

УДК 674.05

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЗАТРАТ ВРЕМЕНИ ОПЕРАЦИИ
РАСПИЛОВКИ СЫРЬЯ НА ЛЕСООБРАБАТЫВАЮЩИХ СТАНКАХ**

Чамеев Василий Владимирович,

канд. техн. наук, доцент,

ФГБОУ ВО «Уральский государственный лесотехнический университет»,
г. Екатеринбург, E-mail: chameev47@yandex.ru

Иванов Виктор Вячеславович,

канд. техн. наук, доцент,

ФГБОУ ВО «Уральский государственный лесотехнический университет»,
г. Екатеринбург, E-mail: victor.82@mail.ru

Терентьев Виталий Викторович,

канд. с-х. наук, доцент,

Уральский институт ГПС МЧС России, г. Екатеринбург, E-mail: terentevv@rambler.ru

***Ключевые слова:** лесобработывающий станки, математическое описание длительности циклов раскроя лесоматериалов, вероятностные теоретические распределения.*

***Аннотация.** Определены типы вероятностей теоретических распределений случайной величины – длительность распиловки лесоматериалов на лесобработывающих станках. Выявлена целесообразность описания случайной величины распределением Эрланга для решения задач аналитическими методами и методами имитационного моделирования.*

**MATHEMATICAL DESCRIPTION OF THE TIME OPERATION RAW
MATERIAL SOLVING ON FOREST-MACHINING MACHINES**

Chameev Vasily Vladimirovich,

Ph.D. of Engineering Sciences, Associate Professor Ural State Forest Engineering University,
Yekaterinburg, E-mail: chameev47@yandex.ru

Ivanov Victor Vyacheslavovich,

Ph.D. of Engineering Sciences, Associate Professor Ural State Forest Engineering University,
Yekaterinburg, E-mail: victor.82@mail.ru

Terentyev Vitaliy Viktorovich,

Ph.D. of Agricultural Sciences, Associate Professor Ural State Forest Engineering University,
Yekaterinburg, E-mail: terentevv@rambler.ru

***Key words:** woodworking machines, mathematical description of the duration of timber cutting cycles, probabilistic theoretical distributions.*

***Abstract.** The types of the theoretical probability distribution of the random variable - length of cutting timber in the forest processing machines. The expediency of describing a random variable by the Erlang distribution for solving problems by analytical methods and methods of simulation is revealed.*

При решении различных технологических задач традиционными методами, в том числе аналитическими, при применении имитационного моделирования необходимы сведения о длительностях распиловки (циклах) лесоматериалов. Во многих случаях сведения только о средних длительностях циклов распиловки недостаточно.

Требуется полная характеристика случайной величины (продолжительность распиловки является случайной величиной [1,2]). В простейшем случае дополнительно к среднему значению необходимы также сведения о среднем квадратическом отклонении, типе вероятностного теоретического распределения случайной величины.

Средние значения случайных величин можно получить на основе традиционных инженерных методов. Среднее квадратическое отклонение или коэффициенты вариации по данным работы [1] для лесобрабатывающих станков ориентировочно составляют $\sigma = 0,33t_{\text{ср}}$, где $t_{\text{ср}}$ – среднее значение случайной величины. Типы вероятностных теоретических распределений – из технической литературы.

Более точные данные получают в результате обработки статистических данных, собранных в производственных условиях [3,4] или на имитационных моделях [5]. Ниже приводятся сведения о результатах обработки 189 выборок хронометражных наблюдений за операциями раскроя лесоматериалов на различных типах станков в лесобрабатывающих цехах Уральского региона, включающих 26636 замеров [6].

Анализ гистограмм показал, что чем ближе находится значения случайной величины $t_{\text{ср}}$ к началу отсчета (при $t > 0$), тем асимметричнее становятся кривые вероятностных распределений, достигая крайней ее формы – экспоненциального распределения. По мере удаления значения $t_{\text{ср}}$ по оси абсцисс вправо асимметричность постепенно уменьшается и в конечном итоге вероятностные распределения приближаются к нормальному распределению. Между этими крайностями выборки имеют различной степени положительную асимметрию, характерную для асимметричных распределений – логарифмически нормального и Эрланга распределениями.

