

УДК 528.2: 550.831: 530.12

А.В. Овчаренко

Институт геофизики Уральского отделения РАН, Екатеринбург

НЕОБХОДИМОСТЬ УЧЕТА РЕЛЯТИВИСТКИХ ЭФФЕКТОВ В ПРИКЛАДНОЙ РАЗВЕДОЧНОЙ ГРАВИМЕТРИИ



Введение

Изучение абсолютных и неприливных вариаций гравитационного поля Земли ведется уже многие десятилетия. Это объясняется попытками выяснить причины многочисленных гравиметрических парадоксов, таких, как заметные вариации гравитационной постоянной, эволюции орбит Луны и Меркурия, а также некоторых спутников планет-гигантов. Имеется обзор экспериментальных гравиметрических данных, методов их анализа и интерпретации (García-Maroto, 2015). Основным источником астрономических констант и параметров в настоящей работе служила книга К. Аллена (1977).

По мысли великого французского ученого А. Пуанкаре (1983), экспериментальные данные, взятые сами по себе, ничего не доказывают. Они служат только основой догадок о сущности явления, а также выявления неполноты существующих теорий. Можно было бы начать эту статью с анализа опубликованных и собственных многочисленных временных рядов гравиметрических наблюдений и затем можно описать методы анализа для выявления решающих феноменов. Но немедленно бы возникли вопросы о достоверности, точности, методики и условий наблюдений, длительности рядов и так далее, что утопило бы сущность проблемы в этих важных, но все-таки второстепенных, вопросах.

В данной работе используется другой план изложения. Вначале рассматривается гипотеза, которая, по мнению автора, лучше всего объясняет характерные феномены неприливных вариаций гравитационного поля. Далее выполняются теоретические расчеты на этой основе, а затем характерная амплитуда релятивистских вариаций сопоставляется с точностью современных гравиметрических приборов. Автор считает, что *если амплитуда расчетных релятивистских эффектов превышает современную точность гравиметрических приборов (1 мкГл), то цель данной работы будет достигнута*. Детальное сравнение релятивистских эффектов с реальными феноменами неприливных вариаций гравитационного поля является предметом отдельной работы.

Аналитическая основа

Напомним основные положения специальной теории относительности (СТО), которые будут использоваться ниже для обоснования необходимости перехода в разведочной гравиметрии от классической теории потенциала Ньютона к положениям СТО. Как хорошо известно, в СТО для сложения скоростей (V и U) применяется формула (1) Лоренца (Ландау, Лифшиц, 1967; Бом, 1967; Купер, 1974; Пуанкаре, 1983; Эйнштейн, 2000)

$$\vec{V} + \vec{U} = (\vec{V} + \vec{U}) / (1 + \vec{V}\vec{U} / c^2) \quad (1)$$

где c - скорость света в вакууме. Масса и размер тела в направлении движения зависят от скорости V , с которой движется объект, формулы - (2), (3). При $c \gg v, U$ релятивистское сложение для скоростей с точностью 10^{-5}

$$\vec{V} + \vec{U} \approx (\vec{V} + \vec{U}) . \quad (2)$$

С этой точностью можно пользоваться обычным покомпонентным сложением векторов в галилеевом приближении. Еще две СТО формулы (2 и 3) описывают изменение массы и размеров движущихся тел

$$m = m_0 / \sqrt{1 - (V/c)^2} \quad (3)$$

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - (V/c)^2} \quad (4)$$

Здесь нулевые индексы относятся к массе покоя и длине покоя. Приведенные формулы, несмотря на свою простоту, имеют глубокий физический смысл и таят массу тонких подвохов. Для формулы (1) это некоммутативность сложения скоростей. А для (3-4) это система отсчета, к которой следует относить эффект.

Формула (1) может быть детализирована (Ландау, Лифшиц, 1967) для упрощенного случая движений в одной плоскости XOY. Все расчеты в данной работе выполнены именно для этого случая.

$$V_x = v'_x + V(1 - \frac{v_x'^2}{c^2}), V_y = v'_y - v'_x v'_y \frac{V}{c^2}, V_z = v'_z - v'_x v'_z \frac{V}{c^2} \quad (5)$$

В табл. 1 приведены конкретные количественные характеристики иерархических движений (Аллен, 1977), в которых участвует Земля и которые потенциально могут вызывать релятивистские эффекты.

