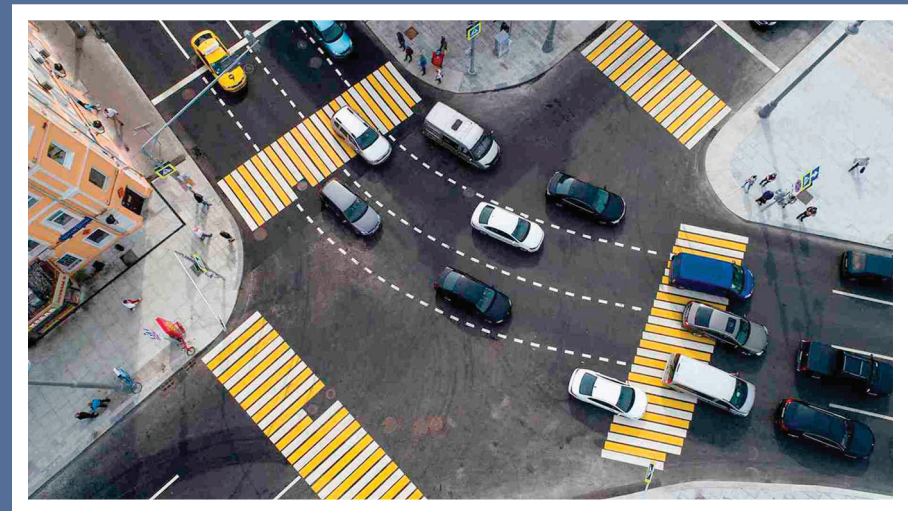


О. С. Гасилова
Б. А. Сидоров

ОРГАНИЗАЦИЯ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ С УЧАСТИЕМ АВТОНОМНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Уральский государственный лесотехнический университет»
(УГЛТУ)

О. С. Гасилова
Б. А. Сидоров

**ОРГАНИЗАЦИЯ
ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ
С УЧАСТИЕМ АВТОНОМНЫХ
ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ**

Учебное пособие

Екатеринбург
2022

УДК 656.11(075.8)

ББК 39.808Я73

Г22

Рецензенты:

кафедра технической механики ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет», д-р техн. наук, профессор *А. И. Афанасьев*;

Васильев А. Г., канд. техн. наук, заместитель директора по организации перевозок ООО «Немезида инвест»

Гасилова, О. С.

Г22 Организация дорожного движения с участием автономных транспортных средств : учебное пособие / О. С. Гасилова, Б. А. Сидоров ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Уральский государственный лесотехнический университет. – Екатеринбург : УГЛТУ, 2022. – 88 с.

ISBN 978-5-94984-812-8

В пособии изложены основные теоретические, практические и методические вопросы организации дорожного движения на современном уровне и перспективы повышения ее эффективности с учетом участия в дорожном движении автономных транспортных средств. Приведена методика расчета длительности светофорного цикла с учетом обеспечения безопасности дорожного движения. В основу расчета положено определение минимально безопасного расстояния между движущимися транспортными средствами, которое должно быть заложено в программу управления автономными транспортными средствами.

Учебное пособие предназначено для обучающихся по направлениям подготовки 23.03.01, 23.04.01 – Технология транспортных процессов, 23.06.01 – Техника и технологии наземного транспорта, 23.03.03, 23.04.03 – Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, 08.03.01, 08.04.01 – Строительство.

Издается по решению редакционно-издательского совета Уральского государственного лесотехнического университета.

УДК 656.11(075.8)

ББК 39.808Я73

ISBN 978-5-94984-812-8

© ФГБОУ ВО «Уральский государственный лесотехнический университет», 2022

© Гасилова О. С., Сидоров Б. А., 2022

ПРЕДИСЛОВИЕ

При повышении уровня автомобилизации на определенном этапе в обязательном порядке возникает вопрос об эффективности функционирования улично-дорожной сети (УДС) при условии обеспечения безопасности дорожного движения. Эта проблема решается разными способами. Вне населенных пунктов увеличение пропускной способности достигается за счет увеличения числа полос и уменьшения числа конфликтных точек на УДС. Кроме этого регулируется доступ на автомобильную дорогу путем ограничения возможностей въезда и съезда в зависимости от класса автомобильной дороги. Одновременно рассматриваются вопросы обеспечения безопасности дорожного движения.

В населенных пунктах такие меры применять практически невозможно. Сложившиеся архитектурно-планировочные решения без вложения огромных материальных средств изменить невозможно. Количество и расположение пересечений во многом обуславливают пропускную способность улично-дорожной сети.

Аварийность на пересечениях занимает по статистике дорожно-транспортных происшествий (ДТП), как правило, первое место после ДТП, связанных с неправильно выбранной скоростью движения и других нарушений. Из этого можно сделать вывод, что существующие и не изменяющиеся десятилетиями методы расчета светофорных циклов не приводят к желаемому результату по снижению аварийности на пересечениях. Кроме этого, реальная пропускная способность на пересечениях не соответствует расчетной. В ближайшее время ситуация значительно ухудшится с учетом появления на УДС автономных транспортных средств, безопасность движения которых может быть обеспечена только при условии, если управление ими будет на основе математической модели, учитывающей большое число переменных факторов, влияющих на безопасное управление ими.

Сложившаяся практика расчета длительности циклов светофорного регулирования направлена на обеспечение максимальной пропускной способности по всем направлениям движения на пересечении. При этом учитывается интенсивность движения транспортных и пешеходных потоков и состав транспортных потоков. При этом все авторы исходят из того, что длительность цикла светофорного регулирования определяется с учетом обеспечения безопасности дорожного движения, но не предлагают, как ее обеспечить.

Увеличившееся число транспортных средств на улично-дорожной сети в последние годы привело к необходимости научно-обоснованной корректировки расчета режимов работы светофорной сигнализации. В крупных городах сегодня можно наблюдать большой разброс превышения

рекомендованной длительности циклов светофорной сигнализации, составляющей 150, 180, 200 и более секунд. При этом аварийность на пересечениях по-прежнему остается высокой, особенно на пересечениях с поворотными потоками, следовательно, существующие методики расчета режимов работы светофорной сигнализации требуют изменения. В существующих методиках расчета светофорной сигнализации ключевым моментом является определение потока насыщения. Но ни одна методика расчета светофорного цикла не учитывает особенности движения автомобилей на пересечениях с поворотными потоками. При поворотном движении часто наблюдается изменение скоростного режима транспортных средств. Это происходит из-за таких факторов, как резкое замедление впереди движущегося автомобиля перед поворотом, непосредственно за поворотом, из-за внезапно возникшего препятствия в виде пешехода, неровностей проезжей части и др. Из этого следует, что совершенствование методики расчета светофорного цикла на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков актуально и позволит обеспечить безопасность дорожного движения.

В учебном пособии рассмотрен переходный вариант от существующей организации дорожного движения транспортных средств, управляемых водителями, к организации движения транспортных потоков, состоящих из автономных транспортных средств.

ГЛАВА 1. Организация дорожного движения в настоящее время, ее недостатки

В соответствии с Федеральным законом от 29.12.2017 № 443-ФЗ «Об организации дорожного движения в Российской Федерации и о внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации» под организацией дорожного движения понимается деятельность по упорядочению движения транспортных средств и (или) пешеходов на дорогах, направленная на снижение потерь времени (задержек) при движении транспортных средств и (или) пешеходов, при условии обеспечения безопасности дорожного движения. Но если посмотреть, как реально обеспечивается безопасность дорожного движения, то мы увидим печальную картину статистики по ДТП.

Одним из первых специалистов по организации дорожного движения является американский исследователь Т. М. Метсон. В опубликованной им в 1955 г. работе [1] подчеркивается особая роль пересечений в обеспечении безопасности дорожного движения. Автор указывает, что они являются важными устройствами автомобильных дорог и городских улиц, поскольку влияют на транспортные потоки и безопасность движения.

Место пересечения определяется планировкой дорог и улиц, а процесс пересечения – правилами и регулированием движения. Приближаясь к пересечению, водители уменьшают скорость или изменяют направления движения с тем, чтобы избежать столкновения с другими автомобилями.

На пересечении существуют типичные примеры элементарных маневров, такие как отклонение, слияние и пересечение. Типичные примеры элементарных маневров на пересечении по Т. М. Метсону изображены на рис. 1.

При каждом отклонении, слиянии или пересечении между двумя или большим числом автомобилей имеется возможность столкновений. Зона возможных столкновений выходит за пределы пересечения и распространяется на подходах к пересечению, где водители вынуждены снижать скорости.

Движение через пересечение обуславливается составом, интенсивностью и скоростью входящих потоков, формой и геометрическими размерами пересечения, погодой, освещением и другими факторами.

На обычном пересечении двух дорог образуются 32 точки конфликтов, из которых 16 наиболее опасных относятся к маневрам пересечений. На примыканиях имеется только 9 точек конфликтов, из которых 3 образуется за счет маневра пересечения. На регулируемых пересечениях, когда по сигналу одновременно останавливаются два противоположных потока, остается всего лишь 8 точек конфликтов, из которых лишь 2 относятся к маневру пересечения.

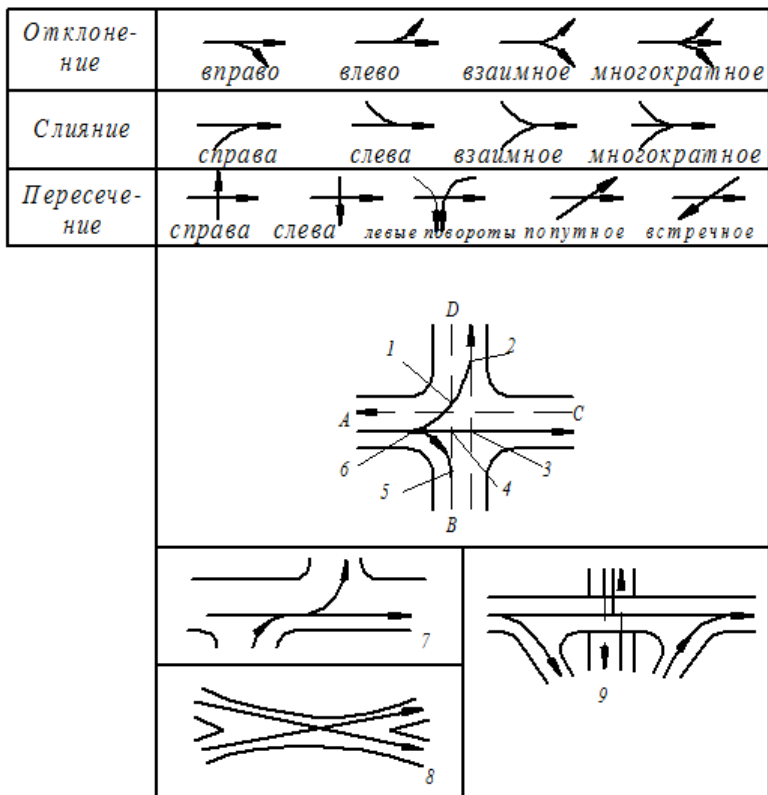


Рис. 1. Схемы элементарных маневров на пересечениях:
 1 – пересечение $A_{\text{лев}}$ с C и D; 2 – слияние $A_{\text{лев}}$ с B; 3 – пересечение A и B;
 4 – пересечение A и D; 5 – слияние $A_{\text{прав}}$ с D; 6 – многократное отклонение;
 7 – смещенное пересечение; 8 – косое пересечение; 9 – пересечение
 в разных уровнях

Из вышесказанного следует, что на безопасность движения влияет как конфигурация пересечения, так и виды, и количество маневров, совершаемых на нем.

Т. М. Метсон показывает возможные конфигурации пересечений, которые существуют и в настоящее время (рис. 2).

По статистике около 40 % общего числа ДТП происходит в местах пересечения улиц и дорог, в населенных пунктах эта доля еще выше [2]. Также на пересечениях дорог транспортные потоки с разных направлений вынуждены делить доступ к одним и тем же точкам пространства, что неизбежно приводит к задержкам. По числу пересекающихся дорог

пересечения в одном уровне, как отмечают авторы И. Н. Пугачев, А. Э. Гореv, А. И. Солодкий, А. В. Белов, подразделяются на следующие типы:

- трехстороннее или Т-образное пересечение (пересечение, имеющее три подхода);
- четырехстороннее или Х-образное пересечение (наиболее распространенное пересечение, образуется при пересечении двух дорог под некоторым углом, т. е. имеет четыре подхода);
- многостороннее пересечение (пересечение, имеющее более четырех подходов).

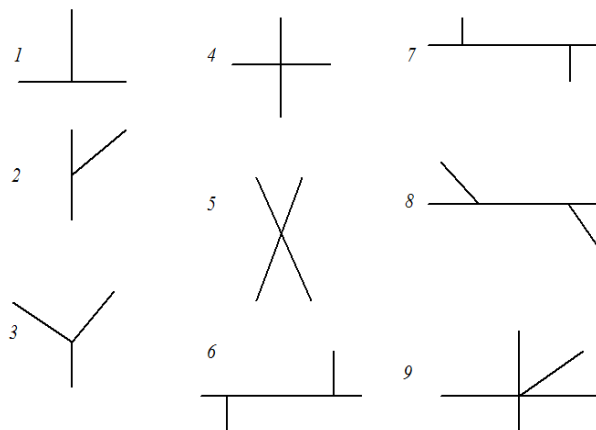


Рис. 2. Конфигурация пересечений:

- 1 – Т-образное примыкание; 2 – Т-образное косое примыкание; 3 – V-образное разветвление; 4 – крестообразное (под прямым углом) пересечение;
 5 – косое пересечение; 6 – ступенчатое правое пересечение; 7 – ступенчатое левое пересечение; 8 – ступенчатое косое пересечение;
 9 – многостороннее пересечение

Исследования ДТП показали, что наибольшее их число происходит в так называемых конфликтных точках, т. е. в местах, где в одном уровне пересекаются траектории движения транспортных средств и пешеходов, а также в местах отклонения или слияния транспортных потоков [2]. Наиболее часто такое взаимодействие участников дорожного движения возникает на пересечениях дорог, где встречаются потоки различных направлений.

Конфликтные точки на пересечении оцениваются количественно в отечественных и зарубежных работах по-разному. При этом в зависимости от множества конфликтных точек можно оценивать опасность разных участков дороги и сравнивать разные схемы организации движения между собой.

Известны наиболее распространенные варианты количественной оценки

– Простейшая методика пятибалльной системы оценки узла основана на использовании условных баллов в зависимости от вида конфликтной точки. Характеристика (условная опасность) [2, 3, 4, 5] любого пересечения определяется по формуле

$$m = n_0 + 3n_c + 5n_n, \quad (1)$$

где n_0 , n_c , n_n – число точек отклонения, слияния и пересечения соответственно.

– Десятибалльная система оценки конфликтных точек. Эта оценка обеспечивает видение влияния каждой конфликтной точки [3, 4, 5, 6]. Кроме этого она предопределяет движение транспортных средств в конфликтной зоне. Дополнительно учитывается встречное движение по одной полосе проезжей части автомобиля при проведении ремонтных работ одного направления. При оценке конфликтных точек используют условные баллы: отклонения – 1; слияния – 2; пересечения под углом 30° – 3, 60° – 4, 120° – 7, 150° – 9, 180° (встречное движение по полосе) – 10.

– В США используется еще один метод, характеризующий безопасность дорожного движения на нерегулируемых пересечениях. При этом оценка степени опасности производится с учетом минимизации интенсивности конфликтующих транспортных потоков. Метод базируется на сумме интенсивностей дорожного движения для двух конфликтующих потоков с их минимальным значением [3, 4, 5, 6].

– Ю. Д. Шелков [6, 7, 8] при оценке комплексных схем организации дорожного движения опирается на суммарную конфликтную загрузку без учета конфликтов транспортных потоков по формуле

$$R = 5 \sum \frac{\lambda_{nj} \cdot \lambda_{nj+1}}{(\lambda_{nj} + \lambda_{nj+1})^2} + 3 \sum \frac{\lambda_{cj} \cdot \lambda_{cj+1}}{(\lambda_{cj} + \lambda_{cj+1})^2} + \sum \frac{\lambda_{oj} \cdot \lambda_{oj+1}}{(\lambda_{oj} + \lambda_{oj+1})^2}, \quad (2)$$

где λ_{nj} , λ_{nj+1} – интенсивности движения потоков: j и $j+1$ – соответственно образующих конфликтную точку пересечения потоков, авт./сут.;

λ_{cj} , λ_{cj+1} – интенсивности движения потоков: j и $j+1$ – соответственно образующих конфликтную точку слияния потоков, авт./сут.;

λ_{oj} , λ_{oj+1} – интенсивности движения потоков: j и $j+1$ – соответственно, образующих конфликтную точку отклонения потоков, авт./сут.

Вопросам транспортной опасности при маневрах отклонения, слияния и пересечения на перекрестках и подходах к ним большое внимание было уделено в работе Л. В. Живоградской [6]. Проведенные исследования в работе [6] показали, что существующие методики оценки перекрестка по степени сложности (по пятибалльной и десятибалльной системе оценки) широко применимы на практике, но не учитывают интенсивность потоков

и вероятность конфликтования. Таким образом, согласно [6] предложенные методики оценки конфликтной загрузки на перекрестках и подходах к ним, выполненные в России и за рубежом, приводят к отличающимся друг от друга результатам.

Решением транспортных проблем на кольцевых пересечениях занимается М. Н. Поздняков [9]. Еще в 2005 г. он указывал на отсутствие четких критериев выбора вариантов организации движения на кольцевых пересечениях, методики применения светофорного регулирования на кольцевых пересечениях, а также динамического управления вариантом организации движения на кольцевом пересечении. В дальнейшем М. Н. Поздняков разработал классификацию кольцевых пересечений и методику определения способа организации движения на них при наличии центрального направляющего островка среднего диаметра.

Д. А. Кадасев [10] предложил свой анализ видов классификации перекрестков. Он показал, что они имеют условное деление и не отражают особенности перекрестка: характеристику зоны застройки перекрестка, геометрию, остановочные пункты городского пассажирского транспорта и кроме этого интенсивности движения транспортного и пешеходного потоков. Чаще всего уровень транспортного узла характеризуется технической категорией образующих его городских улиц. Д. А. Кадасев разработал собственную методику расчета величины цикла светофорного регулирования и величины разрешающих сигналов в его пределах. По его мнению, методика обеспечивает минимизацию суммарной транспортной задержки и позволяет повысить эффективность пропускной способности на перекрестках УДС.

А. А. Цариков в своем исследовании отмечает, что при определении количественных характеристик цикла светофорного регулирования необходимо учитывать геометрические параметры УДС. По его мнению, возникновение заторовых ситуаций наблюдается и при наличии запаса пропускной способности УДС. Он это объясняет образованием больших очередей, возникающих из-за случившихся дорожно-транспортных происшествий и несовершенных циклов светофорного регулирования на пересечении. Появление заторов очень быстро охватывает ближайшие регулируемые перекрестки УДС. Описанная ситуация чаще всего приводит к последующей утрате в возможности управления дорожным движением на конкретном участке улично-дорожной сети [11, 12, 13, 14].

1.1. Анализ аварийности на пересечениях Екатеринбурга

Несмотря на прилагаемые большие усилия по повышению безопасности дорожного движения, аварийность в Российской Федерации является актуальной проблемой. По официальным данным ГИБДД МВД России в 2020 г., в Российской Федерации произошло 145073 ДТП, в которых

погибло 16152 и ранено 183040 человек [15]. Одним из опасных мест концентрации ДТП являются перекрестки. На перекрестках, по данным этого же источника, было совершено 25943 ДТП, что составляет 17,9 % от общего числа ДТП. Аварийность на перекрестках в 2020 г. занимает первое место среди ДТП, связанных с неправильно выбранной дистанцией (10,2 %), несоответствием скорости конкретным условиям движения (9,5 %) и нарушением правил проезда пешеходных переходов (9,1 %).

По официальным данным ГИБДД МВД России за 9 месяцев 2021 г. в Российской Федерации произошло 96314 ДТП, в которых погибло 10516 и ранено 121573 человек [15]. Одним из опасных мест концентрации ДТП также являются перекрестки. На перекрестках, по данным этого же источника, было совершено 17028 ДТП, что составляет 19,9 % от общего числа ДТП. Аварийность на перекрестках в 2020 году занимает первое место среди ДТП, связанных с несоответствием скорости конкретным условиям движения (17,3 %), с неправильно выбранной дистанцией (11,8 %), выездом на полосу встречного движения (9,6 %) и нарушением правил проезда пешеходных переходов (9,1 %).

Аналогичную картину по состоянию аварийности можно наблюдать и в крупных регионах. По данным сайта УГИБДД ГУ МВД России по Свердловской области в 2020 г., в Свердловской области произошло 2812 ДТП, в которых погибло 359 и ранено 3587 человек. В Екатеринбурге за это же время произошло 1113 ДТП, в которых погибло 61 и ранено 1406 человек (рис. 3). Так же, как и в России, в Свердловской области и Екатеринбурге большое число ДТП совершается на пересечениях [16, 17, 18, 19, 20, 21].

