

УДК 630\*52:630\*174.754

*В.А. Усольцев<sup>1,2</sup>, И.С. Цепордей<sup>2</sup>, В.П. Часовских<sup>1</sup>, А.А. Осмирко<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Уральский государственный лесотехнический университет, г. Екатеринбург

<sup>2</sup> Ботанический сад УрО РАН, г. Екатеринбург

## АДДИТИВНЫЕ РЕГИОНАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ФИТОМАССЫ ДЕРЕВЬЕВ И ДРЕВОСТОЕВ ЕВРАЗИИ. СООБЩЕНИЕ 2: РОД *Betula* L.

**Ключевые слова:** березовые насаждения, биосферная роль лесов, фитомасса деревьев и древостоев, аллометрические модели, пробные площади, биологическая продуктивность, аддитивность уравнений, трансконтинентальные таблицы фитомассы.

Впервые на уникальных по объёму базам фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев на примере рода *Betula* L. разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы березы, и тем самым решена проблема совмещения аддитивности и всеобщности моделей. Модель фитомассы деревьев гармонизирована двояко: в ней устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, она учитывает региональные различия равновеликих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре. Аддитивная модель фитомассы древостоев гармонизирована также по двум уровням, один из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а второй связан с вводом «фиктивных» переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии. Модель демонстрирует различия фитомассы древостоев не только по абсолютным ее значениям для стволов, хвои, ветвей и корней, но и по их соотношениям, т.е. по структуре фитомассы. Предложенные модели и соответствующие таблицы для оценки фитомассы деревьев и древостоев березы дают возможность определения их фитомассы в различных экорегионах Евразии по данным измерительной таксации.

-----  
*V.A. Usoltsev, I.S. Tsepordey, V.P. Chasovskikh, A.A. Osmirko*

## ADDITIVE REGIONAL MODELS OF TREE AND STAND BIOMASS FOR EURASIA. MESSAGE 2: GENUS *Betula* sp.

**Key words:** genus *Betula* sp., equations additivity, biosphere role of forests, biomass of trees and forests, allometric models, sample plots, biological productivity, transcontinental tables of biomass.

When using the unique in terms of the volumes of databases on the levels of a tree and stand of the genus *Betula* sp., the trans-Eurasian additive allometric models of biomass of trees and forests for Eurasian birch forests are developed for the first time, and thereby the combined problem of model additivity and generality is solved. The additive model of tree biomass of *Betula* is harmonized in two ways: it eliminated the internal contradictions of the component and the total biomass equations, and in addition, it takes into account regional differences of trees of equal sizes not only on total, aboveground and underground biomass, but also on its component structure, i.e. it reflects the regional peculiarities of the component structure of tree biomass. The additive model of forest biomass of *Betula* is harmonized in two levels too, one of which provides the principle of additivity of biomass components, and

the second one is associated with the introduction of dummy independent variables localizing model for eco-regions of Eurasia.

В предыдущем и настоящем выпусках журнала «Эко-потенциал» впервые на уникальных по объёму базах фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев на примере подрода *Pinus* L. (Усольцев и др., 2018) и рода *Larix* Mill. разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы сосны и лиственницы, и тем самым решена совмещенная проблема аддитивности и всеобщности моделей. Модели фитомассы деревьев гармонизированы двояко: в них устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, они учитывают региональные различия равновеликих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре. Аддитивная модель фитомассы древостоев подрода *Pinus* L. гармонизирована по трем уровням, один из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, второй связан с вводом «фиктивных» переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии, и третий согласовывает структуру фитомассы сосновых культур и естественных сосняков посредством бинарной переменной. Аддитивная модель фитомассы древостоев рода *Larix* не включает деление исходных данных по происхождению древостоев и соответственно гармонизирована по двум уровням. Модели показывают различия фитомассы древостоев не только по абсолютным ее значениям для стволов, хвои, ветвей и корней, но и по их соотношениям, т.е. по структуре фитомассы.

В настоящей статье предпринята первая попытка разработки локализованных по регионам Евразии аддитивных аллометрических моделей фитомассы деревьев и древостоев еще одной лесообразующей породы - берёзы (род *Betula* L.). Эти модели послужат основой для составления региональных трансевразийских нормативов для оценки фитомассы деревьев и древостоев березы.

### Объекты и методы

В последние годы для территории всей Евразии были впервые сформированы и опубликованы базы данных о фитомассе деревьев в количестве 7300 определений (Усольцев, 2016; Usoltsev, 2016) и древостоев лесообразующих пород в количестве более 8000 определений на пробных площадях (Usoltsev, 2013). Более 70% материалов приходится на территорию России и страны бывшего СССР. Род *Betula* L. включает в себя около 120 видов, из которых данные о фитомассе деревьев имеются по 7 и о фитомассе древостоев - по 13 из них.

Из упомянутых баз данных взяты материалы в количестве 1076 модельных деревьев четырех викарирующих видов рода *Betula* (соответственно *B. alba* L., *B. platyphylla* Suk., *B. costata* Trautv. и *B. dahurica* Pall.), распределенных по 11 экорегионам и обозначенных соответственно 11 фиктивными переменными от  $X_0$  до  $X_{10}$  (табл. 1). Распределение пробных площадей, на которых взяты модельные деревья в экорегионах Евразии, показано на рис. 1.

Таблица 1. Схема кодирования фиктивными переменными региональных массивов фактических данных фитомассы 1076 деревьев березы

Регион*	Вид <i>Betula L.</i>	Блок фиктивных переменных										Диапазон диаметров деревя, см	Диапазон высот деревя, м	Число наблюдений
		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$			
ЗСЕ	<i>B. alba L.</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5÷21,0	2,1÷18,8	12
ЕР	<i>B. alba L.</i>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9÷41,8	2,2÷27,1	160
Ур	<i>B. alba L.</i>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0÷31,0	2,7÷26,4	193
ЗСст	<i>B. alba L.</i>	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0,5÷48,0	1,7÷25,0	571
СС	<i>B. alba L.</i>	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0,2÷44,7	1,5÷26,6	64
ДВсев	<i>B. platyphylla S.</i>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	6,7÷27,1	6,6÷14,2	5
ДВюг	<i>B. platyphylla S.</i>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	9,1÷30,5	12,5÷26,0	7
ДВюг	<i>B. costata Tr.</i>	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	8,6÷30,2	15,3÷20,9	7
ДВюг	<i>B. dahurica Pall.</i>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	9,8÷30,8	13,7÷20,4	7
Кит	<i>B. platyphylla S.</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0,2÷28,0	1,5÷20,0	17
Яп	<i>B. platyphylla S.</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4,3÷16,4	7,2÷19,8	33

\* Обозначения регионов здесь и далее: ЗСЕ – Западная и Средняя Европа, широколиственные леса; ЕР – Европейская часть России, центральная часть; Ур – средний и южный Урал; ЗСст – Западная Сибирь, степь; СС – Средняя Сибирь, южная тайга; ДВсев – Дальний Восток, северная тайга; ДВюг – Дальний Восток, Приморье; Кит – Северо-Восточный Китай и Монголия; Яп – Японские острова.



Рис. 1. Распределение пробных площадей, на которых выполнены измерения фитомассы (кг) 1076 деревьев берёзы (*Betula L.*) на территории Евразии.

Вторая база данных, использованная в наших расчетах, содержит материалы 520 пробных площадей с определениями фитомассы берёзовых древостоев (т/га). Род *Betula L.* представлен в наших расчетах пятью видами (соответственно *B. alba L.*, *B. tortuosa Ldb.*, *B. platyphylla Suk.*, *B. ermanii Cham.*, *B. costata Trautv.*), распределенными по 11 экорегионам и обозначенными соответственно 11 фиктивными переменными от  $X_0$  до  $X_{10}$  (табл. 2). Распределение пробных площадей, на которых определена фитомасса берёзовых древостоев в экорегионах Евразии, показано на рис. 2.

Таблица 2. Схема кодирования региональных массивов фактических данных фитомассы 520 древостоев березы

Регион*	Вид <i>Betula L.</i>	Блок фиктивных переменных										Диапазоны:				Число наблюдений
												возраста, лет	густоты, тыс. экз/га	среднего диаметра, см	средней высоты, м	
		X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>	X <sub>10</sub>					
ЗСЕ	<i>B. alba L.</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8÷80	0,35÷14,15	1,8÷28,5	2,1÷26,5	89
ЕРсев	<i>B. alba L.</i>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10÷110	0,69÷27,6	1,9÷20,3	2,0÷25,1	41
ЕРюг	<i>B. alba L.</i>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	5÷95	0,28÷304,0	1,1÷31,2	1,7÷30,3	161
Ур	<i>B. alba L.</i>	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5÷67	0,77÷42,9	1,1÷22,0	2,6÷23,4	44
ЗСст	<i>B. alba L.</i>	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5÷100	0,29÷43,4	2,0÷33,0	3,1÷25,8	66
ССсев	<i>B. alba L.</i> <i>B. tortuosa L.</i>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	37÷100	0,38÷5,92	5,0÷24,0	4,0÷23,6	20
ССюг	<i>B. alba L.</i>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	15÷100	0,33÷10,17	4,4÷30,2	1,5÷25,1	68
ВС	<i>B. alba L.</i> <i>B. ermanii Ch.</i>	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	13÷175	0,26÷83,6	1,0÷32,4	2,0÷19,0	9
ДВюг	<i>B. costata Tr.</i>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	60÷190	0,15÷5,34	25,0÷48,2	15,3÷26,1	10
Кит	<i>B. platyphylla S.</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	35÷100	0,50÷1,64	12,3÷20,0	10,6÷20,0	5
Яп	<i>B. platyphylla S.</i> <i>B. ermanii Ch.</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	10÷47	0,27÷20,06	2,7÷23,5	4,3÷22,5	7

\*ЗСЕ – Западная и Средняя Европа, широколиственные леса; ЕРсев – Европейская часть России, север; ЕРюг – Европейская часть России, юг; Ур – Урал; ЗСст – Западная Сибирь, степь и лесостепь; ССсев – Средняя Сибирь, северная часть; ССюг – Средняя Сибирь, южная часть; ВС – Восточная Сибирь, северная тайга; ДВюг – Приморье; Кит – Северо-Восточный Китай; Яп – Японские острова.