Нормальный закон распределения характеризуется функцией плотности вероятности вида

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-a}{\sigma}\right)^2\right\},$$

где a и σ – параметры распределения, численно равные среднему значению и среднеквадратическому отклонению случайной величины t .

Функция плотности логнормального распределения характеризуется двумя параметрами a и σ и имеет вид

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t - a}{\sigma}\right)^2\right\},$$

где $a = \ln t_{\text{ср}} - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\sigma_t^2}{t_{\text{ср}}^2} + 1\right)$; $\sigma^2 = 2 \ln t_{\text{ср}} - 2a$.

Распределение Эрланга имеет функцию плотности

$$f(t) = \frac{\mu(\mu t)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\mu t},$$

где μ – параметр распределения

$$\mu = \frac{t_{\text{ср}}}{\sigma_t^2};$$

k – порядок Эрланга, целое положительное число $k = \frac{t_{\text{ср}}^2}{\sigma_t^2}$.

Экспоненциальное распределение имеет функцию плотности

$$f(t) = \mu e^{-\mu t},$$

где μ – параметр, численно равный обратной величине среднего значения случайной величины.

Обработка статистического материала подтвердила правильность выбора теоретических вероятностных распределений. Из 189 выборок по критерию $P(\chi^2)$ Пирсона удалось математически описать теоретическими распределениями 87,3% выборок. Только у 24 статистических выборок (12,7%) вероятность $P(\chi^2)$ оказалась несколько меньшей критической (0,1). Преобладающим распределением оказалось логнормальное (52,1%), нормальным распределением описано 31,8% выборок. С распределением Эрланга и экспоненциальным согласуется только 16,1% выборок.

Несколько другие значения будут для отдельных групп станков. Так, для головных станков группового деления (распиловки) ГСГрД (головные станки проходного типа преимущественно одноэтажные лесопильные рамы) круглых лесоматериалов экспоненциальным распределением было описано 4,6% выборок, распределением Эрланга – 5,7%, логнормальным – 59,1% и нормальным распределением 21,6% выборок.

Головные однопильные круглопильные и ленточнопильные для индивидуального деления (распиловки) бревен (ГСИД) позиционно-проходного типа с подающими тележками или подающими столами (станки типа ЦДТ или ЛБ) описались следующими распределениями: экспоненциальным – 9,5% выборок; Эрланга – 12,2%; логнормальным – 39,9%; нормальным распределением – 27,7% выборок.

Анализ приведенных данных с учетом логики процесса позволяет сделать следующие выводы.

1. Средние значения длительностей распиловки лесоматериалов у теоретических вероятностных распределений по отношению к началу отсчета ($t = 0$) располагаются в следующей последовательности (слева направо): экспоненциальное распределение; распределение Эрланга и логнормальное; нормальное распределение (чем больше средний диаметр распиливаемого сырья, тем больше средняя длительность его распиловки);

2. Тип вероятностного теоретического распределения описывающего длительность распиловки на головных станках: при распиловке тонкомерного сырья – экспоненциальное распределение; при распиловке сырья средних толщин – асимметричные распределения (Эрланга и логнормальное); крупномерное сырье – нормальное распределение.

3. ГСГрД по сравнению с ГСИД распиливают сырье средних толщин на 12,7% больше.

4. ГСИД по сравнению с ГСГрД распиливают крупномерное сырье на 6,1% больше.

На время цикла распиловки сырья и полуфабрикатов в лесообработывающих цехах действует множество случайных факторов. Среди них есть и преобладающие. Например, применительно к распиловке круглых лесоматериалов на станках ГСИД основным доминирующим фактором является диаметр распиливаемого сырья. При раскрое сырья диаметром 18-24 см, со среднеквадратическим отклонением в 3-7 см, время цикла распиловки сырья описывается экспоненциальным распределением, при среднем диаметре сырья 23-30 см – логнормальным и при 20-24 см – нормальным.