Таблица 1

Иерархия и характеристики анализируемых движений Земли

№ пп	Характеристика движения	Линейная скорость, км /сек	Период	Источник данных и примечания
1	Осевое вращение Земли - V1	0,4651	23 ч 56 мин 4.1 сек	(Аллен, 1977), экваториальная средняя скорость
2	Орбитальное вращение Земли - V2	29,79	365,256 суток	(Аллен, 1977)
3	Движение Солнечной системы в составе Галактики - V3	250	Предположительно 180-275 млн. лет	(Аллен, 1977)
3а	Движение относительно галактики Андромеды и шаровых скоплений звезд	??	??	Вероятно взаимное сближение с вращением (синее смещение спектра Андромеды)
4	Движение Галактики при хаббловском разбегании галактик (Большой Взрыв) - V4	Мах 15000 Наиболее вероятное для \oplus -250	Считается радиальным от точки Большого взрыва	(Аллен, 1977). Неопределенность положения Солнечной системы относительно точки BIG BANG

Формулы (1) не обладают свойством коммутативности (Ландау, Лифшиц, 1967), т.е. результат последовательного сложения нескольких скоростей в общем случае зави-

сит от порядка суммирования. Как показывают численные эксперименты по такому суммированию, для конкретных скоростей из табл. 1. различие в релятивистском суммировании в разных комбинациях не превышает 10^{-5} . Более того, различие в релятивистском суммировании и суммировании по обычным формулам Галилея имеет такой же порядок 10^{-5} - 10^{-6} . Вообще говоря, возможность использования преобразований Галилея в нашем случае прямо следует из анализа формул (1 и 2).

$$\frac{v_x^2}{c^2} < 10^{-5}, \quad \frac{V}{c^2} < 10^{-5} \quad (6)$$

На рис. 1 приведены расчеты по суммированию скоростей по формулам Галилея и Лоренца. Подтверждается, что в пределах нашей Галактики и Солнечной системы релятивистские эффекты сложения скоростей для объектов типа Земли имеют величину второго порядка малости. Такой вывод позволяет выбирать систему отсчета и виртуального наблюдателя произвольно в пределах Галактики, в том числе и ее центре, или в центре Земли.

