Электронный архив УГЛТУ

σ_c - когезионная прочность отвержденной массы связующего, МПа;

$\delta_к$ - толщина клеевого слоя между древесными частицами в плите, мкм;

$S_к$ - площадь контакта древесных частиц по слою связующего, %.

Каждый из этих главных факторов зависит от своих параметров, так что модель 1 включает в себя 14 основных параметров.

W_c и $\rho_д$ - соответственно влажность (в %) и плотность древесного сырья, из которого изготовлены древесные частицы (в кг/м^3);

l_c, b_c и h_c - геометрические размеры древесных частиц (соответственно длина, ширина и толщина), мм;

$\delta_п$, $\rho_п$ и $W_п$ - соответственно толщина (в мм), плотность (в кг/м^3) и влажность готовой плиты (в %);

C и C_o - соответственно содержание в плите смолы и отвердителя, %;

$S_{осм.}$ - площадь покрытия древесных частиц связующим, %;

$t_п$, $P_п$ и $\tau_п$ - соответственно температура (в °С), давление (в МПа) и продолжительность прессования плиты (в мин).

Математическая модель, определяющая себестоимость производства плит, р/м^2 ДСтП, в общем виде выглядит как

$$W=F(\delta_п,\rho_п,W_п,C_o,C,W_c,K_c,\rho_д,q_1,q_2,q_3), \qquad (2)$$

где K_c - концентрация связующего, %;

q_1 - цена древесного сырья, р/м^3;

q_2,q_3 - соответственно цена смолы, отвердителя (или других спецдобавок), р/кг.

Поиск математических моделей в развернутом и явном виде был осуществлен нами с привлечением различных методов физико-химического анализа (растровой электронной микроскопии, ртутной пористометрии, ИК-спектроскопии и др.). Эти модели довольно сложны и приведены в работе*.

Разиньков Е.М. Основы процесса структурообразования древесностружечных плит. Воронеж: ВГУ, 1991. 190 с.

Электронный архив УГЛТУ

Для удобства представления искомой математической модели процесса получения ДСтП заданной прочности были введены следующие обозначения:

$$f_1(x') = \sigma_д;\ f_2(x') = \sigma_c;\ f_3(x') = \delta_k;\ f_4(x') = S_k.$$

Тогда оптимизационную математическую модель можно представить в общем виде как

$$Z_1 = \max_{x' \in \Omega}, 3(\{f_i(x')\}_{i \in M}), \qquad (3)$$

где $x' = (x'_1, x'_2, \ldots, x'_{n_1})^t$ - вектор независимых переменных

$$\Omega = \{L'_j \le x'_j \le U'_j : j \in N_1\},$$

$\Omega \subset R^{n_1}$, R^{n_1} - n_1-мерное евклидово пространство;

Ω - множество допустимых значений переменных;

L'_j, U'_j - нижняя и верхняя границы переменных x'_j, $j \in N_1$.

При этом количество обобщенных факторов $M=\{1, \ldots, 4\}$, а общее количество переменных факторов в модели - 14. $N_1=\{1, 2, \ldots, n_1\}$.

В качестве независимых переменных, определяющих решение задачи оптимизации, выбраны вышеперечисленные факторы, входящие в модель 1, которые обозначим символами:

$x'_1=\rho_д$; $x'_2=l_c$; $x'_3=h_c$; $x'_4=W_c$; $x'_5=\tau_n$; $x'_6=C_o$; $x'_7=\rho_n$; $x'_8=C$; $x'_9=W_n$; $x'_{10}=b_c$; $x'_{11}=P_n$; $x'_{12}=t_n$; $x'_{13}=S_{осм}$; $x'_{14}=\delta_n$.

Другая оптимизационная математическая модель предусматривает условие минимизации себестоимости сырья и материалов на 1 м^2 ДСтП:

$$Z_2 = \min_{x'' \in G} F(Q, x''), \qquad (4)$$

где $Q=\{q_1, q_2, q_3\}$;

$X_2=\{x''_1, x''_2, \ldots, x''_{n_2}\}$;

$N_2=\{1,2,\ldots,n_2\}$;

$G = \{H(x'') \ge \sigma_{скл}, L''_j \le x''_j \le U''_j : j \in N_2\}$,

$G \subset R^{n_2}, R^{n_2}$ - n_2 - мерное евклидово пространство;

G - множество допустимых значений переменных;

$\sigma_{скл}(\sigma_p)$ - заданная прочность ДСтП;

L''_j, U''_j - соответственно верхняя и нижняя границы переменных;

$H(x'')$ - функция, определяющая прочность ДСтП.