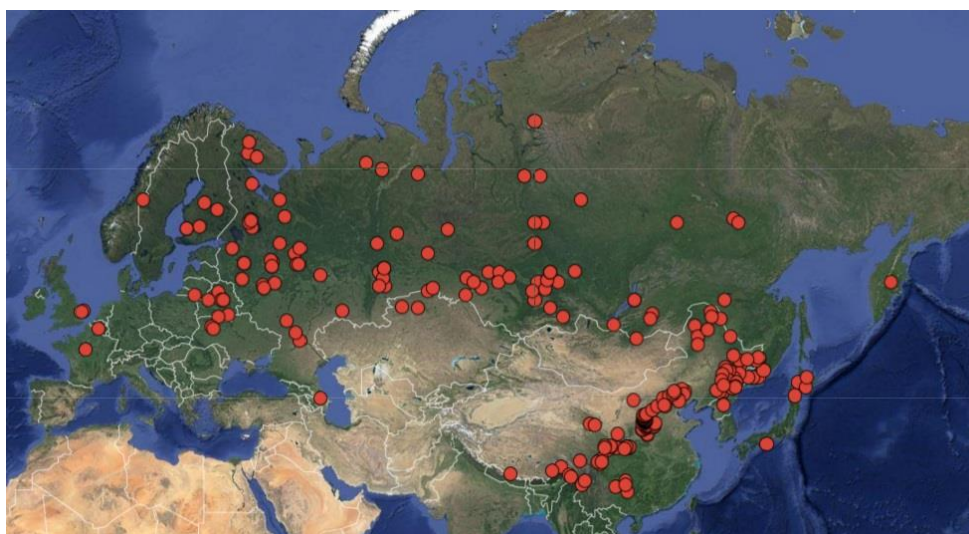


Рис. 2. Распределение пробных площадей с измерениями фитомассы (т/га) 520 насаждений берёзы (род *Betula L.*) на территории Евразии.

Анализ фитомассы деревьев и древостоев выполнен на основе аллометрических аддитивных моделей. Согласно структуре «дисагрегированной» (расчленяемой) (disaggregation model) трехшаговой аддитивной системы моделей (Tang et al., 2000; Dong et al., 2015), общая фитомасса, оцененная по исходному уравнению, расчленяется на фракции согласно схеме, представленной на рис. 3. Коэффициенты регрессионных моделей всех трех шагов оцениваются одновременно, что обеспечивает аддитивность фитомассы всех фракций - общей, промежуточных и исходных (Dong et al., 2015).

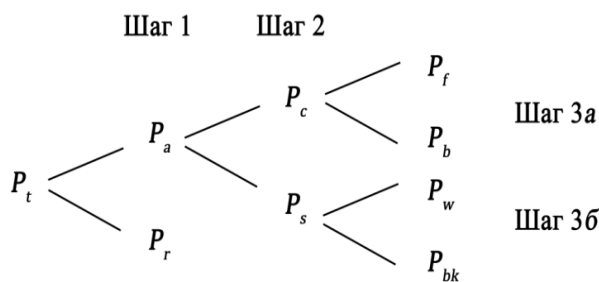


Рис. 3. Блок-схема «дисагрегированной» (расчленяемой) трехшаговой аддитивной модели фитомассы. Обозначения:  $P_t$ ,  $P_r$ ,  $P_a$ ,  $P_c$ ,  $P_s$ ,  $P_f$ ,  $P_b$ ,  $P_w$  и  $P_{bk}$  – соответственно фитомасса дерева (кг) или древостоя (т/га): общая, подземная (корней), надземная, кроны (хвои и ветвей), ствола (древесины и коры), хвои, ветвей, древесины ствола и коры ствола, кг.

## Результаты и обсуждение

### 1 Аддитивная модель фитомассы на уровне деревьев

Рассчитаны исходные аллометрические модели

$$\ln P_i = a_i + b_i (\ln D) + c_i (\ln H) + d_i (\ln D)(\ln H) + \sum g_{ij} X_j, \quad (1)$$

где  $P_i$  – фитомасса  $i$ -й фракции, кг;  $D$  – диаметр ствола на высоте груди, см;  $H$  – высота дерева, м;  $i$  – индекс фракций фитомассы: общей ( $t$ ), надземной ( $a$ ), корней ( $r$ ), кроны ( $c$ ), ствола в коре ( $s$ ), листвы ( $f$ ), ветвей ( $b$ ), древесины ствола ( $w$ ) и коры ствола ( $bk$ );  $j$  – индекс (код) фиктивной переменной, от 0 до 10 (см. табл. 1).  $\sum g_{ij} X_j$  – блок фиктивных переменных для  $i$ -й фракции фитомассы  $j$ -го экорегиона. Модель (1) после потенцирования имеет вид

$$P_i = e^{a_i} D^{b_i} H^{c_i} D^{d_i(\ln H)} e^{\sum g_{ij} X_j}. \quad (2)$$

По программе многофакторного регрессионного анализа Statgraphics выполнен расчет коэффициентов уравнений (1) и получена их характеристика, которая после введения поправок на логарифмическое преобразование по Г.Л. Баскервиллю (Baskerville, 1972) и приведения ее к виду (2) дана в табл. 3. Все регрессионные коэффициенты уравнений (2) при численных переменных значимы на уровне вероятности  $P_{0,95}$  и выше, и уравнения адекватны исходным данным.

Путем подстановки регрессионных коэффициентов независимых уравнений из табл. 3 в структуру аддитивной модели, модифицированную авторами и представленную в табл. 4, по трехшаговой схеме пропорционального взвешивания получили трансконтинентальную аддитивную модель фракционного состава фитомассы деревьев березы с двойной гармонизацией, окончательный вид которой дан в табл. 5.

Модель действительна в диапазоне фактических данных высоты и диаметра ствола модельных деревьев, приведенных в табл. 1. Путем табулирования полученной модели (табл. 5) по задаваемым значениям  $D$  и  $H$  и по значениям фиктивных переменных, локализирующих общую модель по экорегионам, можно получить в итоге региональные нормативы, аддитивные по фракциям фитомассы и предназначенные для ее оценки в березовых древостоях Евразии. В частности, для уральского региона подобный региональный норматив показан в табл. 6.

Таблица 3. Характеристика независимых (исходных) аллометрических уравнений деревьев берёзы

Фракция фито-массы		Компоненты регрессионных уравнений													$adjR^2$ *												
$P_t$	0,3509	$D^{1,7784}$	$H^{-0,1937}$	$D^{0,2073}$	$(lnH)$	$e^{-0,2349}$	$X1$	$e^{-0,3636}$	$X2$	$e^{-0,3496}$	$X3$	$e^{-0,3294}$	$X4$	$e^{-0,4561}$	$X5$	$e^{-0,0021}$	$X6$	$e^{0,0041}$	$X7$	$e^{-0,2068}$	$X8$	$e^{-0,1679}$	$X9$	$e^{-0,2028}$	$X10$	0,994	
Шаг 1																											
$P_a$	0,1287	$D^{1,0769}$	$H^{-0,6626}$	$D^{0,2486}$	$(lnH)$	$e^{-0,2487}$	$X1$	$e^{-0,2954}$	$X2$	$e^{-0,1805}$	$X3$	$e^{-0,1782}$	$X4$	$e^{0,0387}$	$X5$	$e^{-0,0216}$	$X6$	$e^{0,1165}$	$X7$	$e^{-0,0082}$	$X8$	$e^{0,0302}$	$X9$	$e^{-0,1651}$	$X10$	0,990	
$P_r$	0,1638	$D^{2,5829}$	$H^{-0,9141}$	$D^{0,0918}$	$(lnH)$	$e^{-0,5537}$	$X1$	$e^{-1,1927}$	$X2$	$e^{-0,8986}$	$X3$	$e^{-0,7439}$	$X4$	$e^{-1,3328}$	$X5$	$e^{-0,8333}$	$X6$	$e^{-0,8880}$	$X7$	$e^{-1,3743}$	$X8$	$e^{-0,7917}$	$X9$	$e^{-0,5880}$	$X10$	0,967	
Шаг 2																											
$P_c$	0,1153	$D^{1,1568}$	$H^{-0,4012}$	$D^{0,4081}$	$(lnH)$	$e^{-0,3841}$	$X1$	$e^{-0,7432}$	$X2$	$e^{-0,2525}$	$X3$	$e^{-0,1988}$	$X4$	$e^{0,5069}$	$X5$	$e^{-0,2363}$	$X6$	$e^{0,3783}$	$X7$	$e^{-0,3157}$	$X8$	$e^{-0,1169}$	$X9$	$e^{-0,1624}$	$X10$	0,943	
$P_s$	0,0665	$D^{1,0942}$	$H^{0,9481}$	$D^{0,1975}$	$(lnH)$	$e^{-0,2284}$	$X1$	$e^{-0,2172}$	$X2$	$e^{-0,1726}$	$X3$	$e^{-0,1740}$	$X4$	$e^{-0,1744}$	$X5$	$e^{-0,0144}$	$X6$	$e^{0,0278}$	$X7$	$e^{0,0237}$	$X8$	$e^{0,0670}$	$X9$	$e^{-0,1711}$	$X10$	0,993	
Шаг 3а																											
$P_f$	0,0234	$D^{1,1594}$	$H^{-0,2395}$	$D^{0,2566}$	$(lnH)$	$e^{0,3068}$	$X1$	$e^{-0,1476}$	$X2$	$e^{0,4016}$	$X3$	$e^{0,4573}$	$X4$	$e^{0,8753}$	$X5$	$e^{-0,1733}$	$X6$	$e^{0,3476}$	$X7$	$e^{-0,4908}$	$X8$	$e^{0,3481}$	$X9$	$e^{-0,0632}$	$X10$	0,904	
$P_b$	0,0687	$D^{1,2209}$	$H^{-0,3259}$	$D^{0,4186}$	$(lnH)$	$e^{-0,5630}$	$X1$	$e^{-0,8970}$	$X2$	$e^{-0,4210}$	$X3$	$e^{-0,3575}$	$X4$	$e^{0,4425}$	$X5$	$e^{-0,3184}$	$X6$	$e^{0,3238}$	$X7$	$e^{-0,3648}$	$X8$	$e^{-0,2313}$	$X9$	$e^{-0,1679}$	$X10$	0,942	
Шаг 3б																											
$P_w$	0,0293	$D^{1,1321}$	$H^{1,1330}$	$D^{0,1577}$	$(lnH)$	$e^{-0,0304}$	$X1$	$e^{0,1412}$	$X2$	$e^{0,1288}$	$X3$	$e^{0,2478}$	$X4$	$e^{0,2345}$	$X5$	$e^{0,3634}$	$X6$	$e^{0,4312}$	$X7$	$e^{0,3657}$	$X8$	$e^{0,3273}$	$X9$	$e^{0,1128}$	$X10$	0,992	
$P_{bk}$	0,0161	$D^{1,2064}$	$H^{0,4611}$	$D^{0,2395}$	$(lnH)$	$e^{-0,0891}$	$X1$	$e^{-0,0997}$	$X2$	$e^{0,2927}$	$X3$	$e^{0,0238}$	$X4$	$e^{-0,2669}$	$X5$	$e^{0,0563}$	$X6$	$e^{-0,0850}$	$X7$	$e^{0,3147}$	$X8$	$e^{0,4878}$	$X9$	$e^{-0,0279}$	$X10$	0,976	