Вид теоретического распределения описывающего операцию распиловки сырья на станках ГСИД зависит и от среднего значения времени цикла выполнения операции. При длительности цикла 40-60 с операция распиловки сырья описывается экспоненциальным распределением, при 75-125 с – логнормальным, при 80-140 с – нормальным [6].

Аналогично и для станков ГСГрД. При распиловке круглых лесоматериалов из мелкой и средней групп по толщине, длительность цикла описывается логнормальным распределением, а из крупной – нормальным [7].

Приведенные выше виды теоретических вероятностных распределений, описывающих длительности распиловки лесоматериалов на лесообработывающих станках, пригодны для аналитических расчётов и в полной мере для имитационного моделирования. Лесообработывающие станки объединяют в станочные системы. Для исследования их работы применяют аналитические методы, особое место среди которых занимает теория массового обслуживания

ния (ТМО). Пропускная способность и другие характеристики систем массового обслуживания сравнительно мало зависят от вида закона распределения времени обслуживания, а зависят, главным образом, от среднего значения времени обслуживания.

Таким образом, в ТМО чаще всего пользуются допущением, что время обслуживания распределено по показательному закону или закону Эрланга. Эта гипотеза упрощает математический аппарат, применяемый для решения задач ТМО, а также в ряде случаев, позволяет получить простые аналитические формулы для определения характеристик системы массового обслуживания (СМО) [8] и получить в результате несложных вычислений конкретные характеристики функционирования СМО [9].

По мнению специалистов, если некоторые эмпирические распределения длительностей обслуживания заявок (требований) не описываются распределением Эрланга, то это не дает повода отвергать это распределение. Замена реального распределения на распределение Эрланга для лесообрабатывающих цехов допустимо [1,8,10]. Формулы Эрланга остаются справедливыми при любом законе распределении времени обслуживания, лишь бы входной поток был простейшим [8].

Математические модели ТМО обладают некоторой универсальностью. Они учитывают асимметричность распределения длительностей обслуживания, которая связана с толщиной круглых лесоматериалов, распиливаемых на головных станках. При распиловке тонкомерного сырья наиболее приемлема математическая модель, в которой длительность обслуживания подчиняется экспоненциальному закону. С увеличением толщины сырья асимметричность уменьшается и постепенно распределение приближается к нормальному. В этом случае длительность обслуживания близка к распределению Эрланга (при параметре распределения Эрланга $k > 5$ распределение Эрланга переходит в нормальное). Если распиливается сырье нескольких назначений, то могут применяться модели, в которых насчет типа распределения длительности обслуживания не дается ни каких указаний.

Распределение продолжительности рабочих циклов лесных подъемно-транспортных и лесообрабатывающих машин подчиняется законом Эрланга с величиной параметра k от 4 до 16 [11]. По данным работы [1] коэффициент вариации случайной величины – длительность цикла лесообрабатывающих станков, составляет 0,33. Порядок распределения Эрланга k можно получить из выражения

$$V = \frac{\sigma}{t} = \frac{1}{\sqrt{k+1}} = \frac{1}{3}.$$

После преобразований получаем значения k при $V = 0,33$

$$k = \frac{1}{V^2} - 1 \approx 8,$$

где V – коэффициент вариации в долях от 1;
 t – среднее значение случайной величины;
 σ – среднее квадратичное отклонение.

При коэффициенте вариации $V = 1$ (100%) $k = 0$ (распределение Эрланга переходит в экспоненциальное, при $V = 0,1$ (10%) $k = 99$, при $V = 0,13$ (13%) $k = 5$, т.е. распределение Эрланга при ($k > 5$) становится более симметричным и приближается к нормальному распределению.

В заключении отметим следующее.

