

5. Коллегова М.И., Мочалов В.В., Калинин И.И. Исследование комплексных соединений никеля и кобальта с α -тиохинольданилином. - Журнал неорганической химии, 1968, вып. 12, том XIII.

6. Леонович А.А., Шалун Г.Е., Хламенко А.С. Модификация бумаги для огнезащитенного ДБСП. - В кн.: Производство и применение декоративного бумажно-слоистого пластика. Л., 1975.

7. А.с. 491481 [СССР]. Композиция для изготовления древесноволокнистых плит. / А.А.Леонович, В.А.Дзюбин, Е.Д.Мерсов, А.Ф.Николаев, М.С.Тризно, В.В.Барсова, Л.П.Полоскина. - Опубл. в Б.И., 1975, № 42.

УДК 674.817-41

Н.В.Липцев, В.И.Михасенко,
Ю.А.Седов

(Ленинградская лесотехническая академия)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФРАКЦИОННОГО СОСТАВА ДРЕВЕСНОВОЛОКНИСТЫХ МАСС И ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ РАЗМОЛА ВОЛОКНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

Как известно [1,2,3], фракционный состав древесноволокнистой массы является одним из основных факторов, определяющих эксплуатационные свойства изготавливаемых древесноволокнистых плит (ДВП). В частности, изучение этого вопроса показало, что наибольшее влияние на свойства различных видов ДВП оказывает содержание в композиции массы самой крупной фрак-

ции. Фракционный состав зависит от типа размалывающего устройства, геометрии зоны размола, продолжительности размола, степени пластификации древесины в процессе предразмольной подготовки и других факторов.

До настоящего времени, однако, отсутствуют теоретические способы предварительного определения как фракционного состава получаемых масс (плотность вероятности распределения частиц по крупности*), так и оптимальной продолжительности размола щепы, обеспечивающей получение масс требуемого фракционного состава.

В данной работе сделана попытка построения вероятностной модели измельчения древесины в размалывающих устройствах на основе теории марковского случайного процесса с целью определения статистических характеристик измельченной древесины и, как следствие, требуемой продолжительности измельчения.

Для разработки математической модели были использованы результаты исследований, проведенных в проблемной лаборатории технологии древесных плит и пластиков ЛТА (см. таблицу). Размол щепы производился на терморазделителе, входящем в комплект оборудования заводской лаборатории, изготовляемый ПНР. Исследовалось изменение фракционного состава получаемой древесноволокнистой массы при изменении продолжительности размола щепы от 15 до 120 с и температуры двухминутной гидротермической обработки и размола от 140 до 170°C. Масса щепы на одно определение составляла в пересчете на абсолютно сухое состояние 0,5 кг.

Для теоретического определения характеристик продуктов размола считаем, что "вероятностное" состояние системы измельчаемых частиц древесины описывается марковским случайным процессом, который, как известно, является обобщением схемы независимых испытаний Бернулли и полагает, что ожидаемое вероятностное состояние системы зависит

* В качестве показателя крупности частиц измельченной древесины принимаем некоторый "эффективный" размер, определяемый по результатам распределения на фракции с помощью системы калиброванных сит.

Электронный архив УГЛТУ

Фракционный состав древесноволокнистых масс*

| Условия размола | | Фракции волокна** , % | | | | |
|-----------------|----------|-----------------------|-------|-------|-------|------|
| Температура, °С | время, с | 00/10 | 10/14 | 14/20 | 20/40 | 40/0 |
| 140 | 35 | 42,5 | 7,7 | 10,8 | 25,1 | 13,9 |
| 150 | 25 | 55,0 | 6,6 | 9,6 | 16,6 | 12,2 |
| 160 | 20 | 50,0 | 7,2 | 10,9 | 19,4 | 12,5 |
| 170 | 15 | 51,4 | 13,4 | 4,9 | 15,5 | 14,8 |
| 130 | 60 | 23,0 | 33,5 | 22,0 | 14,5 | 7,0 |
| 140 | 50 | 32,5 | 28,0 | 17,0 | 13,5 | 9,0 |
| 160 | 30 | 48,0 | 12,1 | 11,7 | 16,0 | 12,2 |
| 140 | 120 | 19,5 | 11,5 | 18,0 | 36,0 | 15,0 |
| 150 | 120 | 27,0 | 9,5 | 14,5 | 29,5 | 19,5 |
| 160 | 120 | 30,5 | 8,5 | 12,0 | 32,0 | 17,0 |
| 170 | 120 | 25,0 | 8,5 | 18,5 | 33,0 | 15,0 |

* Приведены результаты сухого фракционирования древесноволокнистых масс.