\*  $adjR^2$  – коэффициент детерминации, скорректированный на число наблюдений.

Таблица 5. Трехшаговая аддитивная модель фракционного состава фитомассы деревьев берёзы, реализованная по принципу пропорционального взвешивания

Шаг 1	$Pt = 0,3509 D^{1,7784} H^{-0,1937} D^{0,2073(\ln H)} e^{-0,2349X1} e^{-0,3636X2} e^{-0,3496X3} e^{-0,3294X4} e^{-0,4561X5} e^{-0,0021X6} e^{0,0041X7} e^{-0,2068X8} e^{-0,1679X9} e^{-0,2028X10}$
	$Pa = \frac{1+1,2722 D^{1,5061} H^{-1,5766} D^{-0,1568(\ln H)} e^{-0,3050X1} e^{-0,8973X2} e^{-0,7181X3} e^{-0,5657X4} e^{-1,3714X5} e^{-0,8117X6} e^{-1,0045X7} e^{-1,3660X8} e^{-0,8219X9} e^{-0,4229X10}}{\times Pt}$
	$Pr = \frac{1+0,7860 D^{-1,5061} H^{1,5766} D^{0,1568(\ln H)} e^{0,3050X1} e^{0,8973X2} e^{0,7181X3} e^{0,5657X4} e^{1,3714X5} e^{0,8117X6} e^{1,0045X7} e^{1,3660X8} e^{0,8219X9} e^{0,4229X10}}{\times Pt}$
Шаг 2	$Pc = \frac{1+0,5769 D^{-0,0626} H^{1,3493} D^{-0,2106(\ln H)} e^{0,1556X1} e^{0,5260X2} e^{0,0799X3} e^{0,0248X4} e^{-0,6813X5} e^{0,2219X6} e^{-0,3504X7} e^{0,3394X8} e^{0,1840X9} e^{-0,0087X10}}{\times Pa}$
	$Ps = \frac{1+1,7333 D^{0,0626} H^{-1,3493} D^{0,2106(\ln H)} e^{-0,1556X1} e^{-0,5260X2} e^{-0,0799X3} e^{-0,0248X4} e^{0,6813X5} e^{-0,2219X6} e^{0,3504X7} e^{-0,3394X8} e^{-0,1840X9} e^{0,0087X10}}{\times Pa}$
Шаг 3а	$Pf = \frac{1+2,9390 D^{0,0616} H^{-0,0864} D^{0,1620(\ln H)} e^{-0,8698X1} e^{-0,7495X2} e^{-0,8226X3} e^{-0,8148X4} e^{-0,4328X5} e^{-0,1450X6} e^{-0,0239X7} e^{0,1260X8} e^{-0,5794X9} e^{-0,1047X10}}{\times Pc}$
	$Pb = \frac{1+0,3402 D^{-0,0616} H^{0,0864} D^{-0,1620(\ln H)} e^{0,8698X1} e^{0,7495X2} e^{0,8226X3} e^{0,8148X4} e^{0,4328X5} e^{0,1450X6} e^{0,0239X7} e^{-0,1260X8} e^{0,5794X9} e^{0,1047X10}}{\times Pc}$
Шаг 3б	$Pw = \frac{1+0,5496 D^{0,0743} H^{-0,6718} D^{0,0819(\ln H)} e^{-0,0587X1} e^{-0,2409X2} e^{0,1638X3} e^{-0,2220X4} e^{-0,5014X5} e^{-0,3071X6} e^{-0,5162X7} e^{-0,0510X8} e^{0,1605X9} e^{-0,1407X10}}{\times Ps}$
	$Pbk = \frac{1+1,8196 D^{-0,0743} H^{0,6718} D^{-0,0819(\ln H)} e^{0,0587X1} e^{0,2409X2} e^{-0,1638X3} e^{0,2220X4} e^{0,5014X5} e^{0,3071X6} e^{0,5162X7} e^{0,0510X8} e^{-0,1605X9} e^{0,1407X10}}{\times Ps}$

Таблица 4. Структура трехшаговой аддитивной модели, реализуемой по принципу пропорционального взвешивания. Обозначения здесь и далее см. уравнение (1).

Шаг 1	$P_r = \frac{1}{1 + \frac{a_a D^{b_a} H^{c_a} D^{d_a} (\ln H) e^{\sum g_{aj} X_j}}{a_r D^{b_r} H^{c_r} D^{d_r} (\ln H) e^{\sum g_{rj} X_j}}} \times P_t$
	$P_a = \frac{1}{1 + \frac{a_r D^{b_r} H^{c_r} D^{d_r} (\ln H) e^{\sum g_{rj} X_j}}{a_a D^{b_a} H^{c_a} D^{d_a} (\ln H) e^{\sum g_{aj} X_j}}} \times P_t$
Шаг 2	$P_c = \frac{1}{1 + \frac{a_s D^{b_s} H^{c_s} D^{d_s} (\ln H) e^{\sum g_{sj} X_j}}{a_c D^{b_c} H^{c_c} D^{d_c} (\ln H) e^{\sum g_{cj} X_j}}} \times P_a$
	$P_s = \frac{1}{1 + \frac{a_c D^{b_c} H^{c_c} D^{d_c} (\ln H) e^{\sum g_{cj} X_j}}{a_s D^{b_s} H^{c_s} D^{d_s} (\ln H) e^{\sum g_{sj} X_j}}} \times P_a$
Шаг 3а	$P_f = \frac{1}{1 + \frac{a_b D^{b_b} H^{c_b} D^{d_b} (\ln H) e^{\sum g_{bj} X_j}}{a_f D^{b_f} H^{c_f} D^{d_f} (\ln H) e^{\sum g_{fj} X_j}}} \times P_c$
	$P_b = \frac{1}{1 + \frac{a_f D^{b_f} H^{c_f} D^{d_f} (\ln H) e^{\sum g_{fj} X_j}}{a_b D^{b_b} H^{c_b} D^{d_b} (\ln H) e^{\sum g_{bj} X_j}}} \times P_c$
Шаг 3б	$P_w = \frac{1}{1 + \frac{a_{bk} D^{b_{bk}} H^{c_{bk}} D^{d_{bk}} (\ln H) e^{\sum g_{bkj} X_j}}{a_w D^{b_w} H^{c_w} D^{d_w} (\ln H) e^{\sum g_{wj} X_j}}} \times P_s$
	$P_{bk} = \frac{1}{1 + \frac{a_w D^{b_w} H^{c_w} D^{d_w} (\ln H) e^{\sum g_{wj} X_j}}{a_{bk} D^{b_{bk}} H^{c_{bk}} D^{d_{bk}} (\ln H) e^{\sum g_{bkj} X_j}}} \times P_s$

Таблица 6. Таблица для определения аддитивной фитомассы деревьев берёзы белой по высоте и диаметру ствола в уральском регионе

H, м	Фракции фитомассы	Диаметр ствола, см						
		6	10	14	18	22	26	30
6	Общая фитомасса	8,12	24,35	50,20	-	-	-	-
	Корни	1,76	8,29	22,00	-	-	-	-
	Надземная	6,36	16,06	28,20	-	-	-	-
	Крона	1,06	3,23	6,37	-	-	-	-
	Листва	0,33	0,88	1,59	-	-	-	-
	Ветви	0,74	2,35	4,78	-	-	-	-
	Ствол в коре	5,30	12,83	21,84	-	-	-	-
	Древесина ствола	4,44	10,56	17,72	-	-	-	-
	Кора ствола	0,86	2,28	4,11	-	-	-	-



