УДК 634.865:0.812

А.И.Румянцев
(Уральский лесотехнический
институт)

О МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ И ТВЕРДОСТИ ДРЕВЕСНЫХ ПЛАСТИКОВ

Настоящая работа является обобщением экспериментальных данных, полученных при исследовании механических свойств древесных пластиков в проблемной лаборатории Уральского лесотехнического института. Методика проведения механических испытаний изложена в работе [1].

Пусть исследуемое тело при медленном растяжении или сжатии из естественного состояния вначале имеет чисто упругую деформацию ε, пока напряжение σ, растягивающее или сжимающее тело, не достигнет некоторого характерного для данного материала значения - пластической постоянной. Затем деформация становится пластической и изменяется по линейному закону

$$\varepsilon = \frac{\sigma_s}{E} + \frac{1}{h}(\sigma - \sigma_s)$$

или

$$\sigma = a + h\varepsilon, \quad a = \frac{E-h}{h}\sigma_s$$

где E -модуль упругости и h -коэффициент упрочнения материала. Пусть напряжение σ при растяжении материала достигнет некоторого значения

$$\sigma_1 > \sigma_s$$

Предположим также, что $\sigma_1 < 2\sigma_s$ и затем монотонно убывает. При этом деформация будет уменьшаться по закону

$$\varepsilon_1 - \varepsilon = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \sigma)$$

где ε_1 –то значение деформации, которое было достигнуто при напряжении σ_1. При полной разгрузке, т.е. при $\sigma = 0$, будет иметь место остаточная деформация ε_0. Для величины ее нетрудно получить формулу

$$\varepsilon_0 = \frac{E-h}{Eh}(\sigma_1 - \sigma_s)$$

Если имеет место дальнейшее изменение напряжения в сторону отрицательных значений, то будем считать, что деформация уменьшается по тому же закону, пока напряжение не достигнет значения

$$(2\sigma_s - \sigma_1)$$

При последующем медленном монотонном уменьшении напряжения примем, что деформация изменяется по закону

$$\varepsilon = -\frac{\sigma_s}{E} + \frac{1}{h}(\sigma - \sigma_s) \qquad \text{или} \qquad \sigma = -a + h\varepsilon ,$$

где опять $a = \frac{E-h}{E}\sigma_s$, т.е. вновь становится пластической. Наконец, если после достижения некоторого значения σ_2 напряжение вновь начнет увеличиваться, то деформация будет увеличиваться по закону

$$\varepsilon - \varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma - \sigma_2)$$

где $\sigma_2 = -a + h\varepsilon_2$, пока разность $\sigma - \sigma_2$ не превысит значения $2\sigma_s$, после чего изменение будет происходить опять по закону пластических деформаций при наличии линейного упрочнения $\sigma = a + h\varepsilon$.

Прямые $\sigma = \pm a + h\varepsilon$ ограничивают область совместных для тела значений напряжений σ и деформации ε, имеющих место при весьма медленном деформировании. Если точка, изображающая совместное значение величин σ и ε находится внутри этой области, то изменение напряжения $d\sigma$ и соответствующее изменение деформации $d\varepsilon$ связаны равенством $d\sigma = E d\varepsilon$

Если же точка находится на верхней прямой $\sigma = a + h\varepsilon$, то имеет место $d\sigma = h d\varepsilon$. При $d\varepsilon > 0$, $d\sigma = E d\varepsilon$. При $d\varepsilon < 0$ наконец, для точек нижней границы $\sigma = -a + h\varepsilon$,

$$d\sigma = E d\varepsilon \quad \text{при} \quad d\varepsilon > 0,$$
$$d\sigma = h d\varepsilon \quad \text{при} \quad d\varepsilon < 0.$$

Приведенные выше соотношения включают в себя свойства повышения предела упругости при повторном растяжении (наклеп) и свойства понижения предела упругости при сжатии, если имело место предварительное растяжение за пределы упругих деформаций (эффект Баушингера). При сравнительно больших скоростях деформирования тела, примем, что соотношение

$$d\sigma = E' d\varepsilon \quad \text{или} \quad d\sigma = E\varepsilon + const$$

сохраняется для совместных значений величин σ и ε, соответствующих внутренним точкам области, ограниченной прямыми $\sigma = \pm a + h\varepsilon$.

