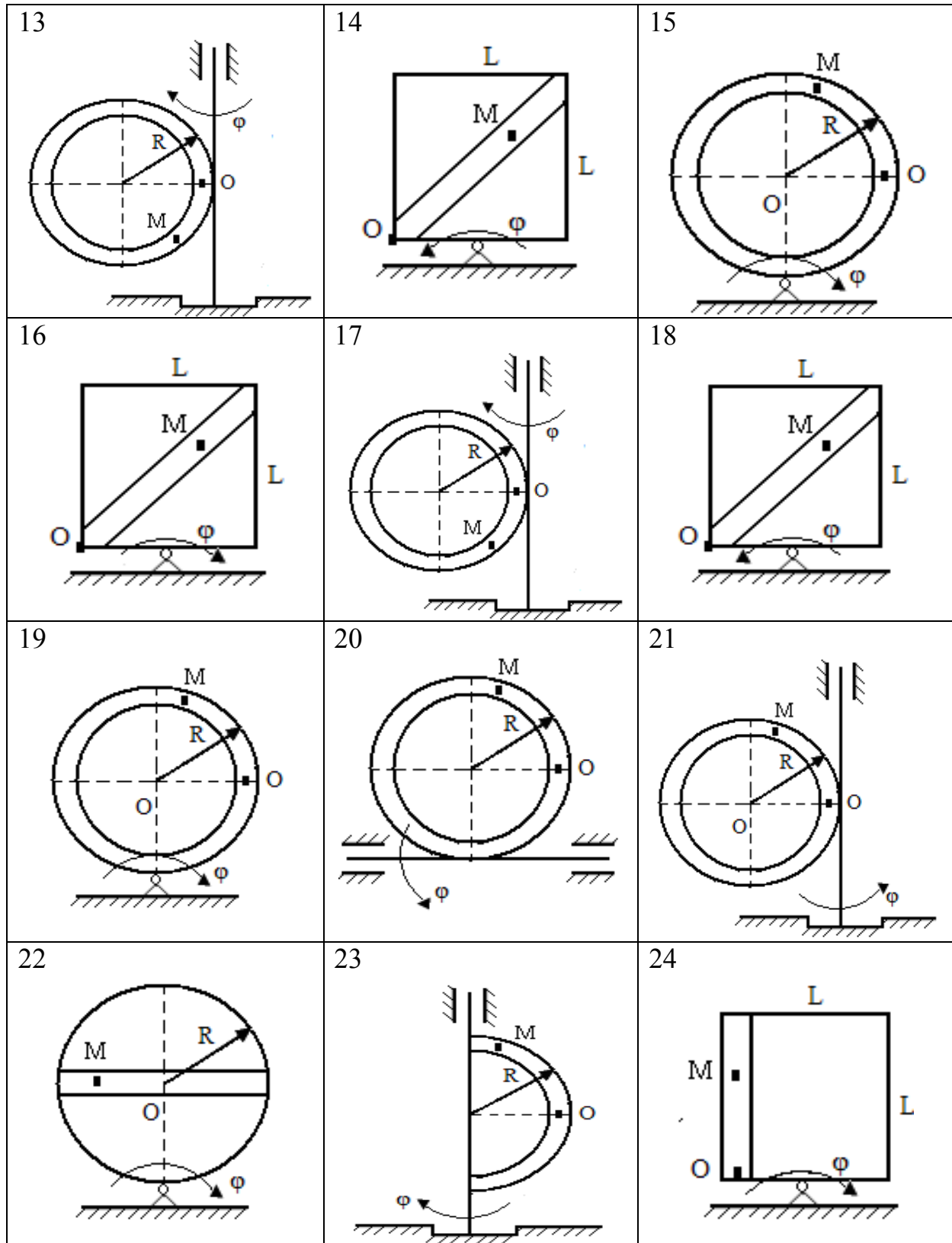
В приведенных схемах рассматривается движение точки  $M$  в желобе вращающегося тела. По заданным уравнениям относительного движения  $OM(t)$ , переносного движения  $\varphi(t)$  и геометрическим размерам определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки в указанный момент времени. Исходные данные представлены в таблице.