Продолжение таблицы 6

H, м	Фракции фито- массы	Диаметр ствола, см						
		6	10	14	18	22	26	30
10	Общая фито- масса	8,89	28,15	60,13	106,00	-	-	-
	Корни	0,86	4,53	13,23	28,98	-	-	-
	Надземная	8,03	23,62	46,90	77,03	-	-	-
	Крона	0,88	3,29	7,63	14,05	-	-	-
	Листва	0,25	0,80	1,67	2,81	-	-	-
	Ветви	0,62	2,48	5,97	11,24	-	-	-
	Ствол в коре	7,16	20,33	39,27	62,98	-	-	-
	Древесина ство- ла	6,24	17,40	33,17	52,63	-	-	-
	Кора ствола	0,92	2,93	6,10	10,34	-	-	-
14	Общая фито- масса	9,44	30,97	67,73	121,50	193,76	-	-
	Корни	0,51	2,82	8,55	19,40	2,97	-	-
	Надземная	8,93	28,15	59,18	102,10	156,69	-	-
	Крона	0,72	3,04	7,67	15,12	25,77	-	-
	Листва	0,20	0,69	1,53	2,73	4,29	-	-
	Ветви	0,53	2,35	6,14	12,40	21,49	-	-
	Ствол в коре	8,21	25,12	51,51	86,98	130,92	-	-
	Древесина ство- ла	7,30	21,97	44,49	74,36	110,96	-	-
	Кора ствола	0,90	3,14	7,02	12,62	19,96	-	-
18	Общая фито- масса	-	33,26	74,02	134,54	216,81	322,54	-
	Корни	-	1,93	5,96	13,78	2,47	46,39	-
	Надземная	-	31,33	68,06	120,76	190,03	276,14	-
	Крона	-	2,78	7,40	15,23	26,94	43,07	-
	Листва	-	0,60	1,38	2,54	4,10	6,08	-
	Ветви	-	2,18	6,02	12,70	22,83	36,98	-
	Ствол в коре	-	28,55	60,66	105,53	163,09	233,08	-
	Древесина ство- ла	-	25,34	53,18	91,59	140,36	199,11	-
	Кора ствола	-	3,21	7,48	13,94	22,73	33,97	-
22	Общая фито- масса	-	-	79,46	145,95	237,16	355,28	502,26
	Корни	-	-	4,41	10,30	1,94	35,35	56,95
	Надземная	-	-	75,05	135,65	216,95	319,93	445,31
	Крона	-	-	7,07	15,01	27,24	44,55	67,66
	Листва	-	-	1,24	2,35	3,87	5,83	8,25
	Ветви	-	-	5,83	12,67	23,37	38,72	59,40
	Ствол в коре	-	-	67,98	120,64	189,71	275,38	377,65
	Древесина ство- ла	-	-	60,25	105,88	165,12	237,96	324,22
	Кора ствола	-	-	7,74	14,76	24,59	37,42	53,43

Окончание таблицы 6

H, м	Фракции фитомассы	Диаметр ствола, см						
		6	10	14	18	22	26	30
26	Общая фитомасса	-	-	-	156,18	255,56	385,06	547,07
	Корни	-	-	-	8,01	1,52	27,85	45,13
	Надземная	-	-	-	148,17	239,73	357,21	501,94
	Крона	-	-	-	14,68	27,16	45,18	69,67
	Листва	-	-	-	2,17	3,63	5,54	7,94
	Ветви	-	-	-	12,50	23,53	39,64	61,73
	Ствол в коре	-	-	-	133,49	212,57	312,03	432,27
	Древесина ствола	-	-	-	118,17	186,66	272,05	374,48
	Кора ствола	-	-	-	15,32	25,91	39,98	57,79

Иногда бывает невозможно замерить высоты деревьев на пробных площадях, и для подобных случаев при расчетах фитомассы на единице площади древостоя с применением предложенной модели (2) рассчитано вспомогательное уравнение, скорректированное на логарифмическую трансформацию

$$H = 1,9871 D^{0,8766} e^{0,2804/D} e^{-0,0168D} e^{0,0235X1} e^{-0,1800X2} e^{-0,0274X3} e^{0,0114X4} e^{-0,4268X5} e^{0,1510X6} e^{0,0188X7} \times e^{-0,0439X8} e^{-0,1642X9} e^{-0,0024X10}; \quad adjR^2 = 0,854. \quad (3)$$

Переменная ( $1/D$ ) введена в структуру модели (3) для коррекции аллометрии, нарушенной у мелких деревьев вследствие сдвига диаметра  $D$  в верхнюю часть кроны, а переменная ( $D$ ) – для коррекции аллометрии, нарушаемой у крупных, великовозрастных деревьев. Все регрессионные коэффициенты (3) при численных переменных значимы на уровне вероятности  $P_{0,999}$ .

Выполнено табулирование построенных аддитивных моделей (2) в формате Excel. Поскольку объем таблиц превышает формат журнальной статьи, ограничимся анализом некоторых региональных особенностей структуры фитомассы равновеликих деревьев берёзы по соответствующему фрагменту итоговых таблиц (табл. 7).

Их анализ показывает, что наибольшие значения общей фитомассы равновеликих деревьев имеют место в Западной и Средней Европе (97 кг) и в восточной части ареала – Приморье, Северо-восточный Китай, Япония (80-98 кг), находящихся под влиянием влажного климата соответственно Атлантического и Тихоокеанского океанов. Наименьшие показатели (62-70 кг) приходятся на Урало-Сибирский регион и северные территории Дальнего Востока (Магаданская область), характеризующиеся выраженной континентальностью климата.

Поскольку было установлено (Cunia, Briggs, 1984; Reed, Green, 1985), что устранение внутренней противоречивости уравнений фитомассы путем обеспечения их аддитивности не обязательно означает повышение точности ее оценок, необходимо выяснить, достаточно ли адекватна полученная аддитивная модель и как ее характеристики соотносятся с показателями адекватности независимых уравнений?

С этой целью расчетные показатели фитомассы, полученные по независимым (исходным) и аддитивным уравнениям, сопоставлены с фактическими значениями фитомассы путем расчета коэффициента детерминации  $R^2$  по формуле

Таблица 7. Фрагмент аддитивной таблицы фитомассы для деревьев диаметром 14 см и высотой 14 м по экорегионам и соответствующим видам *Betula*

Фракции фитомассы	Обозначения регионов и соответствующих видов <i>Betula</i>										
	ЗСЕ <i>B. alba</i>	ЕР <i>B. alba</i>	Ур <i>B. alba</i>	ЗСт <i>B. alba</i>	СС <i>B. alba</i>	ДВсев <i>B. platyphylla</i>	ДВюг <i>B. platyphylla</i>	ДВюг <i>B. costata</i>	ДВюг <i>B. dahurica</i>	Кит <i>B. platyphylla</i>	Яп <i>B. platyphylla</i>
Общая	97,42	77,03	67,73	68,68	70,08	61,74	97,22	97,82	79,22	82,37	79,54
Корни	25,48	15,95	8,55	10,12	11,74	5,09	13,21	11,23	6,57	11,10	14,98
Надземная	71,94	61,08	59,18	58,56	58,34	56,65	84,00	86,59	72,65	71,27	64,55
Крона	14,47	10,83	7,67	11,05	11,51	18,83	14,10	22,81	11,05	12,35	13,08
Листья	1,52	2,37	1,53	2,33	2,41	2,89	1,69	2,45	1,04	2,14	1,51
Ветви	12,95	8,46	6,14	8,72	9,09	15,94	12,41	20,36	10,01	10,21	11,57
Ствол в коре	57,47	50,25	51,51	47,51	46,83	37,82	69,90	63,78	61,60	58,92	51,48
Древесина ствола	47,86	42,25	44,49	38,43	40,35	33,72	60,90	56,96	51,73	47,68	43,83
Кора ствола	9,61	8,00	7,02	9,09	6,49	4,10	9,00	6,82	9,87	11,24	7,65

Таблица 8. Характеристика «приведённых» независимых аллометрических уравнений деревьев берёзы