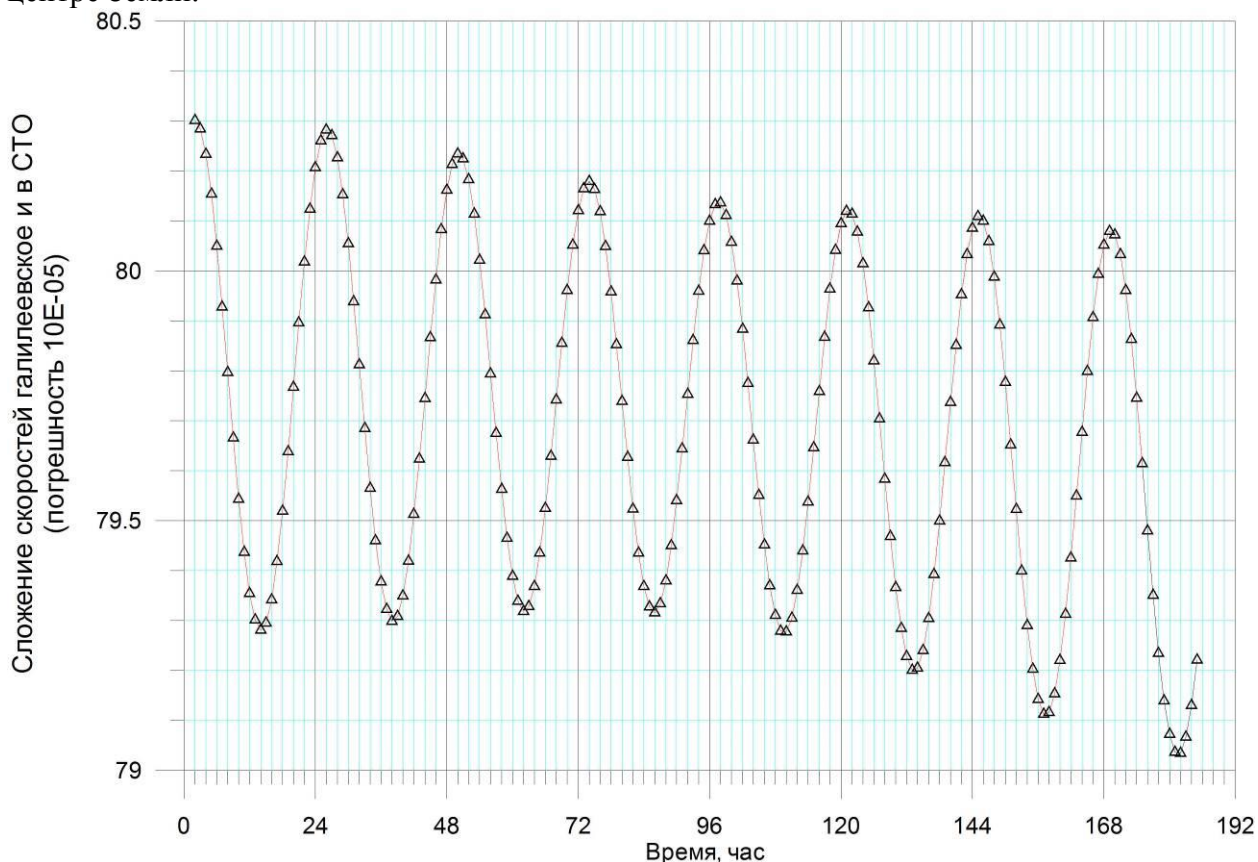


Рис. 1. К оценке точности формул нерелятивистского сложения фактических скоростей табл. 1. Сплошная линия – согласно точной релятивистской формуле, треугольники – по формуле Галилея; различие имеет порядок 10^{-5} .

Этого уже нельзя сказать в отношении вычислений по формулам (2) и (3). Эти эффекты вариаций массы и размеров также полезно оценить численно. Очевидными следствиями СТО и формул (1 - 3) применительно к Земле и условиям ее движения в иерархической системе, показанной в табл. 1, являются следующие:

- а) Масса Земли должна иметь вариации годового периода.
- б) В недрах Земли должны возникать закономерные вариации плотности полу-суточного периода.
- в) Форма геоида должна иметь закономерные вариации суточного и годового периода.

з) В соответствии со следствиями *a-b* должны возникать закономерные вариации ускорения силы тяжести на поверхности Земли и в ее недрах.

Для количественного определения величины этих следствий выполним вычисления по указанным формулам (1-3). *Если величина релятивистского эффекта превышает точность современных инструментальных гравиметрических наблюдений, то цель данной работы будет достигнута.*

Методика вычислений

Применялся следующий порядок вычисления по формулам (1-3):

1) Вначале вычислялась приближенная (с точностью 10^{-5}) релятивистская скорость точек на поверхности Земли по формулам Галилея (2).

2) Далее выполнялись вычисления по формулам (2) и (3), которые не допускают многозначности толкования. Вопрос о выборе системы отсчета пока оставим открытым. Поскольку нас интересует относительная оценка эффектов (*a-z*), то вначале вычислялась универсальная функция (4), которая представляет так называемый множитель Лоренца (Ландау, Лифшиц, 1967; Бом, 1967; Купер, 1974; Пуанкаре, 1983; Эйнштейн, 2000). Множитель Лоренца является безразмерной величиной. В нашем случае он является функцией времени, поскольку суммарная скорость движения с вращениями является времязависимой

$$\frac{m}{m_0} = \frac{g}{g_0} = Lor(t) \quad (7)$$

$$Lor(t) = 1 / \sqrt{1 - (V(t)/c)^2} \quad (8)$$

Альтернативная оценка годовых вариаций гравиметрических эффектов на поверхности Земли основана на тождестве отношений масс и ускорений (4),

откуда
$$g(t) = \frac{m}{m_0} g_0 = Lor(t) \cdot 980.665 \text{ cm}/c^2 \quad (9)$$

Оценка вариаций размеров Земли (геоида) в направлении ее релятивистского движения:

$$R(t) = (1 / Lor(t)) \cdot 6378164 \text{ м} . \quad (10)$$

Поскольку Земля и наблюдатель на ней вращаются, а пространственное расположение релятивистского сжатия фиксировано по направлению эффективного релятивистского движения, то наблюдатель (прибор) в произвольной точке поверхности Земли будет периодически располагаться за счет релятивистского сжатия ближе или дальше от ее центра. По этой причине будет возникать дополнительный гравиметрический эффект, связанный с вертикальным градиентом нормального гравитационного поля Земли, равным приближенно 0,3086 мГл/м

$$g(t)_{def} = (R_{rel} - R_0) \cdot 0.3086 \cdot Lor(t) \text{ мГл} \quad (11)$$

