УДК 674.865:0.821

В.В. Трошунин, А.Ф. Куличичев

(Уральский лесотехнический институт)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАТИВНОСТИ И ПРОЧНОСТИ ДРЕВЕСНЫХ ПЛИТ ПРИ ДЕЙСТВИИ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

При контроле качества древесных плит в технологическом процессе необходимо постоянно иметь оценочные характеристики выпускаемой продукции. С целью обоснования неразрушающего метода определения механических свойств древесных плит рассмотрим вопросы теоретического характера по определению деформаций и напряжений круглых плит.

Расчетной схемой древесных плит является сплошная упругая плита радиуса R и постоянной толщины h, нагруженная равномерно распределенной нагрузкой q.

Напряжения в радиальном и тангенциальном направлениях плиты определяются по формулам:

$$\sigma_\rho = \frac{E\cdot z}{1-\mu^2}\left(\frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{\mu}{\rho}\cdot\frac{df}{d\rho}\right);$$

$$\sigma_\tau = \frac{E\cdot z}{1-\mu^2}\left(\frac{1}{\rho}\cdot\frac{df}{d\rho} + \mu\cdot\frac{d^2 f}{d\rho^2}\right), \qquad (1)$$

где E - модуль Юнга;

z - расстояние от срединной плоскости;

μ - коэффициент Пуассона;

ρ - радиус изгиба плиты;

f - прогиб плиты.

Интегрируя (1) по толщине плиты, определим изгибающие моменты:

$$M_\rho = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{df}{d\rho} \right);$$

$$M_\tau = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{df}{d\rho} \cdot \frac{1}{\rho} + \mu \cdot \frac{d^2 f}{d\rho^2} \right). \tag{2}$$

Дифференциальное уравнение равновесия элемента плиты из (2) получим:

$$\frac{d^4 f}{d\rho^4} + \frac{2}{\rho} \cdot \frac{d^3 f}{d\rho^3} + \frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{df}{d\rho} = - \frac{12q(1-\mu^2)}{Eh^3}. \tag{3}$$

Решая уравнение (3), получим выражение для определения прогиба плиты:

$$f = C_4 + C_3 \rho^2 + C_2 \rho^2 \ln\rho + C_1 \ln\rho - \frac{q}{64}. \tag{4}$$

Определим постоянные коэффициенты при свободном опирании плиты по контуру.

При этом из условия конечности прогиба $C_1 = C_2 = 0$ прогиб плиты равен:

$$f = - \frac{3q(1-\mu^2)}{16Eh^3} \left(\rho^4 + C_3 \rho^2 + C_4 \right). \tag{5}$$

Первая производная:

$$\frac{df}{d\rho} = - \frac{3q(1-\mu^2)}{16Eh^3} \left(4\rho^3 + 2C_3 \rho \right). \tag{6}$$

Вторая производная:

$$\frac{d^2 f}{d\rho^2} = - \frac{3q(1-\mu^2)}{16Eh^3} \left(12\rho^2 + 2C_3 \right). \tag{7}$$

Подставляя значения (6,7) в уравнение (2), получим:

$$M_\rho = - \frac{q}{32} \left\{ 2(3+\mu)\rho^2 + (1+\mu)C_3 \right\}. \tag{8}$$

При $\rho = R$; $f = 0$; $M_\rho = 0$ имеем:

$$R^4 + C_4 + C_3 R^2 = 0;$$

$$2R^2(3+\mu) + (1+\mu)C_3 = 0.$$

Отсюда:

$$C_3 = -\frac{2(3+\mu)R^2}{1+\mu}; \tag{9}$$

$$C_4 = \frac{(5+\mu)R^4}{1+\mu}.$$

Подставив (9) в уравнение (4), получим:

$$f = \frac{3q(1-\mu^2)}{16Eh^3}\left\{\rho^4 + \frac{2(3+\mu)R^2}{1+\mu}\rho^2 + \frac{(5+\mu)R^4}{1+\mu}\right\}. \tag{10}$$

Максимальное значение прогиба определим из условия при $\rho = R$:

$$f_{max} = \frac{3qR^4(5+\mu)(1-\mu)}{16Eh^3}. \tag{11}$$

Зная выражение (11), определим максимальное значение изгибающего момента:

$$M_{max} = \frac{qR^2(3+4\mu+\mu^2)}{16(1+\mu)}. \tag{12}$$

Зная M_{max} (12), определим максимальное значение напряжений:

$$\sigma_{max} = \frac{3qR^2(3+4\mu+\mu^2)}{8h^2(1+\mu)}. \tag{13}$$

Отсюда допустимое значение размера плиты определяется по формуле:

$$R \le \sqrt{\frac{8\sigma_{max}(1+\mu)h^2}{3q(3+4\mu+\mu^2)}}. \tag{14}$$

Постоянные коэффициенты для жесткозащемленной по краям плиты определим из условия:

При $\rho = 0$ и $\rho = R$; $\frac{df}{d\rho} = 0$.