Фракция	Масса	Регрессионные коэффициенты модели															
		$P_l$	$P_a$	$P_r$	$P_c$	$P_s$	$P_f$	$P_b$	$P_w$	$P_{bk}$	$H$	$D$	$D$	$D$	$D$	$D$	
$P_l$	0,3509	$D^{1,7784}$	$H^{-0,1937}$	$D^{0,2073}(\text{m}^2\text{H})$	$e^{-0,2349 \text{Xl}}$	$e^{-0,3636 \text{X2}}$	$e^{-0,3496 \text{X3}}$	$e^{-0,3294 \text{X4}}$	$e^{-0,4561 \text{X5}}$	$e^{-0,0021 \text{X6}}$	$e^{0,0041 \text{X7}}$	$e^{-0,2068 \text{X8}}$	$e^{-0,1679 \text{X9}}$	$e^{-0,2028 \text{X10}}$			
$P_a$	0,2345	$D^{1,6413}$	$H^{-0,0524}$	$D^{0,2239}(\text{m}^2\text{H})$	$e^{-0,1608 \text{Xl}}$	$e^{-0,2337 \text{X2}}$	$e^{-0,2375 \text{X4}}$	$e^{-0,2828 \text{X5}}$	$e^{0,1535 \text{X7}}$	$e^{0,1369 \text{X6}}$	$e^{-0,0691 \text{X9}}$	$e^{-0,0080 \text{X8}}$	$e^{-0,1537 \text{X10}}$				
$P_r$	0,1638	$D^{2,5829}$	$H^{-0,9141}$	$D^{0,0918}(\text{m}^2\text{H})$	$e^{-0,5537 \text{Xl}}$	$e^{-1,1927 \text{X2}}$	$e^{-0,7439 \text{X4}}$	$e^{-1,3328 \text{X5}}$	$e^{-0,8880 \text{X7}}$	$e^{-0,8333 \text{X6}}$	$e^{-0,7917 \text{X9}}$	$e^{-1,3743 \text{X8}}$	$e^{-0,5880 \text{X10}}$				
$P_c$	0,5365	$D^{1,8504}$	$H^{-1,6367}$	$D^{0,3960}(\text{m}^2\text{H})$	$e^{-0,3514 \text{Xl}}$	$e^{-0,6435 \text{X2}}$	$e^{-0,5871 \text{X3}}$	$e^{-0,6964 \text{X4}}$	$e^{0,0512 \text{X5}}$	$e^{0,5311 \text{X6}}$	$e^{0,4977 \text{X7}}$	$e^{0,3223 \text{X8}}$	$e^{-0,2658 \text{X9}}$	$e^{-0,4417 \text{X10}}$			
$P_s$	0,0948	$D^{1,6273}$	$H^{-0,3788}$	$D^{0,1641}(\text{m}^2\text{H})$	$e^{-0,1290 \text{Xl}}$	$e^{-0,1541 \text{X2}}$	$e^{-0,1778 \text{X3}}$	$e^{-0,1261 \text{X4}}$	$e^{-0,4764 \text{X5}}$	$e^{0,0587 \text{X6}}$	$e^{0,0170 \text{X7}}$	$e^{-0,1066 \text{X8}}$	$e^{-0,0285 \text{X9}}$	$e^{-0,0848 \text{X10}}$			
$P_f$	0,0596	$D^{1,4970}$	$H^{-0,9249}$	$D^{0,2920}(\text{m}^2\text{H})$	$e^{0,2904 \text{Xl}}$	$e^{-0,1310 \text{X2}}$	$e^{-0,0559 \text{X3}}$	$e^{0,3214 \text{X4}}$	$e^{0,4111 \text{X5}}$	$e^{0,5218 \text{X6}}$	$e^{-0,0552 \text{X7}}$	$e^{-0,1898 \text{X8}}$	$e^{-0,0212 \text{X9}}$	$e^{-0,5484 \text{X10}}$			
$P_b$	0,3732	$D^{1,9797}$	$H^{-1,6922}$	$D^{0,3982}(\text{m}^2\text{H})$	$e^{-0,5225 \text{Xl}}$	$e^{-0,7483 \text{X2}}$	$e^{-0,7370 \text{X3}}$	$e^{-1,0646 \text{X4}}$	$e^{0,0011 \text{X5}}$	$e^{0,5070 \text{X6}}$	$e^{0,5531 \text{X7}}$	$e^{0,3244 \text{X8}}$	$e^{-0,3188 \text{X9}}$	$e^{-0,4174 \text{X10}}$			
$P_w$	0,0293	$D^{1,1321}$	$H^{1,1330}$	$D^{0,1577}(\text{m}^2\text{H})$	$e^{-0,0304 \text{Xl}}$	$e^{0,1412 \text{X2}}$	$e^{0,1288 \text{X3}}$	$e^{0,2478 \text{X4}}$	$e^{0,2345 \text{X5}}$	$e^{0,3634 \text{X6}}$	$e^{0,4312 \text{X7}}$	$e^{0,3657 \text{X8}}$	$e^{0,3273 \text{X9}}$	$e^{0,1128 \text{X10}}$			
$P_{bk}$	0,0161	$D^{1,2064}$	$H^{-0,4611}$	$D^{0,2395}(\text{m}^2\text{H})$	$e^{-0,0891 \text{Xl}}$	$e^{-0,0997 \text{X2}}$	$e^{0,2927 \text{X3}}$	$e^{0,0258 \text{X4}}$	$e^{-0,2669 \text{X5}}$	$e^{0,0563 \text{X6}}$	$e^{-0,0850 \text{X7}}$	$e^{0,3147 \text{X8}}$	$e^{0,4878 \text{X9}}$	$e^{-0,0279 \text{X10}}$			

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}, \quad (4)$$

где  $Y_i$  - фактическое значение;  $\hat{Y}_i$  - расчётное значение по модели;  $\bar{Y}$  - среднее фактическое значение всех ( $N$ ) деревьев.

Для корректного сравнения адекватности независимых и аддитивных уравнений исходные данные приводим в сопоставимое состояние, т.е. независимые уравнения для всех фракций фитомассы рассчитываются по тем же данным, что и аддитивные уравнения для общей фитомассы. Характеристика таких «приведённых» уравнений дана в **табл. 8**.

Результаты сопоставления (**табл. 9**) свидетельствуют о том, что аддитивные уравнения не только внутренне непротиворечивы, но и для некоторых фракций обладают лучшими показателями адекватности по сравнению с независимыми уравнениями. Как уже отмечалось, при реализации принципа аддитивности цель повышения адекватности получаемых моделей по отношению к традиционным моделям не ставилась.

Таблица 9. Сравнение показателей адекватности независимых и аддитивных уравнений фитомассы деревьев берёзы

Показатели	Фракции фитомассы								
	<i>P<sub>t</sub></i>	<i>P<sub>a</sub></i>	<i>P<sub>r</sub></i>	<i>P<sub>s</sub></i>	<i>P<sub>w</sub></i>	<i>P<sub>bk</sub></i>	<i>P<sub>c</sub></i>	<i>P<sub>b</sub></i>	<i>P<sub>f</sub></i>
Независимые уравнения									
$R^2$	0,979	0,987	0,821	0,971	0,979	0,960	<b>0,962</b>	<b>0,964</b>	<b>0,926</b>
Аддитивные уравнения									
$R^2$	0,979	0,986	0,819	0,964	0,953	0,931	<b>0,967</b>	<b>0,966</b>	<b>0,927</b>

\* Обозначения см. **рис. 3** и уравнение (1). Жирным шрифтом выделены фракции, для которых значения  $R^2$  по аддитивным моделям выше, чем по независимым.

Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым и аддитивным моделям фитомассы деревьев (**рис. 4**), показывает степень коррелированности названных показателей и во многих случаях отсутствие видимых различий в структуре остаточных дисперсий, полученных по двум названным моделям. Большая или меньшая величина  $R^2$  той или иной модели определяется случайным положением фактических значений фитомассы наиболее крупных деревьев в доверительном диапазоне и неравномерной дисперсией, именно случайным из-за их малого числа и наибольшего вклада в остаточную дисперсию.

## 2. Аддитивная модель фитомассы на уровне древостоев

Рассчитаны исходные аллометрические модели

$$\ln P_i = a_i + b_i (\ln A) + c_i (\ln A)^2 + d_i (\ln H) + e_i (\ln D) + f_i (\ln N) + \sum g_{ij} X_j, \quad (5)$$

где  $P_i$  – масса  $i$ -й фракции, т/га;  $A$  – возраст древостоя, лет;  $H$  – средняя высота древостоя, м;  $D$  – средний диаметр стволов, см;  $N$  – густота древостоя, тыс. экз/га;  $a-g$  – регрессионные коэффициенты;  $i$  – индекс фракций фитомассы: общей ( $t$ ), надземной ( $a$ ), корней ( $r$ ), кроны ( $c$ ), ствола в коре ( $s$ ), листвы ( $f$ ), ветвей ( $b$ ), древесины ствола ( $w$ ) и коры ствола ( $bk$ );  $j$  – индекс (код) в блоке фиктивных переменных, кодирующих 11 эко-регионов, от 0 до 10 (см. **табл. 2**).

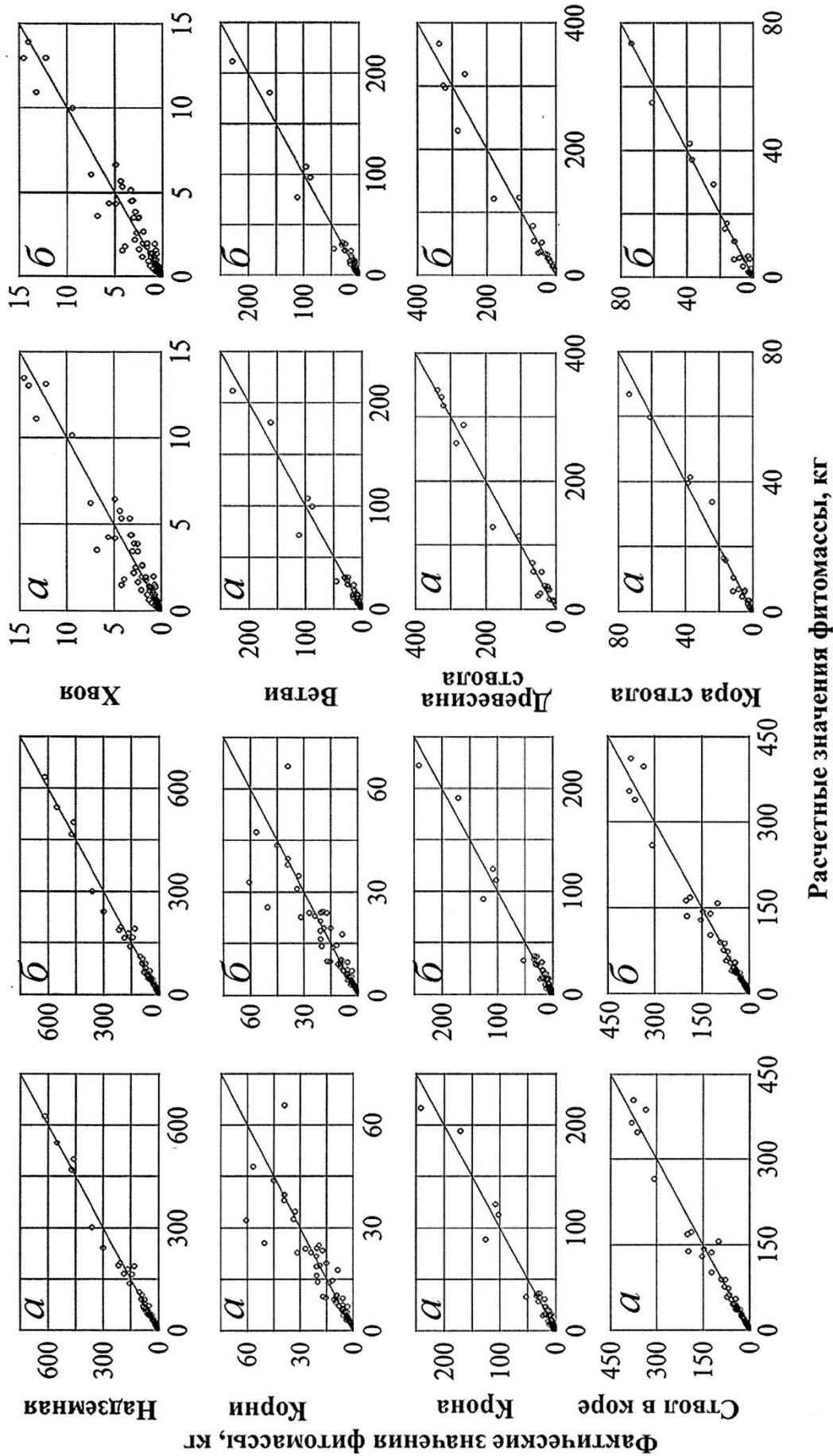


Рис. 4. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым (а) и аддитивным (б) моделям фитомассы деревьев берёзы

Модель (5) после потенцирования приведена к виду

$$P_i = a_i A^{bi} A^{ci(\ln A)} H^{di} D^{ei} N^{fi} e^{\sum g_{ij} X_j} \quad (6)$$

Характеристика уравнений (5), полученная их аппроксимацией по фактическим данным фитомассы, после введения поправок на логарифмическое преобразование по Г. Л. Баскервиллю (Baskerville, 1972) и последующего потенцирования согласно (6) приведена в **табл. 10**. Все регрессионные коэффициенты уравнений (6) при численных переменных значимы на уровне вероятности  $P_{0,95}$  и выше, и уравнения адекватны исходным данным.