Электронный архив УГЛТУ

Независимыми переменными в данной модели выбраны факторы, входящие в модель 2:

$x_1'' = \rho_д$; $x_2'' = C$; $x_3'' = C_o$; $x_4'' = \delta_п$;
$x_5'' = \rho_п$; $x_6'' = W_п$; $x_7'' = W_c$.

Приведенная выше постановка задачи является частным случаем общей постановки задачи математического программирования вида

$$F: D(F) \to R$$
$$D(F) \supseteq S,$$
$$D(F) \neq \varnothing.$$

Требуется найти

$$\alpha = \inf_{x \in S} F(x),$$
$$S^o = \{x \in S : F(x) = \alpha\},$$

где α, R - скаляры;

$\varnothing$ - пустое множество;

S - допустимое множество (допустимая область);

$x \in S$ - допустимое решение задачи;

S^* - множество оптимальных решений задачи.

Оптимизационную математическую модель прочности ДСтП в явном виде можно представить следующим образом:

$$Z_1 = \max_{x' \in \Omega} \{\varphi_1(x')\varphi_2(x')\varphi_3(x')\},$$

где

$$\Omega = \{L_j' \le x_j' \le U_j' : j \in N_1\}, \qquad (5)$$
$$N_1 = \{1,2,...,14\};$$

Граничные значения переменных выбраны следующие:
$L_j' = 480$; 5; 0,25; 39; 2,3; 0,2; 500; 10; 5; 2; 2; 150; 40; 13.
$U_j' = 660$; 70; 1,0; 98; 11; 2; 800; 12,4; 12; 12; 3,3; 200; 60; 20.
При этом в развернутой модели 1

$$\varphi_1(x') = \gamma_1 + \gamma_2 f_1(x') + \gamma_3 f_2(x') + \gamma_4 f_1(x') f_2(x'); \qquad (6)$$
$$\varphi_2(x') = \gamma_5 f_3^2(x') + \gamma_6 f_3(x') + \gamma_7; \qquad (7)$$
$$\varphi_3(x') = f_4(x')/100, \qquad (8)$$

где γ_1, ... , γ_6 - константы.

С учетом принятых обозначений зависимости в модели 1 примут вид

$$\sigma_д = f_1(x') = c_1 x_1'(c_2(x_2')^2 + c_3 x_2' + c_4(x_3')^2 + c_5 x_3' + c_6) \times$$
$$\times (c_7(x_4')^2 + c_8 x_4' + c_9); \qquad (9)$$

Электронный архив УГЛТУ

$$\sigma_c = f_2(x') = [c_{10}(x'_5 - c_{11}x'_{14}) + c_{12}](c_{13}(x'_6)^2 + c_{14}x'_6 + c_{15}); \quad (10)$$

$$\delta_k = f_3(x') = \frac{\left[x'_3 \frac{x'_8 x'_7}{100}\left(1 - \frac{x'_8}{100 + x'_8 + x'_9}\right) - \frac{\rho_{cc} f_{31}(x')}{100}\right]}{\rho_{cc} x'_{13}} 10^5; \quad (11)$$

$$S_k = f_4(x') = c_{22} x'_5 x'_{11} x'_{12}\left(10x'_{11} - \frac{c_{23}}{x_{11}} - c_{24}\right)\left(x'_5 - \frac{c_{25}}{x'_5} - c_{26}\right)\left(x'_{12} + \frac{c_{27}}{x_{12}} + c_{28}\right). \quad (12)$$

Объем межстружечного пространства $V_{пс}$, %, определится следующей формулой:

$$V_{пс} = f_{31}(x') = 100\left(1 - \frac{x'_7 - \frac{x'_7 x'_8}{100 + x'_8 + x'_9}}{\rho_{дв\%}}\right) - 100\left(1 - \frac{x'_7}{\rho_{дв\%} + \frac{\rho_{cc} x'_8}{100}}\right) + f_{311}(x'). \quad (13)$$

Площадь межстружечного пространства $П_{мп}$, %, определится следующей формулой:

$$П_{мп} = f_{311}(x') = c_{16} + c_{17}x'_7 + c_{18}x'_2 + c_{19}x'_{10} + c_{20}x'_3 + c_{21}(x'_1). \quad (14)$$

Константы имеют следующие значения:

В формулах (6-8):

γ_1=0,421; γ_2=0,2795; γ_3=0,00431; γ_4=0,00253; γ_5=-3,3459·10^{-4}; γ_6=0,0135; γ_7=0,9959;

ρ_{cc} - плотность отвержденного связующего, кг/м^3 (1525);

$\rho_{дв}$ - плотность древесинного вещества, кг/м^3 (1530).