Отсюда:

$$\frac{df}{d\rho} = \frac{3q\rho^3(1-\mu^2)}{Eh^3} + \frac{C_3\rho}{2} + \frac{C_1}{2};$$

$$C_1 = 0; \qquad C_3 = -\frac{3qR^2(1-\mu^2)}{2Eh^3}; \tag{15}$$

$$C_4 = \frac{3qR^4(1-\mu^2)}{16Eh^3}.$$

Окончательно прогиб:

$$f = \frac{3q(R^3-\rho^2)^2(1-\mu^2)}{16Eh^3}. \tag{16}$$

максимальное значение прогиба определим при $\rho = 0$:

$$f_{max} = \frac{3qR^4(1-\mu^2)}{16Eh^3} \tag{17}$$

Зная выражение (17), определим максимальное значение изгибающего момента:

$$M_{max} = qR^2(1+\mu). \tag{18}$$

Зная (18), определим максимальное значение напряжений:

$$\sigma_{max} = \frac{6qR^2(1+\mu)}{h^2}. \tag{19}$$

Отсюда допустимое значение размера плиты определяется по формуле:

$$R \leq \sqrt{\frac{\sigma_{max}\, h^2}{6q(1+\mu)}}. \tag{20}$$

При равных условиях прогиб шарнирно опертых плит (11) больше, чем жестко защемленной (17).

Вопросы теоретического характера были проверены экспериментальными данными при определении деформативности и прочности круглых плит из древесных пластиков. Испытанию подвергались плиты радиусами 10, 15 и 20 см. Деформативность и напряженность круглых плит оценивалась при нагрузке, равной $0{,}5q_{max}$ в упругой стадии работы плит.

В качестве приборов, регистрирующих деформацию плит в различных точках, взят проволочный тензодатчик с сопротивлением 100 см и базой 10 мм. Прогиб плит определялся с помощью индикаторов часового типа ИЧ-10 мм.

В качестве измерительной аппаратуры для испытаний была собрана установка, состоящая из:

- высокостабильного сорококанального статического электротензометра типа ВСТ-3 УПИ им.С.М.Кирова;
- магнитоэлектрического милливольмикроамперметра типа М 198/2;
- источника питания постоянного тока на 6 В.

Измерительные схемы при испытаниях выполнены специальным экранированным проводом марки ВПВЛЭ-0,25, который дает возможность исключить влияние посторонних магнитных помех на результаты измерений в процессе опыта.

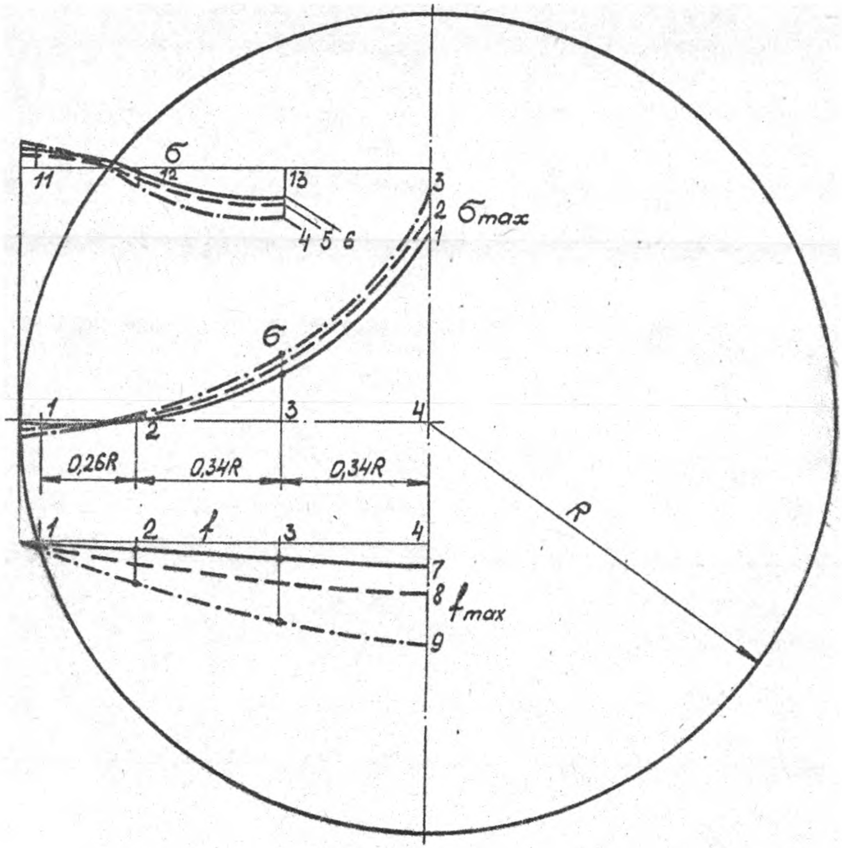
Результаты экспериментов по определению деформативности и напряженности круглых плит R = 10, 15 и 20 см, толщиной h = 1 см из древесностружечных плит без связующих при свободном опирании по контуру приведены на рисунке.

Физико-механические характеристики плит

Плотность, кг/м^3 1190
Влажность, % 10,6
Предел прочности при статическом изгибе, МПа 28,4
Коэффициент Пуассона 0,28
Модуль нормальной упругости при изгибе, МПа......5470

Максимальные расхождения между экспериментальными и теоретическими значениями напряжений и деформаций для плит радиусами 10,15 и 20 см соответственно составляют 0,4% и -6,4%, 1,7% и 5,6%, 3,5% и -6,2%.

Таким образом, в работе приведены результаты исследований, с помощью которых можно вести расчеты древесных плит при их производстве и применении в конструкциях.



Деформативность и напряженность круглых стружечных плит:

___________ плита R = 10 см,

_ _ _ _ _ _ плита R = 15 см,

_·_·_·_·_·_ плита R = 20 см;

1,2,3 - радиальные напряжения растяжения;

4,5,6 - радиальные напряжения сжатия;

7,8,9 - прогибы плит