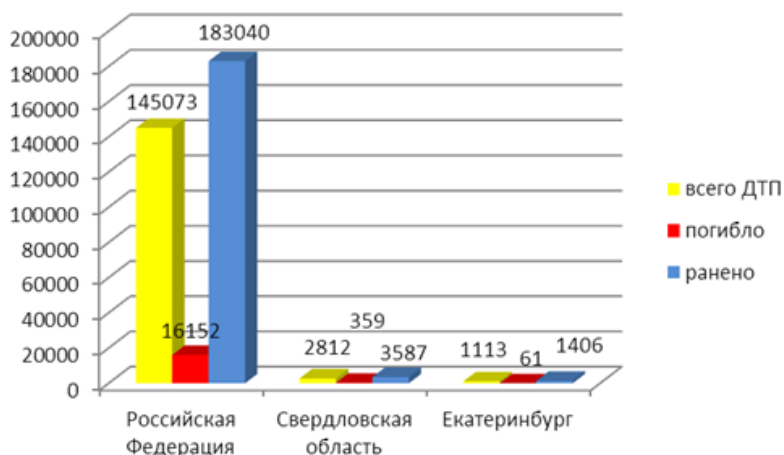


Рис. 3. Распределение числа ДТП в 2020 г.

В Екатеринбурге существует порядка 500 наиболее аварийных пересечений. Орджоникидзевский, Ленинский и Верх-Исетский районы привлекают особое внимание с точки зрения аварийности. Наибольшее число ДТП происходит на четырехсторонних пересечениях (262 – 2010 г., 211 – 2013 г., 88 – 2016 г., 116 – 2019 г.), наименьшее число ДТП – на многосторонних пересечениях. Небольшое количество ДТП на многосторонних пересечениях объясняется их небольшим удельным весом в общем числе пересечений. Аварийность по районам отличается от общей по городу. В Верх-Исетском, Железнодорожном и Чкаловском районах большее число ДТП приходится на трехсторонние пересечения. Наибольшая аварийность на четырехсторонних пересечениях наблюдается в Ленинском, Кировском и Орджоникидзевском районах.

Анализ рассмотренных пересечений показал, что 72 % из них являются регулируемыми, 28 % нерегулируемыми (табл. 1). На регулируемых пересечениях организовано двухфазное, трехфазное, четырехфазное регулирование. На 82 % пересечений транспортные потоки движутся с одной и той же полосы движения в разных направлениях. Большая часть пересечений имеет 4 полосы для движения транспортных средств.

Различия в конфигурации пересечений приводят к разному расположению на них конфликтных точек и, как следствие, совершению ДТП.

Таблица 1

Распределение аварийных пересечений по районам Екатеринбурга

Районы Екатеринбурга	Количество пересечений		
	всего	регулируемых	нерегулируемых
Железнодорожный	47	33	14
Октябрьский	31	25	6
Кировский	79	52	27
Верх-Исетский	74	51	23
Орджоникидзевский	101	74	27
Чкаловский	55	37	18
Ленинский	79	63	16
ВСЕГО:	466	335	131

Анализ выполненных работ отечественными и зарубежными авторами показывает, что безопасность дорожного движения на пересечениях во многом зависит от организации дорожного движения на них и ее обеспечение сводится к расчетам длительности цикла светофорного регулирования [22, 23, 24, 25, 26, 27, 28]. Ключевым моментом при определении величины цикла светофорного регулирования является понятие «поток насыщения».

1.2. Понятие «поток насыщения» и его учет при расчетах длительности светофорного цикла

Идеальным вариантом является такая организация дорожного движения, при которой движение транспортных средств на пересечениях не является сдерживающим фактором пропускной способности улично-дорожной сети. Это возможно при организации движения в разных уровнях. В 30-е годы прошлого века вышло несколько работ, посвященных обоснованию оборудования перекрестков с автоматически регулируемым движением. Этим вопросом занимались не только специалисты по организации дорожного движения В. В. Ходот, Образцов [29], но и крупнейшие математики, такие как А. Н. Колмогоров [30]. А. Н. Колмогоров приводит схему разобщения движения в 2-х уровнях на перекрестке (рис. 4), которая, по его мнению, обладает следующими преимуществами:

- исключены даже «попутные пересечения», имеющиеся в схеме В. Ходота;
- значительно проще и удобнее организация пешеходного движения на предложенной А. Н. Колмогоровым схеме (рис. 4) – для него нужен только один тоннель на глубине трех метров, в то время как у В. Ходота требуется или тоннель на глубине десяти метров, или мостики над улицей;

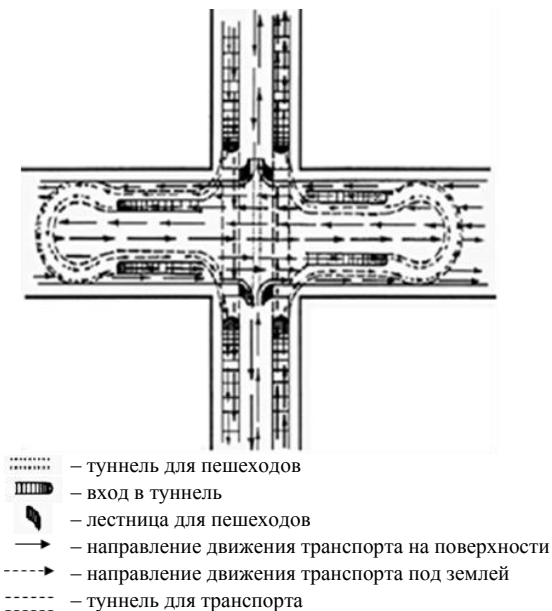


Рис. 4. Схема разобщения движения в 2 уровнях на перекрестке

– в схеме В. Ходота часть тоннельных спусков начинается в 200 метрах от перекрестка, у А. Н. Колмогорова все спуски расположены вдвое ближе, так как устранено их последовательное расположение по одной улице;

– часть движения, пропускаемого через тоннели, немного меньше, чем у В. Ходота, все правые повороты делаются на поверхности.

Потребность в регулировании дорожного движения возникает тогда, когда появляются пересечения траекторий в одном уровне, по которым движутся участники дорожного движения. При невысокой интенсивности дорожного движения оно регулируется при помощи знаков приоритета [31]. При повышении интенсивности движения, особенно если она намного больше по главной дороге, движение по второстепенной дороге замедляется вплоть до его прекращения [32]. Чаще всего при этом увеличивается число ДТП на таких пересечениях. Возникает необходимость во введении светофорного регулирования. Существуют четыре известных условия введения светофорного регулирования [7, 33, 34, 35, 36, 37].

Условие 1 задано в виде сочетаний критических интенсивностей движения на главной и второстепенной дорогах (табл. 2).

Таблица 2

Сочетание критических интенсивностей движения
на главной и второстепенной дорогах

Число полос движения в одном направлении		Интенсивность движения по главной дороге в двух направлениях, ед./ч	Интенсивность движения по второстепенной дороге в одном наиболее загруженном направлении, ед./ч
Главная дорога	Второстепенная дорога		
одна	одна	750	75
		670	100
		580	125
		500	150
		410	175
		380	190
2 или более	одна	900	75
		800	100
		700	125
		600	150
		500	175
		400	200
2 или более	2 или более	900	100
		825	125
		750	150
		675	175
		600	200
		525	225
		480	240

Ввод светофорного регулирования считается обоснованным, если наблюдаемая на перекрестке интенсивность конфликтующих транспортных потоков в течение каждого из любых 8 ч обычного рабочего дня не менее заданных сочетаний.

Условие 2 задано в виде сочетания критических интенсивностей, конфликтующих транспортного и пешеходного потоков. Ввод светофорного регулирования считается обоснованным, если в течение каждого из любых 8 ч обычного рабочего дня по дороге в двух направлениях движется не менее 600 ед./ч (для дорог с разделительной полосой 1000 ед./ч) транспортных средств и в то же время эту улицу переходят в одном, наиболее загруженном направлении не менее 150 чел./ч. Для населенных пунктов с населением менее 10 тыс. чел. значения интенсивности движения транспортных средств и пешеходов по условиям 1 и 2 составляют 70 % от указанных.

Условие 3 заключается в том, что светофорное регулирование вводится, когда условия 1 и 2 целиком не выполняются, но оба выполняются не менее чем на 80 %.

Условие 4 задано определенным числом ДТП. Введение светофорного регулирования считается оправданным, если за последние 12 мес. на перекрестке произошло не менее 3 ДТП (которые могли бы быть предотвращены при наличии светофорной сигнализации) и, хотя бы одно из условий 1 или 2 выполняется не менее чем на 80 %.

С появлением светофорного регулирования вводятся понятия такта регулирования – период действия определенной комбинации светофорных сигналов; фазы – совокупность основного и следующего за ним промежуточного такта; цикла – периодически повторяющаяся совокупность всех фаз; режима светофорного регулирования (светофорная сигнализация) – длительность цикла, а также число, порядок чередования и длительность составляющих цикл тактов и фаз [34, 35, 36, 37]. Эти термины применяются в расчетах для повышения эффективности организации дорожного движения на пересечениях.

Ввод светофорного регулирования приводит к необходимости решения задачи, связанной с определением длительности горения зеленого сигнала по направлениям. Решение поставленной задачи приведет к обеспечению максимальной пропускной способности перекрестка [38, 39].

В реальности все стоящие транспортные средства, ожидающие включения зеленого сигнала, не начинают движение одновременно. При расчете длительности светофорного цикла исходят из предположения, что транспортные потоки движутся равномерно. В реальных условиях такое движение транспортных потоков не наблюдается. Особенно заметна неравномерность движения у транспортных средств, начинающих его на разрешающий сигнал светофора и заканчивающих движение в данном такте.

Такая неравномерность движущегося потока, конечно, была замечена авторами, которые занимались расчетами длительности светофорной сигнализации и поскольку все расчеты строились на эмпирическом наблюдении, то для определения максимальной пропускной способности пересечений была взята часть потока с постоянными характеристиками.

Таким образом, научное мнение пришло к пониманию необходимости введения понятия «поток насыщения», которое остается одним из основных параметров транспортных потоков на регулируемых пересечениях в течение многих лет. Анализ работ специалистов разных стран показал, что каждый автор трактует понятие «поток насыщения» по-своему. Так, например, Водроп [40] на стр. 337 определяет поток насыщения как поток, наступающий, когда транспортные средства движутся с минимально возможными интервалами. В каждой фазе транспортные средства прибывают с потоком q , соответствующие индексу фазы, следовательно, с интервалом $1/q$. Некоторые транспортные средства останавливаются в течение красного сигнала, длительностью r . На зеленый сигнал первый автомобиль отрывается, но он это делает не из-за потерянного времени a , а из-за ускорения. После первого автомобиля следующие за ним транспортные средства движутся с одинаковой дистанцией между ними. Это период, когда транспортные средства следуют друг за другом при минимальных дистанциях и поток p называется потоком насыщения. В оставшееся время горения зеленого сигнала автомобили прибывают к перекрестку и движутся с интервалом $1/p$ без задержки.

Ю. А. Кременец [41, 42] понимает под потоком насыщения максимальную интенсивность разъезда очереди при полностью насыщенной фазе.

В Руководстве по регулированию дорожного движения в городах [37] поток насыщения представлен в виде выраженной максимальной интенсивности движения в данном направлении (направлениях) при включенном зеленом сигнале. В нем содержатся рекомендации по определению потоков насыщения путем проведения натурных исследований тогда, когда на подходе к перекрестку скапливаются большие группы транспортных средств.

В Руководстве по проектированию городских улиц и дорог [43] поток насыщения – это пропускная способность полосы при движении транспортных средств без остановки со скоростью 15 км/ч.

Далее Ю. А. Врубель [44, 45] определяет поток насыщения как среднюю интенсивность движения убывающих автомобилей от стоп-линии за время горения зеленого сигнала при наличии длинной очереди транспортных средств. По мнению автора, поток насыщения включает в себя одновременно и потерянное время, и длительность горения зеленого сигнала.

Другими авторами в дальнейшем были предложены следующие понятия потока насыщения:

- это интенсивность движения, при которой нет задержек в течение горения зеленого сигнала, и автомобили движутся без остановки (используемое в настоящее время в Канаде руководство по регулируемым пересечениям [46]);

- это интенсивность движения, когда автомобили пересекают перекресток при реальных условиях. Разрешающий сигнал постоянно горит при этом, а транспортные средства движутся без задержек (Руководство по пропускной способности дорог США (НСМ 2000) [47, 48]);

- это самое большое число автомобилей, которое способно пересечь перекресток за время горения зеленого сигнала (Руководство ФРГ по проектированию организации дорожного движения [49]).

Как отмечает в своей работе автор А. Г. Левашев, повышения эффективности организации движения на регулируемых пересечениях при проектировании можно добиться уточнением существующих расчетных характеристик транспортных потоков, а также разработкой новых методик или приспособлением существующих методик расчета режимов регулирования с одновременной оценкой их результативности [50]. Он предложил методику, которая основывается на идеальном потоке насыщения, определяемом на регулируемых пересечениях. Следуя его методике, в которой для замены момента наступления равномерного транспортного потока рекомендуется использовать регрессионную модель, возможность ее использования была подтверждена статистическими критериями и полученной расчетной величиной вводимого им идеального потока насыщения.

Тогда, когда значение потока насыщения нельзя определить при натуральных исследованиях, применяется величина «идеального потока насыщения» [51]. Его значение корректируется поправочными коэффициентами, значения которых зависят от характерных условий местности. Так, например, в американском «Руководстве по пропускной способности дорог 1985» (1985 Highway Capacity Manual) поток насыщения, равный 1800 прив. ед./ч, рассматривается как «идеальный уровень насыщения» и применяется в сочетании с поправочными коэффициентами. Поток насыщения S в конкретных дорожных условиях определяется по формуле

$$S = S_0 \cdot N \cdot f_W \cdot f_{HV} \cdot f_G \cdot f_P \cdot f_{BB} \cdot f_A \cdot f_{RT} \cdot f_{LT}, \quad (3)$$

где S_0 – идеальный поток насыщения, принятый равным 1800 (прив. ед./ч);

N – количество полос движения;

f_W – коэффициент, учитывающий ширину полосы движения;

f_{HV} – коэффициент, учитывающий грузовые автомобили;

f_G – коэффициент, учитывающий продольные уклоны;

f_P – коэффициент, учитывающий паркование;

f_{BV} – коэффициент, учитывающий помехи, создаваемые автобусами;
 f_A – коэффициент, учитывающий тип территории;
 f_{RT} – коэффициент, учитывающий правые повороты (т. е. помехи, создаваемые пешеходами);
 f_{LT} – коэффициент, учитывающий левые повороты.

Следовательно, определение величины идеального потока насыщения приводит к необходимости обследования очередей автомобилей, движущихся на регулируемом перекрестке за время горения зеленого сигнала, причем транспортный поток состоит только из легковых автомобилей. Это возможно при соблюдении условий, которые обуславливают возможность использования понятия «идеальный поток насыщения» (ширина полосы движения 3,6 м, уклон на подходе к перекрестку равен 0 %, сухое дорожное покрытие, отсутствие помех, создаваемых паркующимися автомобилями и остановками общественного транспорта, отсутствие конфликтующих пешеходных, велосипедных и транспортных потоков, а также отсутствие грузовых автомобилей (автобусов) в потоке [47, 48]).

Главной целью регулирования движения на перекрестке согласно Т. М. Метсону [1] с помощью светофоров является обеспечение максимальной пропускной способности с минимальными задержками. Любая длительности цикла регулирования соответствует собственная максимальная пропускная способность пересечения. При двухфазном регулировании длительность цикла определяется по формуле

$$C = \frac{34200}{3600 - (V_1 - V_2)2,1}, \quad (4)$$

где V – интенсивность движения автомобилей в час.

В приведенном Руководстве [37] длительность цикла регулирования считают по формуле

$$T = \frac{1,5L + 5}{1 - (y_1 + y_2 + \dots + y_n)}, \quad (5)$$

где T – длительность цикла в сек.;

L – сумма всех переходных интервалов в сек.;

y_1 – фазовый коэффициент, который равен наибольшему из отношений M/M_n , подсчитанных для всех подходов к перекрестку, обслуживаемых фазой 1;

y_2, \dots, y_n – соответствующий фазовые коэффициенты для фаз 2, ..., n , подсчитанные аналогичным образом;

M – интенсивность движения на рассматриваемом подходе к перекрестку в направлениях (направлении), обслуживаемых данной фазой, в ед./ч;

M_n – поток насыщения для этих же направлений (направления) в ед./ч.

В соответствии с требованиями обеспечения безопасности движения согласно Ю. Д. Шелкову [7], величина цикла не может быть меньше 25 с и превышать 120 с. Длительность цикла светофорного регулирования определяется по формуле

$$T_{ц} = \frac{1,5 \cdot T_{п} + 5}{1 - Y}, \quad (6)$$

где $T_{п}$ – потерянное время в цикле регулирования (для практических расчетов может быть определено как сумма переходных интервалов в цикле), с;

Y – сумма расчетных фазовых коэффициентов.

При равномерном прибытии транспортных средств к перекрестку через одинаковые промежутки времени наименьшая длительность цикла определяется из условий [34, 35, 36]. Автомобили, которые прибывают к перекрестку в j -м направлении за период, равный циклу регулирования $T_{ц}$, покидают перекресток в течение основного такта i -й фазы с интенсивностью, равной потоку насыщения M_{nij} . В реальных условиях движения такое прибытие автомобилей к перекрестку наблюдается нечасто. Гораздо чаще для отдельных перекрестков характерно случайное прибытие (дистанции между последовательно прибывающими автомобилями разные).

Случайному прибытию транспортных средств соответствует формула цикла, предложенная английским исследователем Ф. Вебстером на основе минимизации транспортной задержки, т. е.

$$T_{ц} = \frac{1,5 \cdot T_{п} + 5}{1 - Y}, \text{ обозначив } \sum_{i=1}^n y_i = Y \text{ и } \sum_{i=1}^n t_{пi} = T_{п}, \quad (7)$$

где $t_{пi}$ – длительность промежуточного такта в данной фазе регулирования, с;

y_i – фазовый коэффициент данного направления;

n – число фаз.

В методике расчета светофорных циклов [52] длительность светофорного цикла определяется по формуле

$$T = \frac{1,5P + 5}{I - \sum_{i=1}^n y_i}, \quad (8)$$

где P – потерянное время в цикле, которое складывается из части (0,5–0,8) длительности желтых сигналов и времени запаздывания начала движения автомобилей в каждой фазе, с;

y_i – фазовые коэффициенты, равные максимальной величине отношения интенсивности движения (J_i) к интенсивности разгрузки очереди или потока насыщения C_i в i -ой фазе;

n – количество фаз в цикле (обычно две или три).

Величину длительности циклов, находящуюся в пределах от 30 до 180 с [53], ряд авторов устанавливают, исходя из натуральных наблюдений, и считают их возможными для применения на регулируемых пересечениях с отличающимися условиями движения и иным составом транспортного потока. Наблюдениями подтверждено, что интенсивность движения ТС и пешеходов изменяется не только в течение дня, часа, но и в более короткие промежутки времени. Отрицание этого факта в расчетах приводит к организации дорожного движения с заторами, поскольку при этом расчетная длительность цикла получается меньше необходимой. В случае, если расчетная длительность цикла определена больше необходимой длительности, возникают необоснованные задержки транспортных средств на пересечении.

А. А. Поляков [54, 55] предложил свой вариант определения длительности циклов на пересечениях со светофорным регулированием. Автор установил существенное различие элементов, характеризующих движение автомобиля на перегоне и в зоне перекрестка. Эти элементы отличаются друг от друга по характеру и последовательности движения автомобиля. В последовательности определения расчета пропускной способности на перегоне наиболее важную роль играет процесс торможения автомобиля. И задача сводится к определению наименьшего допустимого (безопасного) расстояния между движущимися автомобилями при различных скоростях движения. Условия пропуска автомобилей через стоп-линию характеризуются наличием следующих этапов движения: замедление и остановка автомобиля перед пересечением; стоянка в ожидании пропуска, пуск автомобиля после появления сигнала, разрешающего движение, ускорение и прохождение пересечения с ограниченной скоростью, установленной правилами движения или определяемой условиями его безопасности.

При двухтактном светофорном регулировании полная длительность цикла определялась А. А. Поляковым по формуле

$$A = t_1 + t_2 = t_3 + c_1 + t_k + c_2, \quad (9)$$

где A – полная длительность цикла смены сигналов, с;

t_3 – длительность зеленого сигнала для пропуска движения по одной из пересекающихся улиц, с;

t_k – то же для второй улицы – период красного сигнала для первой улицы;

c_1 и c_2 – длительность периодов желтого сигнала, с.

При расчете длительности цикла светофорного регулирования, предлагаемой А. А. Цариковым [14], сначала определяются значения потоков насыщения, базирующихся на характеристиках условий движения на перекрестке (направление движения, уклоны, ширина полосы и т. д.). В дальнейшем, используя соотношения (деления) данных по интенсивности движения и потока насыщения, определяют фазовые коэффициенты, после

суммирования которых переходят к расчету длительности циклов регулирования по формуле

$$T_u = \frac{1,5 \cdot L + 5}{1 - Y}, \quad (10)$$

где L – сумма переходных интервалов, с;

Y – сумма фазовых коэффициентов.

Когда по выполненным расчетам величина цикла регулирования T_u больше значения 80, 100 и 120 с, для двух-, трех- и четырехфазного регулирования соответственно длительность цикла рассчитывают по формуле

$$T_u = \frac{L}{1 - Y}. \quad (11)$$

Таким образом, предлагаемая последовательность расчетов дает возможность пропускать транспортные средства по направлениям исходя из пропорциональности интенсивности движения, т. е. в условиях высокой плотности транспортных потоков.