Полученные уравнения (6) модифицированы согласно выше изложенному алгоритму (см. **табл. 4**), и окончательный вид трансконтинентальной аддитивной модели фракционного состава фитомассы берёзовых древостоев приведен в **табл. 11**. Модель действительна в диапазоне фактических данных возраста древостоев, средней высоты, среднего диаметра ствола и густоты древостоев, приведенных в **табл. 2**, и характеризуется двойной гармонизацией: одна из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а вторая связана с вводом фиктивных переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии.

На следующем этапе исследования выполнено сопоставление адекватности построенной аддитивной модели (см. **табл. 11**) и независимых уравнений, показанных в **табл. 10**. Для корректного сопоставления из исходного массива данных удалены пробные площади с неполной фракционной структурой, т.е. оставлены лишь те записи, в которых имеются в наличии данные как по надземной, так и по подземной фитомассе. По модифицированному таким способом массиву исходных данных аппроксимированы уравнения (6), и их окончательный вид дан в **табл. 12**. Как аддитивная модель, так и независимые уравнения, протабулированы по фактическим массообразующим показателям массива фактических данных, и полученные расчетные значения фитомассы сопоставлены с фактическими по показателю  $R^2$ , формула (4). Результаты сопоставления адекватности двух методов моделирования сведены в **табл. 13** и свидетельствуют о том, что показатели адекватности двух систем уравнений близки между собой. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым и аддитивным моделям фитомассы древостоев (**рис. 5**), показывает степень коррелированности названных показателей и во многих случаях - отсутствие видимых различий в структуре остаточных дисперсий, полученных по двум названным моделям. Большая или меньшая величина  $R^2$  двух сравниваемых моделей определяется случайным положением фактических значений фитомассы наиболее продуктивных древостоев в доверительном диапазоне и неравномерной дисперсией, именно случайным из-за их малого числа и наибольшего вклада в остаточную дисперсию (см. **рис. 5**).

Таблица 13. Сравнение показателей адекватности независимых и аддитивных уравнений фитомассы берёзовых древостоев, рассчитанных с их регионализацией путем введения фиктивных переменных

Показатели	Фракции фитомассы*								
	$P_t$	$P_a$	$P_r$	$P_s$	$P_w$	$P_{bk}$	$P_c$	$P_b$	$P_f$
Независимые уравнения									
$R^2$	0,950	0,958	0,768	0,958	0,959	0,677	0,793	0,808	0,672
Аддитивные уравнения									
$R^2$	0,950	0,952	0,770	0,955	0,957	0,664	0,685	0,671	0,599

Таблица 11. Трехшаговая аддитивная модель фракционного состава фитомассы древостоев берёзы, реализованная по принципу пропорционального взвешивания

	$Pf = 2,3124 A^{-0,1332} H^{0,7126} D^{0,9612} N^{0,3588} e^{-0,1815X1} e^{-0,0816X2} e^{-0,0775X3} e^{0,0661X4} e^{0,3945X5} e^{-0,0498X6} e^{-0,1197X7} e^{0,1164X8} e^{-0,3918X9} e^{-0,1753X10}$
Шар 1	$Pa = \frac{1+4,2973 A^{-0,0514} H^{-0,8074} D^{-0,0995} N^{-0,2774} e^{-0,0767X1} e^{-0,2322X2} e^{-0,2216X4} e^{0,8742X5} e^{-0,1400X6} e^{0,2558X7} e^{-0,2937X8} e^{-0,6064X9} e^{-0,1688X10}}{1+0,2327 A^{0,0514} H^{0,8074} D^{0,0995} N^{0,2774} e^{0,0767X1} e^{0,0623X2} e^{0,2322X3} e^{-0,2216X4} e^{-0,8742X5} e^{0,1400X6} e^{-0,2558X7} e^{0,2937X8} e^{0,6064X9} e^{0,1688X10}} \times Pt$ $Pr = \frac{1+0,2327 A^{0,0514} H^{0,8074} D^{0,0995} N^{0,2774} e^{0,0767X1} e^{0,0623X2} e^{0,2322X3} e^{-0,2216X4} e^{-0,8742X5} e^{0,1400X6} e^{-0,2558X7} e^{0,2937X8} e^{0,6064X9} e^{0,1688X10}}{1+0,6875 A^{0,0512} H^{0,8474} D^{-0,1816} N^{0,1056} e^{-0,0410X1} e^{-0,0325X2} e^{0,0568X3} e^{-0,1794X4} e^{0,0504X5} e^{0,0354X6} e^{0,0594X7} e^{-0,3417X8} e^{-0,1464X9} e^{0,0350X10}} \times Pa$ $Pc = \frac{1+1,4546 A^{-0,0512} H^{-0,8474} D^{0,1816} N^{-0,1056} e^{0,0410X1} e^{0,0325X2} e^{-0,0568X3} e^{0,1794X4} e^{-0,0504X5} e^{-0,0354X6} e^{-0,0594X7} e^{0,3417X8} e^{0,1464X9} e^{-0,0350X10}}{1+1,0638 A^{0,2756} H^{-0,0060} D^{0,2011} N^{-0,0619} e^{-0,7339X1} e^{-0,3901X2} e^{-0,3044X3} e^{-0,1165X4} e^{-0,3807X5} e^{0,0796X6} e^{-0,0880X7} e^{0,0909X8} e^{-0,0531X9} e^{0,0605X10}} \times Pc$ $Pb = \frac{1+0,9401 A^{-0,2756} H^{0,0060} D^{-0,2011} N^{0,0619} e^{0,7339X1} e^{0,3901X2} e^{0,3044X3} e^{0,1165X4} e^{0,3807X5} e^{-0,0796X6} e^{0,0880X7} e^{-0,0909X8} e^{0,0531X9} e^{-0,0605X10}}{1+0,6275 A^{0,0128} H^{-0,2471} D^{-0,2128} N^{-0,1077} e^{-0,3358X1} e^{-0,0334X2} e^{0,0269X3} e^{0,2784X4} e^{-0,4428X5} e^{0,2478X6} e^{-0,6875X7} e^{0,0760X8} e^{-0,1112X9} e^{-0,1309X10}} \times Ps$ $Pbk = \frac{1+1,5937 A^{-0,0128} H^{0,2471} D^{0,2128} N^{0,1077} e^{0,3358X1} e^{0,0334X2} e^{-0,0269X3} e^{-0,2784X4} e^{0,4428X5} e^{-0,2478X6} e^{0,6875X7} e^{-0,0760X8} e^{0,1112X9} e^{0,1309X10}}{1+1,5937 A^{-0,0128} H^{0,2471} D^{0,2128} N^{0,1077} e^{0,3358X1} e^{0,0334X2} e^{-0,0269X3} e^{-0,2784X4} e^{0,4428X5} e^{-0,2478X6} e^{0,6875X7} e^{-0,0760X8} e^{0,1112X9} e^{0,1309X10}} \times Ps$
Шар 2	$Pa = \frac{1+0,6875 A^{0,0512} H^{0,8474} D^{-0,1816} N^{0,1056} e^{-0,0410X1} e^{-0,0325X2} e^{0,0568X3} e^{-0,1794X4} e^{0,0504X5} e^{0,0354X6} e^{0,0594X7} e^{-0,3417X8} e^{-0,1464X9} e^{0,0350X10}}{1+1,4546 A^{-0,0512} H^{-0,8474} D^{0,1816} N^{-0,1056} e^{0,0410X1} e^{0,0325X2} e^{-0,0568X3} e^{0,1794X4} e^{-0,0504X5} e^{-0,0354X6} e^{-0,0594X7} e^{0,3417X8} e^{0,1464X9} e^{-0,0350X10}} \times Pa$ $Pc = \frac{1+1,4546 A^{-0,0512} H^{-0,8474} D^{0,1816} N^{-0,1056} e^{0,0410X1} e^{0,0325X2} e^{-0,0568X3} e^{0,1794X4} e^{-0,0504X5} e^{-0,0354X6} e^{-0,0594X7} e^{0,3417X8} e^{0,1464X9} e^{-0,0350X10}}{1+1,0638 A^{0,2756} H^{-0,0060} D^{0,2011} N^{-0,0619} e^{-0,7339X1} e^{-0,3901X2} e^{-0,3044X3} e^{-0,1165X4} e^{-0,3807X5} e^{0,0796X6} e^{-0,0880X7} e^{0,0909X8} e^{-0,0531X9} e^{0,0605X10}} \times Pc$ $Pb = \frac{1+0,9401 A^{-0,2756} H^{0,0060} D^{-0,2011} N^{0,0619} e^{0,7339X1} e^{0,3901X2} e^{0,3044X3} e^{0,1165X4} e^{0,3807X5} e^{-0,0796X6} e^{0,0880X7} e^{-0,0909X8} e^{0,0531X9} e^{-0,0605X10}}{1+0,6275 A^{0,0128} H^{-0,2471} D^{-0,2128} N^{-0,1077} e^{-0,3358X1} e^{-0,0334X2} e^{0,0269X3} e^{0,2784X4} e^{-0,4428X5} e^{0,2478X6} e^{-0,6875X7} e^{0,0760X8} e^{-0,1112X9} e^{-0,1309X10}} \times Ps$ $Pbk = \frac{1+1,5937 A^{-0,0128} H^{0,2471} D^{0,2128} N^{0,1077} e^{0,3358X1} e^{0,0334X2} e^{-0,0269X3} e^{-0,2784X4} e^{0,4428X5} e^{-0,2478X6} e^{0,6875X7} e^{-0,0760X8} e^{0,1112X9} e^{0,1309X10}}{1+1,5937 A^{-0,0128} H^{0,2471} D^{0,2128} N^{0,1077} e^{0,3358X1} e^{0,0334X2} e^{-0,0269X3} e^{-0,2784X4} e^{0,4428X5} e^{-0,2478X6} e^{0,6875X7} e^{-0,0760X8} e^{0,1112X9} e^{0,1309X10}} \times Ps$
Шар 3а	$Pf = \frac{1+1,0638 A^{0,2756} H^{-0,0060} D^{0,2011} N^{-0,0619} e^{-0,7339X1} e^{-0,3901X2} e^{-0,3044X3} e^{-0,1165X4} e^{-0,3807X5} e^{0,0796X6} e^{-0,0880X7} e^{0,0909X8} e^{-0,0531X9} e^{0,0605X10}}{1+0,9401 A^{-0,2756} H^{0,0060} D^{-0,2011} N^{0,0619} e^{0,7339X1} e^{0,3901X2} e^{0,3044X3} e^{0,1165X4} e^{0,3807X5} e^{-0,0796X6} e^{0,0880X7} e^{-0,0909X8} e^{0,0531X9} e^{-0,0605X10}} \times Pc$ $Pb = \frac{1+0,9401 A^{-0,2756} H^{0,0060} D^{-0,2011} N^{0,0619} e^{0,7339X1} e^{0,3901X2} e^{0,3044X3} e^{0,1165X4} e^{0,3807X5} e^{-0,0796X6} e^{0,0880X7} e^{-0,0909X8} e^{0,0531X9} e^{-0,0605X10}}{1+0,6275 A^{0,0128} H^{-0,2471} D^{-0,2128} N^{-0,1077} e^{-0,3358X1} e^{-0,0334X2} e^{0,0269X3} e^{0,2784X4} e^{-0,4428X5} e^{0,2478X6} e^{-0,6875X7} e^{0,0760X8} e^{-0,1112X9} e^{-0,1309X10}} \times Pc$
Шар 3б	$Pw = \frac{1+0,6275 A^{0,0128} H^{-0,2471} D^{-0,2128} N^{-0,1077} e^{-0,3358X1} e^{-0,0334X2} e^{0,0269X3} e^{0,2784X4} e^{-0,4428X5} e^{0,2478X6} e^{-0,6875X7} e^{0,0760X8} e^{-0,1112X9} e^{-0,1309X10}}{1+0,6275 A^{0,0128} H^{-0,2471} D^{-0,2128} N^{-0,1077} e^{-0,3358X1} e^{-0,0334X2} e^{0,0269X3} e^{0,2784X4} e^{-0,4428X5} e^{0,2478X6} e^{-0,6875X7} e^{0,0760X8} e^{-0,1112X9} e^{-0,1309X10}} \times Ps$ $Pbk = \frac{1+1,5937 A^{-0,0128} H^{0,2471} D^{0,2128} N^{0,1077} e^{0,3358X1} e^{0,0334X2} e^{-0,0269X3} e^{-0,2784X4} e^{0,4428X5} e^{-0,2478X6} e^{0,6875X7} e^{-0,0760X8} e^{0,1112X9} e^{0,1309X10}}{1+1,5937 A^{-0,0128} H^{0,2471} D^{0,2128} N^{0,1077} e^{0,3358X1} e^{0,0334X2} e^{-0,0269X3} e^{-0,2784X4} e^{0,4428X5} e^{-0,2478X6} e^{0,6875X7} e^{-0,0760X8} e^{0,1112X9} e^{0,1309X10}} \times Ps$