** Размерность фракций приведена в метрической системе. В знаменателе указан номер сетки сита, на котором волокно задержалось при последовательном фракционировании. Указанным номерам сит (№№ 10, 14, 20 и 40) соответствует средняя ширина ячеек: 1; 0,75; 0,5 и 0,25 мм.

только от непосредственно предшествующего и не зависит от предъистории состояния системы [4]. При абсолютно строгом рассмотрении надо учитывать всю предъисторию, но это приведет при определении изменения вероятностного состояния системы к столь сложной структуре вычислительной схемы, которая практически нереализуема даже при использовании современных ЭВМ.

Эволюция плотности вероятности марковского процесса описывается уравнением Фоккера-Планка [5]

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\alpha x + b \frac{\partial f}{\partial x} \right), \quad (1)$$

где $f = f(x, \tau)$ - плотность вероятности распределения частиц по крупности X в момент времени τ ;

b - коэффициент, определяемый техническими характеристиками измельчающего устройства.

Коэффициент α , имеющий смысл "скорости течения" процесса, положим пропорциональным показателю крупности частицы с некоторым коэффициентом K , определяемым реологическими свойствами измельчаемых частиц древесины. Такое допущение вполне правомочно, поскольку вероятность измельчения частицы тем больше, чем больше её крупность. Так полагаем, что

$$\alpha = -Kx. \quad (2)$$

С учетом (2) перепишем уравнение (1) в виде

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(Kx f + b \frac{\partial f}{\partial x} \right). \quad (3)$$

Граничными условиями для уравнения (3) будут

$$\left(Kx f + b \frac{\partial f}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_0} = 0; \quad f \Big|_{x \rightarrow \infty} = 0. \quad (4)$$

Начальное условие

$$f(x, \tau) \Big|_{\tau=0} = f(x, 0). \quad (5)$$

Первое из граничных условий (4) имеет следующий смысл: при достижении частицами некоторого предельного наименьшего размера ($X = X_0$), определяемого характеристиками измельчающего устройства, дальнейшего измельчения не происходит. Второе граничное условие отражает тот факт, что плотность ве-

роятности для частиц очень большого размера практически равна нулю. Начальное условие (5) описывает распределение крупности частиц при загрузке в измельчающее устройство.

Для решения применен метод Фурье [6], заключающийся в представлении f в виде двух сомножителей, каждый из которых зависит только от одной переменной

$$f = e^{-\kappa\lambda\tau} \cdot \psi(x). \quad (6)$$

В результате подстановки (6) в (3) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для определения неизвестной функции $\psi(x)$

$$b\psi'' + \kappa x\psi' + \kappa(\lambda+1)\psi = 0 \quad (7)$$

с граничными условиями

$$(b\psi' + \kappa x\psi) \Big|_{x=x_0} = 0; \quad \psi(\infty) = 0. \quad (8)$$

Интеграл уравнения (7) с учетом второго граничного условия (8) имеет вид

$$\psi = e^{-\frac{\kappa}{4b} \cdot x^2} \cdot \mathcal{D}_\lambda \left(\sqrt{\frac{\kappa}{b}} \cdot x \right), \quad (9)$$

где \mathcal{D}_λ - функция параболического цилиндра с индексом λ . Из уравнения (9) с учетом первого граничного условия (8) получаем уравнение для определения значений собственных чисел, являющихся индексом функций \mathcal{D}_λ .

