

УДК 630*52:630*174.754

В.А. Усольцев^{1,2}, И.С. Цепордей², В.П. Часовских¹, А.А. Осмирко¹

¹ Уральский государственный лесотехнический университет, г. Екатеринбург

² Ботанический сад УрО РАН, г. Екатеринбург

АДДИТИВНЫЕ РЕГИОНАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ФИТОМАССЫ ДЕРЕВЬЕВ И ДРЕВОСТОЕВ ЕВРАЗИИ. СООБЩЕНИЕ 1: РОД *Larix* Mill.



Ключевые слова: *лиственничные древостои, биосферная роль лесов, фитомасса деревьев и древостоев, аллометрические модели, пробные площади, биологическая продуктивность, аддитивность уравнений, трансконтинентальные таблицы фитомассы.*

Впервые на уникальных по объёму базам фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев на примере рода *Larix* Mill. разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы лиственницы, и тем самым решена совмещенная проблема аддитивности и всеобщности моделей. Модель фитомассы деревьев гармонизирована двояко: в ней устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, она учитывает региональные различия равновеликих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре. Аддитивная модель фитомассы древостоев гармонизирована также по двум уровням, один из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а второй связан с вводом «фиктивных» переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии. Модель демонстрирует различия фитомассы древостоев не только по абсолютным ее значениям для стволов, хвои, ветвей и корней, но и по их соотношениям, т.е. по структуре фитомассы. Предложенные модели и соответствующие таблицы для оценки фитомассы деревьев и древостоев лиственницы дают возможность определения их фитомассы в различных экорегионах Евразии по данным измерительной таксации.

V.A. Usoltsev, I.S. Tsepordey, V.P. Chasovskikh, A.A. Osmirko

ADDITIVE REGIONAL MODELS OF TREE AND STAND BIOMASS FOR EURASIA. MESSAGE 1: GENUS *Larix* sp.

Key words: *genus Larix Mill., equations additivity, biosphere role of forests, biomass of trees and forests, allometric models, sample plots, biological productivity, transcontinental tables of biomass.*

When using the unique in terms of the volumes of databases on the levels of a tree and stand of the genus *Larix* Mill., the trans-Eurasian additive allometric models of biomass of trees and forests for Eurasian larch forests are developed for the first time, and thereby the combined problem of model additivity and generality is solved. The additive model of tree

biomass of *Larix* is harmonized in two ways: it eliminated the internal contradictions of the component and the total biomass equations, and in addition, it takes into account regional differences of trees of equal sizes not only on total, aboveground and underground biomass, but also on its component structure, i.e. it reflects the regional peculiarities of the component structure of tree biomass. The additive model of forest biomass of *Larix* is harmonized in two levels too, one of which provides the principle of additivity of biomass components, and the second one is associated with the introduction of dummy independent variables localizing model for eco-regions of Eurasia.

Усольцев Владимир Андреевич - доктор сельскохозяйственных наук, заслуженный лесовод России, профессор кафедры менеджмента и управления качеством Института экономики и управления Уральского государственного лесотехнического университета, профессор, главный научный сотрудник Ботанического сада УрО РАН (Екатеринбург). Тел.: (343)254-61-59; e-mail: Usoltsev50@mail.ru.

Usoltsev Vladimir Andreyevich - Doctor of agricultural sciences, professor of the Department of quality management, Ural State Forest Engineering University, chief researcher at the Botanical Garden, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences (Yekaterinburg). Phone: (343)254-61-59; e-mail: Usoltsev50@mail.ru.

Цепордей Иван Степанович – аспирант 2-го года обучения Ботанического сада УрО РАН (Екатеринбург). Тел.: (343)254-61-59; e-mail: ivan.tsepordey@yandex.ru.

Tsepordey Ivan Sergeyeovich – postgraduate at Botanical Garden of Ural Branch of RAS (Yekaterinburg). Phone: (343)254-61-59; e-mail: ivan.tsepordey@yandex.ru.

Часовских Виктор Петрович - доктор технических наук, профессор, заслуженный работник высшей школы РФ, член Российской академии инженерных наук им. А.М. Прохорова, член Российской академии естественных наук, Full Member of European Academy of Natural History, директор Института экономики и управления Уральского государственного лесотехнического университета (Екатеринбург). Тел. (343)261-46-44; e-mail: u2007u@yandex.ru.

Chasovskikh Viktor Petrovich - Doctor of technical sciences, Professor, Full Member of European Academy of Natural History, Director of the Institute of Economics and Management, Ural State Forest Engineering University (Yekaterinburg). Phone: (343)261-46-44; e-mail: u2007u@yandex.ru.

Осмирко Анна Андреевна – аспирант 3-го года обучения. Тел.: (343)254-61-59; e-mail: Usoltsev50@mail.ru.

Osmirko Anna Andreevna - third-year postgraduate. Phone: (343)254-61-59; e-mail: Usoltsev50@mail.ru.

Современные методы моделирования биологической продуктивности деревьев и древостоев получили развитие в направлении обеспечения аддитивности фракций фитомассы (Vi et al., 2010; Dong et al., 2015) и перехода от «псевдо-всеобщих» аллометрических моделей к фактически всеобщим, предполагающим регионализацию модели фитомассы путем введения фиктивных переменных (Fu et al., 2012; Усольцев и др., 2017), что выполняется обычно на локальных массивах фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев. Сформированные нами базы данных о фитомассе деревьев (Усольцев, 2016; Usoltsev, 2015, 2016) и древостоев (Усольцев, 2010; Usoltsev, 2013) для лесообразующих пород Евразии дали возможность эти современные методические разработки реализовать на совершенно ином, более высоком уровне, а именно, приступить к моделированию аддитивной фитомассы на трансконтинентальном уровне.

В предыдущем выпуске журнала «Эко-потенциал» впервые на уникальных по объёму базах фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев на примере под-рода *Pinus* L. разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы сосны, и

тем самым решена совмещенная проблема аддитивности и всеобщности моделей (Усольцев и др., 2018). Модель фитомассы деревьев гармонизирована двояко: в ней устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, она учитывает региональные различия равновеликих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре. Аддитивная модель фитомассы древостоев гармонизирована по трем уровням, один из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, второй связан с вводом «фиктивных» переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии, и третий согласовывает структуру фитомассы сосновых культур и естественных сосняков посредством бинарной переменной. Модель показывает различия фитомассы древостоев не только по абсолютным ее значениям для стволов, хвои, ветвей и корней, но и по их соотношениям, т.е. по структуре фитомассы.

В настоящей статье предпринята первая попытка разработки аддитивных аллометрических моделей фитомассы деревьев и древостоев еще одной лесообразующей породы, произрастающей на всей территории Евразии - лиственницы (род *Larix* Mill.). Эти модели послужат основой для составления региональных трансевразийских нормативов для оценки фитомассы деревьев и древостоев.

Объекты и методы

Из упомянутых баз данных взяты материалы в количестве 415 модельных деревьев шести викарирующих видов рода *Larix* Mill. (соответственно *L. decidua* Mill., *L. sukaczewii* N.Dyl., *L. sibirica* L., *L. gmelinii* Rupr., *L. cajanderi* Mayr., *L. leptolepis* Gord.), распределенных по восьми экорегионам и обозначенных соответственно восемью фиктивными переменными от X_0 до X_7 (табл. 1). Распределение пробных площадей, на которых взяты модельные деревья в экорегионах Евразии, показано на рис. 1.

Таблица 1

Схема кодирования фиктивными переменными региональных массивов фактических данных фитомассы 415 модельных деревьев лиственниц

Регион*	Вид <i>Larix</i> Mill.	Блок фиктивных переменных							Диапазон диаметров деревя, см	Диапазон высот деревя, м	Число наблюдений
		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7			
ЗСЕ	<i>L. decidua</i> Mill.	0	0	0	0	0	0	0	7,1÷47,8	9,8÷34,0	14
ЕР	<i>L. sukaczewii</i> N.Dyl.	1	0	0	0	0	0	0	1,0÷35,0	2,3÷28,0	25
Тст	<i>L. sukaczewii</i> N.Dyl.	0	1	0	0	0	0	0	6,2÷28,0	7,9÷17,8	28
ЗСс	<i>L. sibirica</i> L. <i>L. gmelinii</i> Rupr.	0	0	1	0	0	0	0	2,1÷38,0	2,9÷24,8	116
ВСс	<i>L. cajanderi</i> Mayr.	0	0	0	1	0	0	0	0,3÷22,7	1,4÷14,8	66
ДВс	<i>L. cajanderi</i> Mayr.	0	0	0	0	1	0	0	3,9÷52,8	2,9÷30,0	43
Кит	<i>L. sibirica</i> L. <i>L. gmelinii</i> Rupr.	0	0	0	0	0	1	0	0,5÷31,0	1,5÷24,3	50
Яп	<i>L. leptolepis</i> Gord.	0	0	0	0	0	0	1	4,0÷35,9	4,3÷26,7	73

* Обозначения регионов здесь и далее: ЗСЕ – Западная и Средняя Европа, широколиственные леса; ЕР – Европейская часть России, центральная часть; Тст – Тургайская степь; ЗСс – Западная Сибирь, северная тайга; ВСс – Восточная Сибирь, северная тайга; ДВс – Дальний Восток, северная тайга; Кит – Северо-Восточный Китай; Яп – Японские острова.