Примем соотношение $d\sigma = E d\varepsilon$ также справедливым для точек верхней границы $\sigma = a + h\varepsilon$ при условии $d\sigma < 0$ и для точек нижней границы $\sigma = -a + h\varepsilon$ при $d\sigma > 0$. В упомянутых случаях скорости изменения напряжения и деформации σ и ε не играют роли при деформировании тела и деформация имеет чисто упругий характер. Напротив, при нарастании пластических деформаций того или иного знака примем справедливым соотношение

$$\sigma + z\dot{\sigma} = b\varepsilon + bn\dot{\varepsilon} + c,$$

где z, b, n и c -характерные для данного тела константы. Так как это соотношение должно остаться справедливым и для весьма медленно растущих пластических деформаций, то сравнивая его с соотношениями $\sigma = \pm a + h\varepsilon$, получим, что $h = \frac{bn}{z}$, $c = \pm z a$.

При весьма быстром деформировании имеем

$$\sigma \approx b\varepsilon \quad \text{или} \quad \sigma \approx b\varepsilon + const,$$

т.е. тело ведет себя вновь как вполне упругое. Примем константу равной модулю упругости тела E. Так как

$$a = \frac{E-h}{E}\sigma_s, \quad E = b, \quad h = \frac{bn}{z},$$

то $c = \pm z a = \pm(z - n)\sigma_s$

При этом знак плюс относится к точкам (ε, σ), расположенным выше прямой $\sigma = h\varepsilon + a$, и минус – к точкам, расположенным ниже прямой $\sigma = h\varepsilon - a$. В первом случае, если удерживать деформацию тела постоянной, происходит убывание напряжения, причем, точка, изображающая совместное значение напряжения σ и деформации ε, движется вниз к граничной прямой $\sigma = h\varepsilon + a$.

Во втором случае, соответствующая точка движется вверх. Явление изменения напряжения тела при неизменной деформации называют релаксацией. Пусть в начальный момент времени $t = 0$ напряжение тела имело значение σ_0, а деформация – значение ε_0, причем имело место $\sigma_0 > h\varepsilon_0 + a$.

Тогда при условии постоянства деформации тела, получим $\dot{\sigma} + 2\sigma = e^{-2t}\frac{d}{dt}(e^{2t}\sigma) = bn\varepsilon_0 + 2a$,

откуда $\sigma = (\sigma_0 - h\varepsilon_0 - a)e^{-2t} + h\varepsilon_0 + a \quad (h = \frac{bn}{2})$

и, следовательно, напряжение убывает, стремясь к значению $h\varepsilon_0 + a$. Изменение напряжения происходит тем интенсивнее, чем больше значение константы 2, которую можно назвать коэффициентом релаксации. Если же, наоборот, поддерживать постоянным напряжение тел, то в первом случае точка (ε, σ) движется вправо, и деформация увеличивается, а во втором случае – влево. Явление изменения деформации при неизменном напряжении именуется последействием. Пусть напряжение тела $\sigma = \sigma_0$ постоянно, а деформация ε в начальный период принимала некоторое значение ε_0, удовлетворяющее условию

$$\sigma > h\varepsilon_0 + a$$

Согласно основному соотношению для этого случая имеем $2\sigma_0 = b\dot{\varepsilon} + bn\varepsilon + 2a = be^{-nt}\frac{d}{dt}(e^{nt}\varepsilon) + 2a$,

откуда $\varepsilon = \frac{2(\sigma_0 - a)}{bn} - \left[\frac{2(\sigma_0 - a)}{bn} - \varepsilon_0\right]e^{-nt} = \frac{\sigma_0 - a}{h} - \frac{\sigma_0 - h\varepsilon - a}{h}e^{-nt}$.