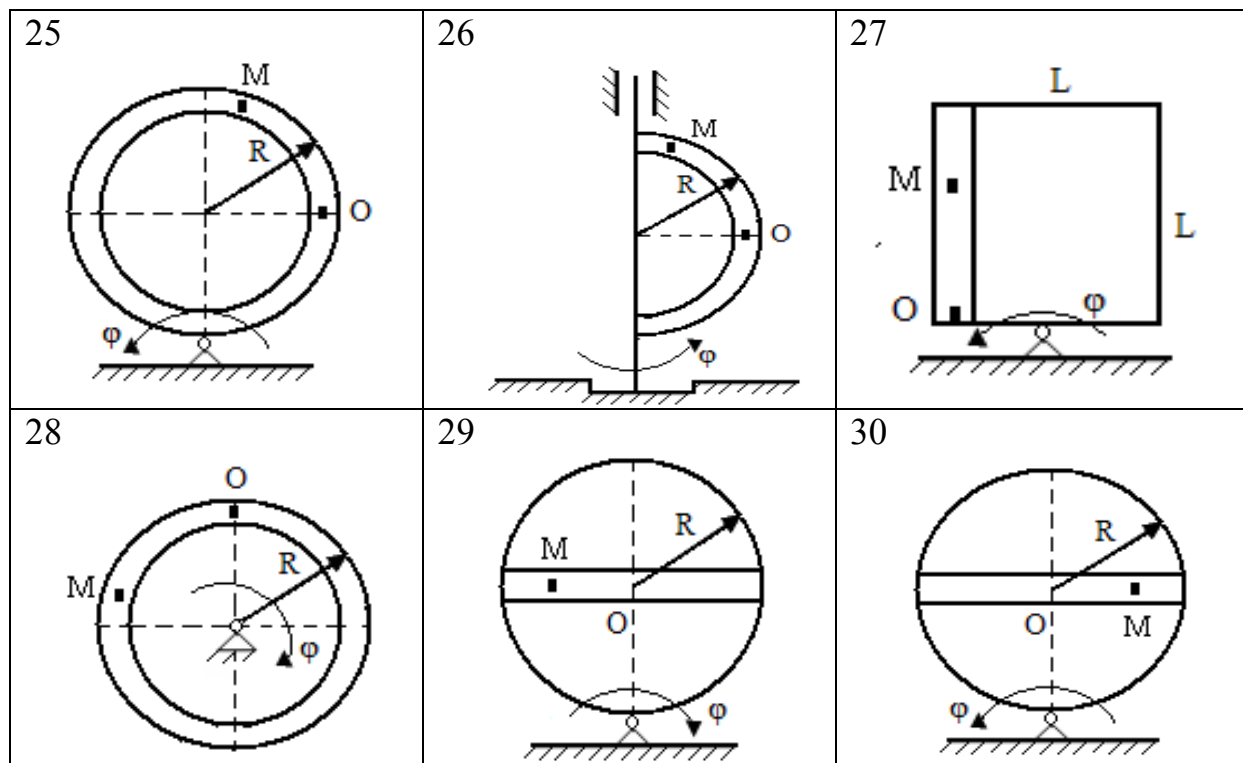
Исходные данные для расчета

№ вар.	$OM(t), м$	$\varphi(t), рад$	$R$ или $L, м$	$t, с$
1	$t^2-t$	$0,5t^2+t$	20	1
2	$5\pi(t^2-3)$	$3t^2-8t$	20	2
3	$t^3-4t$	$0,5t^2$	6	2
4	$10\pi t^2$	$4t^2-2t$	20	1
5	$2t^2+2t$	$0,5t^2$	4	1
6	$5\pi(2t^2+t)$	$2t^2$	15	1
7	$10\pi t^2$	$2t^2-t$	20	1
8	$3t^2-t$	$t^2+3t$	2	1
9	$5\pi(t^2-2)$	$2(t^2-t)$	20	1
10	$8t^2-2t$	$4t^2$	2	0,5
11	$15\pi(t^2-t)$	$6t-4t^2$	30	2
12	$t^2+t-1$	$t^2-t$	6	1
13	$5\pi t^2$	$t^2+t$	20	1
14	$t^2-t$	$4t-t^2$	4	1
15	$5\pi(2t^2-t)$	$t^2+t$	10	1
16	$t^2+t$	$t^2-t$	6	2
17	$5\pi t^2$	$t^2+t$	20	2
18	$t^2-t$	$4t-t^2$	5	1
19	$7\pi(2t^2-t)$	$t^2+t$	10	1
20	$15\pi(t^2-t)$	$6t-4t^2$	30	4
21	$8\pi t^2$	$2t^2-t$	20	1
22	$3t^2-t$	$t^2+3t$	2	2
23	$3\pi(t^2-2)$	$2(t^2-t)$	20	1
24	$8t^2-2t$	$4t^2$	2	1
25	$5\pi(2t^2+t)$	$2t^2$	15	2
26	$5\pi(t^2-3)$	$3t^2-8t$	20	1
27	$t^3-4t$	$0,5t^2$	8	2
28	$10\pi t^2$	$4t^2-2t$	20	3
29	$2t^2+2t$	$0,5t^2$	6	1
30	$t^2-t$	$0,5t^2+t$	20	2

Схемы механизмов







### РАЗДЕЛ 3. ДИНАМИКА

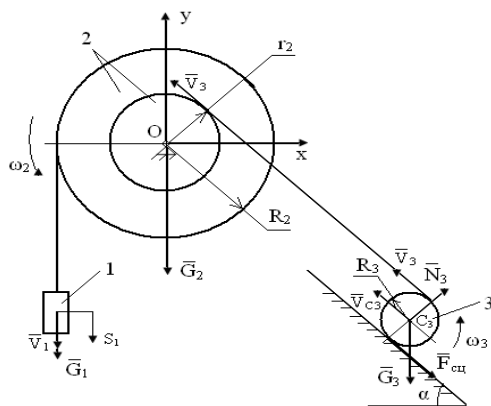
**Задание 11. Динамика механических систем с одной степенью свободы**

*Пример выполнения расчетно-графической работы 1. Исходные данные:*

Дано:  $m_1 = m$ ;  $m_2 = 2m$ ;  $m_3 = m$ ;  $r_2 = 20\text{см}$ ;  $R_2 = 2r_2$ ;  $R_3 = r_2/2$ ;  $i_2 = 2R_2/3$ ;

$\delta = 0,20\text{ см}$ ;

$S_1 = 1\text{м}$ ;  $\alpha = 45^\circ$ . Найти:  $\vec{V}_1$ ;  $\vec{a}_1$ . Схема механической системы представлена ниже на рисунке.