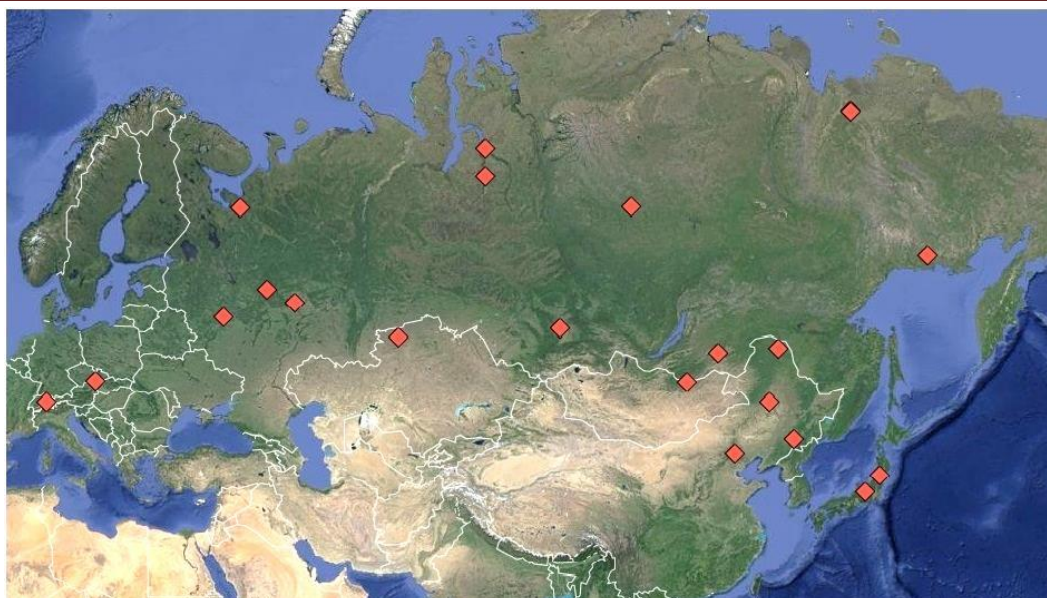


Рис. 1. Распределение пробных площадей, на которых выполнены измерения фитомассы деревьев лиственницы на территории Евразии.

Вторая база данных, использованная в наших расчетах, содержит 384 пробных площади с определениями фитомассы древостоев лиственницы (т/га). Род *Larix* Mill. представлен восемью видами (соответственно *L. decidua* Mill., *L. sukaczewii* N.Dyl., *L. sibirica* L., *L. gmelinii* Rupr., *L. cajanderi* Mayr., *L. olgensis* A.Henry, *L. Principis-Rupprechtii* Mayr, *L. leptolepis* Gord.), распределенными по двенадцати экорегионам и обозначенными соответственно двенадцатью фиктивными переменными от X_0 до X_{11} (табл. 2). Распределение пробных площадей, на которых определена фитомасса лиственничных древостоев в экорегионах Евразии, показано на рис. 2.

Таблица 2

Схема кодирования региональных массивов фактических данных фитомассы 384 древостоев лиственницы

Регион*	Вид <i>Larix</i> Mill.	Блок фиктивных переменных										Диапазоны:				Число наблюдений	
		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	возраста, лет	густоты, тыс. экз/га	среднего диаметра, см		средней высоты, м
ЗСЕ	<i>L. decidua</i> Mill.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13÷210	0,19÷2,68	10,2÷72,9	4,2÷34,0	13
ЕР	<i>L. sukaczewii</i> N.Dyl.	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10÷240	0,27÷122,5	1,9÷51,6	3,6÷40,0	58
Тст	<i>L. sukaczewii</i> N.Dyl.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12÷55	0,81÷6,27	5,2÷22,0	4,8÷21,1	13
ЗСс	<i>L. sibirica</i> L.	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	25÷350	0,46÷10,7	3,5÷32,0	2,8÷31,5	19
ССс	<i>L. gmelinii</i> Rupr.	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	30÷380	0,12÷5,70	3,2÷36,0	2,5÷34,0	50
ССюг	<i>L. sibirica</i> L.	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	10÷200	0,36÷7,19	6,0÷30,0	8,9÷24,0	17
ЗБ	<i>L. gmelinii</i> Rupr.	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	40÷190	0,11÷4,73	4,0÷28,4	4,0÷25,0	41
ВС	<i>L. cajanderi</i> Mayr.	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	22÷380	0,24÷50,8	3,0÷29,0	5,4÷24,0	53
ДВс	<i>L. cajanderi</i> Mayr.	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	15÷250	0,20÷52,2	1,1÷54,0	4,0÷26,0	30
ДВюг	<i>L. olgensis</i> A.Henry	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	30÷160	0,37÷12,6	9,7÷29,4	12,0÷28,2	12
Кит	<i>L. gmelinii</i> Rupr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	21÷186	0,21÷9,30	4,7÷37,6	5,9÷30,0	33
	<i>L. Principis-Rupprechtii</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1					
Яп	<i>L. leptolepis</i> Gord.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	9÷53	0,37÷6,74	6,2÷28,6	5,4÷23,6	45

*ЗСЕ – Западная и Средняя Европа, широколиственные леса; ЕР – Европейская часть России; Тст – Тургайская степь; ЗСс – Западная Сибирь, северная тайга; ССс – Средняя Сибирь, северная часть; ССюг – Средняя Сибирь, южная часть; ЗБ – Забайкалье; ВС - Восточная Сибирь, северная тайга; ДВс – Дальний Восток, северная тайга; ДВюг – Приморье; Кит – Северо-Восточный Китай; Яп – Японские острова.



Рис. 2. Распределение пробных площадей с измерениями фитомассы (т/га) 384 насаждений лиственницы (род *Larix* Mill.) на территории Евразии.

Согласно структуре «дисагрегированной» (расчлняемой) (disaggregation model) трехшаговой аддитивной системы моделей (Tang et al., 2000; Dong et al., 2015), общая фитомасса, оцененная по исходному уравнению, расчлняется на фракции согласно схеме, представленной на рис. 3. Коэффициенты регрессионных моделей всех трех шагов оцениваются одновременно, что обеспечивает аддитивность фитомассы всех фракций - общей, промежуточных и исходных (Dong et al., 2015).

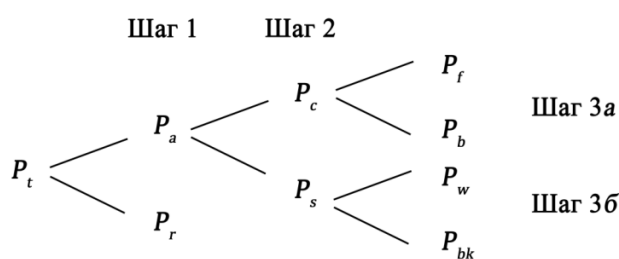


Рис. 3. Блок-схема «дисагрегированной» (расчлняемой) трехшаговой аддитивной модели фитомассы дерева. Обозначения: P_t , P_r , P_a , P_c , P_s , P_f , P_b , P_w и P_{bk} – соответственно фитомасса дерева: общая, подземная (корней), надземная, кроны (хвои и ветвей), ствола (древесины и коры), хвои, ветвей, древесины ствола и коры ствола, кг.

Результаты и обсуждение

1 Аддитивная модель фитомассы на уровне деревьев

Рассчитаны исходные аллометрические модели

$$\ln P_i = a_i + b_i (\ln D) + c_i (\ln H) + d_i (\ln D)(\ln H) + \sum g_{ij} X_j, \quad (1)$$

где P_i – фитомасса i -й фракции, кг; D – диаметр ствола на высоте груди, см; H – высота дерева, м; i – индекс фракций фитомассы: общей (t), надземной (a), корней (r), кроны (c), ствола в коре (s), хвои (f), ветвей (b), древесины ствола (w) и коры ствола (bk); j – индекс (код) фиктивной переменной, от 0 до 7 (см. табл. 1). $\sum g_{ij} X_j$ – блок фиктивных переменных для i -й фракции фитомассы j -го экорегиона. Модель (1) после потенцирования имеет вид

$$P_i = e^{ai} D^{bi} H^{ci} D^{di(\ln H)} e^{\sum g_{ij} X_j}. \quad (2)$$

Обоснование структуры регрессионной модели (1) было выполнено ранее (Усольцев и др., 2017). Поскольку расчет регрессионных коэффициентов в модели (1) выполнен по преобразованным данным, для устранения смещений, вызванных логарифмированием переменных, в уравнения введена поправка, предложенная Г.Л. Баскервилем (Baskerville, 1972).

По программе многофакторного регрессионного анализа Statgraphics выполнен расчет коэффициентов уравнений (1) и получена их характеристика, которая после введения поправок на логарифмическое преобразование по Г.Л. Баскервилю и приведения ее к виду (2) дана в **табл. 3**. Все регрессионные коэффициенты уравнений (2) при численных переменных значимы на уровне вероятности $P_{0,95}$ и выше, и уравнения адекватны исходным данным.

Путем подстановки регрессионных коэффициентов независимых уравнений из табл. 3 в структуру аддитивной модели, представленную в **табл. 4**, по трехшаговой схеме пропорционального взвешивания получили трансконтинентальную аддитивную модель фракционного состава фитомассы деревьев лиственницы с двойной гармонизацией, окончательный вид которой дан в **табл. 5**.