На основании обработки статистических данных (189 выборок) установлено, что длительность обработки сырья есть случайная величина, описываемая рядом теоретических вероятностных распределений.

Выявлены основные, доминирующие факторы влияющие на тип теоретического вероятностного распределения случайной величины – длительности раскрытия сырья на головных станках лесообрабатывающих цехов.

Обоснована целесообразность описания случайной величины – длительность распиловки сырья на головных станках, распределением Эрланга для решения различных задач аналитическими методами теории массового обслуживания (ТМО), методами имитационного моделирования. Предложена методика определения параметра распределения Эрланга k с использованием коэффициента вариации.

Список литературы

1. Редькин А.К. Основы моделирования и оптимизации процессов лесозаготовок: Учебник для вузов.- М.: Лесн. пром-сть, 1988.- 256 с.
2. Чамеев В.В. Анализ результатов статистических наблюдений за операцией раскря лесоматериалов в лесобработывающих цехах // Исследование операций раскря лесоматериалов и их математическое описание: Отчет о НИР/УЛТИ N 33/75; Руководитель Н.В.Лившиц; исполн. В. В. Обвинцев, В.В. Чамеев, Т. П. Тихомирова и др.; N ГР 75017828; Инв. N Б491440. - Свердловск, 1975.- 72 с.
3. Лившиц Н.В., Обвинцев В.В., Чамеев В.В. Проведение статистических исследований в лесоперерабатывающих цехах леспромхозов // Науч. тр./СНИИЛП.- Лесозэксплуатация.- Свердловск, Средне-Уральское изд-во.- 1977.-С. 128-133.
4. Еремеев А.А., Федотова О.А., Бобыкина Е.Г., Чамеев В.В., Меньшиков Б.Е. Разработка журнала статистических наблюдений для станков проходного типа при раскря круглых лесоматериалов на пилопродукцию // Леса России и хозяйство в них: Вып. 2 (36) / Урал. гос. лесотехн. ун-т.- Екатеринбург, 2010.- С. 51-57.
5. Чамеев, В.В. Математическая модель, моделирующий алгоритм и результаты расчёта на имитационной модели влияния параметров сырья на временные показатели работы лесобработывающих станков / В.В. Чамеев, Ю.В. Ефимов, Ю.И. Усольцева // Молодой учёный.- 2016.- № 8 (112). -Часть III.- С. 349-354.
6. Лившиц Н.В., Обвинцев В.В., Чамеев В.В. Математическое описание операций раскря сырья и полуфабрикатов в лесоперерабатывающих цехах леспромхозов // Межвуз. сб. науч. тр. /Ленингр. лесотех. акад.- 1977.- Вып. 6.- Лесосечные, лесоскладские работы и сухопутный транспорт леса.- С. 106-110.
7. Чамеев В.В., Обвинцев В.В. Определение цикловых затрат времени при распиловке круглых лесоматериалов на лесопильных рамах для проектирования лесоперерабатывающих цехов на ЭВМ // Перспективы повышения эффективности лесозаготовительного производства в XI пятилетке: Тез. докл., Свердловск: СНИИЛП.- 1980.- С. 66 - 68.
8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Изд. 4-е, стереотип.: учебник для вузов.- М.: Наука, 1969.- 576 с.
9. Чамеев В.В. Решение задач анализа и синтеза на имитационных моделях: обоснование межоперационных запасов в станочных системах аналитическими методами / В.В. Чамеев, В.В. Иванов, Б.Е. Карылин, П.С. Кулаков, К.Ю. Гаев // Технологии. Техники. Инженерия. Международный научный журнал.- № 2(4).- 2017.- С. 13-18.)
10. Редькин А.К. Применение теории массового обслуживания на лесозаготовках.- М.: Лесн. пром-сть, 1973.- 152 с.
11. Алябьев В.И. Оптимизация производственных процессов на лесозаготовках.- М.: Лесн. пром-сть, 1977.- 232 с.