Суммарные гравиметрические вариации будут представлять сумму (6) и (8). Здесь не следует путать статическое ньютоновское широтное сжатие Земли, вызванное вращением, с релятивистским динамическим сжатием, которое действует ортогонально статическому сжатию и представляет полусуточную волну, бегущую непрерывно по всем меридианам. Такая волна должна вызывать слабые наклоны дневной поверхности, изменение высоты и характерные вариации долготы. Временной сдвиг двух релятивистских эффектов - появление несимметричных уплотнений и сжатия диаметра составляет четверть суток (23,9333333333D0*900.d0 сек).

Для простоты количественной оценки обсуждаемых эффектов первоначально допустим, что все движения (табл. 1) совершаются в одной плоскости, а вращательные движения - по окружностям, а не эллипсам. Тогда вычисление частных движений, релятивистской скорости и суммарного гравиметрического эффекта можно рассчитать по формулам (9-16), которые представляют фрагменты компьютерной программы. При вычислениях всегда применялась двойная компьютерная точность, которая обозначается ниже $D0$.

$$V1 = 0,465D0 * d\cos(\omega 1 * t) \quad (12)$$

$$V2 = 29,790D0 * d\cos(\omega 2 * t) \quad (13)$$

$$V3 = 250, D0 * d\cos(\omega 3 * t) \quad (14)$$

$$V4 = -250, d0 * d\cos(\omega 4 * t) \quad (15)$$

$$V23 = V1 + V2 + V3 + V4 \quad (16)$$

$$Xmas = 1, d0 / dsqrt(1. d0 - (V23/C)**2) \quad (17)$$

$$XL = 6378164. d0 * (Xmas - 1. D0) \quad (18)$$

$$grav = Xmas * 981262. 0D0 + 0,3086 * XL \quad (19)$$

Здесь $V1-V4$ – скорости из табл. 1; $V23$ – упрощенное релятивистское или галилеево последовательное сложение скоростей; X_{mas} - множитель Лоренца; XL - сокращение экваториального радиуса Земли; $grav$ – суммарные релятивистские вариации ускорения силы тяжести на поверхности Земли.

Следует указать, что вариации $0,3086 * XL$ сдвинуты по времени относительно вариаций $Xmas * 981262. 0D0$ на 6 часов; $d\cos$ - компьютерная функция косинуса двойной точности; $dsqrt$ - компьютерная функция корня квадратного двойной точности, $**2$ знак возведения в степень 2; $\omega 1-\omega 4$ – частоты вращения, соответствующие периодам из табл. 1. Для расчетов, в которых время измеряется в часах, соответствующие частоты приводятся ниже.

$$SU = 23,9333333333D0 * 3600. d0 \quad \text{- длительность суток в сек} \quad (20)$$

Частоты вращения для основных движений Земли

$$Pi = 3,14159265358979323846264338D0 \quad (21)$$

$$\omega 1 = 2. D0 * pi / (SU) \quad \text{- суточная частота} \quad (22)$$

$$\omega 2 = 2. D0 * pi / (365,256D0 * SU) \quad \text{- годовая} \quad (23)$$

$$\omega 3 = 2. D0 * pi / (1000000. D0 * 365,256D0 * SU) \quad \text{- галактическая.} \quad (24)$$

Если расчеты выполнять с шагом по времени в 1 мин, то параметр SU будет равен

$$SU = 23,9333333333D0 * 60. d0 \quad \text{- длительность суток в минутах.} \quad (25)$$

Результаты расчетов

На рис. 2 показан расчет для суммарных релятивистских годовых вариаций силы тяжести на экваторе Земли. На рис. 3 дается фрагмент детального расчета суточных релятивистских вариаций. Видим, что релятивистские эффекты имеют амплитуду, которая намного превышает чувствительность современных гравиметров (годовой эффект - 0.3 мГл, суточный 4 мкГл. Из табл. 1 следует, что в настоящее время достаточно надежно известны скорости только до уровня вращения Галактики. Будем исходить из идеи решения обратной гравиметрической задачи по определению этой неопределенной скорости $V4$. Для наиболее полного соответствия в среднем релятивистских гравиметрических эффектов наблюдаемому ускорению g_0 (4) требуется, чтобы эффективная релятивистская скорость была в среднем равна нулю. Отсюда приближенно $V4 = -(V1+V2+V3) = -250$ км/сек. При этом эффективное ускорение на экваторе по формуле (4) будет равно наблюдаемому g_0 .