Модель действительна в диапазоне фактических данных высоты и диаметра ствола модельных деревьев, приведенных в табл. 1. Путем табулирования полученной модели (табл. 5) по задаваемым значениям D и H и по значениям фиктивных переменных, локализирующих общую модель по экорегионам, можно получить в итоге региональные нормативы, аддитивные по фракциям фитомассы и предназначенные для ее оценки в лиственничниках Евразии.

Иногда бывает невозможно измерить высоты деревьев на пробных площадях, и для подобных случаев при расчетах фитомассы на единице площади древостоя с применением предложенной модели (2) рассчитано вспомогательное уравнение

$$H = 2,387 D^{0,7114} e^{0,1649/D} e^{-0,1886X1} e^{-0,1254X} e^{-0,1644X3} e^{-0,4100X4} e^{-0,2704X5} e^{-0,2219X6} e^{-0,2346X7}; \quad (3)$$

$$adjR^2 = 0,918.$$

Переменная ($1/D$) введена в структуру модели (3) для коррекции аллометрии, нарушенной у мелких деревьев вследствие сдвига диаметра D в верхнюю часть кроны. Выполнено табулирование построенных аддитивных моделей в формате Excel. Поскольку объем таблиц превышает формат журнальной статьи, ограничимся анализом некоторых региональных особенностей структуры фитомассы равновеликих деревьев лиственницы по соответствующему фрагменту итоговых таблиц (**табл. 6**).

При их анализе можно видеть, что наибольшие значения общей фитомассы равновеликих деревьев имеют место в западной (82 кг) и восточной (74-98 кг) частях ареала, находящихся под влиянием влажного климата соответственно Атлантического и Тихоокеанского океанов. По мере удаления от Атлантического побережья на восток, на территории европейской России и в Тургайском прогибе общая фитомасса дерева снижается до 55-62 кг. Но в подзоне северной тайги Сибири общая фитомасса дерева возрастает до 82-110 кг вследствие низкой густоты стояния деревьев на многолетней мерзлоте. Примерно те же закономерности изменения по экорегионам присущи и надземной фитомассе.

Таблица 3

Характеристика независимых аллометрических уравнений деревьев лиственницы

Фракция фитомассы	Компоненты регрессионных моделей												$adjR^2$ *
	P_i	D	H	D	$0,0931(\ln H)$	$e^{-0,3963X1}$	$e^{-0,2728X2}$	$e^{0,0016X3}$	$e^{0,1681X4}$	$e^{-0,3002X5}$	$e^{0,1786X6}$	$e^{-0,1001X7}$	
	0,2342	$D^{1,5672}$	$H^{0,4054}$	$D^{0,0931(\ln H)}$	$e^{-0,3963X1}$	$e^{-0,2728X2}$	$e^{0,0016X3}$	$e^{0,1681X4}$	$e^{-0,3002X5}$	$e^{0,1786X6}$	$e^{-0,1001X7}$	0,987	
	Шаг 1												
P_a	0,1832	$D^{1,4212}$	$H^{0,3134}$	$D^{0,1841(\ln H)}$	$e^{-0,1885X1}$	$e^{-0,0747X2}$	$e^{-0,1639X3}$	$e^{0,1857X4}$	$e^{-0,0631X5}$	$e^{-0,0947X6}$	$e^{-0,1221X7}$	0,991	
P_r	0,0383	$D^{1,9268}$	$H^{0,1825}$	$D^{0,0308(\ln H)}$	$e^{-0,6254X1}$	$e^{0,0191X2}$	$e^{-0,3614X3}$	$e^{0,4929X4}$	$e^{1,2546X5}$	$e^{1,1750X6}$	$e^{0,2900X7}$	0,954	
	Шаг 2												
P_c	0,5341	$D^{2,2312}$	$H^{-1,7550}$	$D^{0,2494(\ln H)}$	$e^{-0,1750X1}$	$e^{-0,3032X2}$	$e^{-0,5668X3}$	$e^{-0,3290X4}$	$e^{-0,2613X5}$	$e^{-0,3483X6}$	$e^{-0,1243X7}$	0,904	
P_s	0,0804	$D^{1,3238}$	$H^{0,6898}$	$D^{0,1700(\ln H)}$	$e^{-0,2019X1}$	$e^{-0,0271X2}$	$e^{-0,0833X3}$	$e^{0,2779X4}$	$e^{-0,0286X5}$	$e^{-0,0654X6}$	$e^{-0,1733X7}$	0,992	
	Шаг 3а												
P_f	0,1032	$D^{2,0986}$	$H^{-1,5553}$	$D^{0,1874(\ln H)}$	$e^{0,3966X1}$	$e^{0,1968X2}$	$e^{-0,1623X3}$	$e^{0,0686X4}$	$e^{-0,0193X5}$	$e^{0,0847X6}$	$e^{0,3110X7}$	0,855	
P_b	0,3662	$D^{2,3314}$	$H^{-1,7586}$	$D^{0,2438(\ln H)}$	$e^{-0,3327X1}$	$e^{-0,4231X2}$	$e^{-0,6662X3}$	$e^{-0,3923X4}$	$e^{-0,3125X5}$	$e^{-0,4403X6}$	$e^{-0,2260X7}$	0,908	
	Шаг 3б												
P_w	0,0487	$D^{1,3125}$	$H^{0,7886}$	$D^{0,1730(\ln H)}$	$e^{-0,1860X1}$	$e^{0,0454X2}$	$e^{-0,0218X3}$	$e^{0,3077X4}$	$e^{0,0332X5}$	$e^{-0,0282X6}$	$e^{0,0050X7}$	0,993	
P_{bk}	0,0304	$D^{1,3274}$	$H^{0,1312}$	$D^{0,2344(\ln H)}$	$e^{-0,2909X1}$	$e^{0,1207X2}$	$e^{0,1761X3}$	$e^{0,6553X4}$	$e^{-0,2840X5}$	$e^{0,2626X6}$	$e^{0,2783X7}$	0,978	

* $adjR^2$ – коэффициент детерминации, скорректированный на число переменных.

Таблица 4

Структура трехшаговой аддитивной модели, реализуемой по принципу пропорционального взвешивания. Обозначения здесь и далее см. в уравнении (1)

Шаг 1	$P_r = \frac{1}{1 + \frac{a_a D^{b_a} H^{c_a} D^{d_a} (\ln H) e^{\sum g_{aj} X_j}}{a_r D^{b_r} H^{c_r} D^{d_r} (\ln H) e^{\sum g_{rj} X_j}}} \times P_t$
	$P_a = \frac{1}{1 + \frac{a_r D^{b_r} H^{c_r} D^{d_r} (\ln H) e^{\sum g_{rj} X_j}}{a_a D^{b_a} H^{c_a} D^{d_a} (\ln H) e^{\sum g_{aj} X_j}}} \times P_t$
Шаг 2	$P_c = \frac{1}{1 + \frac{a_s D^{b_s} H^{c_s} D^{d_s} (\ln H) e^{\sum g_{sj} X_j}}{a_c D^{b_c} H^{c_c} D^{d_c} (\ln H) e^{\sum g_{cj} X_j}}} \times P_a$
	$P_s = \frac{1}{1 + \frac{a_c D^{b_c} H^{c_c} D^{d_c} (\ln H) e^{\sum g_{cj} X_j}}{a_s D^{b_s} H^{c_s} D^{d_s} (\ln H) e^{\sum g_{sj} X_j}}} \times P_a$
Шаг 3а	$P_f = \frac{1}{1 + \frac{a_b D^{b_b} H^{c_b} D^{d_b} (\ln H) e^{\sum g_{bj} X_j}}{a_f D^{b_f} H^{c_f} D^{d_f} (\ln H) e^{\sum g_{fj} X_j}}} \times P_c$
	$P_b = \frac{1}{1 + \frac{a_f D^{b_f} H^{c_f} D^{d_f} (\ln H) e^{\sum g_{fj} X_j}}{a_b D^{b_b} H^{c_b} D^{d_b} (\ln H) e^{\sum g_{bj} X_j}}} \times P_c$
Шаг 3б	$P_w = \frac{1}{1 + \frac{a_{bk} D^{b_{bk}} H^{c_{bk}} D^{d_{bk}} (\ln H) e^{\sum g_{bkj} X_j}}{a_w D^{b_w} H^{c_w} D^{d_w} (\ln H) e^{\sum g_{wj} X_j}}} \times P_s$
	$P_{bk} = \frac{1}{1 + \frac{a_w D^{b_w} H^{c_w} D^{d_w} (\ln H) e^{\sum g_{wj} X_j}}{a_{bk} D^{b_{bk}} H^{c_{bk}} D^{d_{bk}} (\ln H) e^{\sum g_{bkj} X_j}}} \times P_s$

Поскольку было установлено (Cunia, Briggs, 1984; Reed, Green, 1985), что устранение внутренней противоречивости уравнений фитомассы путем обеспечения их аддитивности не обязательно означает повышение точности ее оценок, необходимо выяснить, достаточно ли адекватна полученная аддитивная модель и как ее характеристики соотносятся с показателями адекватности независимых уравнений?

С этой целью расчетные показатели фитомассы, полученные по независимым и аддитивным уравнениям, сопоставлены с фактическими значениями фитомассы путем расчета коэффициента детерминации R^2 по формуле

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}, \quad (4)$$

где Y_i - фактическое значение; \hat{Y}_i - расчётное значение по модели; \bar{Y} - среднее фактическое значение всех (N) деревьев.