Окончательно с учетом (8) получаем следующее общее решение уравнения (7)

$$f = C_0 \cdot e^{-\frac{\kappa}{2b} \cdot x^2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} C_\nu \cdot e^{-\left[\frac{\kappa}{4b} \cdot x^2 + \kappa\lambda_\nu\tau\right]} \cdot \mathcal{D}_{\lambda_\nu} \left(\sqrt{\frac{\kappa}{b}} \cdot x \right). \quad (10)$$

Постоянную C_0 определим из условий нормирования при $\tau = 0$

$$C_0 = \left(\int_{x_0}^{\infty} e^{-\frac{\kappa}{4b} \cdot x^2} dx \right)^{-1} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\pi b}} \left[1 - 2\Phi_0 \left(\sqrt{\frac{\kappa}{b}} \cdot x_0 \right) \right]^{-1}, \quad (11)$$

где Φ_0 - функция Лапласа-Гаусса.

Постоянные C_y определим по начальным условиям с учетом ортогональности собственных функций

$$C_y = \left[\int_{x_0}^{+\infty} f(x) e^{-\frac{\kappa}{4b} \cdot x^2} \mathcal{D}_{\lambda, \nu} \left(\sqrt{\frac{\kappa}{b}} \cdot x \right) dx \right] \cdot \left[\int_{x_0}^{+\infty} \mathcal{D}_{\lambda_0}^2 \left(\sqrt{\frac{\kappa}{b}} \cdot x \right) dx \right]^{-1} \quad (12)$$

Подставляя (11) в (12) и (10), получим при достаточно большом времени работы измельчающего устройства соответствующее распределение плотности вероятности крупности измельчаемых частиц

$$\bar{f} = f \Big|_{\tau \rightarrow \infty} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\pi b}} \cdot e^{-\frac{\kappa}{2b} \cdot x^2} \left[1 - 2\Phi_0 \left(\sqrt{\frac{\kappa}{b}} \cdot x_0 \right) \right]^{-1} \quad (13)$$

Выражение (13) дает возможность также получить интегральную характеристику распределения крупности частиц

$$\bar{F} = \int_{x_0}^x \bar{f} dx = 2 \left[\Phi_0 \left(\sqrt{\frac{\kappa}{b}} \cdot x \right) - \Phi_0 \left(\sqrt{\frac{\kappa}{b}} \cdot x_0 \right) \right] \cdot \left[1 - 2\Phi_0 \left(\sqrt{\frac{\kappa}{b}} \cdot x_0 \right) \right]^{-1} \quad (14)$$

Как следует из выражений (13) и (14), полученное распределение зависит от параметра, равного отношению $\frac{\kappa}{b}$, т.е. определяемому отношением величин, характеризующих как реологическими свойствами измельчаемой древесины, так и техническими характеристиками измельчающего устройства. На рис.1 представлена интегральная кривая распределения фракционного состава древесноволокнистой массы, построенная по экспериментальным данным для режима измельчения: 140°C , $\tau = 50$ с. Ей соответствует теоретическая кривая с параметром $\sqrt{\frac{\kappa}{b}} = 2,44 \text{ м}^{-2}$.

Для выяснения вопроса о том, что расхождение теоретической и экспериментальной зависимости определяется случайными обстоятельствами, связанными с ограниченным числом наблюдений, или является существенным и связано с погрешностями в теоретических построениях, производилась оценка достоверности с использованием критерия согласия Колмогорова [7].

$$P(\lambda) = 1 - \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} (-1)^\kappa \cdot e^{-2\kappa^2 \cdot \lambda^2} = 1 - \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} (-1)^\kappa \cdot e^{-2 \cdot 0,38^2 \cdot \kappa^2} = 0,95 \quad (15)$$

Полученное значение критерия согласия позволяет считать, что теоретическую зависимость можно полагать с вероятностью 0,95

совместимой в статическом смысле с экспериментальными данными.

Для оценки параметра K воспользуемся экспериментальными данными по изменению фракционного состава от продолжительности размола и допущением о пропорциональности скорости изменения крупности частиц их размеру, согласно которому

$$\frac{df_1}{d\tau} = -kf_1, \quad (16)$$

где f_1 - доля первой фракции (00/10).