Следовательно, деформация возрастает, стремясь к значению $\varepsilon_1 = \frac{\sigma_0 - a}{h}$

Очевидно, точка (ε, σ_0) лежит на верхней граничной прямой.

Изменение деформации происходит тем интенсивнее, чем больше значение константы n, которую можно назвать коэффициентом последействия.

Так как $za=(z-n)\sigma_s$, ибо $z>0$ и $a=\frac{E-h}{E}\sigma_s>0$, то $z>n$, т.е. релаксация происходит интенсивнее последействия. При $\sigma_s=0$, т.е. при отсутствии у материала области чисто упругих деформаций, доказательство обстоятельства $z>n$ требует более тонких рассуждений [2]. Пусть напряжение меняется по заданному закону $\sigma=\sigma(t)$ Если в начальный момент времени деформация ε и напряжение σ были таковы, что изображающая точка (ε, σ) находилась внутри области чисто упругих деформаций, то будем иметь соотношение $\sigma-\sigma_0=b(\varepsilon-\varepsilon_0)$ или $\varepsilon=\varepsilon_0+\frac{\sigma-\sigma_0}{b}$, где σ_0 и ε_0 -значения величин σ и ε в начальный момент времени. Это соотношение будет справедливо до тех пор, пока точка (ε, σ) не покинет области чисто упругих деформаций. Если же в начальный момент времени точка (ε, σ) находится в области пластических деформаций, например, выше граничной прямой $\sigma=h\varepsilon+a$, то образуя основное соотношение, имеем

$$e^{-zt}\frac{d}{dt}(e^{-zt}\sigma)=e^{-nt}\frac{d}{dt}(b\varepsilon e^{nt})+za,$$

откуда

$$b(e^{nt}\varepsilon-\varepsilon_0)=-\frac{za}{n}(1-e^{nt})+\int_0^t e^{-(z-n)t}\frac{d}{dt}(\sigma e^{zt})\,dt,$$

что можно привести к виду

$$b\varepsilon(t)=\sigma t+\int_0^t(z-n)e^{-n(t-\tau)}\sigma(\tau)\,d\tau-\frac{za}{n}+\left(b\varepsilon_0-\sigma_0+\frac{za}{n}\right)e^{-nt}.$$

Последнее соотношение имеет характер формулы теории последействия Больтцмана, осложненной дополнительными членами в правой части равенства. Оно справедливо, пока точка (ε, σ) находится выше граничной прямой $\sigma=h\varepsilon+a$.

При обратной задаче, когда задан закон изменения деформации $\varepsilon=\varepsilon(t)$ и требуется найти закон изменения напряжения, можно, поступая совершенно аналогично предыдущему, придти к формуле

$$\sigma(t)=b\varepsilon(t)-\int_0^t(z-n)e^{-z(t-\tau)}b\varepsilon(\tau)\,d\tau+$$

$$+\frac{za}{n}+\left(\sigma_0-b\varepsilon_0-\frac{za}{n}\right)e^{-zt}.$$

Функции $(\gamma-n)e^{-n(t-\tau)}$ и $(\gamma-n)e^{-\gamma(t-\tau)}$ могут быть названы соответственно функциями последействия и релаксации. С точки зрения теории интегральных уравнений Вольтерра, одна из них является резольвентой другой. Количественную сторону наследственных явлений, в частности, явлений последействия и релаксации, такие функции описывают недостаточно точно. Можно показать [3], что ядра Вольтерра достаточно общего типа могут быть получены линейной комбинацией ядер типа показательной функции. Основное соотношение

$$\dot{\sigma}+\gamma\sigma=b\dot{\varepsilon}+bn\varepsilon\pm\sigma_s(\gamma-n)$$