В формулах (9-13):

c_1 =20,833·10^{-4}; c_2 =-4,40926·10^{-4}; c_3 =0,019731; c_4 =20,91; c_5 =1,32; c_6 =0,99; c_7 =-6,719·10^{-5}; c_8 =0,01137; c_9 =0,6715; c_{10}=0,12;c_{11}=0,1213; c_{12}=0,43; c_{13}=-4,334; c_{14}=13,4; c_{15}=-0,917; c_{16}=1,864; c_{17}= 0,004512; c_{18}=0,00996; c_{19}= 0,0312; c_{20}=1,652; c_{21}=0,00508; c_{22}=34,8·10^{-10}; c_{23}=57,7; c_{24}=40,2; c_{25}=190; c_{26}=42,4; c_{27}=2·10^5; c_{28}=780,5.

Оптимизационная математическая модель минимизации себестоимости ДСтП в явном виде может быть описана как

$$Z_2 = \min_{x'' \in G}[\Psi_1(x'')/\Psi_2(x'')]\Psi_3(x''); \quad (15)$$

$$\Psi_1(x'') = 10^{-3} x''_1 x''_2;$$

Электронный архив УГЛТУ

$$\Psi_2(x'') = 100 + x_3'' + x_4'' + x_5'';$$

$$\Psi_3(x'') = \frac{q_1}{x_6''}(100 + x_7'') + 1{,}515 q_2 x_3'' + q_3 x_4'';$$

$$G = \left\{ h(x'') = 0, L_j'' \le x_j'' \le U_j'' : j \in N_2 \right\}.$$

При этом граничные пределы переменных следующие:

$L_j'' = 480;\ 0{,}2;\ 10;\ 13;\ 500;\ 5;\ 37,$

$U_j'' = 660;\ 2{,}0;\ 12{,}4;\ 20;\ 800;\ 12;\ 98,$

$N_2 = \{1,2, \dots ,7\}$.

В основу алгоритма задачи оптимизации прочности ДСтП положен вариант метода приведенного градиента, основанного на методах сопряженных направлений и методе условного градиента (метод Флетчера).

Алгоритм Флетчера решает задачу вида:

$\min\{F(x)\ \ A(j) \le x(j) \le B(j): j=1, \dots ,N\}$,

где F(x) - дифференцируемая функция;

N - количество переменных;

A(j), B(j) - соответственно нижняя и верхняя границы переменных.

Производные от целевой функции

$Z = -\varphi_1(x)\psi(x) \to \min,$

где $\psi(x) = \varphi_2(x)\varphi_3(x)$,

имеют вид

$$\frac{\partial z}{\partial x_j} = -\frac{\partial \varphi_1(x)}{\partial x_j}\psi(x) - \varphi_1(x)\frac{\partial \psi}{\partial x_j}, j = 1 \dots n;$$

$$\frac{\partial \psi(x)}{\partial x_j} = \frac{\partial \varphi_2(x)}{\partial x_j}\varphi_3(x) + \frac{\partial \varphi_3(x)}{\partial x_j}\varphi_2(x), j = 1 \dots n;$$

где $\varphi_1(x) = \gamma_1 + \gamma_2 f_1(x) + \gamma_3 f_2(x) + \gamma_4 f_1(x) f_2(x);$

$\varphi_2(x) = \gamma_5 f_3^2(x) + \gamma_6 f_3(x) + \gamma_7;$

$\varphi_3(x) = f_4(x)/100;$

$$\frac{\partial \varphi_1(x)}{\partial x_j} = \gamma_2 \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_j} + \gamma_3 \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_j} + \gamma_4 \left[\frac{\partial f_1(x)}{\partial x_j} f_2(x) + f_1(x) \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_j} \right], \qquad j=1 \dots n;$$

$$\frac{\partial \varphi_2(x)}{\partial x_j} = 2\gamma_5 f_3(x) \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_j} + \gamma_6 \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_j}, \qquad j=1 \dots n;$$