Таблица 5

Трехшаговая аддитивная модель фракционного состава фитомассы деревьев лиственных породы, реализованная по принципу пропорционального взвешивания

Шаг 1	$Pf = 0,2342 D^{1,5672} H^{0,4054} D^{0,0931} (\ln H) e^{-0,3963X1} e^{-0,2728X2} e^{0,0016X3} e^{0,1681X4} e^{0,3002X5} e^{0,1786X6} e^{-0,1001X7}$	I	
	$Pa = \frac{1+0,2093 D^{0,5056} H^{-0,1309} D^{-0,1532} (\ln H) e^{-0,4369X1} e^{0,0938X2} e^{-0,1975X3} e^{0,3072X4} e^{1,3177X5} e^{1,2697X6} e^{0,4121X7}}{1+4,7775 D^{-0,5056} H^{0,1309} D^{0,1532} (\ln H) e^{0,4369X1} e^{-0,0938X2} e^{0,1975X3} e^{-0,3072X4} e^{-1,3177X5} e^{-1,2697X6} e^{-0,4121X7}}$	I	$\times Pt$
Шаг 2	$Pc = \frac{1+0,1505 D^{-0,9074} H^{2,4448} D^{-0,0794} (\ln H) e^{-0,0269X1} e^{0,2760X2} e^{0,4836X3} e^{0,6069X4} e^{0,2327X5} e^{0,2829X6} e^{-0,0489X7}}{1+6,6460 D^{0,9074} H^{-2,4448} D^{0,0794} (\ln H) e^{0,0269X1} e^{-0,2760X2} e^{-0,4836X3} e^{-0,6069X4} e^{-0,2327X5} e^{-0,2829X6} e^{0,0489X7}}$	I	$\times Pa$
	$Ps = \frac{1+3,5479 D^{0,2328} H^{-0,2033} D^{0,0565} (\ln H) e^{-0,7293X1} e^{-0,6199X2} e^{-0,5040X3} e^{-0,4609X4} e^{-0,2932X5} e^{-0,5250X6} e^{-0,5370X7}}{1+0,2819 D^{-0,2328} H^{0,2033} D^{-0,0565} (\ln H) e^{0,7293X1} e^{0,6199X2} e^{0,5040X3} e^{0,4609X4} e^{0,2932X5} e^{0,5250X6} e^{0,5370X7}}$	I	$\times Pc$
Шаг 3б	$Pw = \frac{1+0,6248 D^{0,0150} H^{-0,6574} D^{0,0614} (\ln H) e^{-0,1049X1} e^{0,0753X2} e^{0,1978X3} e^{0,3476X4} e^{-0,3172X5} e^{0,2908X6} e^{0,2733X7}}{1+1,6005 D^{-0,0150} H^{0,6574} D^{-0,0614} (\ln H) e^{0,1049X1} e^{-0,0753X2} e^{-0,1978X3} e^{-0,3476X4} e^{0,3172X5} e^{-0,2908X6} e^{-0,2733X7}}$	I	$\times Ps$
	$Pbk = \frac{1+0,6248 D^{0,0150} H^{-0,6574} D^{0,0614} (\ln H) e^{-0,1049X1} e^{0,0753X2} e^{0,1978X3} e^{0,3476X4} e^{-0,3172X5} e^{0,2908X6} e^{0,2733X7}}{1+1,6005 D^{-0,0150} H^{0,6574} D^{-0,0614} (\ln H) e^{0,1049X1} e^{-0,0753X2} e^{-0,1978X3} e^{-0,3476X4} e^{0,3172X5} e^{-0,2908X6} e^{-0,2733X7}}$	I	$\times Ps$

Таблица 6
Фрагменты аддитивной таблицы фитомассы для деревьев диаметром 14 см и высотой 14 м по экорегионам и соответствующим видам рода *Larix*

Фракции фитомассы	Экорегион и соответствующий вид рода <i>Larix</i>									
	ЗСЕ <i>L. decidua</i>	ЕР <i>L. sukaczewii</i>	Тет <i>L. sukaczewii</i>	ЗСс <i>L. sibirica</i> <i>L. gmelinii</i>	ВСс <i>L. cajanderi</i>	ДВс <i>L. cajanderi</i>	Кит <i>L. sibirica</i> <i>L. gmelinii</i>	Яп <i>L. leptolepis</i>		
Общая фитомасса	81,65	54,93	62,15	81,78	96,59	110,24	97,62	73,87		
Корни	13,24	6,10	10,90	11,21	20,12	46,25	39,82	16,70		
Наземная	68,41	48,83	51,26	70,57	76,47	63,99	57,80	57,16		
Крона	11,39	8,32	6,75	7,74	7,51	8,75	7,56	9,91		
Хвоя	1,70	2,22	1,66	1,75	1,64	1,67	1,73	2,29		
Ветви	9,69	6,09	5,08	5,99	5,87	7,08	5,83	7,62		
Ствол в коре	57,02	40,51	44,51	62,83	68,96	55,24	50,23	47,25		
Древесина ствола	48,49	34,98	37,42	51,74	55,22	48,97	40,67	38,38		
Кора ствола	8,52	5,54	7,09	11,09	13,74	6,27	9,56	8,87		

Таблица 7

Характеристика «приведённых» независимых аллометрических уравнений деревьев лиственных

Фракция фито-массы	Компоненты регрессионных моделей																		
	P_t	P_a	P_r	P_c	P_s	P_f	P_b	P_w	P_{bk}	D	H	D	H	D	H				
	0,2342	0,1586	0,0469	0,1568	0,0729	0,0215	0,1168	0,0487	0,0304	$D^{1,5672}$	$H^{-0,4054}$	$D^{0,0931}(\ln H)$	$H^{-0,3963}X1$	$e^{-0,2728 X2}$	$e^{0,0016 X3}$	$e^{0,1681 X4}$	$e^{0,3002 X5}$	$e^{0,1786 X6}$	$e^{-0,1001 X7}$
	0,1586	$D^{1,5126}$	$D^{1,9950}$	$D^{2,2573}$	$D^{1,4184}$	$D^{2,0846}$	$D^{2,3484}$	$D^{1,3125}$	$D^{1,3274}$	$D^{0,1251}(\ln H)$	$H^{0,4540}$	$D^{0,0517}(\ln H)$	$e^{-0,2248 X1}$	$e^{-0,2433 X2}$	$e^{-0,0219 X3}$	$e^{-0,1354 X4}$	$e^{-0,0317 X5}$	$e^{-0,1557 X6}$	$e^{-0,1784 X7}$
	0,0469	$D^{1,9950}$	$D^{1,9950}$	$D^{2,2573}$	$D^{1,4184}$	$D^{2,0846}$	$D^{2,3484}$	$D^{1,3125}$	$D^{1,3274}$	$D^{0,0517}(\ln H)$	$H^{-0,0153}$	$D^{0,0517}(\ln H)$	$e^{-0,6577 X1}$	$e^{0,0169 X2}$	$e^{-0,4111 X3}$	$e^{0,4411 X4}$	$e^{1,1507 X5}$	$e^{1,1536 X6}$	$e^{0,2453 X7}$
	0,1568	$D^{2,2573}$	$D^{2,2573}$	$D^{2,2573}$	$D^{2,2573}$	$D^{2,2573}$	$D^{2,2573}$	$D^{2,2573}$	$D^{2,2573}$	$D^{0,2028}(\ln H)$	$H^{-1,1987}$	$D^{0,2028}(\ln H)$	$e^{0,0476 X1}$	$e^{-0,3003 X2}$	$e^{-0,7037 X3}$	$e^{-0,0857 X4}$	$e^{-0,1963 X5}$	$e^{-0,6858 X6}$	$e^{-0,4087 X7}$
	0,0729	$D^{1,4184}$	$D^{1,4184}$	$D^{1,4184}$	$D^{1,4184}$	$D^{1,4184}$	$D^{1,4184}$	$D^{1,4184}$	$D^{1,4184}$	$D^{0,0846}(\ln H)$	$H^{-0,8823}$	$D^{0,0846}(\ln H)$	$e^{-0,2805 X1}$	$e^{-0,1982 X2}$	$e^{0,0849 X3}$	$e^{0,2029 X4}$	$e^{0,0009 X5}$	$e^{-0,0675 X6}$	$e^{-0,1183 X7}$
	0,0215	$D^{2,0846}$	$D^{2,0846}$	$D^{2,0846}$	$D^{2,0846}$	$D^{2,0846}$	$D^{2,0846}$	$D^{2,0846}$	$D^{2,0846}$	$D^{0,1199}(\ln H)$	$H^{-0,8148}$	$D^{0,1199}(\ln H)$	$e^{0,8548 X1}$	$e^{0,5336 X2}$	$e^{-0,0424 X3}$	$e^{0,5386 X4}$	$e^{0,1914 X5}$	$e^{-0,4773 X6}$	$e^{-0,0693 X7}$
	0,1168	$D^{2,3484}$	$D^{2,3484}$	$D^{2,3484}$	$D^{2,3484}$	$D^{2,3484}$	$D^{2,3484}$	$D^{2,3484}$	$D^{2,3484}$	$D^{0,2026}(\ln H)$	$H^{-1,2307}$	$D^{0,2026}(\ln H)$	$e^{-0,1894 X1}$	$e^{-0,5605 X2}$	$e^{-0,8354 X3}$	$e^{-0,2175 X4}$	$e^{-0,2737 X5}$	$e^{-0,7171 X6}$	$e^{-0,4807 X7}$
	0,0487	$D^{1,3125}$	$D^{1,3125}$	$D^{1,3125}$	$D^{1,3125}$	$D^{1,3125}$	$D^{1,3125}$	$D^{1,3125}$	$D^{1,3125}$	$D^{0,1730}(\ln H)$	$H^{0,7886}$	$D^{0,1730}(\ln H)$	$e^{-0,1860 X1}$	$e^{0,0454 X2}$	$e^{-0,0218 X3}$	$e^{0,3077 X4}$	$e^{0,0332 X5}$	$e^{-0,0282 X6}$	$e^{0,0050 X7}$
	0,0304	$D^{1,3274}$	$D^{1,3274}$	$D^{1,3274}$	$D^{1,3274}$	$D^{1,3274}$	$D^{1,3274}$	$D^{1,3274}$	$D^{1,3274}$	$D^{0,2344}(\ln H)$	$H^{-0,1312}$	$D^{0,2344}(\ln H)$	$e^{-0,2909 X1}$	$e^{0,1207 X2}$	$e^{0,1761 X3}$	$e^{0,6553 X4}$	$e^{-0,2840 X5}$	$e^{0,2626 X6}$	$e^{0,2783 X7}$