При движении транспортных средств в реальных условиях существует ряд дополнительных факторов, которые влияют на пропускную способность пересечения [56]. К таким факторам относятся: резкое замедление впереди движущегося автомобиля перед поворотом, непосредственно за поворотом, из-за внезапно возникшего препятствия в виде пешехода; неровности проезжей части. Анализ влияния дополнительных факторов на возникновение ДТП на регулируемых пересечениях с поворотными потоками приведен в табл. 3.

Таблица 3

Дополнительные факторы, влияющие на безопасность дорожного движения и пропускную способность пересечения

№ п/п	Дополнительные факторы	ДТП с учетом указанных факторов, %
1	Резкое замедление впереди движущегося автомобиля перед поворотом	21
2	Резкое замедление впереди движущегося автомобиля непосредственно за поворотом	29
3	Резкое замедление впереди движущегося автомобиля из-за внезапно возникшего препятствия в виде пешехода	43
4	Резкое замедление впереди движущегося автомобиля из-за неровности проезжей части	7

В существующих методиках влияние этих факторов, несмотря на их значимость, не учитывается ни при определении потока насыщения, ни при определении длительности основных тактов, особенно при наличии поворотных потоков на пересечениях. Указанные факторы приводят

к резким изменениям скоростного режима транспортных средств на пересечениях при наличии поворотных потоков, а также создают аварийные ситуации и не обеспечивают расчетную пропускную способность пересечения.

Выводы

Одним из первых авторов в области организации дорожного движения был американский специалист Т. М. Метсон, который в 1955 г. опубликовал свою книгу «Организация движения». Он определяет главной целью регулирования движения на перекрестках с помощью светофоров – обеспечение максимальной пропускной способности с минимальными задержками [38]. Т. М. Метсон отмечает, что каждой продолжительности цикла регулирования соответствует своя предельная пропускная способность перекрестка. Она в основном зависит от соотношения интенсивности движения и интервала зеленого света. При этом в своих расчетах автор подразумевает, что расчет любой продолжительности цикла регулирования обеспечивает безопасное движение транспортных средств.

Анализ статистических данных аварийности в Екатеринбурге показал значительное число ДТП, совершаемых на пересечениях. Они занимают третье место среди ДТП, связанных с неправильно выбранной скоростью движения и выездом на полосу встречного движения. По официальным данным ГИБДД МВД России, в 2020 г. в Российской Федерации произошло 145073 ДТП, в которых погибло 16152 и ранено 183040 человек [15]. Одним из опасных мест концентрации ДТП являются перекрестки. На перекрестках по данным этого же источника было совершено 25943 ДТП, что составляет 17,9 % от общего числа ДТП. Аварийность на перекрестках в 2020 г. занимает первое место среди ДТП, связанных с неправильно выбранной дистанцией (10,2 %), несоответствием скорости конкретным условиям движения (9,5 %) и нарушением правил проезда пешеходных переходов (9,1 %) Это подтверждает необходимость совершенствования организации движения на пересечениях.

Анализ влияния конфигурации пересечений и транспортных потоков, движущихся с одной и той же полосы движения на них в разных направлениях, на безопасность дорожного движения проводился ежегодно на почти 500 пересечениях. Установлено, что наибольшее число ДТП происходит на четырехсторонних пересечениях (54 %). На трехсторонних пересечениях происходит 44 % ДТП, 2 % ДТП происходит на многосторонних пересечениях. Доля аварийных пересечений с транспортными потоками, движущимися прямо, а также налево и (или) направо по одним и тем же полосам движения, составляет 82 %.

Понятие «поток насыщения» развивалось в течение последних 70-ти лет. Осознание необходимости его введения пришло тогда, когда увеличившаяся интенсивность транспортных потоков привела к необходимости совершенствования организации дорожного движения. Обзор исследований как отечественных, так и зарубежных авторов показал, что не существует методов объективной оценки безопасности движения на перекрестках. Отсутствует перечень однозначных критериев, которые можно было бы использовать при оценке безопасности дорожного движения количественно.

А. А. Поляков отметил важность учета процесса торможения автомобиля при определении пропускной способности перегона. И задача определения пропускной способности перегона сводится к определению наименьшего допустимого (безопасного) расстояния между движущимися автомобилями при различных скоростях движения. Хотя А. А. Поляков правильно отмечает значение наименьшего допустимого (безопасного) расстояния между движущимися автомобилями при различных скоростях движения, он аналитически его не определяет. Другие авторы этого определения также не приводят.

При движении транспортных средств в реальных условиях существует ряд дополнительных факторов, которые влияют на безопасность дорожного движения. К таким факторам относятся резкое замедление впереди движущегося автомобиля перед поворотом, непосредственно за поворотом, из-за внезапно возникшего препятствия в виде пешехода; неровности проезжей части. В существующих методиках влияние этих факторов, несмотря на их значимость, не учитывается ни при определении потока насыщения, ни при определении длительности основных тактов особенно при наличии поворотных потоков на пересечениях.

Анализ существующей организации дорожного движения показал, что все расчеты, необходимые для упорядочения движения на пересечениях, относятся к транспортным потокам, в которых транспортные средства управляются водителями. Уже само понятие «поток насыщения» должно учитывать минимально безопасное расстояние между транспортными средствами. Без определения минимально безопасного расстояния между движущимися транспортными средствами невозможно организовать дорожное движение автономных транспортных средств и обеспечить его безопасность.

ГЛАВА 2. Расчет длительности светофорных циклов с учетом обеспечения безопасности дорожного движения

Безопасность дорожного движения зависит от многих факторов: режим движения и техническое состояние транспортных средств, дорожные условия, квалификация водителей транспортных средств и др. [57, 58, 59].

Ключевыми факторами, обеспечивающими безопасность дорожного движения, являются скорость движения транспортных средств и расстояние между ними [60]. Следовательно, возникает задача о необходимости аналитического определения минимально безопасного расстояния (дистанции) между движущимися автомобилями.

2.1. Математическая модель движения автономных транспортных средств на пересечении, обеспечивающая безопасность дорожного движения

В современной литературе по организации дорожного движения отсутствуют расчеты для транспортных потоков, состоящих из автономных транспортных средств. Кроме этого нет определения величины минимально безопасного расстояния между движущимися транспортными средствами как ключевого понятия для организации движения автономных транспортных средств. Поэтому необходимо подробно показать, как эта величина определяется аналитически.

В научной литературе при изучении движения автомобиля A при экстренном торможении в основном рассматриваются две модели движения. В рамках этих моделей необходимо определить остановочный путь транспортных средств. Изучением закономерностей изменения величин остановочного пути занимались такие авторы, как С. А. Евтюков, Я. В. Васильев, В. А. Иларионов, Ю. Б. Суворов, Б. Е. Боровский и др. [61, 62, 63].

В первой модели движения закон изменения ускорения $a(t)$ при экстренном торможении при выполнении неравенства $V^0 > \frac{j}{2}(T - t_3)$ определяется равенством

$$a(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_3; \\ -\frac{1}{2}j, & t_3 < t \leq T; \\ -j, & T < t \leq t_{ocm}^{(2)}; \\ 0, & t > t_{ocm}^{(2)}, \end{cases}$$

а при выполнении неравенства $V^0 \leq \frac{j}{2}(T - t_3)$ определяется равенством

$$a(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_3; \\ -\frac{1}{2}j, & t_3 < t \leq t_{ocm}^{(1)}; \\ 0, & t > t_{ocm}^{(1)}, \end{cases}$$

где $t_3 = t_p + t_{3n}$ – время запаздывания автомобиля A ;

t_p – время реакции водителя автомобиля A ;

t_{3n} – время запаздывания срабатывания тормозного привода автомобиля A ;

$t_{нз}$ – время нарастания замедления автомобиля A ;

j – установившееся замедление автомобиля A в данных дорожных условиях;

T – определяется равенством $T = t_p + t_{3n} + t_{нз}$;

V^0 – скорость автомобиля A в начальный момент времени $t_0 = 0$;

$t_{ocm}^{(1)}$ – время остановки автомобиля A при выполнении неравенства

$$V^0 \leq \frac{j}{2}(T - t_3);$$

$t_{ocm}^{(2)}$ – время остановки автомобиля A при выполнении неравенства

$$V^0 > \frac{j}{2}(T - t_3).$$

График функции $a(t)$ для первой модели движения изображен на рис. 5.

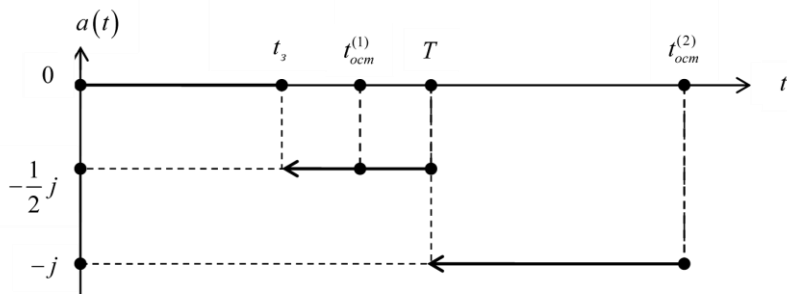


Рис. 5. График функции $a(t)$ для первой модели движения

Во второй модели движения закон изменения ускорения $a(t)$ при экстренном торможении при выполнении неравенства $V^0 > \frac{j}{2}(T - t_3)$ определяется равенством

$$a(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_3; \\ -\alpha(t-t_3), & t_3 < t \leq T; \\ -j, & T < t \leq t_{ост}^{(2)}, \end{cases} \quad (12)$$

а при выполнении неравенства $V^0 \leq \frac{j}{2}(T-t_3)$ определяется равенством

$$a(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_3; \\ -\alpha(t-t_3), & t_3 < t \leq t_{ост}^{(1)}, \end{cases} \quad (13)$$

где

$$\alpha = \frac{j}{T-t_3}.$$

График функции $a(t)$ для второй модели движения изображен на рис. 6.

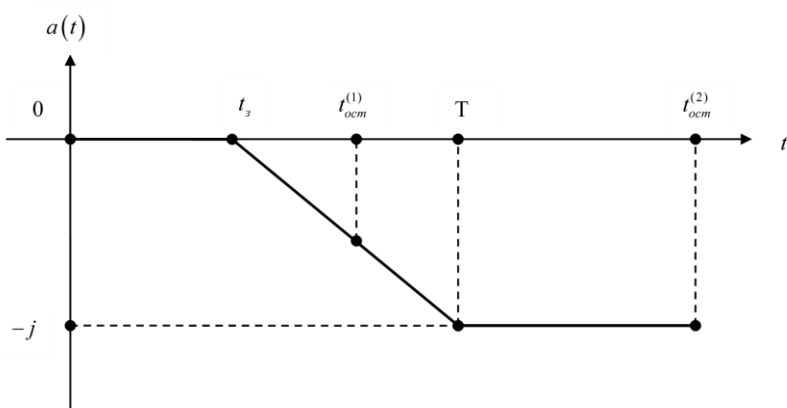


Рис. 6. График функции $a(t)$ для второй модели движения

В первой и второй моделях движения за начальный момент времени $t_0=0$ берется момент возникновения опасности для движения автомобиля.

Прямолинейное поступательное движение автомобиля A при экстренном торможении в первой и второй моделях движения на отрезке времени $[0, \bar{t}]$ может быть описано системой дифференциальных уравнений, т. е.

$$\begin{cases} \frac{dV(t)}{dt} = a(t); \\ \frac{dS(t)}{dt} = V(t), \end{cases} \quad (14)$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} V(0) = V^0; \\ S(0) = 0, \end{cases} \quad (15)$$

где $V(t)$ – скорость автомобиля A в момент времени t ;

$S(t)$ – путь, пройденный автомобилем A к моменту времени t ;

$a(t)$ – ускорение автомобиля A в момент времени t .

Подставляя значения ускорения в уравнения (14) и интегрируя систему уравнений (14) с учетом начальных условий (15), мы получим законы изменения скорости и пройденного пути автомобиля при экстренном торможении для любой из двух моделей движения автомобиля.

В работах Б. Н. Карева, Б. А. Сидорова, Л. В. Михалевой, П. М. Недоростова [64, 65, 66] рассматривается вопрос нахождения минимально безопасного расстояния между автомобилями, движущимися в попутном направлении на горизонтальном участке дороги для первой модели движения. Были получены законы изменения скорости автомобиля и пройденного пути при экстренном торможении с использованием первой модели движения автомобиля.

В настоящей работе при математическом моделировании рассматривается движение автомобиля при экстренном торможении на основе второй модели, т. е. когда ускорение при выполнении неравенства $V^0 \leq \frac{j}{2}(T - t_s)$ задается равенством (13) или когда ускорение при выполнении неравенства $V^0 > \frac{j}{2}(T - t_s)$ задается равенством (12).

Пусть выполняется неравенство $V^0 > \frac{j}{2}(T - t_s)$, тогда закон изменения ускорения для второй модели движения определяется равенством (12).

Вычислим значения функции $V(t)$ в различные моменты времени $t \in [0, t_{ocm}^{(2)}]$ с учетом начального условия $V(0) = V^0$.

Пусть $t \in [0, t_s]$, тогда

$$V(t) = V^0 + \int_0^t a(\tau) d\tau = V^0 + \int_0^t 0 d\tau = V^0. \quad (16)$$

Пусть $t \in (t_s, T]$, тогда

$$V(t) = V^0 + \int_0^t a(\tau) d\tau = V^0 + \int_0^{t_s} 0 \cdot d\tau - \int_{t_s}^t \alpha(\tau - t_s) d\tau = V^0 - \frac{\alpha}{2} t_s^2 + \alpha t_s t - \frac{\alpha}{2} t^2. \quad (17)$$

Пусть $t \in (T, t_{ocm}^{(2)}]$, тогда

$$V(t) = V^0 + \int_0^t a(\tau) d\tau = V^0 + \int_0^{t_s} 0 \cdot d\tau - \int_{t_s}^T \alpha(\tau - t_s) d\tau + \int_T^t (-j) d\tau = V^0 + \frac{\alpha}{2} (T^2 - t_s^2) - jt. \quad (18)$$

Так как $t = t_{ocm}^{(2)}$ – момент времени остановки автомобиля, то

$$V(t) = 0 \tag{19}$$

для $\forall t : t > t_{ocm}^{(2)}$.

Вычислим значения функции $S(t)$ в различные моменты времени $t \in [0, t_{ocm}^{(2)}]$ с учетом начального условия $S(0) = 0$ и равенств (16–19).

Пусть $t \in [0, t_3]$, тогда

$$S(t) = \int_0^t V(\tau) d\tau = \int_0^t V^0 d\tau = V^0 t. \tag{20}$$

Пусть $t \in (t_3, T]$, тогда

$$S(t) = \int_0^t V(\tau) d\tau = \int_0^{t_3} V^0 d\tau + \int_{t_3}^t \left[V^0 - \frac{\alpha}{2} t_3^2 + \alpha t_3 \tau - \frac{\alpha}{2} \tau^2 \right] d\tau = \frac{\alpha}{6} t_3^3 + \left[V^0 - \frac{\alpha}{2} t_3^2 \right] t + \frac{\alpha t_3}{2} t^2 - \frac{\alpha}{6} t^3. \tag{21}$$

Пусть $t \in (T, t_{ocm}^{(2)}]$

$$S(t) = \int_0^t V(\tau) d\tau = \int_0^{t_3} V^0 d\tau + \int_{t_3}^T \left[V^0 - \frac{\alpha}{2} t_3^2 + \alpha t_3 \tau - \frac{\alpha}{2} \tau^2 \right] d\tau + \int_T^t \left\{ V^0 + \frac{\alpha}{2} (T^2 - t_3^2) - j\tau \right\} d\tau = -\frac{\alpha}{6} (T^3 - t_3^3) + \left[V^0 + \frac{\alpha}{2} (T^2 - t_3^2) \right] t - \frac{j}{2} t^2. \tag{22}$$

Пусть $t > t_{ocm}^{(2)}$, тогда

$$S(t) = \frac{1}{2} (T + t_3) V^0 + \frac{(V^0)^2}{2j} - \frac{j}{24} (T - t_3)^2. \tag{23}$$

Решение системы уравнений (14) с начальными условиями (15) при выполнении неравенства $V^0 > \frac{j}{2} (T - t_3)$ и равенства (12) имеет вид:

$$V(t) = \begin{cases} V^0, & 0 \leq t \leq t_3; \\ V^0 - \frac{\alpha}{2} t_3^2 + \alpha t_3 t - \frac{\alpha}{2} t^2, & t_3 < t \leq T; \\ V^0 + \frac{\alpha}{2} [T^2 - t_3^2] - jt, & T < t \leq t_{ocm}^{(2)}; \\ 0, & t > t_{ocm}^{(2)} \end{cases} \tag{24}$$

$$S(t) = \begin{cases} V^0 t, & 0 \leq t \leq t_3; \\ \frac{\alpha}{6} t_3^3 + \left[V^0 - \frac{\alpha}{2} t_3^2 \right] t + \frac{\alpha t_3}{2} t^2 - \frac{\alpha}{6} t^3, & t_3 < t \leq T; \\ -\frac{\alpha}{6} (T^3 - t_3^3) + \left[V^0 + \frac{\alpha}{2} (T^2 - t_3^2) \right] t - \frac{j}{2} t^2, & T < t \leq t_{ocm}^{(2)}; \\ \frac{1}{2} (T + t_3) V^0 + \frac{(V^0)^2}{2j} - \frac{j}{24} (T - t_3)^2, & t > t_{ocm}^{(2)}. \end{cases} \quad (25)$$

Формулы (24) и (25) позволяют определять скорость и длину пройденного пути в любой момент торможения автомобиля.

Будем рассматривать движение двух автомобилей A_1 и A_2 , которые движутся в попутном направлении, в случае, когда автомобиль, A_1 , движущийся перед автомобилем A_2 и находящийся от него на расстоянии S^0 , применил экстренное торможение.

Законы изменения пути и скорости автомобиля A_1 в этом случае имеют вид:

$$V_1(t) = \begin{cases} V_1^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ V_1^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 + \alpha_1 t_{13} t - \frac{\alpha_1}{2} t^2, & t_{13} < t \leq T_1; \\ V_1^0 + \frac{\alpha_1}{2} [T_1^2 - t_{13}^2] - j_1 t, & T_1 < t \leq t_{locm}^{(2)}; \\ 0, & t > t_{locm}^{(2)}, \end{cases} \quad (26)$$

$$S_1(t) - S^0 = \begin{cases} V_1^0 t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha_1}{6} t_{13}^3 + \left[V_1^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 \right] t + \frac{\alpha_1 t_{13}}{2} t^2 - \frac{\alpha_1}{6} t^3, & t_{13} < t \leq T_1; \\ -\frac{\alpha_1}{6} (T_1^3 - t_{13}^3) + \left[V_1^0 + \frac{\alpha_1}{2} (T_1^2 - t_{13}^2) \right] t - \frac{j_1}{2} t^2, & T_1 < t \leq t_{locm}^{(2)}; \\ \frac{1}{2} (T_1 + t_{13}) V_1^0 + \frac{(V_1^0)^2}{2j_1} - \frac{j_1}{24} (T_1 - t_{13})^2, & t > t_{locm}^{(2)}, \end{cases} \quad (27)$$

где $t_{13} = t_{13n}$ – время запаздывания автомобиля A_1 ;

t_{13n} – время запаздывания срабатывания тормозного привода автомобиля A_1 ;

$t_{1нз}$ – время нарастания замедления автомобиля A_1 ;

j_1 – установившееся замедление автомобиля A_1 в данных дорожных условиях;

$T_1 = t_{13} + t_{1нз}$;

S_0 – расстояние между автомобилями в момент времени $t_0 = 0$;

$t_{1ост}^{(2)}$ – время остановки автомобиля A_1 ;

$$\alpha_1 = \frac{j_1}{T_1 - t_{1з}}$$

Законы изменения пути и скорости автомобиля A_2 в этом случае имеют вид:

$$V_2(t) = \begin{cases} V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{2з}; \\ V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{2з}^2 + \alpha_2 t_{2з} t - \frac{\alpha_2}{2} t^2, & t_{2з} < t \leq T_2; \\ V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} [T_2^2 - t_{2з}^2] - j_2 t, & T_2 < t \leq t_{2ост}^{(2)}; \\ 0, & t > t_{2ост}^{(2)}, \end{cases} \quad (28)$$

$$S_2(t) = \begin{cases} V_2^0 t, & 0 \leq t \leq t_{2з}; \\ \frac{\alpha_2}{6} t_{2з}^3 + \left[V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{2з}^2 \right] t + \frac{\alpha_2 t_{2з}}{2} t^2 - \frac{\alpha_2}{6} t^3, & t_{2з} < t \leq T_2; \\ -\frac{\alpha_2}{6} (T_2^3 - t_{2з}^3) + \left[V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} (T_2^2 - t_{2з}^2) \right] t - \frac{j_2}{2} t^2, & T_2 < t \leq t_{2ост}^{(2)}; \\ \frac{1}{2} (T_2 + t_{2з}) V_2^0 + \frac{(V_2^0)^2}{2j_2} - \frac{j_2}{24} (T_2 - t_{2з})^2, & t > t_{2ост}^{(2)}. \end{cases} \quad (29)$$

где $t_{2з} = t_{2р} + t_{2зн}$ – время запаздывания автомобиля A_2 ;

$t_{2р}$ – время реакции водителя автомобиля A_2 ;

$t_{2зн}$ – время запаздывания срабатывания тормозного привода автомобиля A_2 ;

$t_{2нз}$ – время нарастания замедления автомобиля A_2 ;

j_2 – установившееся замедление автомобиля A_2 в данных дорожных условиях;

$$T_2 = t_{2з} + t_{2нз};$$

$t_{2ост}^{(2)}$ – время остановки автомобиля A_2 ;

$$\alpha_2 = \frac{j_2}{T_2 - t_{2з}}.$$

Время движения автомобиля A_1 до полной остановки $t_{1ост}^{(2)} > 0$ определяется из условия

$$V_1(t) = 0. \quad (30)$$

Из равенств (26) следует, что моменты времени, при которых выполняется равенство (30), могут быть найдены из уравнений:

$t_{1ост}^{(1)}$ на полуинтервале времени $(t_{1з}, T_1]$

$$t^2 - 2t_{1з}t - \left(\frac{2V_1^0}{\alpha_1} - t_{1з}^2 \right) = 0; \quad (31)$$

$t_{1ocm}^{(2)}$ на полуинтервале $(T_1, t_{1ocm}^{(2)})$

$$V_1^0 + \frac{\alpha_1}{2} [T_1^2 - t_{1s}^2] - j_1 t = 0. \quad (32)$$

Рассмотрим уравнение (20). Дискриминант уравнения равен

$$D = \frac{2}{\alpha_1} V_1^0 > 0.$$

Отсюда следует, что уравнение (31) имеет два действительных различных корня, которые определяются равенством

$$t_{1,2} = t_{1s} \pm \sqrt{\frac{2}{\alpha_1} V_1^0}.$$

Корень

$$t_1 = t_{1s} - \sqrt{\frac{2}{\alpha_1} V_1^0}$$

является посторонним, так как $t_1 < t_{1s}$, а это означает, что $t_1 \notin (t_{1s}, T_1]$.