Электронный архив УГЛТУ

$$\frac{\partial \varphi_3(x)}{\partial x_j} = \frac{1}{100}\frac{\partial f_4(x)}{\partial x_j}, \quad j=1....\ n.$$

В качестве примера эффективности использования разработанной оптимизационной модели приведем результаты расчетов по повышению эффективности производства плит за счет использования в них мелких отходов производства. Повышение эффективности производства древесностружечных плит можно обеспечить за счет использования в ДСтП доли опилок, шлифовальной пыли, являющихся отходами деревообработки. Известно, что добавление во внутренний слой ДСтП мелких частиц до 20-30% оказывает положительное влияние на основной прочностной показатель плит – предел прочности при растяжении перпендикулярно пласти (σ_p). Однако методов расчета для обоснования допустимого количества мелких древесных частиц в ДСтП пока нет.

Мы исходим из того, что добавление мелких частиц в кондиционные способствует большему заполнению в ДСтП межстружечного пространства, которое повышает площадь контакта древесных частиц. С увеличением площади контакта частиц растет прочность их склеивания ($\sigma_{скл}$), что повышает σ_p. Поэтому для получения (σ_p^{max}) необходимо найти оптимальный для этой цели объем межстружечного пространства ($П_{МП}^*$).

Разработанная нами ранее оптимизационная математическая модель процесса получения ДСтП заданной прочности позволяет определить искомую величину $П_{МП}^*$. Величина $П_{МП}$ входит в формулу для определения толщины клеевого слоя в ДСтП ($\delta_к^*$). Нами установлено, что для получения σ_p^{max} оптимальная величина толщины клеевого ($\delta_к^*$) должна быть равна 20 мкм. Следовательно, для получения $П_{МП}^*$ необходимо соблюдение условий: $\delta_к$=20 мкм и $\sigma_p=\sigma_p^{max}$.

Из разработанной нами и развернутой математической модели следует:

$$П_{МП} = v_{ж} - 100\left(1 - \frac{\rho_м - \frac{C\rho_м}{100+C+W_п}}{\rho}\right) + 100\left(1 - \frac{\rho_м}{\rho + \frac{C}{100}\rho_{ж}}\right); \qquad (15)$$

Электронный архив УГЛТУ

$$v_{пс} = \frac{10^{-3}\left[\frac{h_c C^2 \rho_{пi}}{100(100+W_п+C)}10^5 + h_c C \rho_{пi} 10^3 - \delta_k \rho_{ос} S_{ост}\right]}{\rho_{ос} h_c}. \qquad (16)$$

Подставляя величину $v_{пс}$ в формулу (15) и принимая $\delta_к$=20 мкм, получим оптимальное значение $П_{МП}^*$:

$$П_{МП}^* = \frac{10^{-3}\left[\frac{h_c C^2 \rho_{пi}}{100(100+W_п+C)}10^5 + h_c C \rho_{пi} 10^3 - 20 \rho_{ос} S_{ост}\right]}{\rho_{ос} h_c} -$$

$$-100\left(1 - \frac{\rho_{пi} - \frac{C\rho_{пi}}{100+W_п+C}}{\rho}\right) + 100\left(1 - \frac{\rho_{пi}}{\rho + \frac{C}{100}\rho_{ос}}\right). \qquad (17)$$

В этих формулах приняты следующие обозначения:

$П_{МП}$ – объем межстружечного пространства, %;

$V_{пс}$ – объем пор древесных частиц, заполненных связующим, %;

$\rho_{пi}$ – плотность слоя ДСтП, по которому происходит разрушение при определении $\sigma_р$, кг/м^3;

С – содержание сухого связующего в ДСтП, % к массе абс. сух. стружки;

$W_п$ – влажность готовой ДСтП, %;

ρ - плотность древесного вещества, кг/м^3;

$\rho_{ос}$ – плотность отвержденного связующего, кг/м^3;

h_c – толщина стружки, мм;

$S_{ост}$ – площадь осмоления стружки, %.

Величина $П_{МП}$ сама определяется функцией ряда факторов:

$$П_{МП} = f(\rho_п, \rho_д, l_c, b_c, h_c),$$

где $\rho_д$ – плотность древесины, используемой для изготовления стружки, кг/м^3; l_c и b_c – соответственно длина и ширина стружки, мм.