Для корректного сравнения адекватности независимых и аддитивных уравнений исходные данные приводим в сопоставимое состояние, т.е. независимые уравнения для всех фракций фитомассы рассчитываются по тем же данным, что и аддитивные уравнения для общей фитомассы. Характеристика таких «приведённых» уравнений дана в **табл. 7**. Результаты сопоставления (**табл. 8**) свидетельствуют о том, что аддитивные уравнения не только внутренне непротиворечивы, но и для большей части фракций обладают лучшими показателями адекватности по сравнению с независимыми уравнениями.

Таблица 8

Сравнение показателей адекватности независимых и аддитивных уравнений фитомассы деревьев лиственницы

Показатель	Фракции фитомассы								
	<i>Pt</i>	<i>Pa</i>	<i>Pr</i>	<i>Ps</i>	<i>Pw</i>	<i>Pbk</i>	<i>Pc</i>	<i>Pb</i>	<i>Pf</i>
Независимые уравнения									
R^2	0,975	0,973	0,852	0,928	0,921	0,956	0,613	0,585	0,624
Аддитивные уравнения									
R^2	0,975	0,967	0,891	0,985	0,965	0,907	0,749	0,737	0,721

* Обозначения см. рис. 3 и уравнение (1). Жирным шрифтом выделены фракции, для которых значения R^2 по аддитивным моделям выше, чем по независимым.

Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым и аддитивным моделям фитомассы деревьев (**рис. 4**), показывает степень коррелированности названных показателей и во многих случаях отсутствие видимых различий в структуре остаточных дисперсий, полученных по двум названным моделям. Большая или меньшая величина R^2 той или иной модели определяется случайным положением фактических значений фитомассы наиболее крупных деревьев в доверительном диапазоне и неравномерной дисперсией, именно случайным из-за их малого числа и наибольшего вклада в остаточную дисперсию.

2. Аддитивная модель фитомассы на уровне древостоев

Расчитаны исходные аллометрические модели

$$\ln P_i = a_i + b_i (\ln A) + c_i (\ln A)^2 + d_i (\ln H) + e_i (\ln D) + f_i (\ln N) + \sum g_{ij} X_j, \quad (5)$$

где P_i – масса i -й фракции, т/га; A – возраст древостоя, лет; H – средняя высота древостоя, м; D – средний диаметр стволов, см; N – густота древостоя, тыс. экз/га; $a-g$ – регрессионные коэффициенты; i – индекс фракций фитомассы: общей (t), надземной (a), корней (r), кроны (c), ствола в коре (s), хвои (f), ветвей (b), древесины ствола (w) и коры ствола (bk); j – индекс (код) в блоке фиктивных переменных, кодирующих экорегионы, от 0 до 11 (см. **табл. 2**).

Модель (5) после потенцирования приведена к виду

$$P_i = a_i A^{b_i} A^{c_i (\ln A)} H^{d_i} D^{e_i} N^{f_i} e^{\sum g_{ij} X_j} \quad (6)$$

Характеристика уравнений (5), полученная их аппроксимацией по фактическим данным фитомассы, после введения поправок на логарифмическое преобразование по Г. Л. Баскервиллю (Baskerville, 1972) и последующего потенцирования согласно (6) приведена в **табл. 9**. Все регрессионные коэффициенты уравнений (6) при численных переменных значимы на уровне вероятности $P_{0.95}$ и выше, и уравнения адекватны исходным данным.

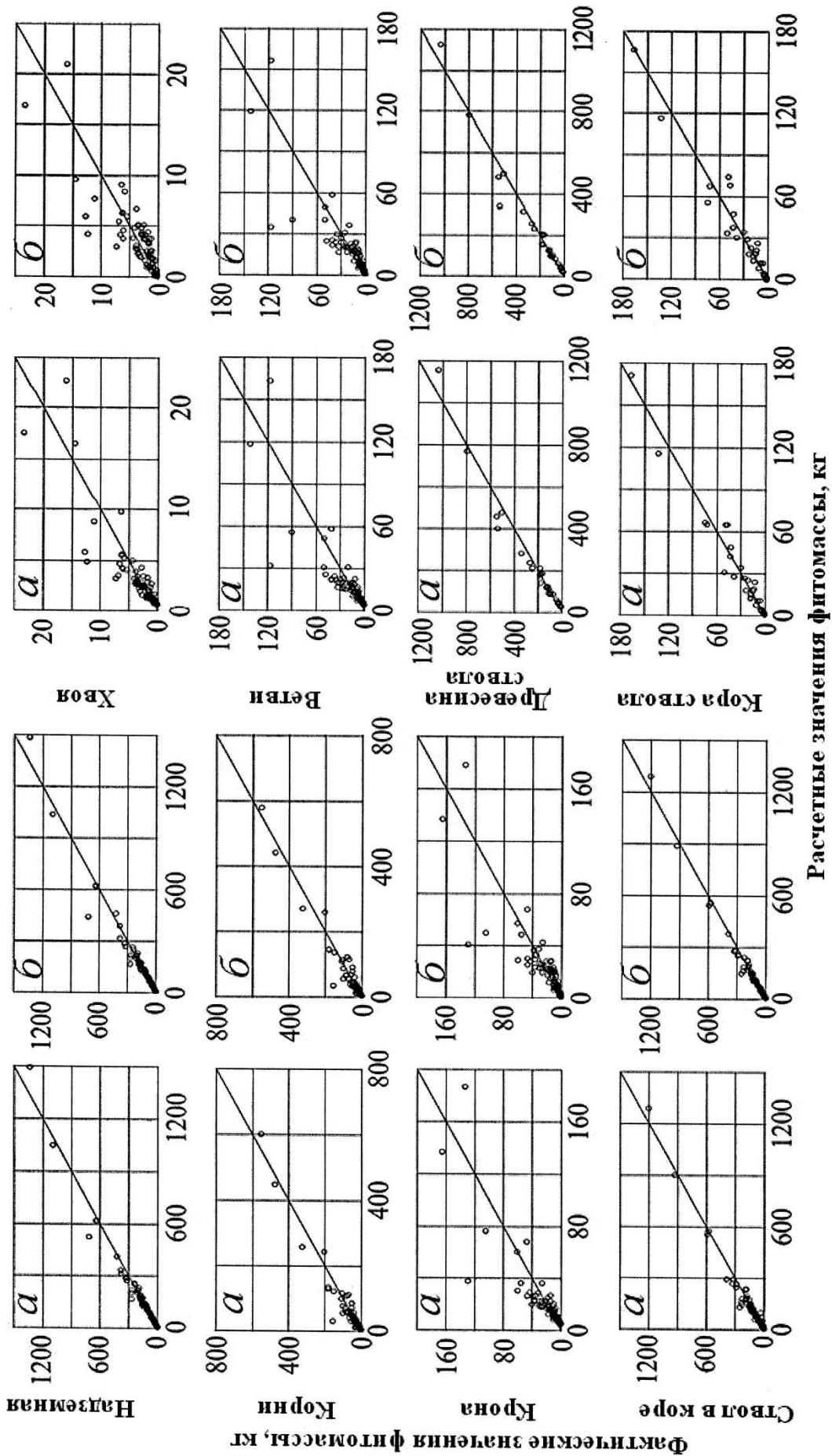


Рис. 4. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчетом по независимым (а) и аддитивным (б) моделям фитомассы деревьев лиственных.

Полученные уравнения (6) модифицированы согласно выше изложенному алгоритму (см. табл. 4), и окончательный вид трансконтинентальной аддитивной модели фракционного состава фитомассы листовенничных древостоев приведен в **табл. 10**. Модель действительна в диапазоне фактических данных возраста древостоев, средней высоты, среднего диаметра ствола и густоты древостоев, приведенных в табл. 2, и характеризуется двойной гармонизацией: одна из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а вторая связана с вводом фиктивных переменных, локализуемых моделью по экорегионам Евразии.