Если выполняется неравенство

$$t_2 = t_{1s} + \sqrt{\frac{2}{\alpha_1} V_1^0} \leq T_1,$$

то автомобиль A_1 остановится при

$$t_{1ocm}^{(1)} = t_2 = t_{1s} + \sqrt{\frac{2}{\alpha_1} V_1^0}, \quad (33)$$

а остановочный путь будет равен

$$S_{1ocm}^{(1)} = t_{1s} V_1^0 + \frac{2}{3} V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{j_1} (T_1 - t_{1s})}, \quad (34)$$

т. е. автомобиль A_1 остановится во время нарастания замедления.

Если выполняется неравенство

$$t_2 = t_{1s} + \sqrt{\frac{2}{\alpha_1} V_1^0} > T_1, \quad (35)$$

то автомобиль A_1 остановится при $t = t_{1ocm}^{(2)}$, где $t_{1ocm}^{(2)}$ определяется равенством

$$t_{1ocm}^{(2)} = \frac{1}{j_1} \left[V_1^0 + \frac{\alpha_1}{2} (T_1^2 - t_{1s}^2) \right] = \frac{1}{j_1} \left[V_1^0 + \frac{j_1}{2} (T_1 + t_{1s}) \right].$$

Неравенства (33), (35) равносильны неравенствам

$$V^0 \leq \frac{\alpha}{2}(T-t_3)^2 = \frac{j}{2}(T-t_3), \quad (36)$$

$$V^0 > \frac{\alpha}{2}(T-t_3)^2 = \frac{j}{2}(T-t_3) \quad (37)$$

соответственно.

Остановочный путь, пройденный автомобилем A_1 к моменту времени $t_{1ocm}^{(2)}$, будет определяться равенством

$$S_{1ocm}^{(2)} = \frac{1}{2j_1} \left[V_1^0 + \frac{\alpha_1}{2}(T_1^2 - t_{13}^2) \right]^2 - \frac{\alpha_1}{6}(T_1^3 - t_{13}^3). \quad (38)$$

Раскрывая скобки в равенстве (38), приводя подобные члены, получим выражение остановочного пути

$$S_{1ocm}^{(2)} = \frac{1}{2}(T_1 + t_{13})V_1^0 + \frac{(V_1^0)^2}{2j_1} - \frac{j_1}{24}(T_1 - t_{13})^2, \quad (39)$$

пройденного автомобилем A_1 к моменту времени $t_{1ocm}^{(2)}$.

Из равенства (39) видно, что остановочный путь $S_{1ocm}^{(2)}$ может быть представлен в виде

$$S_{1ocm}^{(2)} = S_{1ocm} - \Delta S_1,$$

где S_{1ocm} – определяется равенством

$$S_{1ocm} = \frac{1}{2}(T_1 + t_{13})V_1^0 + \frac{(V_1^0)^2}{2j_1}, \quad (40)$$

а ΔS_1 определяется равенством

$$\Delta S_1 = \frac{j_1}{24}(T_1 - t_{13})^2.$$

Равенство (39) показывает, что остановочный путь автомобиля A_1 , который определяется с помощью равенства (40), на величину ΔS_1 меньше остановочного пути автомобиля, рассчитанного по формуле (39). В общем случае не учитывать величину ΔS_1 нельзя, так как она может не быть маленькой.

Таким образом, получили, что остановочный путь автомобиля A_1 , при использовании второй модели движения автомобиля при экстренном торможении, может быть определен по формуле

$$S_{1ocm}^{(2)} = \begin{cases} t_{13}V_1^0 + \frac{2}{3}V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{j_1}(T_1 - t_{13})}, & 0 < V_1^0 \leq \frac{j}{2}(T_1 - t_{13}); \\ \frac{1}{2}(T_1 + t_{13})V_1^0 + \frac{(V_1^0)^2}{2j_1} - \frac{j_1}{24}(T_1 - t_{13})^2, & V_1^0 > \frac{j}{2}(T_1 - t_{13}). \end{cases} \quad (41)$$

Равенства (41) позволяют не только вычислить остановочный путь автомобиля, но и дают более точную аналитическую связь длины остановочного пути с техническим состоянием тормозной системы автомобиля.

Рассмотрим прямолинейное поступательное движение автомобилей A_1 и A_2 , причем автомобиль A_2 движется сзади автомобиля A_1 . За начальный момент времени $t_0 = 0$ принимаем момент обнаружения водителем автомобиля A_2 момента начала торможения водителем автомобиля A_1 . Считаем, что автомобили A_1 и A_2 в начальный момент времени имели скорости V_1^0 и V_2^0 соответственно, причем скорости удовлетворяют неравенству

$$V_1^0 < V_2^0. \quad (42)$$

Будем считать, что в начальный момент времени $t_0 = 0$ расстояние между автомобилями A_1 и A_2 равно S^0 . Допустим, что выполняются неравенства

$$V_1^0 \leq \frac{j_1}{2}(T_1 - t_{13}) \quad (43)$$

и

$$V_2^0 \leq \frac{j_2}{2}(T_2 - t_{23}). \quad (44)$$

Законы изменения пути и скорости при экстренном торможении автомобиля A_1 при выполнении неравенства (42) имеют вид:

$$V_1(t) = \begin{cases} V_1^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ V_1^0 - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 + \alpha_1 t_{13}t - \frac{\alpha_1}{2}t^2, & t_{13} < t \leq t_{1locm}^{(1)}; \\ 0, & t \geq t_{1locm}^{(1)}; \end{cases} \quad (45)$$

$$S_1(t) - S^0 = \begin{cases} V_1^0 t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha_1}{6}t_{13}^3 + \left[V_1^0 - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 \right] t + \frac{\alpha_1 t_{13}}{2}t^2 - \frac{\alpha_1}{6}t^3, & t_{13} < t \leq t_{1locm}^{(1)}; \\ t_{13}V_1^0 + \frac{2}{3}V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{j_1}(T_1 - t_{13})}, & t \geq t_{1locm}^{(1)}; \end{cases} \quad (46)$$

где $\alpha_1 = \frac{j_1}{T_1 - t_{13}}$;

$t_{13} = t_{13n}$ – время запаздывания автомобиля A_1 ;

$t_{1зн}$ – время запаздывания срабатывания тормозного привода автомобиля A_1 ;

$t_{1нз}$ – время нарастания замедления автомобиля A_1 ;

J_1 – величина установившегося замедления в данных дорожных условиях для автомобиля A_1 ;

$$T_1 = t_{1зн} + t_{1нз};$$

S^0 – расстояние между автомобилями в момент времени $t_0 = 0$;

$t_{1осм}^{(1)}$ – время остановки автомобиля A_1 при выполнении неравенства (43) определено равенством (33).

Законы изменения скорости и длины пройденного пути для автомобиля A_2 также имеют вид:

$$V_2(t) = \begin{cases} V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{2з}; \\ V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{2з}^2 + \alpha_2 t_{2з} t - \frac{\alpha_2}{2} t^2, & t_{2з} < t \leq t_{2осм}^{(1)}; \\ 0, & t > t_{2осм}^{(1)}; \end{cases} \quad (47)$$

$$S_2(t) = \begin{cases} V_2^0 t, & 0 \leq t \leq t_{2з}; \\ \frac{\alpha_2}{6} t_{2з}^3 + \left[V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{2з}^2 \right] t + \frac{\alpha_2 t_{2з}}{2} t^2 - \frac{\alpha_2}{6} t^3, & t_{2з} < t \leq t_{2осм}^{(1)}; \\ t_{2з} V_2^0 + \frac{2}{3} V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}}, & t \geq t_{2осм}^{(1)}, \end{cases} \quad (48)$$

где $\alpha_2 = \frac{j_2}{T_2 - t_{2з}}$;

j_2 – величина установившегося замедления в данных дорожных условиях для автомобиля A_2 ;

$t_{2з}$ – время запаздывания срабатывания тормозного привода автомобиля A_2 ;

$$T_2 = t_p + t_{2зн} + t_{2нз};$$

$t_{2нз}$ – время нарастания замедления автомобиля A_2 ;

t_p – время реакции водителя автомобиля A_2 ;

$$t_{2осм}^{(1)} = t_{2з} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} \leq T_2. \quad (49)$$

Постановка задачи. Пусть законы движения автомобилей A_1 и A_2 на отрезке времени $[0, \bar{t}]$ описываются равенствами (45–46) и (47–48) соответственно. Необходимо выбрать такое минимально безопасное расстояние $S_{\min}^0 \geq 0$ между автомобилями в начальный момент времени $t_0 = 0$, чтобы для любых $\forall S^0 \geq 0: S^0 \geq S_{\min}^0$ неравенство

$$\Delta S(t) = S_1(t) - S_2(t) \geq 0 \quad (50)$$

выполнялось для всех $t \in [0, \bar{t}]$, а для $\forall S^0 \geq 0: S^0 < S_{\min}^0$ на отрезке времени $[0, \bar{t}]$ необходимо найти момент времени $t_c \in [0, \bar{t}]$, при котором произойдет столкновение автомобилей A_1 и A_2 .

Для нахождения минимально безопасного расстояния между автомобилями A_1 и A_2 в рассматриваемом случае при любых соотношениях параметров торможения этих автомобилей воспользуемся критериями, предложенными в работах Б. Н. Карева, Б. А. Сидорова, П. М. Недоростова [64, 65].

Сформулируем некоторые определения и утверждения, которые потребуются в дальнейшем.

Определение 1. Будем говорить, что столкновение автомобилей A_1 и A_2 на отрезке времени $[0, \bar{t}]$ не произойдет, а отрезок времени $[0, \bar{t}]$ будем называть безопасным (в смысле невозможности столкновения), если для любого t из этого отрезка выполняется неравенство (50).

Определение 2. Момент времени t_k будем называть моментом касания автомобилей A_1 и A_2 на отрезке времени $[0, \bar{t}]$, если $t_k \in [0, \bar{t}]$ и выполняется равенство

$$\Delta S(t_k) = 0.$$

Определение 3. Момент касания $t_k \in [0, \bar{t}]$ будем называть опасным моментом касания, или моментом столкновения автомобилей A_1 и A_2 на отрезке времени $[0, \bar{t}]$, если выполняется условие: $\exists \varepsilon > 0$:

- 1) $\Delta V(t) < 0$ при $t_k - \varepsilon < t < t_k$;
 - 2) $\Delta V(t_k) \leq 0$;
 - 3) $\Delta V(t) < 0$ при $t_k \leq t \leq t_k + \varepsilon$.
- (51)

Механический смысл неравенства (51) состоит в том, что после момента касания начинает происходить деформация элементов кузова автомобилей, поэтому расстояние между центрами масс автомобилей A_1 и A_2 начинает уменьшаться.

Определение 4. Момент касания $t_k \in [0, \bar{t}]$ будем называть безопасным моментом касания автомобилей A_1 и A_2 на отрезке времени $[0, \bar{t}]$, если выполняются условия: $\exists \varepsilon > 0$:

- 1) $\Delta V(t) \leq 0$ при $t_k - \varepsilon < t < t_k$;
- 2) $\Delta V(t_k) = 0$;
- 3) $\Delta V(t) \geq 0$ при $t_k \leq t \leq \bar{t}$.

Механический смысл этого определения состоит в том, что автомобиль A_2 , догнав и коснувшись передней кромкой переднего бампера задней кромки заднего бампера автомобиля A_1 в момент времени $t = t_k$, или начнет двигаться с той же скоростью, что и автомобиль A_1 , или начнет отставать от автомобиля A_1 .

Отметим, что условия (52) совпадают с необходимым условием минимума функции $\Delta S(t)$ на отрезке времени $[0, \bar{t}]$ в момент времени $t = t_k$.

Определение 5. Выбранное начальное расстояние S^0 будем называть безопасным на отрезке времени $[0, \bar{t}]$ для автомобилей A_1 и A_2 , если неравенство (50) выполняется для всех моментов времени t из отрезка $[0, \bar{t}]$.

Безопасное расстояние S^0 , вообще говоря, является функционалом от параметров движения автомобилей A_1 и A_2 , т. е. зависит от ускорений автомобилей $a_i(t)$ ($i=1,2$) на отрезке времени $[0, \bar{t}]$, начальных скоростей V_1^0 и V_2^0 , технического состояния, дорожных условий и т. д. Следует отметить, что если для заданного движения автомобилей мы нашли некоторое безопасное расстояние \bar{S}^0 , то любое расстояние $S^0 \geq \bar{S}^0$ будет тоже безопасным. Так как множество безопасных расстояний

$$S^0 = \{S^0 : \forall t \in [0, \bar{t}] \Rightarrow \Delta S(t) \geq 0\}$$

для рассматриваемых движений автомобилей A_1 и A_2 ограничено снизу нулем, то существует точная нижняя граница этого множества

$$S_{\min}^0 = \inf S_0 \geq 0 \tag{53}$$

такая, что любое $S^0 \geq S_{\min}^0$ является безопасным начальным расстоянием для заданных движений автомобилей A_1 и A_2 , а для любого $S^0 < S_{\min}^0$ автомобили A_1 и A_2 неизбежно столкнутся.

Определение 6. Наименьшее значение из множества S^0 , определенное равенством (53), будем называть минимально безопасным расстоянием и обозначать S_{\min}^0 .

Утверждение 1. Если при движении автомобилей A_1 и A_2 функция

$$s(t) = \int_0^t \Delta V(\tau) d\tau = \Delta S(t) - S^0$$

принимает неотрицательные значения на отрезке времени $[0, \bar{t}]$, то столкновение автомобилей A_1 и A_2 на этом отрезке времени не произойдет, а безопасное расстояние S^0 может быть любым неотрицательным числом, т. е. минимально безопасное расстояние $S_{\min}^0 = 0$.

Утверждение 2. Если функция $s(t)$ принимает на отрезке времени $[0, \bar{t}]$ как отрицательные, так и неотрицательные значения, то минимально безопасное расстояние для этого отрезка времени определяется равенством

$$S_{\min}^0 = - \inf_{t \in [0, \bar{t}]} s(t).$$

Данные утверждения дают практический метод нахождения минимально безопасного расстояния между автомобилями A_1 и A_2 для заданного отрезка времени.

При экстренном торможении автомобиля A_2 для нахождения минимально безопасного расстояния S_{\min}^0 в качестве отрезка времени $[0, \bar{t}]$ необходимо рассматривать отрезок времени $[0, t_{2ocm}]$, где t_{2ocm} – время движения автомобиля A_1 до полной остановки.

Таким образом, для нахождения минимально безопасного расстояния S_{\min}^0 в случае, если функция $s(t)$ может принимать на отрезке времени $[0, t_{2ocm}]$ как положительные, так и отрицательные значения, необходимо:

1) найти все моменты времени t_i подозрительные на экстремум, т. е. точки, в которых выполняется равенство $\Delta V(t_i) = 0$;

2) найти все точки t_k ($k = 1, 2, \dots, m$) (безопасные моменты касания), в которых функция $s(t)$ достигает отрицательного минимума, тогда минимально безопасное расстояние определяется равенством

$$S_{\min}^0 = - \min_{k=1,2,\dots,m} \{s(t_k)\},$$

если $s(t_{2ocm}) \geq 0$, и

$$S_{\min}^0 = - \min \{s(t_1), \dots, s(t_m), s(t_{2ocm})\},$$

если $s(t_{2ocm}) < 0$.

Если функция $s(t)$ принимает только положительные значения, т. е. $s(t) \geq 0$ для всех $t \in [0, t_{2ocm}]$, то в этом случае $S_{\min}^0 = 0$.

Метод, основанный на доказанных утверждениях, позволяет в дальнейшем находить минимально безопасное расстояние между автомобилями, движущимися в попутном направлении, при любом техническом состоянии автомобилей A_1, A_2 и любых дорожных условиях.

2.1.1. Нахождение минимально безопасного расстояния между автомобилями при условии, что время остановки автомобиля A_2 больше времени остановки автомобиля A_1

А) Пусть выполняются неравенства

$$0 < t_{1zn} < t_{1ocm}^{(1)} \leq t_{2z} < t_{2ocm}^{(1)}. \quad (54)$$

Из неравенства (54) следует, что автомобиль A_1 после начала торможения остановится раньше автомобиля A_2 [67, 68, 69].

Учитывая равенства (24–25), (30–32) и неравенства (54), запишем выражения функций $\Delta V(t)$ и $s(t) = \Delta S(t) - S^0$, где функции $\Delta V(t)$ и $s(t)$ определены равенствами на отрезке времени $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$:

$$\Delta V = \begin{cases} V_1^0 - V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{1z}; \\ (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{1z}^2) + \alpha_1 t_{1z} t - \frac{\alpha_1}{2} t^2, & t_{1z} < t \leq t_{1ocm}^{(1)}; \\ -V_2^0, & t_{1ocm}^{(1)} < t \leq t_{2z}; \\ -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{2z}^2 - \alpha_2 t_{2z} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2, & t_{2z} < t \leq t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases} \quad (55)$$

$$s(t) = \begin{cases} (V_1^0 - V_2^0)t, & 0 \leq t \leq t_{1z}; \\ \frac{\alpha_1}{6} t_{1z}^3 + \left[(V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha_1}{2} t_{1z}^2 \right] t + \frac{\alpha_1 t_{1z}}{2} t^2 - \frac{\alpha_1}{6} t^3, & t_{1z} < t \leq t_{1ocm}^{(1)}; \\ t_{1z} V_1^0 + \frac{2}{3} V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - V_2^0 t, & t_{1ocm}^{(1)} < t \leq t_{2z}; \\ t_{1z} V_1^0 + \frac{2}{3} V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - \frac{\alpha_2}{6} t_{2z}^3 - \left[V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{2z}^2 \right] t - \frac{\alpha_2 t_{2z}}{2} t^2 + \frac{\alpha_2}{6} t^3, & t_{2z} < t \leq t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases} \quad (56)$$

На отрезке времени $[0, t_{1z}]$ безопасных моментов касания нет.

Функция

$$\Delta V(t) = V_1^0 - V_2^0 < 0$$

принимает на этом отрезке времени отрицательные значения, а функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При $t = t_{13}$ выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{13}) < 0; \\ s(t_{13}) < 0. \end{cases}$$

На полуинтервале $(t_{13}, t_{1ocm}^{(1)})$ функция $\Delta V(t)$ имеет вид

$$\Delta V(t) = -\frac{\alpha_1}{2} t^2 + \alpha_1 t_{13} t + (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2).$$

Моменты времени $t_{1,2}$, подозрительные на безопасный момент касания на полуинтервале $(t_{13}, t_{1ocm}^{(1)})$, являются решениями уравнения

$$\frac{\alpha_1}{2} t^2 - \alpha_1 t_{13} t - (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2) = 0. \quad (57)$$

Определим дискриминант уравнения (57) так:

$$D = \alpha_1^2 t_{13}^2 + 2\alpha_1 (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2) = 2\alpha_1 (V_1^0 - V_2^0) < 0.$$

Отсюда следует, что уравнение (57) действительных корней не имеет, ветви параболы направлены вниз и, следовательно,

$$\Delta V(t) < 0$$

для $\forall t \in (t_{13}, t_{1ocm}^{(1)})$. Функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале $(t_{13}, t_{1ocm}^{(1)})$. При $t = t_{1ocm}^{(1)}$ выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) < 0; \\ s(t_{1ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases} \quad (58)$$

A1) Пусть в неравенствах (43) выполняется строгое неравенство

$$t_{1ocm}^{(1)} < t_{23} \quad (59)$$

На полуинтервале $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{23})$ функция $\Delta V(t)$ имеет вид

$$\Delta V(t) = -V_2^0 < 0$$

для $\forall t \in (t_{1ocm}^{(1)}, t_{23}]$. Функция $s(t)$, принимая в силу неравенств (58) отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{23}]$. При $t = t_{23}$ выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{23}) < 0; \\ s(t_{23}) < 0. \end{cases}$$

На полуинтервале $(t_{23}, t_{2ocm}^{(1)})$ функция $\Delta V(t)$ имеет вид

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2. \quad (60)$$

Моменты времени подозрительные на безопасный момент касания являются корнями уравнения

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = 0. \quad (61)$$

Вычислим дискриминант данного уравнения

$$D = \alpha_2^2 t_{23}^2 - 2\alpha_2 \left(-V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) = 2\alpha_2 V_2^0 > 0.$$

Так как дискриминант уравнения (61) положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{\alpha_2 t_{23} \pm \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2}.$$

Корень

$$t_1 = \frac{\alpha_2 t_{23} - \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} - \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} < t_{23}$$

посторонний, так как $t_1 \notin (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)})$.