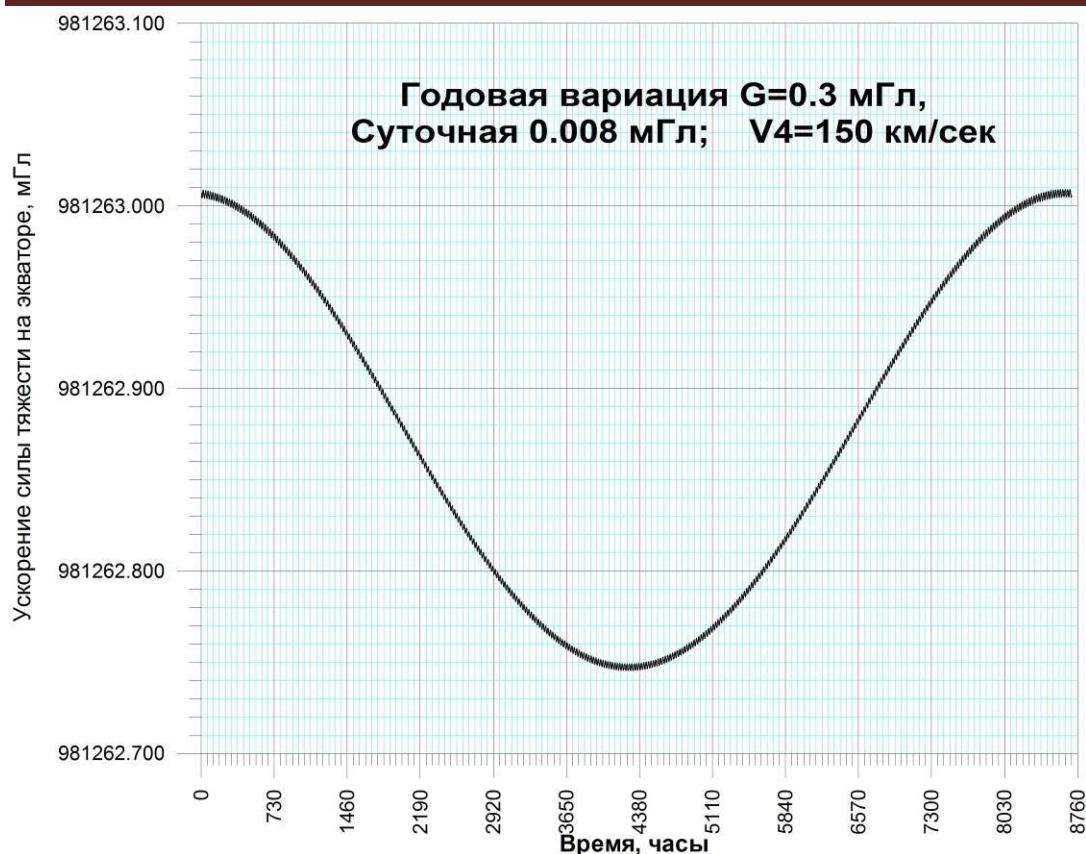


Рис. 2. Приближенный расчет ожидаемых релятивистских гравиметрических эффектов на экваторе Земли (годовой эффект примерно 0,3 мГл, суточный 4-5 мкГл). Суточный эффект создает иллюзию переменной толщины графика.