можно вместе с тем рассматривать как простейшее из соотношений типа $f(\sigma,\varepsilon,\dot{\sigma},\dot{\varepsilon},t)=0$ справедливых для некоторых тел, скорости деформирования которых оказывают влияние на напряжение. Пусть константа σ_s (пластическая постоянная) равна нулю. В этом случае наследственные явления будут иметь место при любых комбинациях значений напряжения и деформации тела, и соотношение, связывающее их, примет вид

$$\dot{\sigma}+\gamma\sigma=b\dot{\varepsilon}+bn\varepsilon .$$

Мы назовем это соотношение законом линейной наследственности. Если принять, что в момент t_0 состояние тела было естественным, т.е. имело место $\sigma=0$, $\varepsilon=0$, то из основного соотношения получим формулы

$$\sigma(t)=b\varepsilon(t)-\int_{t_0}^{t}(\gamma-n)e^{-\gamma(t-\tau)}\,b\varepsilon(\tau)\,d\tau \quad и$$

$$b\varepsilon(t)=\sigma(t)+\int_{t_0}^{t}(\gamma-n)e^{-n(t-\tau)}\,\sigma(\tau)\,d\tau .$$

В частности, можно принять, что при $t_0=-\infty$ написанные формулы являются частным случаем формул

$$\sigma(t)=b\varepsilon(t)-\int_{t_0}^{t}K(t-\tau)b\varepsilon(\tau)\,d\tau;\quad b\varepsilon(t)+\int_{t_0}^{t}\Gamma(t-\tau)\,d\tau ,$$

выражающих закон Больтцмана-Вольтерра для тел, обладающих свойством наследственности при параллельном соединении бесконечного числа волокон, деформирование которых подчиняется закону линейной наследственности, можно образовать тело, подчиняющееся закону деформирования Больтцмана-Вольтерра. Для этого следует, сообразуясь соответствующим образом с видом функции наследственности $K(t-\tau)$ или ее резольвенты $\Gamma(t-\tau)$, подобрать статистическое распределение констант закона деформирования отдельных волокон. Изучение продольных колебаний и волн в теле, подчиняющемся закону линейной наследственности, приводит к рассмотрению уравнения

$$\rho \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} + \rho r \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = b \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + bn \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Колебания высоких тонов довольно быстро затухают и происходит освобождение основного тона колебаний. Некоторые из собственных форм колебаний могут иметь мнимые частоты. Соответствующее им движение имеет апериодический характер. Волновые движения обладают свойством дисперсии, т.е. скорость распространения волн зависит от их частоты. Предельными случаями линейной неследственности являются тела, деформирование которых подчиняется законам .

$$b\dot{\varepsilon} + r\sigma \; ; \qquad \sigma = h\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon} \; .$$

Первый из этих законов был предложен Максвеллом. Тело, подчиняющееся закону Максвелла, обладает свойством релаксации, но лишено последействия. Второй закон был использован для описания явления последействия Томпсоном. Из закона линейного последействия закона Томпсона получаются посредством предельного перехода при условии $r \to \infty$ $b \to \infty$, причем $\frac{r}{b} = \mu$, где μ –ограниченная величина, имеющая размерность коэффициента вязкости. Явление релаксации не имеет места в телах, подчиняющихся этому закону, ибо при $\varepsilon = const$ немедленно получаем $\sigma = h\varepsilon = const$

Закон деформирования типа вязкой жидкости $\sigma = \mu\dot{\varepsilon}$ можно также рассматривать как предельный случай закона линейной наследственности. Пусть константа σ_s отлична от нуля, и так же как в предыдущем случае, константы r и b закона деформирования нашего тела $\dot{\sigma} + r\sigma = b\dot{\varepsilon} + bn\varepsilon \pm (r-n)\sigma_s$ стремятся к бесконечности, а отношение их – к постоянной. В пределе получим соотношение $\sigma = \pm\sigma_s + \mu\dot{\varepsilon} + h\varepsilon$ $(h = \mu n)$, определяющее закон деформирования так называемого вязкопластического тела с упрочнением. Это тело не имеет чисто упругих деформаций и лишено свойства релаксации. В области, ограниченной прямыми $\sigma = \pm\sigma_s + h\varepsilon$ при заданном постоянном значении деформации, значение напряжения не является определенным и может заключаться в пределах