Механическая система с одной степенью свободы

2. Решение:

**Теорема об изменении кинетической энергии**  $T - T_0 = \sum A_k^e + \sum A_k^i$   
 $V_0 = 0; \sum A_k^i = 0$ ; тогда  $T = \sum A_k^e$ . 1-е тело – поступательное движение; 2-е тело – вращательное движение; 3-е тело – плоскопараллельное движение.

Кинематика системы

$$\omega_2 = V_1/R_2; V_3 = V_1/2; V_{C3} = V_3/2 = V_1/4; \omega_3 = V_3/2R_3 = V_1/4R_3.$$

Моменты инерции тел

$$J_2 = m_2 i_2^2 = 2m i_2^2 = 8mR_2^2/9; J_3 = m_3 R_3^2/2 = mR_3^2/2.$$

Кинетическая энергия тел и системы

$$T = T_1 + T_2 + T_3. T_1 = m_1 V_1^2/2 = mV_1^2/2;$$

$$T_2 = J_2 \omega_2^2 /2 = 8mR_2^2 V_1^2 /18R_2^2 = 4mR_2^2 V_1^2 /9R_2^2 ;$$

$$T_3 = m_3 V_{C3}^2/2 + J_3 \omega_3^2/2 = mV_1^2/32 + mR_3^2 V_1^2 /64R_3^2 = 3mV_1^2/64;$$

$$T = mV_1^2/2 + 4mR_2^2 V_1^2 /9R_2^2 + 3mV_1^2/64 = mV_1^2(1/2 + 4/9 + 3/64);$$

$$T = 571mV_1^2/576.$$

Работа внешних сил

$$\sum A_k^e = A(G_1) + A(G_3) + A(M_{тр.к.});$$

$$A(G_1) = G_1 S_1 = m_1 g S_1 = mgS_1;$$

$$A(G_3) = -G_3 h_3 = -m_3 g S_{C3} \sin \alpha = -mgS_1 \sin \alpha /4;$$

$$A(M_{тр.к.}) = -\delta N_3 \varphi_3 = -\delta G_3 \cos \alpha S_1 /4R_3 = -\delta mg \cos \alpha S_1 /4R_3;$$

$$\sum A_k^e = mgS_1 - mgS_1 \sin \alpha /4 - \delta mg \cos \alpha S_1 /4R_3;$$

$$\sum A_k^e = (1 - \sin \alpha /4 - \delta \cos \alpha /4R_3) mgS_1.$$

Используя теорему, находим искомые величины

$$571mV_1^2/576 = (1 - \sin \alpha /4 - \delta \cos \alpha /4R_3) mgS_1;$$

$$V_1^2 = 576(1 - \sin \alpha /4 - \delta \cos \alpha /4R_3) gS_1 /571 = 8,29S_1;$$

$$V_1 = 28,79 \text{ см/с};$$

$$\text{Продифференцируем: } 2V_1 (dV_1/dt) = 8,29(dS_1/dt);$$

$$a_1 = 4,145 \text{ см/с}^2.$$

**Теорема об изменении кинетического момента**  $dK_O/dt = \sum m_O(F_k^e)$

Кинематика системы

$$\omega_2 = V_1/R_2; V_3 = V_1/2; V_{C3} = V_3/2 = V_1/4; \omega_3 = V_3/2R_3 = V_1/4R_3.$$

Моменты инерции тел

$$J_2 = m_2 i_2^2 = 2m i_2^2 = 8mR_2^2/9; J_3 = m_3 R_3^2/2 = mR_3^2/2.$$

Моменты количества движения тел и системы

$$K_{O1} = m_1 V_1 R_2 = 2mV_1 r_2; K_{O2} = J_2 \omega_2 = 8mR_2^2 V_1 /9R_2 = 8mV_1 R_2 /9 = 16mV_1 r_2 /9;$$

$$K_{O3} = m_3 V_{C3} R_3 + J_3 \omega_3 = mV_1 r_2 /8 + mR_3^2 V_1 /8R_3 = 3mV_1 r_2 /16;$$

$$K_O = K_{O1} + K_{O2} + K_{O3} = mV_1 r_2 (2 + 16/9 + 3/16) = 571mV_1 r_2 /144;$$

$$K_O = 2855mV_1 /36.$$

Момент сил относительно т. О

$$M_{OG1} = m_1 g R_2 = 2mgr_2; M_{OG3} = -m_3 g \sin \alpha R_3 = -mgr_2 \sin \alpha /2; M_{тр.к.} = -\delta N_3 = -\delta mg \cos \alpha;$$

$$\sum m_O(F_k^e) = mg(2r_2 - r_2 \sin \alpha /2 - \delta \cos \alpha) = 328,6m.$$

Находим искомую величину, используя теорему об изменении кинетического момента. Продифференцируем:  $d(2855mV_1/36)/dt = 328,6m$ ;  $a_1 = 4,145\text{см}/\text{с}^2$ .