Проведем краткий анализ этой функции. Изменение плотности центрального слоя ДСтП ($\rho_{пi}$) существенно влияет на величину $П_{МП}$. Так, например, при снижении или увеличении $\rho_{пi}$ с 600 кг/м^3 всего на 30 кг/м^3 для плит из крупноразмерной стружки величина $П_{МП}$

Электронный архив УГЛТУ

соответственно увеличивается или уменьшается на 0,136%, в то время как для ДСтП из игольчатой стружки величина $П_{МП}$ в среднем составляет 2,5-3,0%. Изменение плотности древесного сырья, используемого для изготовления древесных частиц ($\rho_д$) также влияет на величину $П_{МП}$. Так, изменение $\rho_д$, например, с 480 до 510 кг/м^3 приводит к увеличению $П_{МП}$ на 0,152%. Из геометрических размеров древесных частиц наибольшую значимость на снижение величины $П_{МП}$ имеет толщина частиц. Так, например, уменьшение длины частиц в два раза (с 20 до 10 мм) снижает величину $П_{МП}$ лишь на 0,0996%, в то время как суммарная величина $П_{МП}$ составляет около 3%. Уменьшение ширины частиц также в два раза (например, с 4 до 2 мм) сокращает величину $П_{МП}$ всего на 0,0624%. Снижение толщины частиц всего на 0,1 мм (с 0,6 до 0,5) приводит к уменьшению величины $П_{МП}$ на 0,156%.

Нами были проведены экспериментальные исследования с целью получения ДСтП повышенной прочности за счет варьирования технологическими факторами для получения $П_{МП}^*$. ДСтП были изготовлены из крупноразмерных древесных частиц со следующими значениями факторов:

$\rho_д$=504 кг/м^3; W_c=72%; C=11%; C_o=1%; $W_{см}$=11,6%; $\delta_п$=16 мм; $\rho_п$=730 кг/м^3; $t_п$=174°C; $P_п$=2,6 МПа; $\tau_п$=5,5 мин; $W_п$=7,3%; $\rho_{пi}$=602 кг/м^3; $S_{ост}$=44%; $\rho_{ос}$=1525 кг/м^3; h_c=0,62 мм; l_c=48 мм; b_c=8 мм,

где W_c – влажность древесного сырья, %; C_o – содержание отвердителя в рабочем растворе смолы, %; $W_{см}$ – влажность стружечно-клеевой смеси, %; $\delta_п$ – толщина ДСтП, мм; $t_п$, $P_п$ и $\tau_п$ – соответственно температура, давление и продолжительность прессования ДСтП; $\rho_п$ – общая плотность ДСтП, кг/м^3.

При этих значениях факторов и при $\delta_к^*$=20 мкм величина $v_{пс}$=3,257%, а $П_{МП}^*$=3,487%.

С целью использования отходов мы пошли по пути заполнения межстружечного пространства внутреннего слоя ДСтП за счет замены 35% стружки указанных выше размеров опилками и шлифовальной пылью. В результате этого при тех же

Электронный архив УГЛТУ

режимах изготовления плотность центрального слоя ДСтП увеличилась до 708 кг/м^3. Если в среднем длина, ширина и толщина мелких частиц были равными 1 мм, то средние размеры частиц во внутреннем слое ДСтП будут равны, в мм: длина – 33,3, ширина – 5,7 и толщина – 0,75. При этих значениях факторов расчетное значение величины $П_{МП}$ составило 3,491 и было близко к оптимальному значению (3,487%).

Испытывали прочность ДСтП при растяжении перпендикулярно пласти. Результаты показали, что ДСтП, не содержащие в своем внутреннем слое мелких частиц, имели прочность 0,58 МПа, а ДСтП, содержащие в этом слое мелкие частицы, – 0,57 МПа, т. е. разница всего лишь 0,01 МПа (или 1,7%).

Таким образом, несмотря на то, что во внутреннем слое ДСтП находилось 35% опилок и шлифовальной пыли, все же прочность этих ДСтП практически сохранилась на уровне ДСтП, в которых в этом слое использовались специальные резаные крупноразмерные частицы. Это было обеспечено за счет получения в ДСтП величины межстружечного пространства, близкой к оптимальному значению.

Полученный результат не только подтверждает известные данные о положительном влиянии мелких частиц во внутреннем слое ДСтП на прочность при растяжении перпендикулярно пласти, но и дает теоретическое обоснование и необходимые расчеты использования в ДСтП таких частиц. Таким образом, с помощью разработанной оптимизационной математической модели можно производить ряд аналитических расчетов по получению древесностружечных плит заведомо заданной потребителем прочности с наименьшими материальными затратами.