Таблица 12. Характеристика «приведённых» независимых аллометрических уравнений древоствов берёзы

Фракция массы	Компоненты регрессионных уравнений																						
	$P_t$	$P_a$	$P_r$	$P_c$	$P_s$	$P_f$	$P_b$	$P_w$	$P_{bk}$	$A^{-0,1332}$	$H^{0,7126}$	$D^{0,9612}$	$N^{0,3588}$	$e^{-0,1815X1}$	$e^{-0,0816X2}$	$e^{-0,0775X3}$	$e^{0,0661X4}$	$e^{0,3945X5}$	$e^{-0,0498X6}$	$e^{-0,1197X7}$	$e^{0,1164X8}$	$e^{-0,3918X9}$	$e^{-0,1753X10}$
	2,3124	1,6517	1,0952	1,1172	0,9788	0,4269	0,6606	0,0605	0,0380	$A^{-0,2090}$	$H^{0,8778}$	$D^{0,9361}$	$N^{0,3510}$	$e^{-0,1431X1}$	$e^{-0,0550X2}$	$e^{-0,0165X3}$	$e^{-0,0069X4}$	$e^{-0,6064X5}$	$e^{-0,0722X6}$	$e^{-0,2394X7}$	$e^{0,2173X8}$	$e^{-0,3372X9}$	$e^{-0,1601X10}$
										$A^{-0,0407}$	$H^{0,0956}$	$D^{1,1485}$	$N^{0,3720}$	$e^{-0,2283X1}$	$e^{-0,1424X2}$	$e^{-0,2414X3}$	$e^{0,2012X4}$	$e^{1,1840X5}$	$e^{-0,1361X6}$	$e^{0,1736X7}$	$e^{-0,1831X8}$	$e^{-0,6657X9}$	$e^{-0,2145X10}$
										$A^{-0,1776}$	$H^{0,2397}$	$D^{0,9756}$	$N^{0,2975}$	$e^{-0,0648X1}$	$e^{-0,0078X2}$	$e^{-0,1091X3}$	$e^{0,0754X4}$	$e^{-0,7359X5}$	$e^{-0,2624X6}$	$e^{-0,5189X7}$	$e^{0,7750X8}$	$e^{-0,0917X9}$	$e^{-0,0870X10}$
										$A^{-0,2058}$	$H^{1,0103}$	$D^{0,9320}$	$N^{0,3677}$	$e^{-0,1655X1}$	$e^{-0,0752X2}$	$e^{-0,0080X3}$	$e^{-0,0320X4}$	$e^{-0,5999X5}$	$e^{-0,0420X6}$	$e^{-0,1966X7}$	$e^{0,0914X8}$	$e^{-0,3836X9}$	$e^{-0,1809X10}$
										$A^{-0,4483}$	$H^{0,4385}$	$D^{0,7928}$	$N^{0,4014}$	$e^{0,5982X1}$	$e^{0,3858X2}$	$e^{0,2480X3}$	$e^{0,2668X4}$	$e^{0,0045X5}$	$e^{0,2816X6}$	$e^{-0,0717X7}$	$e^{0,0151X8}$	$e^{0,1340X9}$	$e^{-0,0361X10}$
										$A^{-0,1105}$	$H^{0,2412}$	$D^{1,0120}$	$N^{0,2620}$	$e^{-0,2149X1}$	$e^{-0,0941X2}$	$e^{-0,2147X3}$	$e^{0,0854X4}$	$e^{-0,8552X5}$	$e^{-0,3673X6}$	$e^{-0,5935X7}$	$e^{0,7557X8}$	$e^{-0,1344X9}$	$e^{-0,0521X10}$
										$A^{0,0259}$	$H^{1,5599}$	$D^{0,9264}$	$N^{0,6999}$	$e^{-0,0257X1}$	$e^{-0,0545X2}$	$e^{-0,0343X3}$	$e^{-0,0912X4}$	$e^{0,7036X5}$	$e^{0,1160X6}$	$e^{0,1125X7}$	$e^{0,0471X8}$	$e^{0,0403X9}$	$e^{0,1949X10}$
										$A^{0,0388}$	$H^{1,3128}$	$D^{0,7136}$	$N^{0,5922}$	$e^{-0,3615X1}$	$e^{-0,0878X2}$	$e^{-0,0074X3}$	$e^{0,1872X4}$	$e^{0,2607X5}$	$e^{0,3638X6}$	$e^{-0,5749X7}$	$e^{0,1232X8}$	$e^{-0,0709X9}$	$e^{0,0639X10}$