**Принцип Даламбера при исследовании механических систем**

Кинематика системы

$$\varepsilon_2 = a_1/R_2 = a_1/2r_2; a_{C3} = a_1/4; \varepsilon_3 = a_{C3}/R_3 = a_1/2r_2.$$

Моменты инерции тел

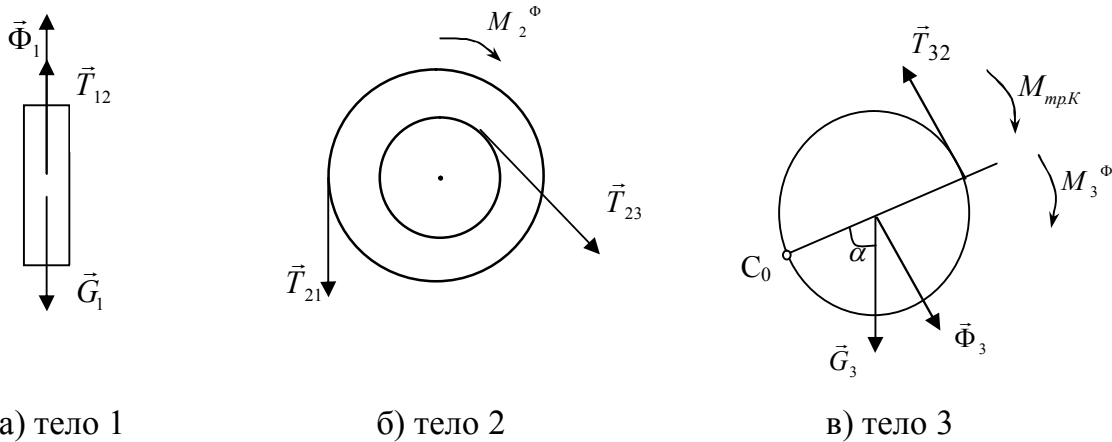
$$J_2 = m_2 i_2^2 = 2m i_2^2 = 8mR_2^2/9; J_3 = m_3 R_3^2/2 = mR_3^2/2.$$

Главные векторы и главные моменты сил инерции

$$\Phi_1 = ma_1; \Phi_3 = ma_1/4; M_2^\Phi = J_2 \varepsilon_2 = 8mR_2^2 a_1/9R_2 = 16ma_1 r_2/9;$$

$$M_3^\Phi = J_3 \varepsilon_3 = mR_3^2 a_1/4r_2 = ma_1 r_2/16.$$

Присоединим к телам системы силы инерции (рисунок ниже).



Силы инерции тел системы

*Тело 1.*

$$\text{Уравнение равновесия } T_{12} + \Phi_1 - G_1 = 0; T_{12} = G_1 - \Phi_1; T_{12} = mg - ma_1.$$

*Тело 2.*

Уравнение равновесия

$$T_{21}R_2 - T_{23}r_2 - M_2^\Phi = 0; T_{21} = T_{12};$$

$$T_{23} = (T_{12}R_2 - M_2^\Phi)/r_2 = 2T_{12} - 16ma_1/9; T_{23} = 2mg - 2ma_1 - 16ma_1/9;$$

$$T_{23} = 2mg - 34ma_1/9;$$

*Тело 3.*

Уравнение равновесия

$$T_{32}2R_3 - \Phi_3 R_3 - G_3 \sin \alpha R_3 - M_{\text{тр.к.}} - M_3^\Phi = 0;$$

$$T_{32} = \Phi_3/2 + G_3 \sin \alpha/2 + M_{\text{тр.к.}}/2R_3 + M_3^\Phi/2R_3;$$

$$T_{32} = ma_1/8 + mg \sin \alpha/2 + \delta mg \cos \alpha/r_2 + ma_1/16; T_{32} = T_{23};$$

$$2mg - 34ma_1/9 = ma_1/8 + mg \sin \alpha/2 + \delta mg \cos \alpha/r_2 + ma_1/16; 571a_1/144 = 16,43;$$

$$a_1 = 4,145 \text{ см}/\text{с}^2.$$

**Исследование механической системы  
с помощью общего уравнения динамики**

Конечные перемещения точек и тел системы

$$\delta\varphi_2 = \delta S_1/R_2 = \delta S_1/2r_2; \delta S_3 = \delta S_1/2; \delta S_{C3} = \delta S_1/4; \delta\varphi_3 = \delta S_1/4R_3 = \delta S_1/2r_2.$$

Кинематика системы

$$\varepsilon_2 = a_1/R_2 = a_1/2r_2; a_{C3} = a_1/4; \varepsilon_3 = a_{C3}/R_3 = a_1/2r_2;$$

Главные векторы и главные моменты сил инерции

$$\Phi_1 = ma_1; \Phi_3 = ma_1/4; M_2^\Phi = J_2\varepsilon_2 = 8mR_2^2 a_1/9R_2 = 16ma_1r_2/9;$$

$$M_3^\Phi = J_3\varepsilon_3 = mR_3^2 a_1/4r_2 = ma_1r_2/16.$$

Общее уравнение динамики системы

$$G_1 \delta S_1 - \Phi_1 \delta S_1 - M_2^\Phi \delta\varphi_2 - M_3^\Phi \delta\varphi_3 - M_{тр.к} \delta\varphi_3 - \Phi_3 \delta S_{C3} - G_3 \delta h_3 = 0;$$

$$mg\delta S_1 - ma_1\delta S_1 - (8ma_1/9)\delta S_1 - (ma_1/32)\delta S_1 - (\delta mg\cos\alpha/2r_2)\delta S_1 - (ma_1/16)\delta S_1 - (mgsin\alpha/4)\delta S_1 = 0; g - \delta g\cos\alpha/2r_2 - gsin\alpha/4 = a_1(1 + 8/9 + 1/32 + 1/16)$$

$$a_1 = 4,145 \text{ см/с}^2.$$

Решая задачу различными способами, мы получаем единый результат:  
 $a_1 = 4,145 \text{ см/с}^2.$

**Варианты заданий**

Механическая система под действием силы тяжести приходит в движение из состояния покоя. Начальное положение системы показано на схемах в таблице. Определить ускорение тела 1 в тот момент времени, когда пройденный им путь станет равным  $S_1$ .