Из равенства

$$t_2 = \frac{\alpha_2 t_{23} + \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} = t_{2ocm}^{(1)}$$

следует, что корень t_2 является безопасным моментом касания на полуинтервале $(t_{23}, t_{2ocm}^{(1)})$.

Так как коэффициент при t_2 в выражении (60) положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при $\forall t \in (t_1, t_2)$ функция $\Delta V(t)$ принимает отрицательные значения. Из чего следует, что функция $s(t)$ на интервале $\forall t \in (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$ принимает отрицательные

значения и строго монотонно убывает. При $t = t_{2осм}^{(1)}$ выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{2осм}^{(1)}) = 0; \\ s(t_{2осм}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (54) и неравенств (59) функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке $[0, t_{2осм}^{(1)}]$ и достигает отрицательного наименьшего значения при $t = t_{2осм}^{(1)}$.

Минимально безопасное расстояние в этом случае определяется равенством

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{2з} - V_1^0 t_{1з}) + \frac{2}{3} \left[V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right]$$

или с учетом равенств

$$\alpha_1 = \frac{j_1}{T_1 - t_{1з}}, \quad \alpha_2 = \frac{j_2}{T_2 - t_{2з}}$$

имеем

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{2з} - V_1^0 t_{1з}) + \frac{2}{3} \left[V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{j_2} (T_2 - t_{2з})} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{j_1} (T_1 - t_{1з})} \right].$$

Графики функций ΔV и $s(t)$ изображены на рис. 7.

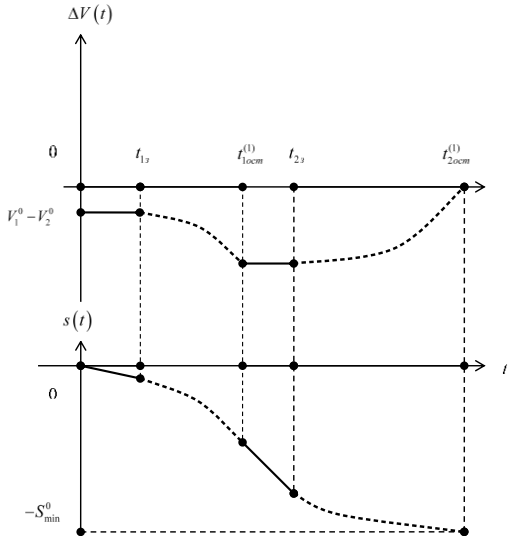


Рис. 7. Графики функций ΔV и $s(t)$

A2) Пусть в неравенствах (54) выполняется равенство

$$t_{locm}^{(1)} = t_{23}. \quad (62)$$

В этом случае равенства (55), (56) имеют вид:

$$\Delta V = \begin{cases} V_1^0 - V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2) + \alpha_1 t_{13} t - \frac{\alpha_1}{2} t^2, & t_{13} < t \leq t_{locm}^{(1)} = t_{23}; \\ -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2, & t_{23} < t \leq t_{2ocm}^{(1)} \end{cases} \quad (63)$$

$$s(t) = \begin{cases} (V_1^0 - V_2^0)t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha_1}{6} t_{13}^3 + \left[(V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 \right] t + \frac{\alpha_1 t_{13}}{2} t^2 - \frac{\alpha_1}{6} t^3, & t_{13} < t \leq t_{locm}^{(1)} = t_{23}; \\ t_{13} V_1^0 + \frac{2}{3} V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - \frac{\alpha_2}{6} t_{23}^3 - \left[V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right] t - \frac{\alpha_2 t_{23}}{2} t^2 + \frac{\alpha_2}{6} t^3, & t_{23} < t \leq t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases} \quad (64)$$

В этом случае полуинтервал $(t_{locm}^{(1)}, t_{23}]$ в выражениях функций $\Delta V(t)$ и $s(t)$ отсутствует.

Проверим, сохранилась ли непрерывность функции $\Delta V(t)$ в точке $t = t_{locm}^{(1)} = t_{23}$. Рассмотрим разность

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow t_{23}^-} \Delta V(t) - \lim_{t \rightarrow t_{23}^+} \Delta V(t) &= \left(V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 \right) + \alpha_1 t_{13} \cdot \left(t_{13} + \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right) - \frac{\alpha_1}{2} \cdot \left(t_{13} + \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right)^2 - \\ &+ V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} \cdot \left(t_{13} + \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right)^2 + \alpha_2 \cdot \left(t_{13} + \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right)^2 - \frac{\alpha_2}{2} \cdot \left(t_{13} + \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right)^2 = \\ &= V_1^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 + \alpha_1 t_{13}^2 + \alpha_1 t_{13} \cdot \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 - \alpha_1 t_{13} \cdot \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - \frac{\alpha_1}{2} \cdot \frac{2V_1^0}{\alpha_1} = 0. \end{aligned}$$

Из последнего равенства следует непрерывность функции $\Delta V(t)$ в точке $t = t_{locm}^{(1)} = t_{23}$. Так как функция $\Delta V(t)$ в точке $t = t_{locm}^{(1)} = t_{23}$ непрерывна, то функция $s(t)$ также непрерывна в этой точке.

Как и в случае A1, на отрезке времени $[0, t_{13}]$ безопасных моментов касания нет. Функция,

$$\Delta V(t) < 0.$$

Для $\forall t \in [0, t_{13}]$, а функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При $t = t_{13}$ выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{13}) < 0; \\ s(t_{13}) < 0. \end{cases}$$

На полуинтервале $(t_{13}, t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}]$ функция $\Delta V(t)$ удовлетворяет неравенству

$$\Delta V(t) < 0$$

$\forall t \in (t_{13}, t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}]$. Так как (57) дискриминант уравнения

$$D = 2\alpha_1(V_1^0 - V_2^0) < 0,$$

то данное уравнение действительных корней не имеет, а коэффициент при t^2 в выражении функции $\Delta V(t)$ отрицательный, то ветви параболы направлены вниз. Следовательно, функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале $(t_{13}, t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}]$. При $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}$ выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}) < 0; \\ s(t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}) < 0. \end{cases} \quad (65)$$

На полуинтервале $(t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}]$ функция $\Delta V(t)$ имеет вид (60). Моменты времени подозрительные на безопасный момент касания являются корнями уравнения (61). Дискриминант (61) уравнения

$$D = 2\alpha_2 V_2^0 > 0.$$

Так как дискриминант уравнения (61) положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня t_1, t_2 . Корень

$$t_1 = \frac{\alpha_2 t_{23} - \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} - \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} < t_{23},$$

посторонний, а корень $t_2 = t_{2ocm}^{(1)}$ является безопасным моментом касания на полуинтервале $(t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}]$.

Так как коэффициент при t^2 в выражении (60) положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при $\forall t \in (t_1, t_2)$ функция $\Delta V(t)$ принимает отрицательные значения. Так как $t_1 < t_{23}$, то

$\forall t \in (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$. Из чего следует, что функция $s(t)$ на интервале $\forall t \in (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$ принимает отрицательные значения и строго монотонно убывает. При $t = t_{2ocm}^{(1)}$ выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{2ocm}^{(1)}) = 0; \\ s(t_{2ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (54) и равенства (62) функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$ и достигает отрицательного наименьшего значения при $t = t_{2ocm}^{(1)}$.

Минимально безопасное расстояние в этом случае определяется равенством

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 - V_1^0)t_{23} + \frac{2}{3}V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} + \frac{1}{3}V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}}.$$

Графики функций ΔV и $s(t)$ изображены на рис. 8.

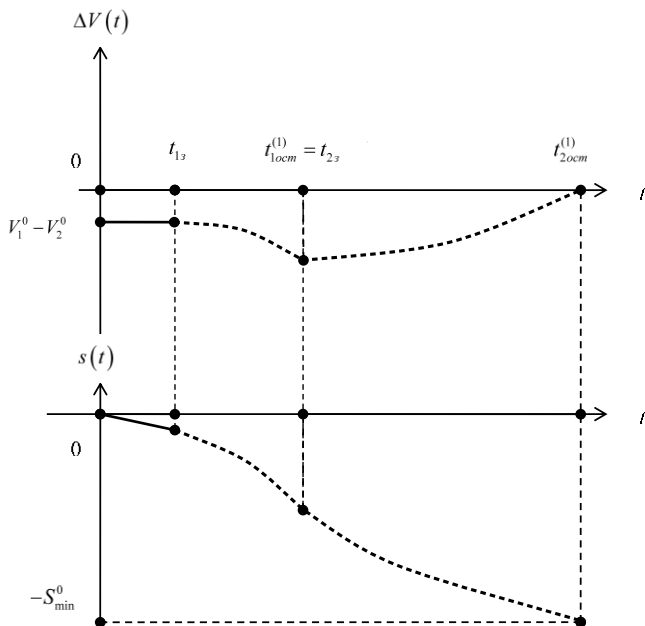


Рис. 8. Графики функций ΔV и $s(t)$

2.1.2. Нахождение минимально безопасного расстояния между автомобилями при условии, что время остановки автомобиля A_2 больше или равно времени остановки автомобиля A_1

В) Пусть выполняются неравенства

$$0 < t_{13n} \leq t_{23} < t_{1ocm}^{(1)} \leq t_{2ocm}^{(1)}. \quad (66)$$

Учитывая равенства (24–25), (30–32) и неравенства (66), запишем выражения функций $\Delta V(t)$ и $s(t) = \Delta S(t) - S^0$, где функции $\Delta V(t)$ и $\Delta S(t)$ определены на отрезке времени $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$:

$$\Delta V = \begin{cases} V_1^0 - V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2) + \alpha_1 t_{13} t - \frac{\alpha_1}{2} t^2, & t_{13} < t \leq t_{23}; \\ \left[(V_1^0 - V_2^0) - \left(\frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) \right] + (\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23}) t - \left(\frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2} \right) t^2, & t_{23} < t \leq t_{1ocm}^{(1)}; \\ -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2, & t_{1ocm}^{(1)} < t \leq t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases} \quad (67)$$

$$s(t) = \begin{cases} (V_1^0 - V_2^0)t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha_1}{6} t_{13}^3 + \left[(V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 \right] t + \frac{\alpha_1 t_{13}}{2} t^2 - \frac{\alpha_1}{6} t^3, & t_{13} < t \leq t_{23}; \\ \left(\frac{\alpha_1}{6} t_{13}^3 - \frac{\alpha_2}{6} t_{23}^3 \right) + \left[(V_1^0 - V_2^0) - \left(\frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) \right] t + \left(\frac{\alpha_1 t_{13}}{2} - \frac{\alpha_2 t_{23}}{2} \right) t^2 - \left(\frac{\alpha_1}{6} - \frac{\alpha_2}{6} \right) t^3, & t_{23} < t \leq t_{1ocm}^{(1)}; \\ t_{13} V_1^0 + \frac{2}{3} V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1} - \frac{\alpha_2}{6} t_{23}^3} - \left[V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right] t - \frac{\alpha_2 t_{23}}{2} t^2 + \frac{\alpha_2}{6} t^3, & t_{1ocm}^{(1)} < t \leq t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases} \quad (68)$$

На отрезке времени $[0, t_{13}]$ безопасных моментов касания нет. Функция

$$\Delta V(t) = V_1^0 - V_2^0 < 0$$

принимает на этом отрезке времени отрицательные значения, а функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При $t = t_{13}$ выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{13}) < 0; \\ s(t_{13}) < 0. \end{cases} \quad (69)$$

В1) Пусть в условиях (66) выполняется строгое неравенство

$$0 < t_{13n} < t_{23} . \quad (70)$$

На полуинтервале $(t_{13}, t_{23}]$ функция $\Delta V(t)$ имеет вид

$$\Delta V(t) = -\frac{\alpha_1}{2} t^2 + \alpha_1 t_{13} t + \left(V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 \right) .$$

Моменты времени $t_{1,2}$, подозрительные на безопасный момент касания на полуинтервале $(t_{13}, t_{1ocm}^{(1)})$, являются решениями уравнения

$$\frac{\alpha_1}{2} t^2 - \alpha_1 t_{13} t - (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2) = 0 . \quad (71)$$

Определим (71) дискриминант уравнения

$$D = \alpha_1^2 t_{13}^2 + 2\alpha_1(V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2) = 2\alpha_1(V_1^0 - V_2^0) < 0 .$$

Отсюда следует, что уравнение (71) действительных корней не имеет, ветви параболы направлены вниз и, следовательно,

$$\Delta V(t) < 0$$

для $\forall t \in (t_{13}, t_{23}]$. Функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале $(t_{13}, t_{23}]$. При $t = t_2$, выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{23}) < 0; \\ s(t_{23}) < 0. \end{cases} \quad (72)$$

На полуинтервале $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ функция $\Delta V(t)$ имеет вид

$$\Delta V(t) = -\left(\frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2}\right) t^2 + (\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23}) t + \left[(V_1^0 - V_2^0) - \left(\frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2\right) \right] . \quad (73)$$

Моменты времени $t_{1,2}$, подозрительные на безопасный момент касания на полуинтервале $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$, являются решениями уравнения

$$\left(\frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2}\right) t^2 - (\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23}) t - \left[(V_1^0 - V_2^0) - \left(\frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2\right) \right] = 0 . \quad (74)$$

Вычислим (74) дискриминант D уравнения

$$D = \alpha_1 \alpha_2 (t_{23} - t_{13})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)(V_1^0 - V_2^0) . \quad (75)$$

B2) Пусть выполняется строгое неравенство

$$\alpha_1 - \alpha_2 < 0. \quad (76)$$

В этом случае дискриминант $D > 0$, следовательно, уравнение (74) имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{(\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23}) \pm \sqrt{D}}{(\alpha_1 - \alpha_2)}.$$

Рассмотрим разность

$$\begin{aligned} t_1 - t_{23} &= \frac{\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23} + \sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} - t_{23} = \frac{\sqrt{D} - \alpha_1 (t_{23} - t_{13})}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{D - \alpha_1^2 (t_{23} - t_{13})^2}{(\alpha_1 - \alpha_2) (\sqrt{D} + \alpha_1 (t_{23} - t_{13}))} = \\ &= \frac{\alpha_1 \alpha_2 (t_{23} - t_{13})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)(V_1^0 - V_2^0) - \alpha_1^2 (t_{23} - t_{13})^2}{(\alpha_1 - \alpha_2) (\sqrt{D} + \alpha_1 (t_{23} - t_{13}))} = \\ &= \frac{\alpha_1 (\alpha_2 - \alpha_1) (t_{23} - t_{13})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)(V_1^0 - V_2^0)}{(\alpha_1 - \alpha_2) (\sqrt{D} + \alpha_1 (t_{23} - t_{13}))} < 0, \end{aligned}$$

следовательно, корень $t_1 \notin [t_{23}, t_{10cm}^{(1)}]$, т. е. является посторонним. Разность

$$t_2 - t_{23} = \frac{\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23} - \sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} - t_{23} = \frac{\alpha_1 (t_{13} - t_{23}) - \sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} > 0,$$

следовательно, выполняется неравенство

$$t_2 > t_{23}.$$

Теперь рассмотрим разность

$$t_2 - t_{10cm}^{(1)} = \frac{-\alpha_2 (t_{23} - t_{13}) - \sqrt{D} - (\alpha_1 - \alpha_2) \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}}}{\alpha_1 - \alpha_2}. \quad (77)$$

Знак разности (77) зависит от знака выражения, стоящего в числителе.

B3) Пусть выполняется строгое неравенство

$$-\alpha_2 (t_{23} - t_{13}) - \sqrt{D} - (\alpha_1 - \alpha_2) \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} < 0. \quad (78)$$

Тогда разность (76) положительна, т. е. выполняется неравенство

$$t_2 > t_{1ocm}^{(1)},$$

следовательно, $t_2 \notin (t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$. Это означает, что на полуинтервале $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ безопасных моментов касания нет.

Так как коэффициент при t^2 в выражении параболы (73) положителен, то ветви параболы направлены вверх. При $\forall t \in (t_1, t_2)$ выполняется неравенство

$$\Delta V(t) < 0. \quad (79)$$

Так как $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2)$, то неравенство (79) справедливо для $\forall t \in (t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$. Отсюда следует, что функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$.

При $t = t_{1ocm}^{(1)}$ выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) < 0; \\ s(t_{1ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases} \quad (80)$$

Рассмотрим полуинтервал $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$.

В4) Пусть в условиях (66) выполняется строгое неравенство

$$t_{1ocm}^{(1)} < t_{2ocm}^{(1)}. \quad (81)$$

На полуинтервале $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ функция $\Delta V(t)$ (61) имеет вид

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2.$$

Рассмотрим уравнение

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = 0.$$

Дискриминант данного уравнения

$$D = \alpha_2^2 t_{23}^2 - 2\alpha_2 \left(-V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) = 2\alpha_2 V_2^0 > 0.$$

Так как дискриминант уравнения (61) положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{\alpha_2 t_{23} \pm \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2}.$$

Корень

$$t_1 = \frac{\alpha_2 t_{23} - \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} - \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} < t_{23} < t_{locm}^{(1)}$$

посторонний, так как $t_1 \notin (t_{locm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$.

Из равенства

$$t_2 = \frac{\alpha_2 t_{23} + \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} = t_{2ocm}^{(1)}$$

следует, что корень t_2 является безопасным моментом касания на полуинтервале $(t_{23}, t_{2ocm}^{(1)})$.

Так как коэффициент при t^2 в выражении (60) положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при $\forall t \in (t_1, t_2)$ функция $\Delta V(t)$ принимает отрицательные значения. Из чего следует, что функция $s(t)$ на интервале $\forall t \in (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$ принимает отрицательные значения и строго монотонно убывает. При $t = t_{2ocm}^{(1)}$ выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{2ocm}^{(1)}) = 0; \\ s(t_{2ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (66), (70), (76), (78) и неравенства (81) функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$ и достигает отрицательного наименьшего значения при $t = t_{2ocm}^{(1)}$.

Минимально безопасное расстояние в этом случае определяется равенством

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

Графики функций ΔV и $s(t)$ изображены на рис. 9.

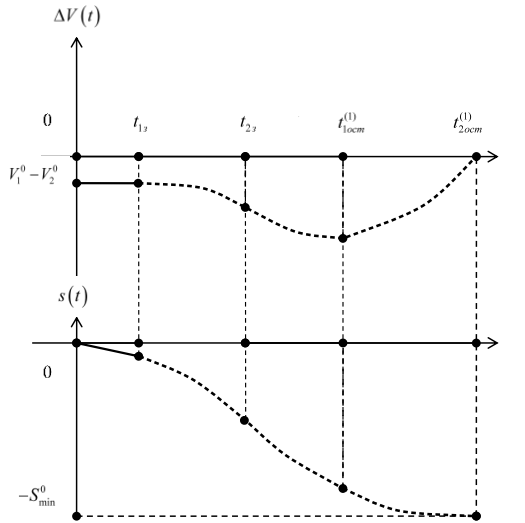


Рис. 9. Графики функций ΔV и $s(t)$

В5) Пусть в условиях (66) выполняется равенство

$$t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}. \quad (82)$$

В этом случае полуинтервал $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ в выражениях функций $\Delta V(t)$ и $s(t)$ отсутствует. При $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}$ выполняются условия

$$\begin{cases} \Delta V(t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}) = 0; \\ s(t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (66), (70), (76), (78) и равенства (82) функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$ и достигает отрицательного наименьшего значения при $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}$.

Минимально безопасное расстояние S_{\min}^0 в этом случае равно

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

Графики функций ΔV и $s(t)$ изображены на рис. 10.

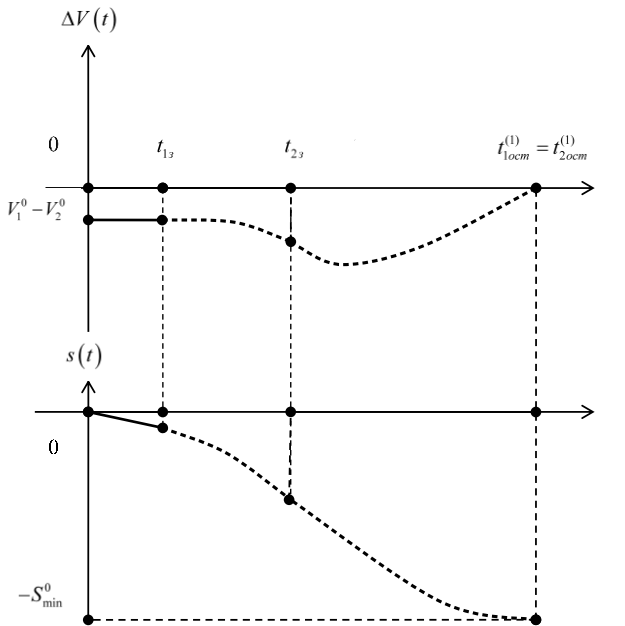


Рис. 10. Графики функций ΔV и $s(t)$

В6) Пусть в условиях (66) выполняется равенство

$$-\alpha_2(t_{23} - t_{13}) - \sqrt{D} - (\alpha_1 - \alpha_2) \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} = 0. \quad (83)$$

Тогда разность (76) равна нулю, т. е. выполняется равенство

$$t_2 = t_{1ocm}^{(1)},$$

следовательно, $t_2 \in (t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$.