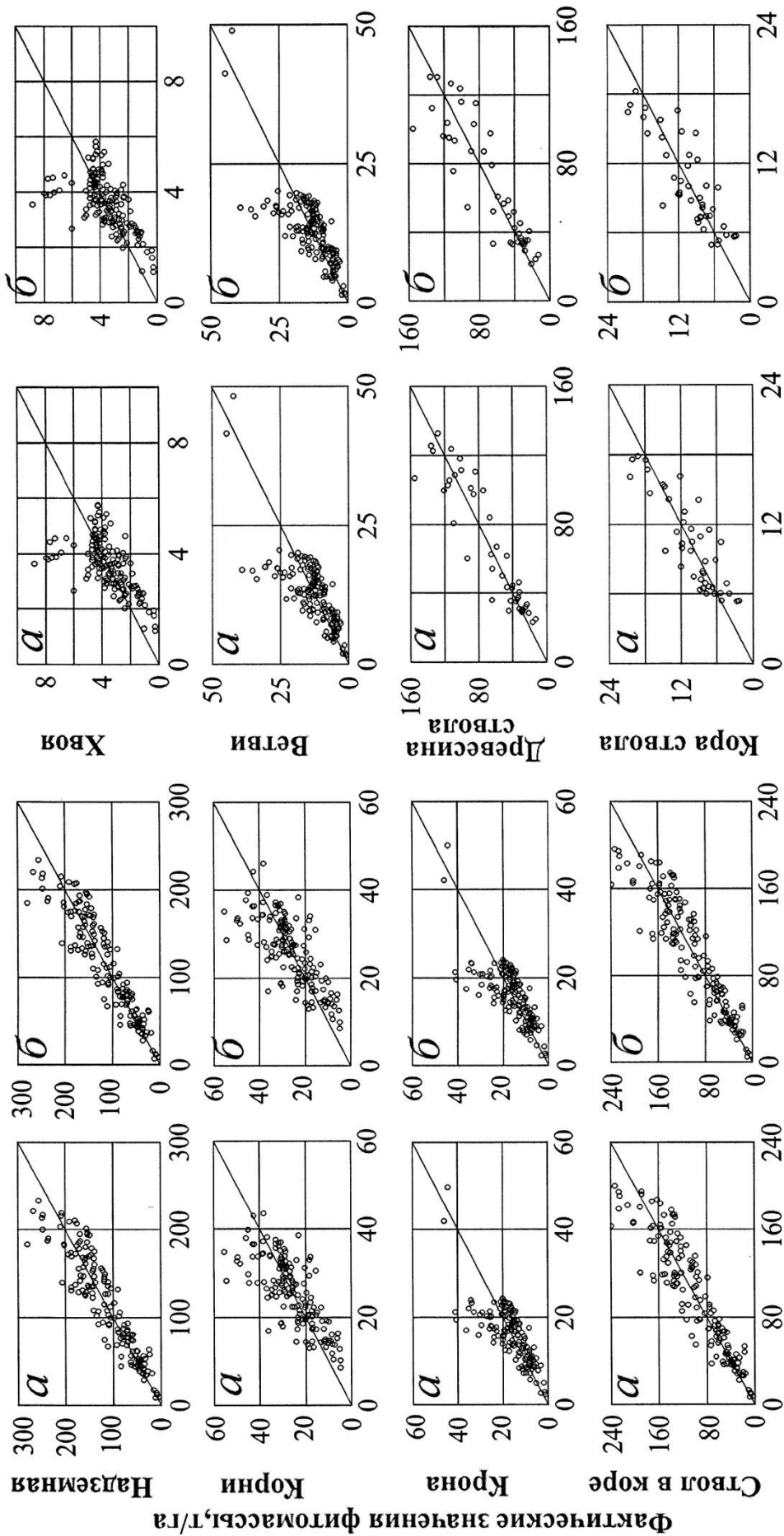
Таблица 14. Характеристика рекурсивной системы вспомогательных уравнений для массообразующих показателей

Массообразующие показатели	Компоненты регрессионных уравнений																		adjR <sup>2</sup>						
	lnH	lnD	lnN	$A^{-0,0217}$	$0,7812 \ln A$	-	-	$-0,5836 X1$	$-0,0720 X2$	$-0,1720 X3$	$-0,1480 X4$	$-0,7952 X5$	$-0,2341 X6$	$-0,7854 X7$	$-0,5169 X8$	$-0,4123 X9$	$0,0198 X10$	0,669							
	-1,1075	3,8571	-0,0983	lnA	0,8906	lnH	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,1380	0,1007	-0,0516	0,940		
				lnA	1,0101	lnH	1,0101	lnH	0,1503	X3	0,0031	X4	-0,3848	X5	-0,1110	X6	-0,0637	X7	0,3165	X8	-0,0928	X9	-0,2960	X10	0,888



Таблица 15. Фрагменты аддитивной таблицы фитомассы древостоев берёзы в возрасте 50 лет (т абсолютно сухой массы на 1 га) по экорегионам

Эко-регион	Вид	H, м	D, см	N, тыс. экз/га	Фитомасса, т/га										
					Pt	Pa	Pc	Pf	Pb	Pr	Ps	Pw	Pbk		
ЗСЕ	<i>B. alba</i> L.	20,8	21,0	0,8	201,5	162,3	22,7	3,4	19,4	39,2	139,6	119,5	20,1		
ЕРсев	<i>B. alba</i> L.	11,6	10,4	2,3	83,9	65,4	11,7	3,6	8,1	18,5	53,7	47,0	6,7		
ЕРюг	<i>B. alba</i> L.	19,3	15,9	1,6	177,2	147,6	20,0	4,4	15,6	29,6	127,6	109,8	17,8		
Ур	<i>B. alba</i> L.	17,5	15,3	1,5	155,6	131,0	17,7	3,7	14,0	24,6	113,3	96,1	17,2		
ЗСст	<i>B. alba</i> L.	17,9	16,5	1,1	177,0	134,9	22,7	3,9	18,8	42,1	112,1	91,0	21,1		
ССсев	<i>B. alba</i> L. <i>B. tortuosa</i> L.	9,4	7,2	2,5	93,6	49,9	9,0	2,3	6,7	43,7	40,9	35,7	5,2		
ССюг	<i>B. alba</i> L.	16,5	15,8	1,0	137,1	110,4	16,6	2,4	14,1	26,7	93,8	76,0	17,8		
ВС	<i>B. alba</i> L. <i>B. ermanii</i> Ch.	9,5	8,5	2,4	65,2	44,4	8,1	1,6	6,5	20,7	36,3	32,7	3,6		
ДВюг	<i>B. costata</i> Tr.	12,4	15,2	1,3	138,3	111,1	26,7	4,0	22,8	27,2	84,4	69,8	14,6		
Кит	<i>B. platyphylla</i> S.	13,8	16,1	0,8	81,1	68,5	13,8	2,2	11,6	12,6	54,7	46,6	8,1		
Яп	<i>B. platyphylla</i> S. <i>B. ermanii</i> Ch.	21,2	20,3	0,6	154,5	127,4	17,3	2,4	14,9	27,1	110,1	95,7	14,4		



Расчетные значения фитомассы, т/га

Рис. 5. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчетом по независимым (а) и аддитивным (б) моделям фитомассы берёзовых древостоев

Построенная аддитивная модель (см. **табл. 11**) включает четыре численных независимых переменных. При табулировании ее возникает проблема, которая заключается в том, что мы можем задать из четырех переменных только возраст древостоя, а остальные три переменные могут быть введены в таблицу лишь в виде расчетных величин, полученных системой вспомогательных рекурсивных уравнений. Такие уравнения рассчитаны по исходному массиву фактических данных и показаны в **табл. 14**.

Результаты последовательного табулирования уравнений в **табл. 14** и **11** представляют громоздкую таблицу. Поэтому сравнительный анализ структуры фитомассы березняков разных экорегионов ограничим возрастом 50 лет (**табл. 15**).

Согласно **табл. 15**, наибольшие значения фитомассы (202 т/га) соответствуют европейским регионам, прилегающим к атлантическому побережью, а наименьшие (65-94 т/га) – северотаёжным регионам России. Промежуточное положение по показателю общей фитомассы (140-177 т/га) занимают березняки южной части их евразийского ареала.

Показатели фитомассы разных экорегионов различаются не только по абсолютной величине, но и по соотношениям массы разных фракций; например доля листвы в надземной фитомассе максимальная (3,6-4,6 %) в северотаёжных регионах России и минимальная (1,9-2,1%) в березняках территорий, прилегающих к атлантическому и тихоокеанскому побережьям.

### Заключение

Таким образом, впервые на уникальных по объёму базам фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев рода *Betula* L. разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы берёзы, и тем самым решена проблема совмещения аддитивности и всеобщности моделей. Модель фитомассы деревьев гармонизирована двояко: в ней устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, она учитывает региональные (и соответственно, видовые) различия равновеликих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре.

Аддитивная модель фитомассы древостоев гармонизирована также по двум уровням, один из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а второй связан с вводом «фиктивных» переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии. Полученная модель демонстрирует различия фитомассы древостоев не только по абсолютным ее значениям для стволов, хвои, ветвей и корней, но и по их соотношениям, т.е. по структуре фитомассы. Предложенные модели и соответствующие таблицы для оценки фитомассы деревьев и древостоев берёзы дают возможность определения их фитомассы в различных экорегионах Евразии по данным измерительной таксации.

### Список использованной литературы

Усольцев В.А. Фитомасса модельных деревьев лесообразующих пород Евразии: база данных, климатически обусловленная география, таксационные нормативы. Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2016. 336 с. ISBN 978-5-94984-568-4 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/5696>).

Усольцев В.А., Цепордей И.С., Шубаири С.О.Р., Дар Дж.А., Часовских В.П. Аддитивные аллометрические модели фитомассы деревьев и древостоев двухвойных сосен как основа региональных таксационных нормативов для Евразии // Эко-потенциал. 2018. № 1 (21). С. 27-47 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/7261>).

*Baskerville G. L.* Use of logarithmic regression in the estimation of plant biomass // Canadian Journal of Forest Research. 1972. Vol. 2. P. 49-53.

*Cunia T., Briggs R.D.* Forcing additivity of biomass tables: some empirical results // Canadian Journal of Forest Research. 1984. Vol. 14. P. 376-384.

*Dong L., Zhang L., Li F.* A three-step proportional weighting system of nonlinear biomass equations // Forest Science. 2015. Vol. 61. No. 1. P. 35-45.

*Reed D.D., Green E.J.* A method of forcing additivity of biomass tables when using nonlinear models // Canadian Journal of Forest Research. 1985. Vol. 15. P. 1184-1187.

*Tang S., Zhang H., Xu H.* Study on establish and estimate method of compatible biomass model // Scientia Silvae Sinica. 2000. Vol. 36. P. 19-27 (in Chinese with English abstract).

*Usoltsev V.A.* Forest biomass and primary production database for Eurasia. CD-version. The second edition, enlarged and re-harmonized. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University, 2013. ISBN 978-5-94984-438-0 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3059>).

*Usoltsev V.A.* Single-tree biomass data for remote sensing and ground measuring of Eurasian forests. CD-version in English and Russian. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University. 2016. ISBN 978-5-94984-600-1 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/6103>).

*Работа выполнена в рамках Государственного задания Ботанического сада УрО РАН.*

**Рецензент статьи:** доктор сельскохозяйственных наук, профессор С.В. Залесов.