Задачу нужно решить следующими способами: используя теорему об изменении кинетической энергии, используя теорему об изменении кинетического момента, используя принцип Даламбера, используя общее уравнение динамики и применяя уравнения Лагранжа. Необходимые данные для расчета представлены ниже в таблице.

Исходные данные для расчета по разделу динамика

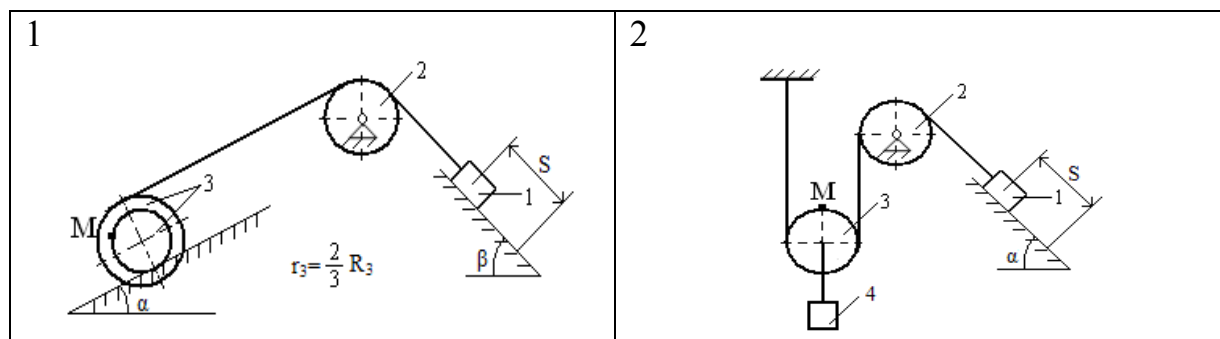
№ вар.	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$R_2$	$R_3$	$i_2$	$i_3$	$\alpha$	$\beta$	$f$	$\delta$
	кг				см			град		см		
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	m	m	1/9m	–	20	30	–	18	45	30	0,10	–
2	m	1/4m	1/4m	1/5m	25	32	–	–	60	–	0,10	0,30
3	m	1/2m	1/3m	-	22	30	–	–	30	45	0,22	–
4	m	1/3m	1/4m	1/9m	32	24	15	–	–	60	0,20	0,20
5	m	1/4m	m	1/9m	28	19	25	–	60	–	–	–