В7) Пусть в условиях (66) выполняется строгое неравенство (81)

$$t_{1ocm}^{(1)} < t_{2ocm}^{(1)}.$$

На полуинтервале $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ функция $\Delta V(t)$ имеет вид (61)

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2.$$

Рассмотрим уравнение

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = 0.$$

Так как дискриминант этого уравнения положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{\alpha_2 t_{23} \pm \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2}.$$

Корень

$$t_1 = \frac{\alpha_2 t_{23} - \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} - \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} < t_{23} < t_{1ocm}^{(1)} \quad (84)$$

посторонний, так как $t_1 \notin (t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$.

Из равенства

$$t_2 = \frac{\alpha_2 t_{23} + \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} = t_{2ocm}^{(1)}$$

следует, что корень t_2 является безопасным моментом касания на полуинтервале $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$.

Так как коэффициент при t^2 в выражении (60) положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при $\forall t \in (t_1, t_2)$ функция $\Delta V(t)$ принимает отрицательные значения. Из чего следует, что функция $s(t)$ для $\forall t \in (t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$ принимает отрицательные значения и строго монотонно убывает.

Отсюда следует, что

$$\lim_{t \rightarrow t_{1ocm}^{(1)} + 0} \Delta V(t) = \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) < 0.$$

С другой стороны:

$$\lim_{t \rightarrow t_{1ocm}^{(1)} - 0} \Delta V(t) = \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) = 0,$$

т. е.

$$\lim_{t \rightarrow t_{1ocm}^{(1)} - 0} \Delta V(t) \neq \lim_{t \rightarrow t_{1ocm}^{(1)} + 0} \Delta V(t)$$

чего быть не может, так как функция $\Delta V(t)$ является непрерывной.

Это означает, что при выполнении условий (66), (70), (80), (83) неравенство (81) выполняться не может. График функций Δt изображен на рис. 11.

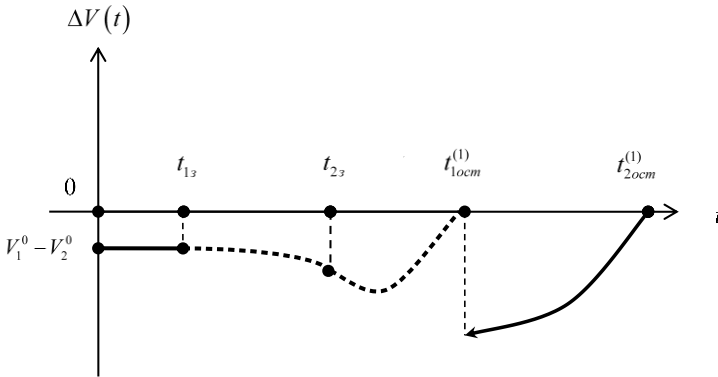


Рис. 11. График функций ΔV

В8) Пусть в условиях (66) выполняется равенство (82)

$$t_{locm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}.$$

В этом случае полуинтервал $(t_{locm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ в выражениях функций ΔV и $s(t)$ отсутствует. Функции ΔV и $s(t)$ имеют вид:

$$\Delta V(t) = \begin{cases} V_1^0 - V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2) + \alpha_1 t_{13} t - \frac{\alpha_1}{2} t^2, & t_{13} < t \leq t_{23}; \\ \left[(V_1^0 - V_2^0) - \left(\frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) \right] + (\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23}) t - \left(\frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2} \right) t^2, & t_{23} < t \leq t_{locm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}; \end{cases}$$

$$s(t) = \begin{cases} (V_1^0 - V_2^0)t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha_1}{6} t_{13}^3 + \left[(V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 \right] t + \frac{\alpha_1 t_{13}}{2} t^2 - \frac{\alpha_1}{6} t^3, & t_{13} < t \leq t_{23}; \\ \left(\frac{\alpha_1}{6} t_{13}^3 - \frac{\alpha_2}{6} t_{23}^3 \right) + \left[(V_1^0 - V_2^0) - \left(\frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) \right] t + \left(\frac{\alpha_1 t_{13}}{2} - \frac{\alpha_2 t_{23}}{2} \right) t^2 - \left(\frac{\alpha_1}{6} - \frac{\alpha_2}{6} \right) t^3, & t_{23} < t \leq t_{locm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (66), (70), (76), (83) и равенства (82) функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке $[0, t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}]$ и достигает отрицательного наименьшего значения при $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}$. Графики функций ΔV и $s(t)$ изображены на рис. 12.

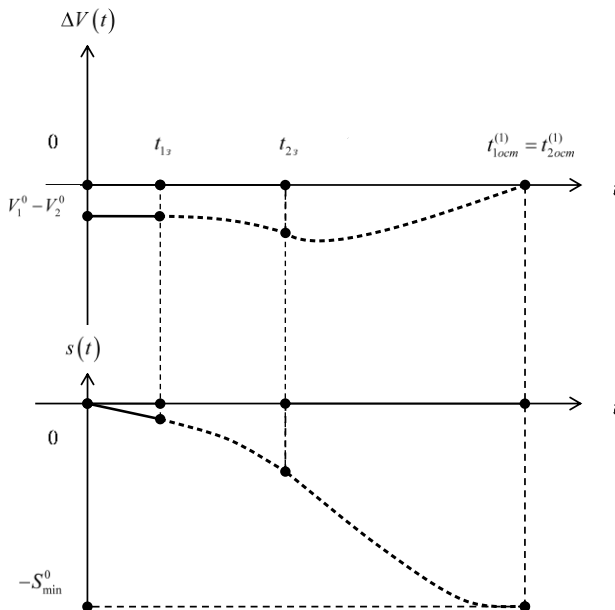


Рис. 12. Графики функций ΔV и $s(t)$

Минимально безопасное расстояние S_{\min}^0 в этом случае равно

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

В9) Пусть выполняется неравенство

$$-\alpha_2(t_{23} - t_{13}) - \sqrt{D} - (\alpha_1 - \alpha_2) \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} > 0. \quad (85)$$

Тогда разность (76) отрицательна, т. е. выполняется неравенство

$$t_2 < t_{1ocm}^{(1)}. \quad (86)$$

Из выполнения неравенств $t_2 > t_{23}$ и (86) следует, что $t_2 \in (t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$. Так как коэффициент при t^2 в выражении функции $\Delta V(t)$ на полуинтервале $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ положителен, то ветви параболы направлены вверх. При переходе через точку $t = t_2$ функция $\Delta V(t)$ меняет знак с «-» на «+», следовательно, момент времени $t = t_2$ является безопасным моментом касания. Так как ветви параболы направлены вверх и выполняется неравенство (86), то

$$\Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) > 0. \quad (87)$$

В10) Пусть в условиях (66) выполняется (81) строгое неравенство

$$t_{1ocm}^{(1)} < t_{2ocm}^{(1)}.$$

На полуинтервале $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ функция $\Delta V(t)$ (61) имеет вид

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2.$$

Рассмотрим уравнение

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = 0.$$

Корни данного уравнения удовлетворяют неравенствам

$$t_1 < t_{23} < t_{1ocm}^{(1)} < t_2 = t_{2ocm}^{(1)}.$$

При $\forall t \in (t_1, t_2)$ функция $\Delta V(t)$ удовлетворяет неравенству

$$\Delta V(t) < 0,$$

так как ветви параболы направлены вверх.

Но тогда

$$\lim_{t \rightarrow t_{1ocm}^{(1)+0} } \Delta V(t) = \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) < 0,$$

что противоречит неравенству (87).

Полученное противоречие показывает, что при выполнении условий (66), (70), (76), (85) неравенство (81) выполняться не может. График функций ΔV изображены на рис. 13.

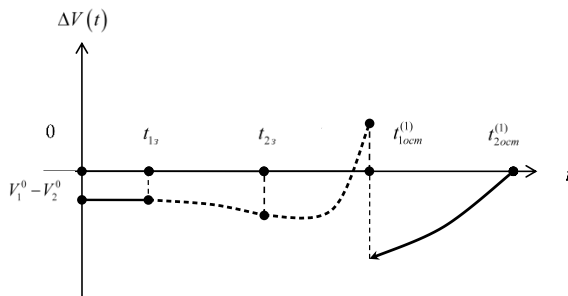


Рис. 13. График функций ΔV

В11) Пусть в условиях (66) выполняется равенство (82)

$$t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}.$$

В этом случае полуинтервал $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ в выражениях функций ΔV и $s(t)$ отсутствует.

В этом случае при выполнении условий (66), (70), (76), (83) и равенства (82) функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке $[0, t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}]$ и достигает отрицательного наименьшего значения при $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}$. Графики функций ΔV и $s(t)$ изображены на рис. 14.

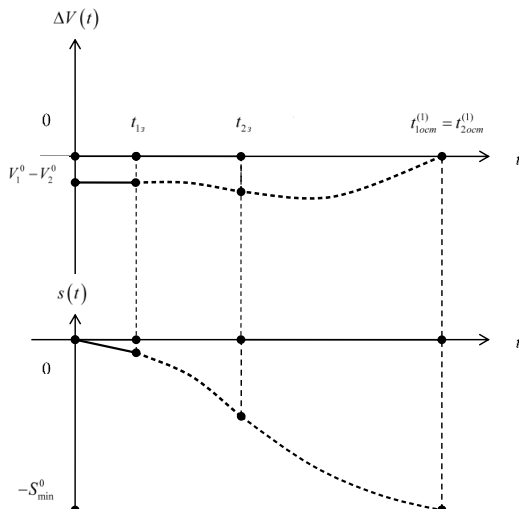


Рис. 14. Графики функций ΔV и $s(t)$

Минимально безопасное расстояние S_{\min}^0 в этом случае равно

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

В12) Пусть выполняется равенство

$$\alpha_1 - \alpha_2 = 0. \quad (88)$$

В этом случае выражения функций $\Delta V(t)$ и $s(t) = \Delta S(t) - S^0$, где функции $\Delta V(t)$ и $\Delta S(t)$ определены на отрезке времени $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$ и имеют вид:

$$\Delta V = \begin{cases} V_1^0 - V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha}{2} t_{13}^2) + \alpha t_{13} t - \frac{\alpha}{2} t^2, & t_{13} < t \leq t_{23}; \\ \left[(V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha}{2} (t_{13}^2 - t_{23}^2) \right] + \alpha (t_{13} - t_{23}) t, & t_{23} < t \leq t_{1ocm}^{(1)}; \\ -V_2^0 + \frac{\alpha}{2} t_{23}^2 - \alpha t_{23} t + \frac{\alpha}{2} t^2, & t_{1ocm}^{(1)} < t \leq t_{2ocm}^{(1)} \end{cases}$$

$$s(t) = \begin{cases} (V_1^0 - V_2^0) t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha}{6} t_{13}^3 + \left[(V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha}{2} t_{13}^2 \right] t + \frac{\alpha t_{13}}{2} t^2 - \frac{\alpha}{6} t^3, & t_{13} < t \leq t_{23}; \\ \frac{\alpha}{6} (t_{13}^3 - t_{23}^3) + \left[(V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha}{2} (t_{13}^2 - t_{23}^2) \right] t + \frac{\alpha}{2} (t_{13} - t_{23}) t^2, & t_{23} < t \leq t_{1ocm}^{(1)}; \\ t_{13} V_1^0 + \frac{2}{3} V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - \frac{\alpha}{6} t_{23}^2 - \left[V_2^0 - \frac{\alpha}{2} t_{23}^2 \right] t - \frac{\alpha t_{23}}{2} t^2 + \frac{\alpha}{6} t^3, & t_{1ocm}^{(1)} < t \leq t_{2ocm}^{(1)} \end{cases}$$

где $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$.

На отрезке времени $[0, t_{13}]$ безопасных моментов касания нет, так как

$$\Delta V(t) = V_1^0 - V_2^0 < 0.$$

Рассмотрим полуинтервал $(t_{13}, t_{23}]$. Так как (71) дискриминант D уравнения

$$\frac{\alpha}{2} t^2 - \alpha t_{13} t - (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha}{2} t_{13}^2) = 0$$

удовлетворяет неравенству

$$D = \alpha^2 t_{13}^2 + 2\alpha (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha}{2} t_{13}^2) = 2\alpha (V_1^0 - V_2^0) < 0,$$

то уравнение (71) действительных корней не имеет, ветви параболы направлены вниз и, следовательно,

$$\Delta V(t) < 0.$$

На полуинтервале $(t_{13}, t_{23}]$ функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При $t = t_{23}$ (72) выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{23}) < 0; \\ s(t_{23}) < 0. \end{cases}$$

На полуинтервале $(t_{23}, t_{locm}^{(1)})$ функция $\Delta V(t)$ имеет вид

$$\Delta V(t) = \alpha(t_{13} - t_{23})t + \left[(V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha}{2}(t_{13}^2 - t_{23}^2) \right].$$

Момент времени t_3 подозрительные на безопасный момент касания на полуинтервале $(t_{23}, t_{locm}^{(1)})$ является решением уравнения

$$\alpha(t_{13} - t_{23})t - \left[(V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha}{2}(t_{13}^2 - t_{23}^2) \right] = 0 \tag{89}$$

и определяется равенством

$$t_3 = \frac{1}{\alpha(t_{13} - t_{23})} \left[V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha}{2}(t_{13}^2 - t_{23}^2) \right]. \tag{90}$$

Проверим, принадлежит ли данный корень полуинтервалу $(t_{23}, t_{locm}^{(1)})$?
Для этого рассмотрим разность

$$t_3 - t_{23} = \frac{1}{\alpha(t_{13} - t_{23})} \left[V_2^0 - V_1^0 + \frac{\alpha}{2}(t_{13}^2 - t_{23}^2) \right] - t_{23} = \frac{V_2^0 - V_1^0 + \frac{\alpha}{2}(t_{13} - t_{23})^2}{\alpha(t_{13} - t_{23})} < 0.$$

Следовательно, $t_3 \notin (t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$. Это означает, что на полуинтервале $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ безопасных моментов касания нет.

Так как коэффициент при t в выражении функции $\Delta V(t)$ на полуинтервале $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ отрицательный и выполняется неравенство

$$t_3 < t_{23},$$

то

$$\Delta V(t) < 0$$

для $\forall t \in (t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$. На полуинтервале $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При $t = t_{23}$ (80) выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) < 0; \\ s(t_{1ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

В13) Пусть в условиях (66) выполняется (70) строгое неравенство

$$t_{1ocm}^{(1)} < t_{2ocm}^{(1)}.$$

На полуинтервале $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ функция $\Delta V(t)$ имеет вид (61)

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha}{2} t_{23}^2 - \alpha t_{23} t + \frac{\alpha}{2} t^2.$$

Рассмотрим уравнение

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha}{2} t_{23}^2 - \alpha t_{23} t + \frac{\alpha}{2} t^2 = 0.$$

Дискриминант данного уравнения

$$D = \alpha^2 t_{23}^2 - 2\alpha \left(-V_2^0 + \frac{\alpha}{2} t_{23}^2 \right) = 2\alpha V_2^0 > 0.$$

Так как дискриминант этого уравнения положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{\alpha t_{23} \pm \sqrt{2\alpha V_2^0}}{\alpha}.$$

Корень t_1 (84) удовлетворяет неравенству

$$t_1 = \frac{\alpha t_{23} - \sqrt{2\alpha V_2^0}}{\alpha} = t_{23} - \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha}} < t_{23} < t_{locm}^{(1)}$$

и является посторонним, так как $t_1 \notin (t_{locm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$.

Из равенства

$$t_2 = \frac{\alpha t_{23} + \sqrt{2\alpha V_2^0}}{\alpha} = t_{23} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha}} = t_{2ocm}^{(1)}$$

следует, что корень t_2 является безопасным моментом касания на полуинтервале $(t_{locm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$.

Так как коэффициент при t^2 в выражении (60) положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при $\forall t \in (t_1, t_2)$ функция $\Delta V(t)$ принимает отрицательные значения. Из чего следует, что функция $s(t)$ на интервале $\forall t \in (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$ принимает отрицательные значения и строго монотонно убывает. При $t = t_{2ocm}^{(1)}$ выполняются условия

$$\begin{cases} \Delta V(t_{2ocm}^{(1)}) = 0; \\ s(t_{2ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (66), (70), (88) и неравенства (81) функция $s(t)$, принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$ и достигает отрицательного наименьшего значения при $t = t_{2ocm}^{(1)}$.

Минимально безопасное расстояние в этом случае определяется равенством

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha}} \right].$$

Графики функций ΔV и $s(t)$ изображены на рис. 15.

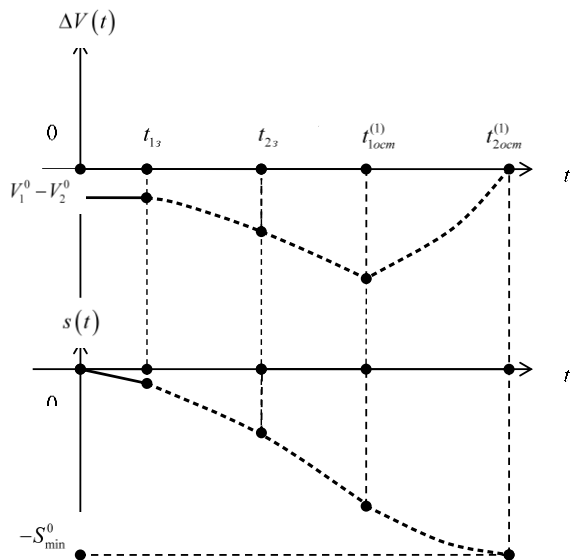


Рис. 15. Графики функций ΔV и $s(t)$

Графики функций ΔV и $s(t)$ изображены на рис. 16.

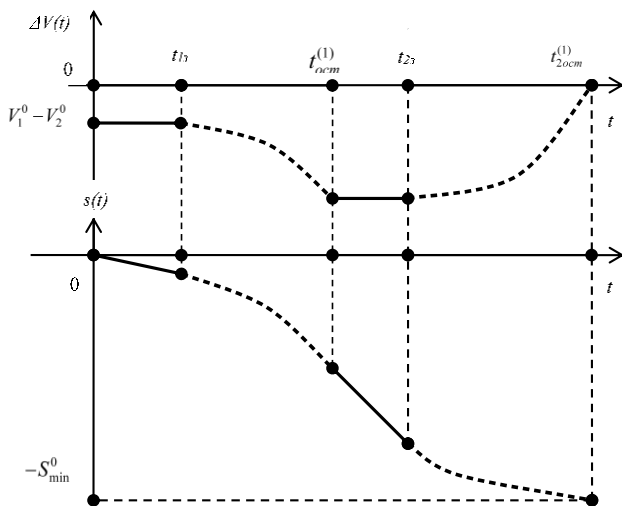


Рис. 16. Графики функций ΔV и $s(t)$

Тогда минимально безопасное расстояние [81] будет равно

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

Точно так же проводятся рассуждения и в остальных случаях:

A2) $0 < t_{13n} < t_{1ocm}^{(1)} = t_{23} < t_{2ocm}^{(1)}$ и **B)** $0 < t_{13n} \leq t_{23} < t_{1ocm}^{(1)} \leq t_{2ocm}^{(1)}$.

2.2. Существующий расчет длительности светофорного цикла и его элементов на пересечении

Во всех существующих методиках после проведения натурных исследований на пересечении и принятия вывода о необходимости ввода светофорного регулирования основной задачей является расчет длительности светофорного цикла на пересечении.

В разработку существующих методик расчета длительности светофорного цикла на пересечениях и их совершенствование внесли вклад многие отечественные и зарубежные ученые и специалисты в области организации движения: А. А. Поляков, Ф. Вебстер, В. А. Владимиров, Ю. А. Кременец, М. П. Печерский, М. Б. Афанасьев, Д. Бренстон, Е. М. Лобанов, Ю. Д. Шелков, В. В. Зырянов, А. Г. Левашев, А. Ю. Михайлов, А. М. Плотников, И. Н. Пугачев, Д. В. Лихачев и др. [71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90].

Все указанные выше авторы исходили из практически одинаковой последовательности выполнения вычислений при определении конкретного значения длительности светофорного цикла на пересечении.

Методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков предусматривает несколько этапов ее выполнения. На первом этапе выполняются расчеты длительности светофорного цикла, изложенные в работе Ю. А. Кременца, М. П. Печерского, М. Б. Афанасьева [36]. Схематично длительность светофорного цикла определяется в следующей последовательности (рис. 17).

Начальным этапом расчета светофорного цикла является определение характеристик пересечения, которые влияют на результаты вычислений. К ним относятся: ширина проезжей части, число и ширина полос в каждом направлении движения, ширина разделительных полос, ширина тротуаров и радиусы их закругления, продольные уклоны дороги на подходах к перекрестку, интенсивность движения транспортных и пешеходных потоков при движении в час «пик», состав транспортных потоков, средняя скорость движения транспортных средств на подходах и в зоне перекрестка [91, 92, 93, 94, 95, 96, 97].



Рис. 17. Последовательность расчета длительности цикла и его элементов

Перед тем как приступить к определению длительности светофорного цикла, необходимо разработать пофазный разъезд транспортных и пешеходных потоков, определить количество фаз, учитывая принципы пофазного разъезда. Число основных и промежуточных тактов регулирования равно количеству фаз, определяемому при формировании пофазного разъезда на перекрестке. Значение цикла светофорной сигнализации соразмерно фазовому коэффициенту. Конкретное его значение равно максимальному отношению приведенной интенсивности движения к потоку насыщения для различных направлений в данной фазе регулирования. Промежуточные такты зависят от геометрических характеристик перекрестка и скорости движения автомобилей в его зоне. Основные такты являются составной частью цикла светофорной сигнализации.