$$\sigma_s + h\varepsilon < \sigma < -\sigma_s + h\varepsilon .$$

Мы получим более общий закон деформирования тел, чем в работах [5,6,7]. В этих работах рассматривалась круглая плита, и законы деформирования были упрощенными, т.е. рассматривался частный случай данной задачи, именно частный случай закона Больтцмана-Вольтерра. Таким образом, настоящая работа теоретически обосновывает и доказывает правомерность методики ускоренных механических испытаний материалов, изложенной в работах [5,6,7]. Интересно отметить, что закон Больтцмана-Вольтерра предполагает параллельное соединение бесконечного числа волокон в модели тела, а в работах [5,6,7] соответственно трех и двух элементов в модели тела. Все изложенное позволяет рассмотреть механические свойства древесного пластика, изготовленного из лесосечных отходов ольхи в проблемной лаборатории УЛТИ, применяя методику, предложенную в работах [5,6,7] (как и в этих работах, плита круглая, σ_s -пластическая постоянная).

Твердость исследуемого пластика устойчивыми корреляционными зависимостями связана с механическими и технологическими характеристиками материала. В то же время твердость (по Бринеллю) дает более низкий коэффициент корреляции (около 0,5) и неустойчивые числа твердости, что согласуется с работой [1]. В частности, твердость по Бринеллю оказалась равной H_B = 127 МПа. Твердость по Б.Ф.Розенгаузу H_R =114 МПа. Предел прочности при сжатии перпендикулярно плоскости плиты σ =121,6 МПа. Коэффициент корреляции равен 0,96. Корреляционное уравнение имеет вид σ =0,9 H_R + 154. Абсолютная ошибка уравнения ± 22 или 1,8%. Предел прочности при сжатии параллельно плоскости плиты равен σ =19,1 МПа. Коэффициент корреляции равен 0,78. Корреляционное уравнение имеет вид σ =0,2 H_R - 46. Абсолютная ошибка уравнения ± 8,2 или 4,8%. Предел прочности при растяжении параллельно плоскости плиты равен σ =13,2 МПа. Коэффициент корреляции равен 0,76. Корреляционное уравнение имеет вид σ =0,1 H_R + 14. Абсолютная ошибка уравнения равна ± 5,8 или 4,4%.

Предел прочности при изгибе перпендикулярно плоскости плиты равен $\sigma = 23,2$ МПа. Коэффициент корреляции равен 0,79. Корреляционное уравнение имеет вид $\sigma = 0,09H_R + 125,8$. Абсолютная ошибка уравнения равна $\pm$ 9,7 или 4,2% [1] .

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кулиничев А.Ф. Обоснование и разработка методов определения механических свойств лигноуглеводных древесных пластиков. Дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Челябинск, 1967. (Челябинский политехнический институт).

2. Ишлинский А.Ю. Линейные законы деформирования не вполне упругих тел. ДАН СССР, 1940, № 1.

3. Ишлинский А.Ю. Некоторые применения статистики к описанию законов деформирования тел. "Известия ОТН АН СССР," 1944, № 9.

4. Ишлинский А.Ю. Уравнения деформирования не вполне упругих и вязко-пластических тел. "Известия ОТН АН СССР," 1945, № 1,2.

5. Плитные материалы и изделия из древесины и других одревесневших растительных остатков без добавления связующих. Под ред. проф. Петри В.Н. М., "Лесная промышленность", 1976.

6. Румянцев А.И. Моделирование древесных пластиков как упруговязкопластических тел. -В кн.: Труды УЛТИ, вып.23. Свердловск, изд.УЛТИ, 1972.

7. Румянцев А.И., Кулиничев А.Ф. О давлении плоского штампа на круглую вязкопластическую пластину из древесного пластика. -В сб.: Древесные плиты и пластики. Свердловск, изд. УЛТИ, 1975.