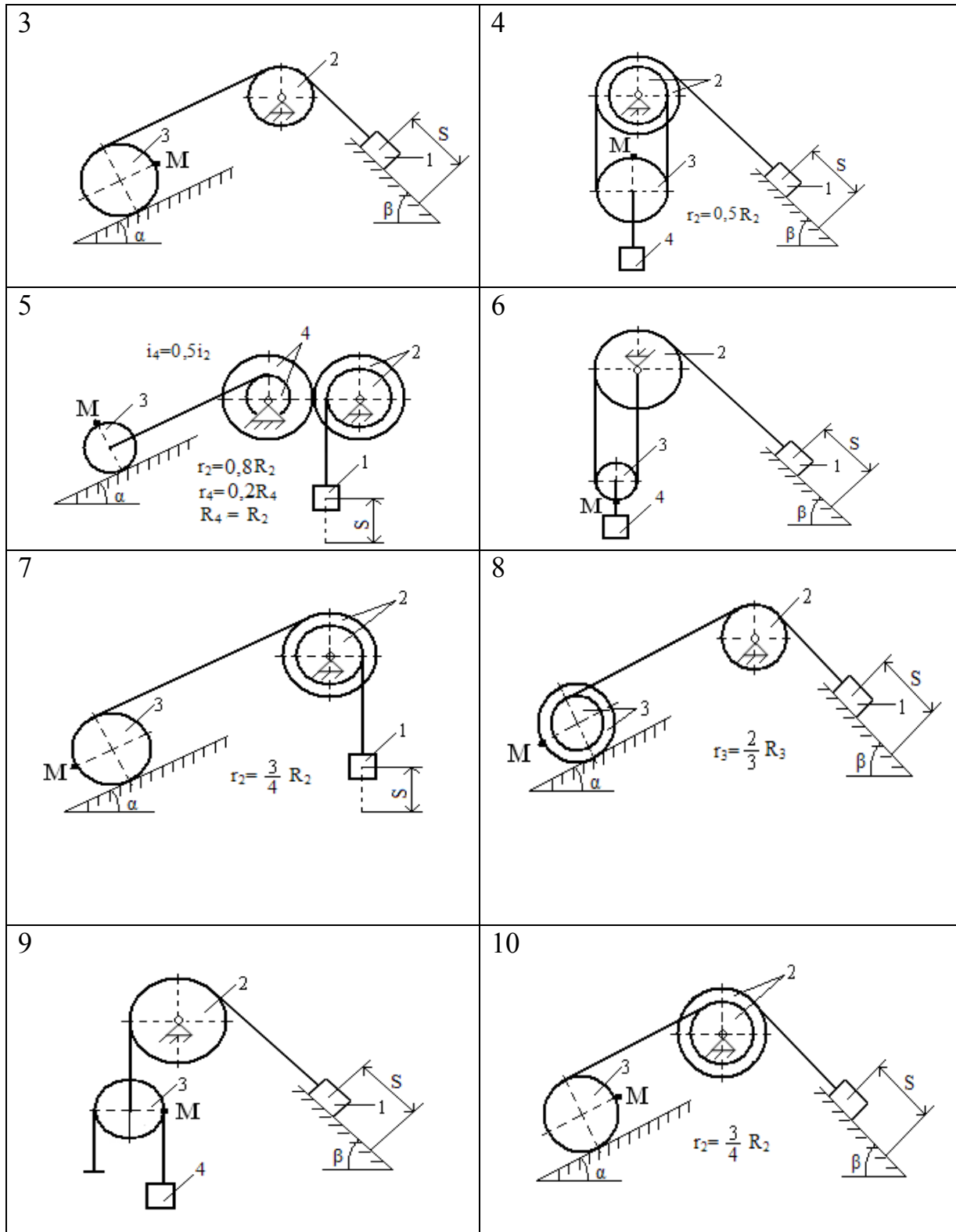


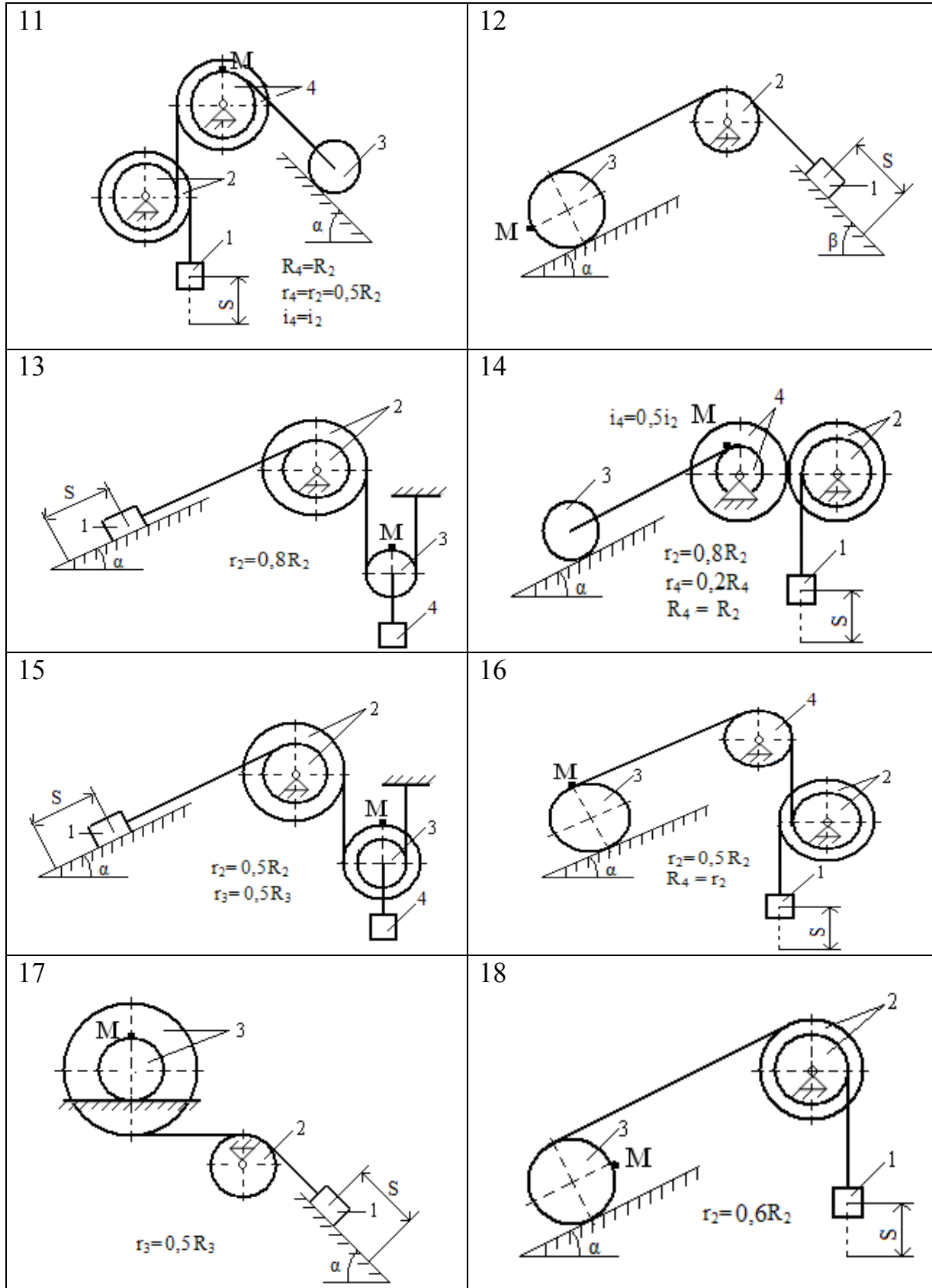
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
6	m	4m	1/5m	4/3m	40	20	–	–	–	60	–	0,10
7	m	1/3m	1/4m	–	34	25	20	–	45	–	–	–
8	m	1/3m	1/9m	–	16	24	18	–	30	45	0,15	0,15
9	3m	2m	m	0,5m	27	15	–	–	–	60	0,12	0,24
10	m	3m	m	–	34	28	20	–	30	45	0,10	–
11	m	1/3m	1/9m	1/5m	32	24	15	–	45	–	–	0,28
12	m	5m	4m	–	16	24	–	–	30	60	0,26	0,26
13	m	4m	1/5m	4/5m	32	18	22	–	60	–	0,20	0,15
14	4m	1/2m	1/4m	1/3m	28	16	28	–	60	–	–	–
15	4m	4m	3m	m	40	35	30	25	60	–	0,10	0,25
16	m	1/4m	1/8m	m	36	32	27	–	30	–	–	–
17	m	1/2m	1/4m	–	20	30	–	25	30	–	0,17	0,20
18	m	1/3m	1/4m	–	38	26	24	–	60	–	–	0,15
19	m	2m	2m	–	36	25	14	–	30	–	0,25	0,18
20	m	1/2m	1/3m	1/8m	40	30	18	–	45	–	0,15	0,20
21	2m	3m	2m	1/8m	38	24	25	18	60	–	0,10	–
22	m	1/4m	1/5m	m	36	30	15	–	45	–	–	–
23	m	1/3m	1/5m	4/5m	28	20	22	–	–	60	0,20	0,20
24	m	2m	3m	–	15	25	17	–	30	–	0,15	–
25	2m	3m	1/5m	4/5m	30	18	28	–	45	–	0,25	–
26	m	1/2m	1/5m	1/3m	22	30	–	–	60	–	0,15	–
27	m	1/2m	1/3m	–	18	30	–	20	30	–	0,15	–
28	m	1/3m	1/4m	–	34	20	23	–	45	–	–	0,20
29	4m	2m	1,5m	0,5m	35	20	–	–	–	60	0,2	0,32
30	m	1/4m	1/4m	1/4m	16	28	–	–	45	–	0,10	–