Исходя из результатов натурных экспериментальных исследований при условии достаточного количества транспортных средств в очереди перед пересечением рассчитывается поток насыщения для всех направлений фаз регулирования. Порядок определения потока насыщения изложен в методике [36]. Количественная оценка величины потока насыщения

может быть разной, в зависимости от количества полос движения и их ширины; продольного уклона на подходах к перекрестку, состояния дорожного покрытия; видимости перекрестка водителем, наличия в зоне перекрестка пешеходов и т. д. Указанные выше факторы говорят о том, что он должен определяться для каждого конкретного перекрестка экспериментально по методике [36].

Определив фактическое количество транспортных средств, проходящих через сечение дороги за единицу времени на подходах к перекрестку, сравниваем эти значения с потоками насыщения. После этого определяем величину цикла светофорного регулирования и длительность разрешающих сигналов. Последовательность их определения изложена в трудах авторов [7, 34, 35, 36, 37], занимающихся организацией дорожного движения, и в общем виде представлена ниже.

Указанная методика экспериментального определения потока насыщения очень трудоемкая, и она не применяется для впервые организуемых пересечений. Вследствие этого на практике поток насыщения рассчитывается по приближенному методу, основные этапы которого представлены кратко далее.

На горизонтальных участках дороги при прямолинейном движении поток насыщения определяется по зависимости, полученной опытным путем. Она учитывает ширину проезжей части, по которой движутся автомобили в указанном направлении рассчитываемой фазы регулирования:

$$M_{\text{нипрям}} = 525B_{\text{ПЧ}} \cdot \quad (91)$$

где $M_{\text{нипрям}}$ – поток насыщения, ед./час;

$B_{\text{ПЧ}}$ – ширина проезжей части в данном направлении данной фазы, м;

i и j – соответственно номер фазы и номер направления.

Указанную зависимость (91) можно использовать при значениях ширины проезжей части больше или равной 5,4 м и меньше или равной 18 м. Если на подходе к пересечению несколько полос движения, то поток насыщения рассчитывается по указанной зависимости отдельно для каждой полосы движения. Если на подходе к перекрестку участок улично-дорожной сети не горизонтальный, то при определении потока насыщения учитывается величина продольного уклона дороги. Каждый процент уклона на подъеме снижает (на спуске – увеличивает) поток насыщения на 3%. При проведении вычислений величину уклона определяют на отрезке, находящемся на расстоянии шестьдесят метров от стоп-линии в направлении перекрестка.

При движении транспортных средств с одной и той же полосы движения в разных направлениях и если соблюдается условие, что поворотные потоки составляют более 10 % от общей интенсивности движения в расчетном направлении данной фазы, поток насыщения, полученный по формуле (91), корректируют:

$$M_{nij} = M_{nij\text{прямо}} \frac{100}{a + 1,75b + 1,25c}, \quad (92)$$

где a , b и c – интенсивность движения транспортных средств соответственно прямо, налево и направо в процентах от общей интенсивности в рассматриваемом направлении данной фазы регулирования.

Поворотные потоки препятствуют движению основного потока в прямом направлении и изменяют величину потока насыщения, следствием чего является необходимость его изменения.

Если расчеты потока насыщения проводятся для поворотных направлений, где транспортные средства движутся по специально выделенным полосам, поток насыщения определяется в зависимости от радиуса поворота R :

– для одноподъездного движения

$$M_{nij\text{пов}} = \frac{1800}{1 + \frac{1,525}{R}}, \quad (93)$$

– для двухподъездного движения

$$M_{nij\text{пов}} = \frac{3000}{1 + \frac{1,525}{R}}. \quad (94)$$

Радиус поворота определяется по проектной документации либо путем проведения натурных измерений. Если на проезжей части несколько полос движения, то в формулу (94) подставляют средние значения радиуса.

В случае если выявляются неучтенные факторы, которые могут влиять на величину потока насыщения, то их учитывают с помощью поправочных коэффициентов. Величины поправочных устанавливаются такие, что в результате условия движения на перекрестке подразделяются на три группы: хорошие, средние и плохие (табл. 4). Таким образом, величина потока насыщения будет изменена в зависимости от того, какие условия движения наблюдаются на перекрестке. Поправочный коэффициент используют в качестве множителя для величины потока насыщения, определенного по формулам (91–94).

Таблица 4

Поправочные коэффициенты, отражающие условия движения
на перекрестке

Условия движения	Описание условий	Поправочный коэффициент
Хорошие	Отсутствует влияние пешеходов и стоящих автомобилей. Хороший обзор, достаточная ширина проезжей части на выходе с перекрестка. В темное время суток освещение перекрестка в пределах норм	1,2
Средние	Наличие характеристик из групп «хорошие» и «плохие» условия	1,0
Плохие	Низкая средняя скорость движения. Неудовлетворительные скорость и сцепные качества покрытия. Имеется влияние стоящих автомобилей, конфликтов с транспортными потоками при поворотном движении, пешеходов. Плохой обзор перекрестка, слабая освещенность проезжей части	0,85

В дальнейшем по формуле (95) определяют величины фазовых коэффициентов для всех рассматриваемых направлений движения на пересечении в конкретной фазе регулирования:

$$y_{ij} = \frac{N_{ij}}{M_{nij}} \quad (95)$$

где y_{ij} – фазовый коэффициент данного направления;

N_{ij} и M_{nij} – соответственно приведенная интенсивность движения для рассматриваемого периода суток и поток насыщения в данном направлении данной фазы регулирования ед./час.

Для дальнейших расчетов используется наибольшее значение фазового коэффициента y_{ij} в данной фазе. Значения фазовых коэффициентов по величине меньше, чем расчетное значение фазового коэффициента, используют в дальнейшем для определения минимально необходимой длительности времени горения зеленого сигнала в соответствующих направлениях движения.

В случае, когда транспортный поток движется в течение двух фаз и более, для него отдельно рассчитывают фазовый коэффициент, который независимо от значения не принимают в качестве расчетного. Однако этот фазовый коэффициент должен быть не более сумм расчетных фазовых коэффициентов тех фаз, в течение которых этот поток пропускаяется. Если

это условие не соблюдается, то один из расчетных фазовых коэффициентов, входящих в эту сумму, должен быть искусственно увеличен.

В дальнейшем необходимо знать ряд условий, чтобы по формуле (96) рассчитать величину промежуточного такта: время реакции водителя на смену сигналов светофора и время, необходимое для проезда от стоп-линии до дальней конфликтной точки автомобилю, начинающему движение в следующей фазе, в большинстве случаев по значению близки друг к другу; предполагают, что при торможении автомобиля перед стоп-линией замедление постоянно, тогда:

$$t_{ni} = \frac{v_a}{7,2a_T} + \frac{3,6(l_i + l_a)}{v_a}, \quad (96)$$

где v_a – средняя скорость транспортных средств при движении на подходе к перекрестку и в зоне перекрестка без торможения (с ходу), км/час;

a_T – среднее замедление транспортного средства при включении запрещающего сигнала (для практических расчетов $a_T = 3 \dots 4$ м/с²);

l_i – расстояние от стоп-линии до самой дальней конфликтной точки (ДКТ), м;

l_a – длина транспортного средства, наиболее часто встречающегося в потоке, м.

Во время горения промежуточного такта могут двигаться и пешеходы, оставшиеся на пересечении во время горения зеленого сигнала светофора. Максимальное время, которое потребуется для этого пешеходу, будет

$$t_{ni(пш)} = \frac{B_{пш}}{4v_{пш}}, \quad (97)$$

где $B_{пш}$ – ширина проезжей части, пересекаемой пешеходом в i -й фазе регулирования, м;

$v_{пш}$ – расчетная скорость движения пешехода (обычно принимается 1,3 м/с).

Для дальнейших расчетов выбирают максимальные значения из промежуточных тактов, рассчитанных по формулам (96–97).

На практике наблюдается неравномерность движения транспортных средств на подходе к перекрестку. Для отдельных перекрестков характерен стохастический процесс прибытия автомобилей. В случае стохастического прибытия транспортных средств используется формула, предложенная Ф. Вебстером на основе минимизации транспортной задержки:

$$T_{ц} = \frac{1,5T_{п} + 5}{1 - Y}, \quad (98)$$

где $\sum y_i = Y$ и $\sum t_{ni} = T_{п}$.

Для обеспечения безопасности дорожного движения длительность светового цикла должна варьироваться в пределах от двадцати пяти секунд до ста двадцати секунд.

Длительность основного такта t_{oi} в i -й фазе регулирования пропорциональна расчетному фазовому коэффициенту этой фазы:

$$t_{oi} = \frac{(T_{II} - T_{II})y_i}{Y}. \quad (99)$$

Длительность основного такта не устанавливают менее семи секунд для обеспечения безопасности движения. В дальнейшем длительность основных тактов должна обеспечивать пропуск в соответствующих направлениях пешеходного и трамвайного движения.

Длительность основного такта, необходимая для пропуска пешеходов по какому-то определенному направлению t_{III} , рассчитывают по формуле

$$t_{III} = 5 + \frac{B_{III}}{v_{III}}. \quad (100)$$

Длительность основного такта, необходимая для пропуска трамвая через перекресток, зависит от пути, проходимого трамваем от стоп-линии до самой ДКТ перекрестка, и его скорости

$$t_{mp} = \frac{3,6(l_i + l_{mp})}{v_{mp}}, \quad (101)$$

где t_{mp} – длительность такта регулирования, обеспечивающего пропуск трамвая, с;

l_i – путь движения трамвая от стоп-линии до самой ДКТ с транспортными средствами, начинающими движение в следующей фазе, м;

l_{mp} – длина трамвайного поезда, м;

v_{mp} – скорость движения трамвая в зоне перекрестка (в расчетах может быть принята равной 20 км/ч).

Итоговая оценка схемы организации дорожного движения определяется средней задержкой транспортных средств. Со средней задержкой транспортных средств непосредственно связана степень насыщения направления движения x_{ij} . Она определяется путем деления среднего числа прибывающих в данном направлении к перекрестку в течение длительности цикла транспортных средств на максимальное число транспортных средств, покинувших перекресток в том же направлении в течение разрешающего сигнала:

$$x_{ij} = \frac{N_{ij} T_{II}}{M_{nij} t_{oi}} \quad (102)$$

где N_{ij} и M_{nij} – соответственно интенсивность движения и поток насыщения в данном направлении, ед./час;

t_{oi} – длительность основного такта в том же направлении, с.

При значении величины степени насыщения в рассматриваемом направлении больше, чем единица, возникает заторовое состояние. В расчетах предусматривают наличие запаса пропускной способности. Это достигается тем, что значения величины степени насыщения в рассматриваемом направлении не должны быть больше 0,85–0,90.

2.3. Исследование дорожного движения на пересечении ул. Сибирский тракт – пер. Базовый

В качестве примера для оценки степени загруженности и безопасности дорожного движения было выбрано четырехстороннее пересечение ул. Сибирский тракт – пер. Базовый г. Екатеринбург.

Длительность цикла светофорного регулирования на пересечении в утреннее время равна 110 с. Длительность основного такта: для первой фазы 16 с, для второй фазы 15 с, для третьей фазы 57 с, для четвертой фазы 10 с. На пересечении ул. Сибирский тракт – пер. Базовый организовано четырехфазное управление движением (рис. 18).

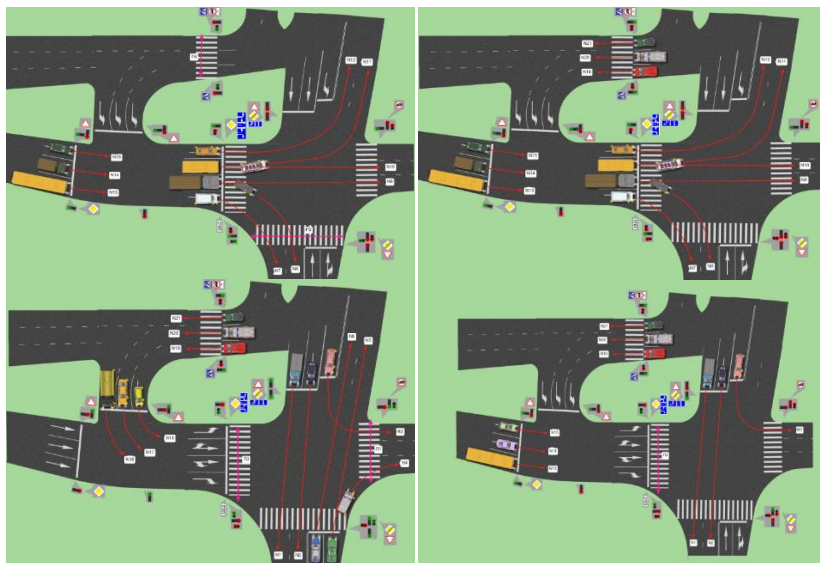


Рис. 18. Организация движения на перекрестке (пофазный принцип управления движением)

Длительность разрешающего сигнала в фазе с потоком прямо и направо по одной и той же полосе движения составила 57 с. Интенсивность движения правоповоротного потока составила 376 ед./час, потока в прямом направлении 475 ед./час. При движении транспортных средств на рассматриваемом пересечении прямо и направо по одной и той же полосе движения происходило замедление потока от двух до четырех раз. При этом с указанным замедлением, как правило, двигались «пачки», состоящие от двух до четырех автомобилей. Движение автомобилей в «пачках» на разрешающий сигнал наблюдается в каждом из 32 циклов светофорного регулирования. «Пачки», состоящие из двух автомобилей, наблюдались 26 раз из 32 циклов светофорного регулирования, «пачки», состоящие из трех автомобилей, встречались 35 раз, «пачки», состоящие из четырех автомобилей, наблюдались 10 раз и «пачки», состоящие из пяти автомобилей, встречались 3 раза. Другими словами, за время горения разрешающего сигнала в течение одного часа в «пачках» двигалось 212 автомобилей. А замедление транспортного потока при повороте направо наблюдалось 74 раза.

Натурные исследования показали, что с дистанцией 5 м в «пачке» двигались 10 % автомобилей, с дистанцией 6 м – 27 % автомобилей, с дистанцией 7 м – 35 % автомобилей, с дистанцией 8 м – 19 % автомобилей, с дистанцией 10 м – 1 % автомобилей и с дистанцией 11 м – 1 % автомобилей.

Расчеты по результатам натурных исследований показали, что средняя скорость автомобилей за 32 цикла светофорного регулирования при движении прямо и направо по одной и той же полосе составляет 4,34 м/с. Наблюдается значительное изменение скорости автомобилей, движущихся в поворотных потоках. Это объясняется действием дополнительных факторов, которые проявляются в виде замедления транспортного потока.

Значения минимально безопасного расстояния по математической модели для автомобилей, движущихся в «пачке» приведено в табл. 5.

Как видно из табл. 5, расстояние между автомобилями, движущимися в «пачке», находится в пределах от 5 до 11 м, т. е. крайние значения расстояний отличаются друг от друга в 2,2 раза. При этом диапазон изменения скорости первого автомобиля в «пачке» находится в пределах от 1,39 до 7,01 м/с и отличается в 5 раз друг от друга. Диапазон изменения скорости следующего автомобиля в «пачке» находится в пределах от 1,78 до 8,0 м/с, т. е. отличается в 4,5 раза друг от друга. Минимально безопасное расстояние, определенное с использованием математической модели, находится в пределах от 2,2 до 18,5 м. Значения величины минимально безопасного расстояния, определенные по математической модели, показывают, что в поворотных потоках безопасную дистанцию поддерживают всего 35–45 % водителей. Это является одной из причин высокой аварийности на пересечениях с поворотными потоками.

Таблица 5

Значения минимально безопасного расстояния по математической модели для автомобилей, движущихся в «пачке»

Переменные	Расстояния между автомобилями в «пачке»						
	5 м	6 м	7 м	8 м	9 м	10 м	11 м
Частота встречаемости расстояний, %	10	27	35	19	7	1	1
Диапазон изменения скорости первого автомобиля в «пачке», м/с	1,39–3,37	1,84–4,9	1,46–4,52	1,92–5,47	2,4–4,9	2,57–6,59	7,01
Диапазон изменения скорости следующего автомобиля в «пачке», м/с	2,14–3,6	1,84–5,2	1,78–5,25	2,4–5,82	2,95–8,0	3,57–7,01	7,12
Минимально безопасное расстояние по математической модели, м	3,3–7,3	2,2–9,1	2,4–9,6	3,2–8,5	3,5–18,5	6,3–10,4	9,8

Действие дополнительных факторов на пересечениях с поворотными потоками проявляются не только при движении автомобилей в «пачках», но и в случае прямолинейно движущихся автомобилей, следующих за «пачкой». В табл. 6 приведены результаты натурных исследований, проведенных на около 100 пересечениях.

Как видно из табл. 6, расстояние между последним автомобилем в «пачке» и следующим за ним автомобилем находится в пределах от 6 до 14 м, т. е. крайние значения расстояний отличаются друг от друга в 2,3 раза. При этом диапазон изменения скорости последнего автомобиля в «пачке» находится в пределах от 1,7 до 4,7 м/с и отличается в 2,7 раза

друг от друга. Диапазон изменения скорости следующего автомобиля за «пачкой» находится в пределах от 3,3 до 7,2 м/с, т. е. отличается в 2,2 раза друг от друга. Минимально безопасное расстояние, определенное с использованием математической модели, находится в пределах от 5,2 до 18,0 м. Значения величин минимально безопасного расстояния, определенные по математической модели, показывают, что в случае, если транспортное средство движется прямолинейно за «пачкой» в повторных потоках, безопасную дистанцию между ними поддерживают всего 25–30 % водителей. Это также является одной из причин высокой аварийности на пересечениях с поворотными потоками.

Таблица 6

Значения минимально безопасного расстояния по математической модели между последним автомобилем в «пачке» и следующим за ним автомобилем

Переменные	Расстояния между последним автомобилем в «пачке» и следующим за ним автомобилем						
	6 м	8 м	9 м	10 м	11 м	13 м	14 м
Частота встречаемости расстояний, %	29	11	10	12	11	21	6
Диапазон изменения скорости последнего автомобиля в «пачке», м/с	2,7–4,7	4,5	1,7	1,9	2,4	3,2–3,5	4,0
Диапазон изменения скорости следующего автомобиля за «пачкой», м/с	3,3–6,02	5,1	5,1	4,1	6,5	5,6–7,2	7,17
Минимально безопасное расстояние по математической модели, м	5,2–11,7	7,9	12,9	9,1	17,2	12,3–18,0	17,0

Выводы

Безаварийное движение транспортных средств возможно, если расстояние между ними (дистанция) таково, что даст возможность остановиться второму автомобилю A_2 без столкновения при любой динамике движения первого автомобиля A_1 . Такое расстояние между автомобилями будет называться минимально безопасным расстоянием.

В используемых в настоящее время методах расчета величины безопасной дистанции между автомобилями при торможении принимается замедление автомобиля, равное половине величины максимального замедления [98, 99].

В разработанной математической модели рассмотрены все возможные случаи движения следующих друг за другом двух автомобилей с минимально безопасным расстоянием, которое обеспечит исключение столкновения при резком торможении впереди идущего транспортного средства. Считается, что замедление автомобилей изменяется по линейному закону на промежутке времени нарастания замедления.

Существующие математические модели движения транспортных средств не точно определяют дистанцию между автомобилями, обеспечивающую безопасность дорожного движения.

Выполненные натурные исследования показали наличие замедлений транспортных средств в поворотных потоках на регулируемых пересечениях вследствие действия дополнительных факторов.

Установлено, что при движении транспортных средств на пересечении прямо и направо по одной и той же полосе движения происходит замедление потока от двух до пяти раз. При этом формируются «пачки», состоящие, как правило, от двух до четырех автомобилей. Это приводит к возникновению аварийных ситуаций на пересечении и снижает на нем эффективность организации дорожного движения.

Под «пачкой» автомобилей в настоящей работе понимается группа движущихся автомобилей, формирующаяся под воздействием дополнительных факторов, геометрически видимая как отдельная составляющая транспортного потока.

Аналитически определенное минимально безопасное расстояние между движущимися транспортными средствами может быть положено в основу расчетов по управлению транспортными потоками, состоящими из автономных транспортных средств как на пересечениях, так и на отдельных участках УДС.

ГЛАВА 3. Методика расчета длительности светофорного цикла и его элементов с учетом разработанной математической модели, обеспечивающей безопасность дорожного движения

В реальных условиях движения на пересечении с поворотными потоками возникают ситуации, которые влияют на безопасность дорожного движения на пересечении, но в используемой на первом этапе методике определения длительности светофорного цикла они не учтены. Указанные ситуации возникают под действием дополнительных факторов в том или ином сочетании во время движения транспортных средств в течение длительности основного такта.

Поэтому на втором этапе определяются величины скоростей движения транспортных средств и минимально безопасные расстояния между движущимися транспортными средствами, аналитически определенными в настоящей работе, зависящие от величины скоростей движения.

Проведенные натурные исследования показывают, что во время действия основного такта торможение части потока при движении на пересечении с поворотными потоками, вызванное перечисленными выше факторами, происходит от двух до пяти раз в зависимости от конфигурации пересечения. Это приводит к тому, что реальное количество автомобилей, прошедших через пересечение с поворотными потоками, оказывается меньше расчетного по используемой методике определения длительности светофорного цикла. Определяемая же длительность основного такта по существующей методике не учитывает влияние выше перечисленных факторов на количество прошедших автомобилей через пересечение.