На следующем этапе исследования выполнено сопоставление адекватности построенной аддитивной модели (см. **табл. 10**) и независимых уравнений, показанных в **табл. 9**. Для корректного сопоставления из исходного массива данных удалены пробные площади с неполной фракционной структурой, т.е. оставлены лишь те записи, в которых имеются в наличии данные как по надземной, так и по подземной фитомассе. По модифицированному таким способом массиву исходных данных аппроксимированы уравнения (6), и их окончательный вид дан в **табл. 11**. Как аддитивная модель, так и независимые уравнения, протабулированы по фактическим массообразующим показателям массива фактических данных, и полученные расчетные значения фитомассы сопоставлены с фактическими по показателю R^2 , формула (4). Результаты сопоставления адекватности двух методов моделирования сведены в **табл. 12** и свидетельствуют о том, что показатели адекватности двух систем уравнений близки между собой. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчетом по независимым и аддитивным моделям фитомассы древостоев (**рис. 5**), показывает степень коррелированности названных показателей и во многих случаях - отсутствие видимых различий в структуре остаточных дисперсий, полученных по двум названным моделям. Большая или меньшая величина R^2 двух сравниваемых моделей определяется случайным положением фактических значений фитомассы наиболее продуктивных древостоев в доверительном диапазоне и неравномерной дисперсией, именно случайным из-за их малого числа и наибольшего вклада в остаточную дисперсию (см. **рис. 5**).

Построенная аддитивная модель (см. табл. 10) включает четыре численных независимых переменных. При табулировании ее возникает проблема, которая заключается в том, что мы можем задать из четырех переменных только возраст древостоя, а остальные три переменные могут быть введены в таблицу лишь в виде расчетных величин, полученных системой вспомогательных рекурсивных уравнений. Такие уравнения рассчитаны по исходному массиву фактических данных и показаны в **табл. 13**.

Результаты последовательного табулирования уравнений в **табл. 13** и **10** представляют довольно громоздкую таблицу, объем которой превышает формат журнальной статьи. Поэтому сравнительный анализ структуры фитомассы листовенничников разных экорегионов ограничим возрастом 100 лет (**табл. 14**). Согласно **табл. 14**, наибольшие значения фитомассы (210-450 т/га) соответствуют регионам, прилегающим к Атлантическому и Тихоокеанскому побережьям, а также регионам, расположенным на южном пределе ареала и наименьшие – северотаёжным регионам Сибири, где листовенничники произрастают на многолетней мерзлоте

Показатели фитомассы разных экорегионов различаются не только по абсолютной величине, но и по соотношениям массы разных фракций; например доля хвои в надземной фитомассе максимальная (5,0-7,3 %) в северной тайге Средней Сибири и Дальнего Востока, в листовенничниках на многолетней мерзлоте и минимальная (1,4-1,9%) в листовенничниках максимальной продуктивности с общим запасом фитомассы (210-450 т/га).

Таблица 9

Характеристика независимых аллометрических уравнений (6) для древостоев лиственницы

Компоненты регрессионных моделей											$adjR^2$ *						
Фракция кпшквасчя	P_t	A	H	D	N	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	0,929
	0,117 8	-0,0045	0,4126	1,9276	0,8816	$e^{0,5449 X_1}$	$e^{0,4893 X_2}$	$e^{0,3044 X_3}$	$e^{0,3895 X_4}$	$e^{0,5867 X_5}$	$e^{0,6192 X_6}$	$e^{0,4966 X_7}$	$e^{0,5633 X_8}$	$e^{0,4223 X_9}$	$e^{0,3616 X_{10}}$	$e^{0,2468 X_{11}}$	
Шаг 1																	
P_a	A	H	D	N	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}		0,937
0,1403	-0,0615	0,5003	1,8952	0,8307	$e^{0,2220 X_1}$	$e^{0,1519 X_2}$	$e^{0,0258 X_3}$	$e^{0,0308 X_4}$	$e^{0,5183 X_5}$	$e^{0,2958 X_6}$	$e^{0,2559 X_7}$	$e^{-0,2578 X_8}$	$e^{-0,1512 X_9}$	$e^{0,0399 X_{10}}$	$e^{-0,0457 X_{11}}$		
P_r	A	H	D	N	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}		0,765
0,0391	0,1389	0,4954	1,4246	0,7492	$e^{0,5892 X_1}$	$e^{0,2886 X_2}$	$e^{0,1678 X_3}$	$e^{0,7926 X_4}$	$e^{0,6324 X_5}$	$e^{0,8049 X_6}$	$e^{0,3876 X_7}$	$e^{0,9782 X_8}$	$e^{0,2912 X_9}$	$e^{0,4791 X_{10}}$	$e^{0,5403 X_{11}}$		
Шаг 2																	
P_c	A	H	D	N	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}		0,833
0,3620	-0,3316	0,0678	1,9388	0,7538	$e^{-0,0961 X_1}$	$e^{-0,3647 X_2}$	$e^{-0,4123 X_3}$	$e^{0,0005 X_4}$	$e^{0,1177 X_5}$	$e^{0,0393 X_6}$	$e^{-0,2755 X_7}$	$e^{-0,0631 X_8}$	$e^{-0,3609 X_9}$	$e^{-0,3598 X_{10}}$	$e^{-0,4764 X_{11}}$		
P_s	A	H	D	N	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}		0,929
0,0532	0,0234	0,7736	1,7536	0,8332	$e^{0,3015 X_1}$	$e^{0,3440 X_2}$	$e^{0,1616 X_3}$	$e^{0,1067 X_4}$	$e^{0,6391 X_5}$	$e^{0,3240 X_6}$	$e^{0,3843 X_7}$	$e^{-0,4261 X_8}$	$e^{-0,0708 X_9}$	$e^{0,1581 X_{10}}$	$e^{0,1073 X_{11}}$		
Шаг 3а																	
P_f	A	H	D	N	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}		0,824
0,1317	-0,5524	0,1686	2,0176	0,8425	$e^{0,3427 X_1}$	$e^{0,0103 X_2}$	$e^{-0,0706 X_3}$	$e^{0,6045 X_4}$	$e^{0,7496 X_5}$	$e^{0,6777 X_6}$	$e^{0,3760 X_7}$	$e^{0,6083 X_8}$	$e^{-0,2398 X_9}$	$e^{0,2200 X_{10}}$	$e^{-0,2458 X_{11}}$		
P_b	A	H	D	N	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}		0,804
0,2323	-0,2655	0,0383	1,9205	0,7200	$e^{-0,2118 X_1}$	$e^{-0,4288 X_2}$	$e^{-0,4760 X_3}$	$e^{-0,1666 X_4}$	$e^{-0,0145 X_5}$	$e^{-0,1403 X_6}$	$e^{-0,4521 X_7}$	$e^{-0,2590 X_8}$	$e^{-0,3827 X_9}$	$e^{-0,3037 X_{10}}$	$e^{-0,5138 X_{11}}$		
Шаг 3б																	
P_w	A	H	D	N	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}		0,913
0,0432	-0,0843	1,0759	1,5216	0,7924	$e^{0,7106 X_1}$	$e^{0,6344 X_2}$	$e^{0,4098 X_3}$	$e^{0,4705 X_4}$	$e^{0,9685 X_5}$	$e^{0,9157 X_6}$	$e^{0,6740 X_7}$	$e^{0,6655 X_8}$	$e^{-0,0387 X_9}$	$e^{0,5357 X_{10}}$	$e^{0,3935 X_{11}}$		
P_{bk}	A	H	D	N	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}		0,865
0,0217	-0,0595	0,8140	1,3568	0,8048	$e^{0,3719 X_1}$	$e^{0,7681 X_2}$	$e^{0,5487 X_3}$	$e^{0,5371 X_4}$	$e^{1,0496 X_5}$	$e^{1,1993 X_6}$	$e^{0,8018 X_7}$	$e^{0,2922 X_8}$	$e^{-0,4083 X_9}$	$e^{0,3324 X_{10}}$	$e^{0,2078 X_{11}}$		

* $adjR^2$ – коэффициент детерминации, скорректированный на число переменных.

Таблица 10
Трехшаговая аддитивная модель фракционного состава фитомассы древостоев лиственных пород, реализованная по принципу пропорционального взвешивания