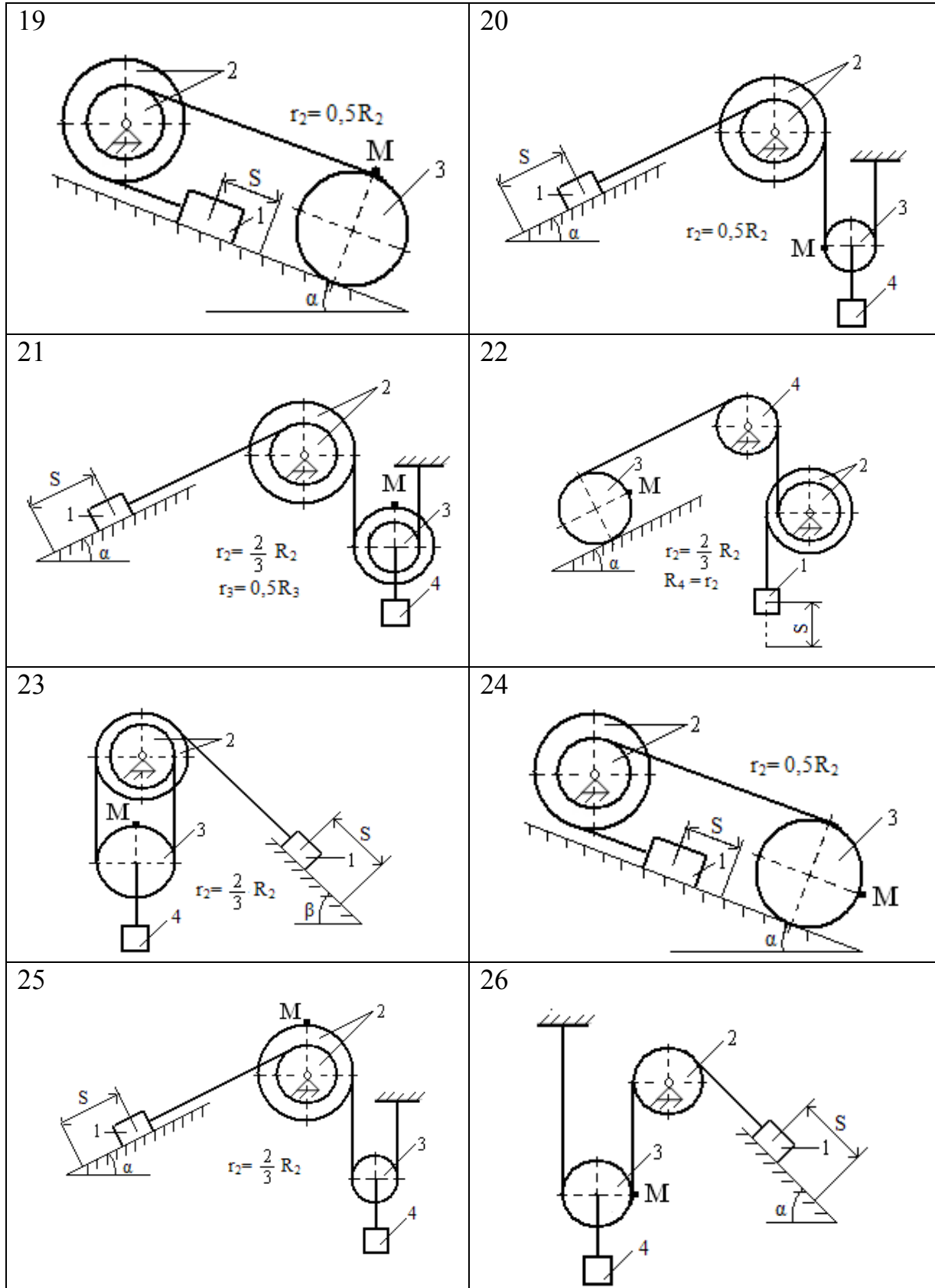
Схема механической системы представлена ниже в таблице соответственно варианту, указанному преподавателем.