Решение этого уравнения выражается экспоненциальной зависимостью

$$f_1 = f_{10} \cdot e^{-k\tau}, \quad (17)$$

хорошо описывающей опытные данные по процентному содержанию ряда фракций для различных продолжительностей размола при всех исследованных температурах (рис.2). Беря из графика значения координат для двух точек (τ_1, f_1) и (τ_2, f_2) можно определить по ним значение K согласно выражению

$$k = \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \ln \frac{f_2}{f_1} \quad (18)$$

$$k = 0,023 \text{ с}^{-1}.$$

Используя значение отношения $\frac{k}{\theta}$, находим оценку для параметра $\theta = 0,0038$

В заключение отметим, что наряду с процессом измельчения древесины с некоторого момента времени параллельно основному начинает идти обратный процесс хлопьеобразования в результате слипания мелких частиц или прилипания их к более крупным (рис.2, разброс данных после 50...60 с размола). По-видимому, продолжительность размола 50...60 с является предельной для данной установки (лабораторный терморазделитель) и дальнейшее её увеличение практически не приводит к снижению содержания крупных фракций в композиции масс.

Таким образом, предложенная модель позволяет определить продолжительность размола волокнистых материалов, подвергнутых высокотемпературной предразмольной гидротермической об-

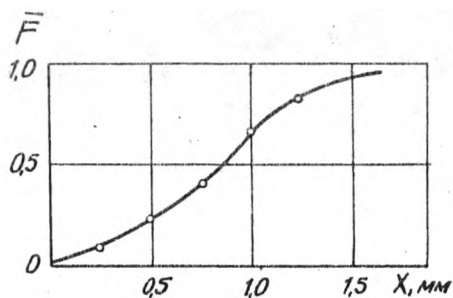


Рис. 1. Интегральное распределение фракционного состава древесноволокнистой массы

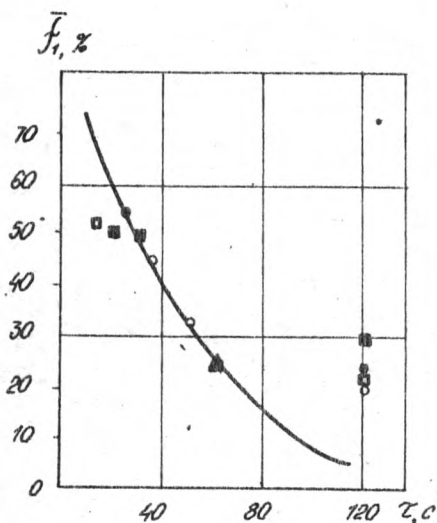


Рис. 2. Содержание фракции 00/10 в композиции древесноволокнистых масс в зависимости от продолжительности размола щепы при температуре, °С:

- ▲ - I30; ○ - I40;
- - I50; ■ - I60;
- - I70

работке, при задаваемом фракционном составе получаемых древесноволокнистых масс. При этом параметр "К" характеризует скорость размола волокнистого материала с определенными релогическими свойствами на данном оборудовании, а значения параметра θ , по-видимому, будут зависеть от вида и мощности размольного оборудования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Липцев Н.В., Ласкеев П.Х. Исследование факторов, влияющих на размол сосновой и березовой древесины в производстве древесноволокнистых плит сухим способом. ЛТА, Материалы научно-технической конференции. Л., 1966. вып.1У.
2. Ласкеев П.Х., Липцев Н.В., Чиркова С.В. Влияние фракции дефибраторной массы на качество плит.-ВНИИПИЭИЛеспром. Целлюлоза, бумага и картон, 1975, № 5.
3. Чиркова В.С., Липцев Н.В. Исследование структурного состава древесноволокнистой массы для утолщенных ДВП. В кн.: Химическая и механическая переработка древесины и древесных отходов. - Л., 1979 (Межвуз. сб., вып.5).
4. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. - М., 1975.
5. Прохоров Ю.В., Розанов Ю.А. Теория вероятностей: основные понятия, предельные теоремы, случайные процессы.- М., 1967.
6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М., 1966.
7. Митропольский А.К. Техника статистических вычислений. - М., 1971.