Шаг 1	$Pt = 0,1178 A^{-0,0045} H^{0,4126} D^{1,9276} N^{0,8816} e^{0,5449 X1} e^{0,4893 X2} e^{-0,3044 X3} e^{0,3895 X4} e^{0,5867 X5} e^{-0,6192 X6} e^{-0,4966 X7} e^{0,5633 X8} e^{0,4223 X9} e^{-0,3616 X10} e^{0,2468 X11}$	$\times Pt$
	$Pa = 1+0,2791 A^{0,2004} H^{-0,0050} D^{-0,4706} N^{-0,0815} e^{0,3672 X1} e^{0,1366 X2} e^{0,1420 X3} e^{0,7618 X4} e^{0,1140 X5} e^{0,5090 X6} e^{0,1317 X7} e^{1,2360 X8} e^{0,4424 X9} e^{0,4392 X10} e^{0,5860 X11}$	$\times Pt$
Шаг 2	$Pc = 1+0,1470 A^{0,3551} H^{0,8414} D^{-0,1853} N^{0,0794} e^{0,3975 X1} e^{0,7087 X2} e^{0,5740 X3} e^{0,1063 X4} e^{0,5214 X5} e^{0,2847 X6} e^{-0,6598 X7} e^{-0,3629 X8} e^{0,2901 X9} e^{0,5179 X10} e^{0,5836 X11}$	$\times Pa$
	$Ps = 1+6,8026 A^{-0,3551} H^{-0,8414} D^{0,1853} N^{-0,0794} e^{-0,3975 X1} e^{-0,7087 X2} e^{-0,5740 X3} e^{-0,1063 X4} e^{-0,5214 X5} e^{-0,2847 X6} e^{-0,6598 X7} e^{0,3629 X8} e^{-0,2901 X9} e^{-0,5179 X10} e^{-0,5836 X11}$	$\times Pa$
Шаг 3а	$Pf = 1+1,7637 A^{0,2869} H^{0,1303} D^{-0,0971} N^{-0,1225} e^{-0,5545 X1} e^{-0,4390 X2} e^{-0,4054 X3} e^{-0,7711 X4} e^{-0,7641 X5} e^{-0,8180 X6} e^{-0,8281 X7} e^{-0,8673 X8} e^{-0,1429 X9} e^{-0,7237 X10} e^{-0,2681 X11}$	$\times Pc$
	$Pb = 1+0,5670 A^{-0,2869} H^{-0,1303} D^{0,0971} N^{0,1225} e^{0,5545 X1} e^{0,4390 X2} e^{0,4054 X3} e^{0,7711 X4} e^{0,7641 X5} e^{0,8180 X6} e^{0,8281 X7} e^{0,8673 X8} e^{0,1429 X9} e^{0,7237 X10} e^{0,2681 X11}$	$\times Pc$
Шаг 3б	$Pw = 1+0,5022 A^{0,0249} H^{-0,2619} D^{-0,1648} N^{0,0124} e^{-0,3387 X1} e^{0,1337 X2} e^{0,1388 X3} e^{0,0666 X4} e^{0,0811 X5} e^{0,2836 X6} e^{0,1277 X7} e^{-0,3733 X8} e^{-0,3696 X9} e^{-0,2033 X10} e^{-0,1857 X11}$	$\times Ps$
	$Pbk = 1+1,9911 A^{-0,0249} H^{0,2619} D^{0,1648} N^{-0,0124} e^{0,3387 X1} e^{-0,1337 X2} e^{-0,1388 X3} e^{-0,0666 X4} e^{-0,0811 X5} e^{-0,2836 X6} e^{-0,1277 X7} e^{0,3733 X8} e^{0,3696 X9} e^{0,2033 X10} e^{0,1857 X11}$	$\times Ps$

Таблица 11

Характеристика «приведённых» независимых аллометрических уравнений древостоев лиственных

Фракция фитомассы		Компоненты регрессионных моделей															
P_t	0,1178	$A^{-0,0045}$	$H^{0,4126}$	$D^{1,9276}$	$N^{-0,8816}$	$e^{0,5449X1}$	$e^{0,4893X2}$	$e^{0,3044X3}$	$e^{0,3895X4}$	$e^{0,5867X5}$	$e^{0,6192X6}$	$e^{0,4966X7}$	$e^{0,5633X8}$	$e^{0,4223X9}$	$e^{0,3616X10}$	$e^{0,2468X11}$	
P_a	0,0757	$A^{-0,0492}$	$H^{-0,4535}$	$D^{2,0332}$	$N^{-0,9117}$	$e^{0,5466X1}$	$e^{0,4213X2}$	$e^{0,3744X3}$	$e^{0,1716X4}$	$e^{0,6023X5}$	$e^{0,4402X6}$	$e^{0,5745X7}$	$e^{0,3411X8}$	$e^{0,4569X9}$	$e^{0,3528X10}$	$e^{0,2034X11}$	
P_r	0,0391	$A^{0,1389}$	$H^{-0,4954}$	$D^{1,4246}$	$N^{-0,7492}$	$e^{0,5892X1}$	$e^{0,2886X2}$	$e^{0,1678X3}$	$e^{0,7926X4}$	$e^{0,6324X5}$	$e^{0,8049X6}$	$e^{0,3876X7}$	$e^{0,9782X8}$	$e^{0,2912X9}$	$e^{0,4791X10}$	$e^{0,5403X11}$	
P_c	0,1331	$A^{-0,2764}$	$H^{-0,0875}$	$D^{1,9877}$	$N^{-0,7660}$	$e^{0,8054X1}$	$e^{0,2260X2}$	$e^{0,4462X3}$	$e^{0,3673X4}$	$e^{0,3624X5}$	$e^{0,4652X6}$	$e^{0,3334X7}$	$e^{0,5287X8}$	$e^{-0,0584X9}$	$e^{0,3173X10}$	$e^{0,1162X11}$	
P_s	0,0392	$A^{-0,0104}$	$H^{-0,8086}$	$D^{1,7957}$	$N^{-0,8930}$	$e^{0,5083X1}$	$e^{0,5503X2}$	$e^{0,3955X3}$	$e^{0,3852X4}$	$e^{0,6948X5}$	$e^{0,4551X6}$	$e^{0,6744X7}$	$e^{0,3366X8}$	$e^{0,4773X9}$	$e^{0,3873X10}$	$e^{0,3094X11}$	
P_f	0,0688	$A^{-0,4916}$	$H^{-0,2355}$	$D^{2,0358}$	$N^{-0,8899}$	$e^{1,0055X1}$	$e^{0,3484X2}$	$e^{0,6702X3}$	$e^{0,9501X4}$	$e^{0,6501X5}$	$e^{1,0035X6}$	$e^{0,7977X7}$	$e^{0,9110X8}$	$e^{-0,3078X9}$	$e^{0,7013X10}$	$e^{0,1395X11}$	
P_b	0,0719	$A^{-0,2033}$	$H^{-0,0024}$	$D^{1,9407}$	$N^{-0,7338}$	$e^{0,7667X1}$	$e^{0,2628X2}$	$e^{0,4350X3}$	$e^{0,2447X4}$	$e^{0,3355X5}$	$e^{0,3620X6}$	$e^{0,2520X7}$	$e^{0,4468X8}$	$e^{-0,0486X9}$	$e^{0,2370X10}$	$e^{0,1645X11}$	
P_w	0,0432	$A^{-0,0843}$	$H^{1,0759}$	$D^{1,5216}$	$N^{-0,7924}$	$e^{0,7106X1}$	$e^{0,6344X2}$	$e^{0,4098X3}$	$e^{0,4705X4}$	$e^{0,9685X5}$	$e^{0,9157X6}$	$e^{0,6740X7}$	$e^{0,6655X8}$	$e^{-0,0387X9}$	$e^{0,5357X10}$	$e^{0,3935X11}$	
P_{bk}	0,0217	$A^{-0,0595}$	$H^{-0,8140}$	$D^{1,3568}$	$N^{-0,8048}$	$e^{0,3719X1}$	$e^{0,7681X2}$	$e^{0,5487X3}$	$e^{0,5371X4}$	$e^{1,0496X5}$	$e^{1,1993X6}$	$e^{0,8018X7}$	$e^{0,2922X8}$	$e^{-0,4083X9}$	$e^{0,3324X10}$	$e^{0,2078X11}$	

Таблица 13

Характеристика рекурсивной системы вспомогательных уравнений для массообразующих показателей

Массообразующие показатели		Компоненты регрессионных моделей											$adjR^{2*}$			
$\ln H$	0,9617	0,4808 $\ln A$	-	-	-0,0342 $X1$	-0,0294 $X2$	-0,6824 $X3$	-0,9385 $X4$	-0,3890 $X5$	-0,3641 $X6$	-0,8561 $X7$	-0,8834 $X8$	0,0088 $X9$	-0,2439 $X10$	-0,0957 $X11$	0,502
$\ln D$	-0,1481	0,2529 $\ln A$	0,8315 $\ln H$	-	-0,3687 $X1$	-0,1247 $X2$	-0,5305 $X3$	-0,6245 $X4$	-0,4684 $X5$	-0,4754 $X6$	-0,6799 $X7$	-0,6115 $X8$	-0,4697 $X9$	-0,4823 $X10$	-0,1420 $X11$	0,887
$\ln N$	3,8383	-0,3753 $\ln A$	1,2774 $\ln H$	-2,0894 $\ln D$	0,4003 $X1$	0,5361 $X2$	-0,0170 $X3$	0,0163 $X4$	0,2376 $X5$	-0,3495 $X6$	0,1233 $X7$	0,1519 $X8$	0,5846 $X9$	-0,1540 $X10$	0,0706 $X11$	0,691

Таблица 12

Сравнение показателей адекватности независимых и аддитивных уравнений фитомассы лиственничных древостоев, рассчитанных с их регионализацией путем введения фиктивных переменных

Показатели	Фракции фитомассы*								
	P_t	P_a	P_r	P_s	P_w	P_{bk}	P_c	P_b	P_f
Независимые уравнения									
R^2	0,950	0,958	0,768	0,958	0,959	0,677	0,793	0,808	0,672
Аддитивные уравнения									
R^2	0,950	0,952	0,770	0,955	0,957	0,664	0,685	0,671	0,599

* Обозначения см. уравнение (5).