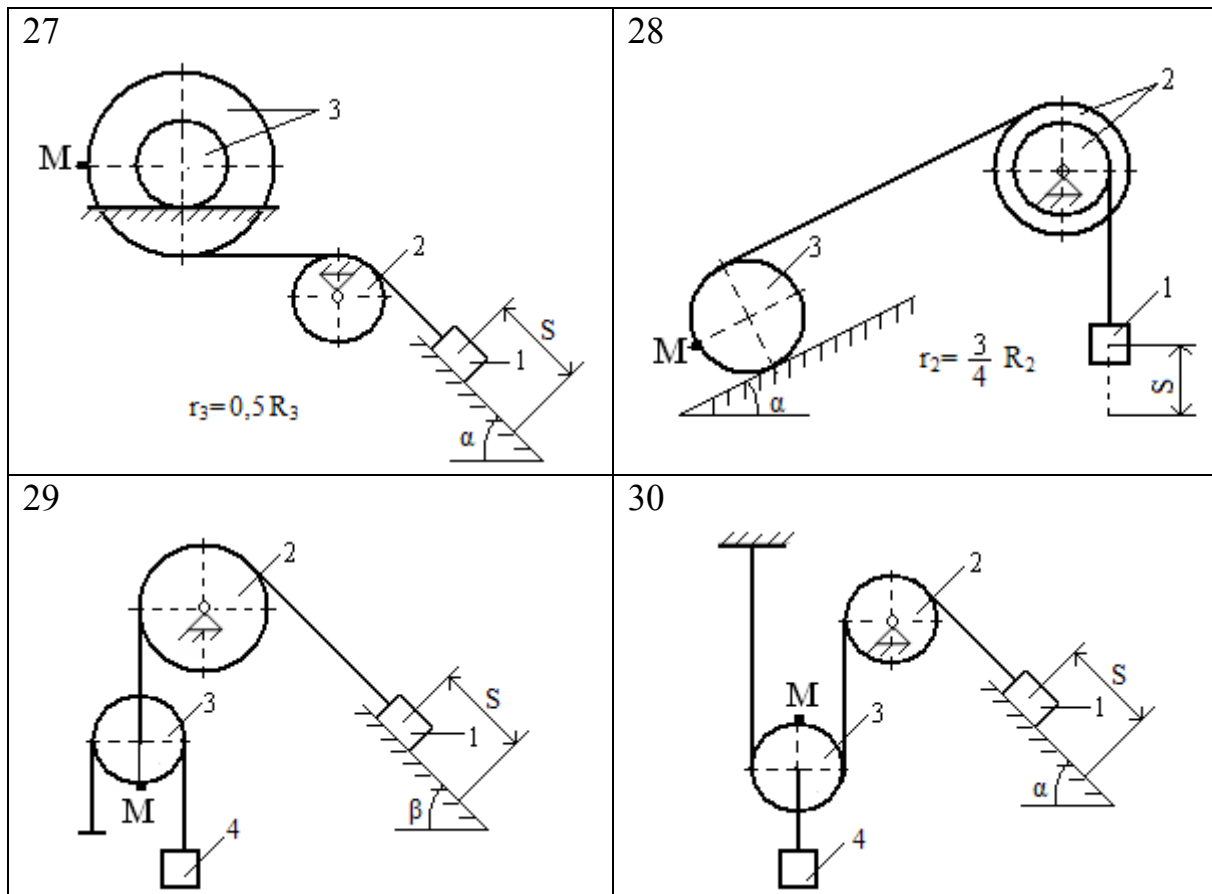
Схема механической системы











## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М.: Высш. шк., 2007.
2. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. СПб.: Лань, 2004. Ч.1.
3. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. СПб.: Лань, 2004. Ч.2.
4. Сборник задач для курсовых работ по теоретической механике. Под ред. А.А. Яблонского. М.: Кно Рус, 2010.
5. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. Уфа, 2005.
6. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. М.: Наука, 1998. Т 1.
8. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. М.: Наука, 1998. Т 2.
9. Бать И.М., Джанелидзе Г.Ю. Теоретическая механика в примерах и задачах. М.: Наука, 1970.