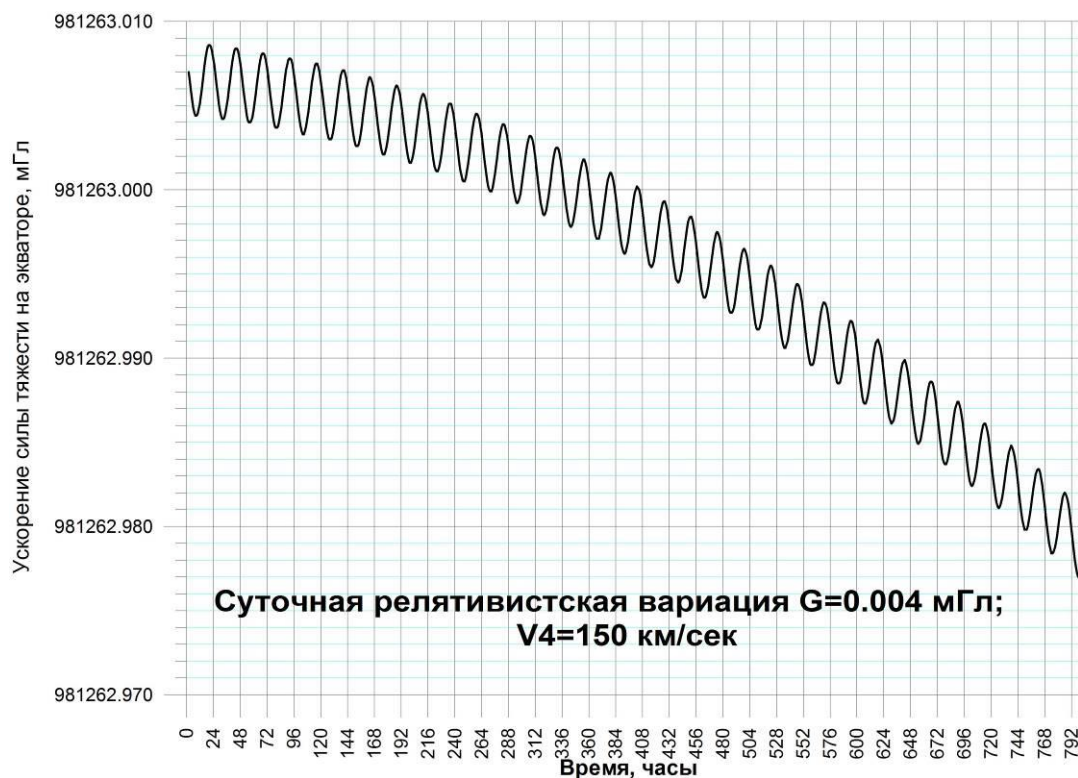


Рис. 3. Приближенный расчет ожидаемых релятивистских гравиметрических эффектов на экваторе Земли (суточный эффект 4-5 мкГл). Укрупненный фрагмент рис. 2.

К какой системе отсчета относить эффект изменения массы и размеров?

Хорошо известен (ОТО) мысленный эксперимент Эйнштейна с лифтом, который движется ускоренно. При свободном падении лифта можно получить реальный эффект невесомости. А при старте космической ракеты космонавты испытывают большие перегрузки, хотя сидят неподвижно в своих креслах, т.е. при ускоренном движении одной системы отсчета относительно другой эффект наблюдается в инерционной системе. Обратим внимание, что при той конкретной системе скоростей с вращениями, в которой участвует Земля (табл.1), скорости не являются постоянными, а имеют периодические ускорения. Наблюдатель на поверхности Земли должен испытывать «эффект лифта» или иерархические эффекты всех ускорений. Такие ускорения должны регистрировать современные «абсолютные» гравиметры. Эти инерционные ускорения и создают эквивалентный эффект динамических вариаций массы Земли. Впрочем, эквивалентность ускорений вариациям инертной массы Земли можно рассчитать непосредственно по ускорениям.

Более сложным является вопрос о релятивистских вариациях размеров Земли. Чтобы заметить эти изменения, нужно поместить наблюдателя вне Земли, поскольку измерения в покоящейся системе отсчета эффект вариаций размеров не обнаружат. Таким наблюдателем могут служить, например, спутники GPS или гравиметрические спутники GRACE. Системой относимости в этом случае выступает ITRF2005 или аналогичная система координат, которая базируется на весьма далеких сверхновых и наблюдениях VLBI. Так, по данным GPS, высота уральской станции Арти ежегодно изменяется на 2-3 см, что близко ожидаемому релятивистскому эффекту. Такой годовой эффект вариаций высоты станций наблюдается повсеместно (URL=[http://sideshow.jpl.nasa.gov/post/series.html//GPS Time Series](http://sideshow.jpl.nasa.gov/post/series.html//GPS%20Time%20Series)). Вариации высоты станции вызывают изменение притяжения из-за вертикального нормального градиента (0.3086 мГл/1 м). Суточный же эффект вариаций высоты с помощью GPS/Глонас пока не обнаруживается из-за недостаточной, на наш взгляд, точности наблюдений. Но наземные гравиметрические наблюдения высокой точности этот эффект фиксируют.