Таблица 14

Фрагменты аддитивной таблицы фитомассы древостоев лиственницы в возрасте 100 лет (т абсолютно сухой массы на 1 га) по экорегионам

Эко-регион	Вид	H, м	D, см	N, тыс. экз/га	Фитомасса, т/га								
					P_t	P_a	P_c	P_f	P_b	P_r	P_s	P_w	P_{bk}
ЗСЕ	<i>L. decidua</i>	25,7	42,0	0,3	181,0	159,8	25,7	2,8	23,0	21,2	134,1	118,9	15,2
ЕР	<i>L. sukaczewii</i>	24,8	28,2	0,9	407,4	336,7	34,0	6,5	27,5	70,7	302,7	275,3	27,4
Гст	<i>L. sukaczewii</i>	24,9	36,2	0,6	447,0	387,7	31,5	5,4	26,1	59,3	356,2	309,1	47,1
ЗСс	<i>L. sibirica</i>	13,0	14,0	1,1	77,0	62,6	7,7	1,3	6,4	14,4	54,9	45,2	9,7
ССс	<i>L. gmelinii</i>	10,1	10,3	1,5	56,7	38,3	7,8	1,9	5,9	18,4	30,5	24,9	5,6
ССюг	<i>L. sibirica</i>	17,4	19,0	1,1	206,1	172,7	18,8	4,3	14,5	33,4	153,9	130,7	23,3
ЗБ	<i>L. gmelinii</i>	17,9	19,3	0,6	132,0	101,6	14,0	3,2	10,8	30,4	87,7	72,2	15,5
ВС	<i>L. cajanderi</i>	10,9	10,4	1,8	78,8	63,1	7,5	1,9	5,6	15,8	55,6	45,0	10,5
ДВс	<i>L. cajanderi</i>	10,6	10,9	1,6	83,2	47,7	13,4	3,5	9,9	35,5	34,3	30,0	4,3
ДВюг	<i>L. olgensis</i>	25,9	26,4	1,2	450,5	367,4	38,1	5,3	32,8	83,1	329,3	300,2	29,1
Кит	<i>L. gmelinii</i>	20,1	21,2	0,7	147,0	116,4	12,0	2,6	9,4	30,6	104,4	92,7	11,7
Яп	<i>L. leptolepis</i>	23,3	33,6	0,4	208,8	166,2	16,2	2,3	13,9	42,6	150,0	134,7	15,3

Заключение

Таким образом, впервые на уникальных по объёму базам фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев рода *Larix* разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы лиственницы, и тем самым решена совмещенная проблема аддитивности и всеобщности моделей. Модель фитомассы деревьев гармонизирована двояко: в ней устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, она учитывает региональные (и соответственно, видовые) различия равно-великих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре.

Аддитивная модель фитомассы древостоев гармонизирована также по двум уровням, один из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а второй связан с вводом «фиктивных» переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии. Полученная модель демонстрирует различия фитомассы древостоев не только по абсолютным ее значениям для стволов, хвои, ветвей и корней, но и по их соотношениям, т.е. по структуре фитомассы. Предложенные модели и соответствующие таблицы для оценки фитомассы деревьев и древостоев лиственницы дают возможность определения их фитомассы в различных экорегионах Евразии по данным измерительной таксации.

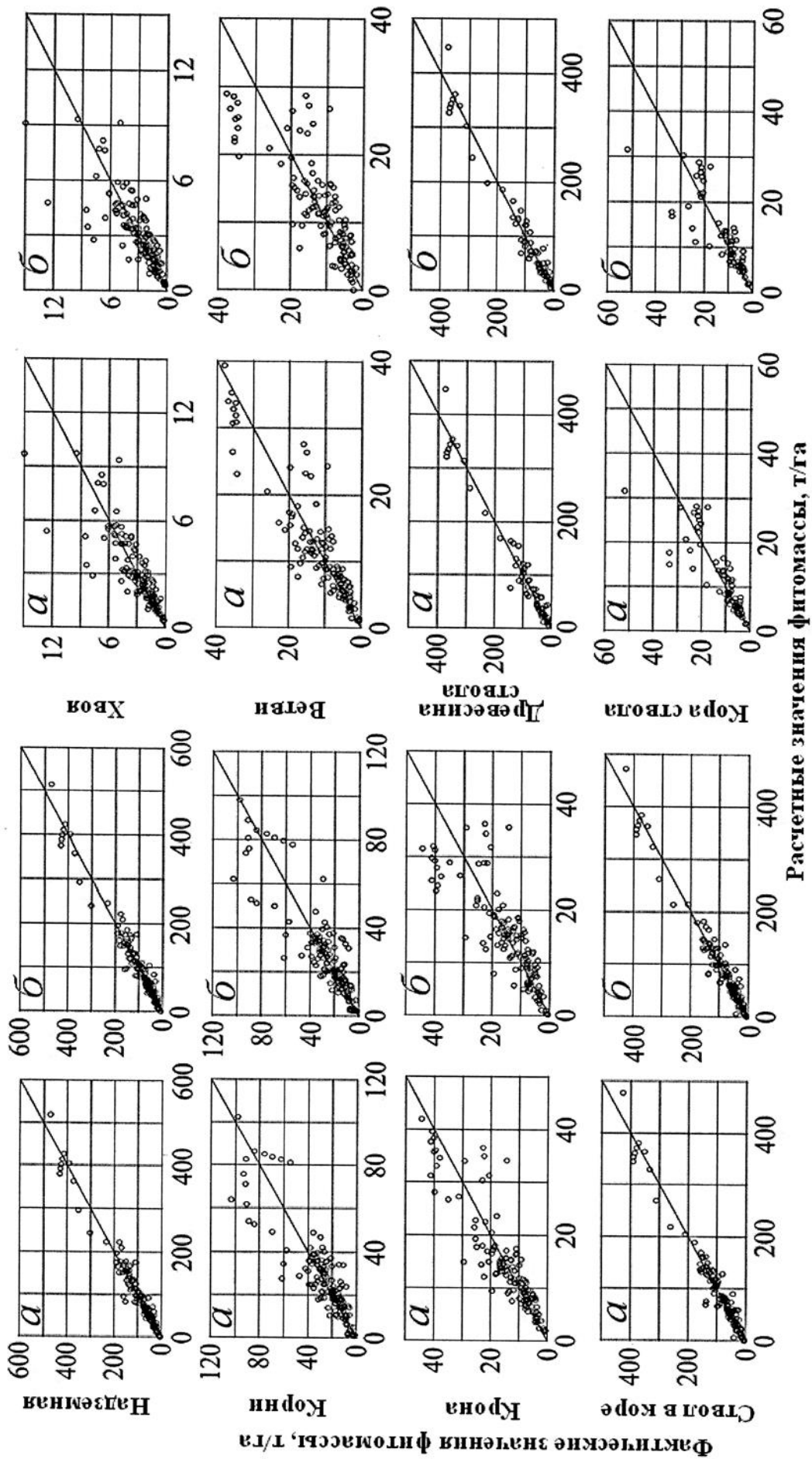


Рис. 5. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчетом по независимым (а) и аддитивным (б) моделям фитомассы лиственных древостоев.

Список использованной литературы

Усольцев В.А. Фитомасса и первичная продукция лесов Евразии. Екатеринбург: УрО РАН, 2010. 570 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/2606>).

Усольцев В.А. Фитомасса модельных деревьев лесообразующих пород Евразии: база данных, климатически обусловленная география, таксационные нормативы. Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2016. 336 с. ISBN 978-5-94984-568-4 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/5696>).

Усольцев В.А., Колчин К.В., Воронов М.П. Фиктивные переменные и смещения всеобщих аллометрических моделей при локальной оценке фитомассы деревьев (на примере *Picea* L.) // Эко-потенциал. 2017. № 1 (17). С. 22-39 (<http://elar.usfeu.ru/bitstream/123456789/6502/1/eko-17-02.pdf>)

Усольцев В.А., Цепордей И.С., Шубаири С.О.Р., Дар Дж.А., Часовских В.П. Аддитивные аллометрические модели фитомассы деревьев и древостоев двухвойных со-сен как основа региональных таксационных нормативов для Евразии // Эко-потенциал. 2018. № 1 (21). С. 27-47 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/7261>).

Baskerville G. L. Use of logarithmic regression in the estimation of plant biomass // Canadian Journal of Forest Research. 1972. Vol. 2. P. 49-53.

Bi H., Long Y., Turner J., Lei Y., Snowdon P., Li Y., Harper R., Zerihun A., Ximenes F. Additive prediction of aboveground biomass for *Pinus radiata* (D. Don) plantations // Forest Ecology and Management. 2010. Vol. 259. P. 2301-2314.

Cunia T., Briggs R.D. Forcing additivity of biomass tables: some empirical results // Canadian Journal of Forest Research. 1984. Vol. 14. P. 376-384.

Dong L., Zhang L., Li F. A three-step proportional weighting system of nonlinear biomass equations // Forest Science. 2015. Vol. 61. No. 1. P. 35-45.

Fu L. Y., Zeng W.S., Tang S.Z., Sharma R.P., Li H.K. Using linear mixed model and dummy variable model approaches to construct compatible single-tree biomass equations at different scales – A case study for Masson pine in Southern China // Journal of Forest Science. 2012. Vol. 58. No. 3. P. 101–115.

Reed D.D., Green E.J. A method of forcing additivity of biomass tables when using nonlinear models // Canadian Journal of Forest Research. 1985. Vol. 15. P. 1184-1187.

Tang S., Zhang H., Xu H. Study on establish and estimate method of compatible biomass model // Scientia Silvae Sinica. 2000. Vol. 36. P. 19–27 (in Chinese with English abstract).

Usoltsev V.A. Forest biomass and primary production database for Eurasia. CD-version. The second edition, enlarged and re-harmonized. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University, 2013. ISBN 978-5-94984-438-0 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3059>).

Usoltsev V.A. Sample tree biomass data for Eurasian forests. CD-version in English and Russian. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University. 2015. ISBN 978-5-94984-521-9 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/4931>).

Usoltsev V.A. Single-tree biomass data for remote sensing and ground measuring of Eurasian forests. CD-version in English and Russian. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University. 2016. ISBN 978-5-94984-600-1 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/6103>).

Работа выполнена в рамках Государственного задания Ботанического сада УрО РАН.

Рецензент статьи: доктор сельскохозяйственных наук, профессор С.В. Залесов.