На рис. 2 представлен расчет гравиметрических вариаций для экватора Земли; этот эффект будет также зависеть от широты (Гравиразведка..., 1968), что в этой работе пока не обсуждается. На рис. 3 показан увеличенный фрагмент этого расчета. Такие эффекты являются вполне измеримыми современной аппаратурой. Отметим, что это только упрощенная оценка, которая не учитывает полусуточный эффект от несимметричного релятивистского изменения плотности недр Земли. Рассмотрение этого эффекта является предметом отдельной работы.

Выводы и направления изучения релятивистских эффектов

Из анализа формул, результатов расчета и их анализа следуют многочисленные и важные для гравиметрии и астрономии следствия. В настоящее время можно перечислить только наиболее очевидные и важные.

1) *Масса Земли не является постоянной.* Численными расчетами установлено, что масса Земли должна периодически меняться в течение года на $\pm 0,000084\%$, что эквивалентно вариациям ускорения силы тяжести на экваторе порядка 0,3 мГл. Такие существенные вариации необходимо учитывать в виде времязависимой поправки при различных видах гравиметрического мониторинга, спутниковых гравиметрических съемках и высокоточных наземных съемках.

2) *Релятивистские полусуточные и 6-часовые вариации* за счет появления планетарных несимметричных неоднородностей в теле планеты и ее деформации достигают $\pm 3-4$ и до 8 мкГал, их также нужно учитывать в виде времязависимой поправки.

3) Еще более сложным образом, чем у Земли, меняется масса и плотностные неоднородности Луны, поскольку иерархия ее движений сложнее. Одностороннее обращение Луны к Земле вызвано, по нашему мнению, именно релятивистскими уплотнениями в теле Луны и Земли, которые и обуславливают такую взаимную постоянную ориентацию.

4) Релятивистские эффекты необходимо учитывать при расчете традиционных гравиметрических поправок (Гравиразведка..., 1968), особенно лунно-солнечного прилива, решении прямых и обратных гравиметрических задач, расчетах орбит планет, космических аппаратов.

5) Вероятно, что в геологическом времени в процессе галактического вращения масса Земли, как и всех объектов Галактики, изменяется более значительно, чем в годовом цикле.

6) Наличие постоянно бегущих динамических несимметричных уплотнений в недрах Земли может оказать помощь в построении альтернативных моделей возникновения магнитного поля Земли, а также при разработке новых алгоритмов решения обратных гравиметрических задач. Гравитационное поле плотностной неоднородности, как вытекает из выше сказанного, зависит нелинейно от времени и от глубины источника. Для гравитационного времязависимого потенциала, возможно, существуют более широкие классы единственности решения обратной гравиметрической задачи. Для реализации таких алгоритмов на выявленных аномалиях силы тяжести потребуется выполнять высокоточный гравиметрический мониторинг.

7) Модернизация программ расчета лунно-солнечного прилива, например (9), состоит в замене констант массы Луны и Солнца, в конечном итоге, на функции времени. Масса Солнца меняется существенно медленнее, поэтому нужны специальные расчеты и оценки скорости ее изменения.

Благодарю своих коллег – Рывкина Д.Г., Ладовского И.В., Щапова В.А., Катанчика Д.В., Кусонского О.А., Бородина П.Б., Березину С.В., Захарова В.В. за разнообразную помощь и моральную поддержку.

Список использованной литературы

- Аллен К.У. Астрофизические величины. М.: Мир, 1977. 446 с.
Бом Д. Специальная теория относительности. М.: Мир, 1967. 285 с.
Гравиразведка. Справочник геофизика. Том IV / Под ред. Е.А. Мудрецов. М.: Недра, 1968. 512 с.
Купер Л. Физика для всех. Т 2. Современная физика. М.: Мир, 1974. 383 с.
Ландау Л., Лифшиц Е. Теория поля. 5-е изд. М.: Наука, 1967. 460 с.
Пуанкаре А. О науке (наука и метод) / Пер. с франц. М.: Наука, 1983. 560 с.
Эйнштейн А. Теория относительности (Избранные работы). Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. 224 с.
García-Maroto M.C. Analysis of long-term gravity records in Europe. Consequences for the retrieval of small amplitude and low frequency signals including the Earth's core resonance effects / Tesis of the PhD, IPGS. Madrid, 2015.
URL=<http://sideshow.jpl.nasa.gov/post/series.html//GPS Time Series>.

Рецензент статьи: кандидат физико-математических наук, доктор географических наук В.В. Литовский.