Выполненные исследования показали, что при движении автомобилей на пересечении с одной и той же полосы движения происходит замедление потока от двух до пяти раз в течение длительности основного такта. При этом с указанным замедлением, как правило, движутся «пачки», состоящие от двух до четырех автомобилей.

Значения величины минимально безопасного расстояния, определенные по математической модели, показывают, что в поворотных потоках безопасную дистанцию поддерживают всего 35–45 % водителей. Это является одной из причин высокой аварийности на пересечениях с поворотными потоками. Действия дополнительных факторов на пересечениях с поворотными потоками проявляются не только при движении автомобилей в «пачках», но и в случае прямолинейно движущихся автомобилей, следующих за «пачкой». Значения величин минимально безопасного расстояния, определенные по математической модели, показывают, что в случае, если транспортное средство движется прямолинейно за «пачкой» в поворотных потоках, безопасную дистанцию между ними поддерживают всего 25–30 % водителей. Это также является одной из причин аварийности на пересечениях с поворотными потоками.

Экспериментальные данные показали, что в большинстве случаев диапазон изменения скорости автомобилей A_1 и A_2 варьируется в пределах от 5,4 до 23,4 км/ч и от 6,5 до 27 км/ч соответственно на пересечениях с поворотными потоками. Для удобства использования на практике эти диапазоны изменения скорости автомобилей были разбиты на десять интервалов. В каждом интервале для минимальных и максимальных значений величин скорости определены минимально безопасные расстояния по математической модели.

На третьем этапе в зависимости от соотношения минимально безопасных расстояний, определенных по математической модели, и значений дистанции, поддерживаемой водителями между автомобилями в «пачках» при поворотном движении на пересечениях, полученных при натуральных исследованиях, определяются значения поправочных коэффициентов k_n для корректировки длительности основного такта (табл. 7). Эти коэффициенты позволяют учесть влияние дополнительных факторов на пересечении с поворотными потоками на определение длительности основного такта [70].

Таблица 7

Определение величины поправочного коэффициента k_n
с учетом минимально безопасного расстояния
по математической модели

№ п/п	Величина скорости автомобиля A_1 , км/ч	Величина скорости автомобиля A_2 , км/ч	Минимально безопасное расстояние по математической модели S_{\min}^0 , м	Значение поправочного коэффициента k_n , %
1	5,4–16,2	6,5–18,0	2,6–7,6	7
2	7,2–14,4	9,0–16,2	3,9–6,8	8–10
3	9,0–10,8	10,8–12,6	4,6–5,3	9
4	10,8–18,0	12,6–21,6	5,3–10,2	9–13
5	12,6–14,4	13,7–16,2	5,4–6,8	6–8
6	14,4–16,2	16,2–19,8	6,8–9,4	8–13
7	16,2–18,0	18,0–21,6	7,6–10,2	8–13
8	18,0–19,8	19,8–23,4	8,3–11,0	7–12
9	19,8–21,6	23,4–27,0	11,0–13,9	12–15
10	21,6–23,4	25,2–27,0	11,8–12,6	11

В зависимости от длительности основного такта при движении автомобилей на пересечении с одной и той же полосы движения его время должно быть увеличено в среднем на 6–15 %, что учитывается введением поправочного коэффициента в существующую методику определения длительности светофорного цикла. Величина поправочного коэффициента k_n

будет варьироваться в пределах от 6 до 15 %. После корректировки длительности основного такта в рассматриваемых направлениях движения необходимо скорректировать длительность цикла.

Последовательность расчета длительности цикла и его элементов в разработанной методике обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков будет схематично выглядеть следующим образом (рис. 19).

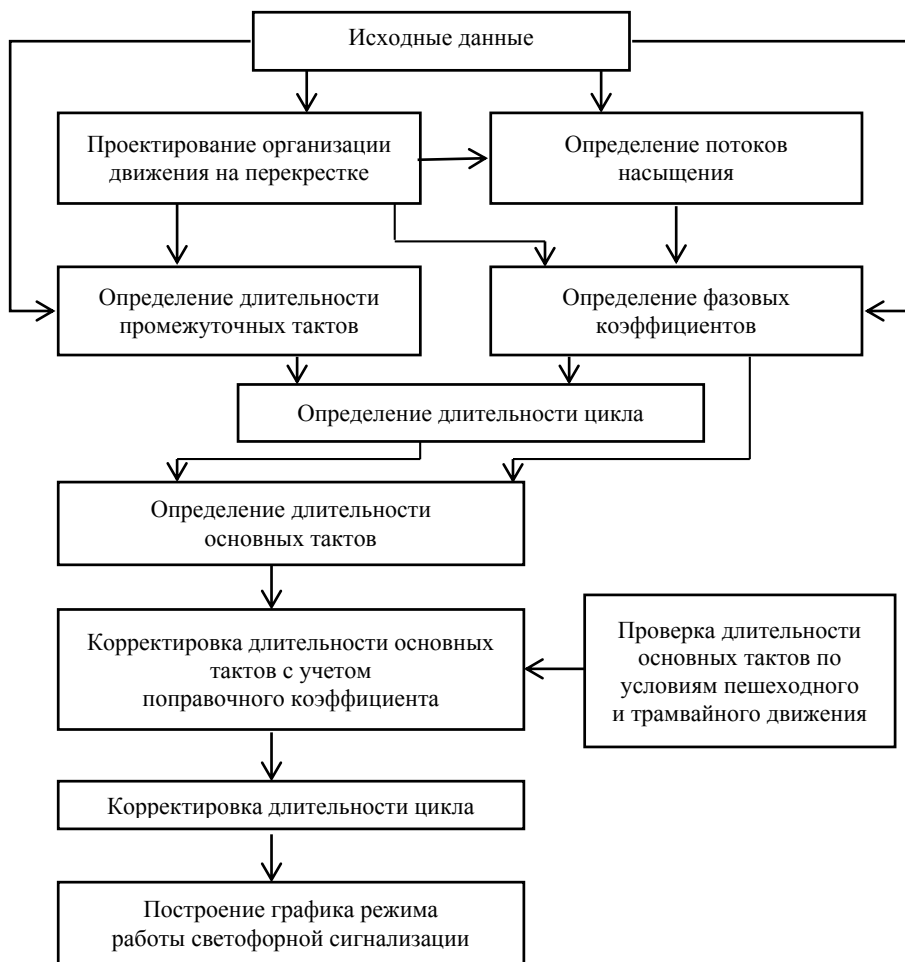


Рис. 19. Предлагаемая последовательность расчета длительности цикла и его элементов

Наблюдения показали, что для каждого пересечения характерны свои условия движения и соответствующие им минимально безопасные расстояния.

В результате применения методики обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков были получены данные о ее результативности, проявляющейся в снижении аварийности.

При использовании поправочных коэффициентов на практике для каждого диапазона значений скоростей движущихся автомобилей определены соответствующие им минимально безопасные расстояния. Движение транспортных средств с дистанцией, соответствующей минимально безопасному расстоянию, может быть обеспечено с помощью установки дорожного знака 3.16 «Ограничение минимальной дистанции».

Разработанная математическая модель движения транспортных средств может быть использована при создании алгоритмов управления автономными транспортными средствами, моделировании дорожного движения и др.

Выводы

Разработана методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков, которая учитывает влияние дополнительных факторов, влияющих на безопасность дорожного движения на пересечениях при наличии поворотных потоков.

Использование величины минимально безопасного расстояния между движущимися друг за другом транспортными средствами в расчетах длительности основных тактов позволит определить длительность цикла светофорной сигнализации на пересечении более точно.

Методика предполагает использование поправочного коэффициента k_n для определения скорректированной длительности основного такта и цикла светофорной сигнализации, что обеспечит безопасность дорожного движения на пересечении. Предложена установка дорожного знака на подходе к пересечению 3.16 «Ограничение минимальной дистанции» в зависимости от условий движения на пересечениях и соответствующих им минимально безопасным расстояниям.

В зависимости от диапазона изменения скорости автомобилей A_1 и A_2 и величины их абсолютного значения при движении транспортных средств на пересечении прямо и направо по одной и той же полосе движения с учетом значения минимально безопасного расстояния, определенного по математической модели, длительность основного такта

по разработанной методике должна быть увеличена в среднем на 6–15 %. На такую же величину изменяется длительность светофорного цикла. Поправочный коэффициент k_n используется для корректировки длительности основного такта и длительности светофорного цикла на пересечении с поворотными потоками.

СПИСОК ТЕРМИНОВ

Дорожно-транспортное происшествие – это событие, возникшее в процессе движения по дороге транспортного средства и с его участием, при котором погибли или ранены люди, повреждены транспортные средства, сооружения, грузы либо причинен иной материальный ущерб.

Интенсивность дорожного движения – количество транспортных средств и (или) пешеходов, проходящих за единицу времени в одном направлении на определенном участке дороги.

Минимально безопасное расстояние – это расстояние между двумя движущимися автомобилями в попутном направлении, при котором при любых соотношениях параметров движения автомобилей столкновения не произойдет.

Организация дорожного движения – деятельность по упорядочению движения транспортных средств и (или) пешеходов на дорогах, направленная на снижение потерь времени (задержек) при движении транспортных средств и (или) пешеходов, при условии обеспечения безопасности дорожного движения.

«Пачка» автомобилей – группа движущихся автомобилей, формирующаяся под воздействием дополнительных факторов, геометрически видимая как отдельная составляющая транспортного потока.

Плотность транспортного потока – число автомобилей, занимающих единицу длины полосы движения на дороге в любой данный момент, является пространственной характеристикой, определяющей степень стесненности движения на полосе дороги.

Пропускная способность дороги – максимальное значение интенсивности дорожного движения в одном направлении на определенном участке дороги при условии обеспечения безопасности дорожного движения.

Технические средства организации дорожного движения – сооружения и устройства, являющиеся элементами обустройства дорог и предназначенные для обеспечения организации дорожного движения (дорожные знаки, разметка, светофоры, дорожные ограждения, направляющие устройства и иные сооружения и устройства).

Эффективность организации дорожного движения – соотношение потерь времени (задержек) при движении транспортных средств и (или) пешеходов до и после реализации мероприятий по организации дорожного движения при условии обеспечения безопасности дорожного движения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Метсон Т. М., Смит У., Хард Ф. В. Организация движения ; пер. с англ. Р. Л. Гончаровой и др. ; под ред. А. П. Алексеева. – М. : Научно-техн. изд-во Мин-ва авт. тр-та и шоссейных дорог РСФСР, 1960. – 463 с.
2. Организация дорожного движения : учеб. пособие для учреждений высш. проф. образования / И. Н. Пугачев, А. Э. Горев, А. И. Солодкий, А. В. Белов; под ред. А. Э. Горева. – М. : Издательский центр «Академия», 2013. – 240 с.
3. Клинковштейн Г. И., Афанасьев М. Б. Организация дорожного движения : учеб. для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во «Транспорт», 1992. – 207 с.
4. Клинковштейн Г. И., Афанасьев М. Б. Организация дорожного движения : учеб. для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во «Транспорт», 1997. – 231 с.
5. Клинковштейн Г. И., Афанасьев М. Б. Организация дорожного движения : учеб. для вузов. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во «Транспорт», 2001. – 247 с.
6. Живоглядова Л. В. Оценка безопасности движения на основе моделирования конфликтной загрузки перекрестков : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10, 05.23.11 / Живоглядова Лилия Владимировна. – М., 2005. – 20 с.
7. Организация дорожного движения в городах : метод. пособие под общ. ред. Ю. Д. Шелкова / НИЦ ГАИ МВД России. – М., 1995. – 143 с.
8. Указания по разметке автомобильных дорог. – М. : Изд-во «Транспорт», 1976. – 154 с.
9. Поздняков М. Н. Совершенствование организации дорожного движения на кольцевых пересечениях : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / Поздняков Михаил Николаевич. – Волгоград, 2005. – 23 с.
10. Кадасев Д. А. Повышение системной безопасности транспортных потоков оптимизацией светофорного регулирования их движения : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / Кадасев Дмитрий Анатольевич. – М., 2008. – 19 с.
11. Цариков А. А. Перспективы развития систем управления движением на улично-дорожной сети крупного города : сб. Межд. науч.-техн. конф. – 2010. – Тюмень. – С. 326–330.
12. Цариков А. А. Пути повышения пропускной способности и безопасности движения поворотных маневров // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. – 2009. – № 3 (13). – С. 31–36.

13. Цариков А. А. Развитие методов расчета регулируемых узлов на улично-дорожной сети // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. – 2009. – № 3–4. – С. 118–123.

14. Цариков А. А. Развитие методов расчета регулируемых узлов на улично-дорожной сети города : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.01 / Цариков Алексей Алексеевич. – Екатеринбург, 2010. – 18 с.

15. Официальный сайт ГИБДД. – URL: <https://media.mvd.ru/files/embed/1799170>

16. Натурные исследования перестроений транспортных средств на улично-дорожной сети / О. В. Алексеева, О. С. Гасилова, Е. А. Ивачев, М. О. Лыжина // Организация и безопасность дорожного движения : мат. X Межд. науч.-практ. конф., посвященной 85-летию со дня рождения проф. Л. Г. Резника. – Тюмень : ТИУ, 2017. – Т. 2. – С. 139–142.

17. Оценка безопасности движения в интенсивных транспортных потоках / О. В. Алексеева, О. С. Гасилова, Б. Н. Карев, Л. В. Михалева, Б. А. Сидоров // Транспорт и машиностроение Западной Сибири. – 2016. – № 2 (6). – С. 14–19.

18. Гасилова О. С., Сидоров Б. А., Чернышев О. Н. Влияние на безопасность дорожного движения конфигурации перекрестков // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 5. – С. 94.

19. Гасилова О. С., Сидоров Б. А. Связь между траекториями движения автомобилей на пересечениях и безопасностью дорожного движения // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России : мат. XII Всеросс. науч.-техн. конф. – Екатеринбург : УГЛТУ, 2016. – Ч. 1. – С. 226–228.

20. Лыжина М. О., Гасилова О. С., Сидоров Б. А. Влияние типов пересечений на безопасность дорожного движения // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России : мат. XIII Всеросс. науч.-техн. конф. – Екатеринбург : УГЛТУ, 2017. – С. 323–325.

21. Романов В. В., Грехова Э. З., Гасилова О. С. Оценка безопасности дорожного движения на пересечениях автомобильных дорог // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России : мат. XV Всеросс. науч.-техн. конф. – Екатеринбург : УГЛТУ, 2019. – С. 305–308.

22. Астафьева О. М., Гасилова О. С., Сидоров Б. А. Реализация программы обеспечения безопасности движения в субъектах УрФО // Эффективный ответ на современные вызовы с учетом взаимодействия человека и природы, человека и технологий : социально-экономические и экологические проблемы лесного комплекса : мат. XIII Межд. науч.-техн. конф. – Екатеринбург : УГЛТУ, 2021. – С. 314–317.

23. Васильева Н. В. К вопросу обеспечения равномерности и безопасности движения автомобильного транспорта в городской среде // Вестник гражданских инженеров. – 2015. – № 4 (51). – С. 128–132.

24. Васильева Н. В. Обеспечение равномерности и безопасности движения автомобильного транспорта в городских условиях // «Актуальные проблемы безопасности дорожного движения : сб. докладов. – СПб. : СПбГАСУ, 2015. – С. 99–103.

25. Васильева Н. В. Оценка влияния различных факторов на условия движения автомобильного транспорта в городских условиях // Актуальные проблемы безопасности дорожного движения : сб. докладов. – СПб. : СПбГАСУ, 2016. – С. 144–149.

26. Оценка безопасности движения автомобилей в рамках системы ВАДС / Л. В. Михалева, О. В. Алексеева, О. С. Гасилова, Б. А. Сидоров // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2011. – № 4. – С. 220–227.

27. Отраслевой дорожно-методический документ «Руководство по устранению и профилактике возникновения участков концентрации ДТП при эксплуатации автомобильных дорог» (ОДМ 218.4.004-2009). – М. : Росавтодор, 2009 – 94 с.

28. Плотников А. М. Методология обеспечения безопасности движения на регулируемых пересечениях улично-дорожных сетей мегаполисов : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.22.10 / Плотников Анатолий Михайлович. – СПб., 2016. – 35 с.

29. Ходот В. В. Оборудование перекрестка с автоматически регулируемым движением // Строительство Москвы. – М. : Издание Моссовета, 1936. – № 11. – С. 12–14.

30. Колмогоров А. Н. Письма читателей // Строительство Москвы. – М. : Издание Моссовета, 1936. – № 19. – С. 12–14.

31. Постановление Правительства РФ от 23.10.1993 № 1090 «О Правилах дорожного движения» (вместе с Основными положениями по допуску транспортных средств к эксплуатации и обязанности должностных лиц по обеспечению безопасности дорожного движения). Режим доступа: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_2709/

32. Андронов Р. В., Елькин Б. П., Гензе Д. А. Понятие затора и формирование очередей на регулируемом пересечении в условиях плотного транспортного потока // Научно-технический вестник Поволжья. – 2015. – № 1. – С. 39–41.

33. ГОСТ Р 52289-2019. Технические средства организации дорожного движения. Правила применения дорожных знаков, разметки, светофоров, дорожных ограждений и направляющих устройств. – М. : Стандарт-информ, 2020. – 134 с.

34. Кременец Ю. А., Печерский М. П. Технические средства регулирования дорожного движения: учеб. для вузов. – М. : Изд-во «Транспорт», 1981. – 252 с.

35. Кременец Ю. А. Технические средства организации дорожного движения : учеб. для вузов. – М. : Изд-во «Транспорт», 1990. – 255 с.

36. Кременец Ю. А., Печерский М. П., Афанасьев М. Б. Технические средства организации дорожного движения : учеб. для вузов. – М. : ИКЦ «Академкнига». 2005. – 279 с.

37. Руководство по регулированию дорожного движения в городах. – М. : Стройиздат, 1974. – 97 с.

38. Использование имитационного моделирования в повышении пропускной способности улично-дорожной сети / А. С. Беляев, А. Е. Кунгуров, О. С. Гасилова, В. П. Митюков // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России : мат. VII Всеросс. науч.-техн. конф. – Екатеринбург : УГЛТУ, 2015. – Ч. 1. – С. 266–268.

39. Дзюба А. П. Повышение пропускной способности регулируемых пересечений в одном уровне : дис. ... канд. техн. наук 05.23.14 / Дзюба Александр Петрович. – Киев, 1989. – 175 с.

40. Wardrop J. G. Some theoretical aspects of road traffic research. – Proc. Inst. Civ. Eng. Part II. – 1952. – 1(2). – P. 325–365.

41. Кременец Ю. А., Печерский М. П. Инженерные расчеты в регулировании движением. – М. : Высшая школа, 1977. – 110 с.

42. Кременец Ю. А., Печерский М. П. Применение технических средств для регулирования дорожным движением. – М. : Высшая школа, 1974. – 173 с.

43. Руководство по проектированию городских улиц и дорог. – М. : Стройиздат, 1980. – 222 с.

44. Врубель Ю. А. О потоке насыщения / Ю. А. Врубель. Белорус. политех. ин-т. – Минск, 1988. – 7 с. Рук. деп. в ЦБНТИ Минавтотранса РСФСР, № 663 – ат 89.

45. Врубель Ю. А., Капский Д. В. Оценка качества дорожного движения // Социально-экономические проблемы развития и функционирования транспортных систем городов и зон их влияния : мат. XXII Межд. науч.-практ. конф. – Екатеринбург, 2016. – С. 216–221.

46. Teply S. Canadian Capacity Guide for Signalized Intersections. – Committee Canadian Capacity Guide for Signalized Intersections, Second Edition, 1995. – 117 p.

47. Highway Capacity Manual // Transportation Research Board, National Research Council. – Washington, D. C., USA. – 2000. – 1134 p.

48. Highway capacity manual 2010 // Transportation Research Board, National Research Council. – Washington, D.C., USA. – 2010.

49. Handbuch fuer die Bemessung von Strassenverkehrsanlagen (HBS 2001). – Forshungsgesellschaft fuer Strassen und Verkehrswesen, Koeln, Januar 2002.

50. Левашев А. Г. Повышение эффективности организации дорожного движения на регулируемых пересечениях : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / Левашев Алексей Георгиевич. – Волгоград, 2004. – 17 с.

51. Левашев А. Г., Михайлов А. Ю., Головных И. М. Проектирование регулируемых пересечений : учеб. пособие. – Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 2007. – 208 с.

52. Капитанов В. Т., Шауро С. В. Методика расчета светофорных циклов : учеб. пособие. – М. : МВД СССР ВНИИБДД, 1979. – 50 с.

53. Живоглядов В. Г. Теория движения транспортных и пешеходных потоков. – Ростов н/Д. : Изд-во журн. «Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион», 2005. – 1082 с.

54. Поляков А. А. Городское движение и планировка улиц. – М.-Л. : Госстройиздат, 1953. – 251 с.

55. Поляков А. А. Организация движения на улицах и дорогах. – М. : Изд-во «Транспорт», 1965. – 376 с.

56. О факторах, определяющих дорожно-транспортную аварийность в регионах России / В. Т. Капитанов, А. Б. Чубуков, В. В. Сильянов, О. Ю. Моница // Наука и техника в дорожной отрасли. – 2019. – С. 18–23.

57. Коноплянко В. И. Безопасность движения : учеб. пособие / В. И. Коноплянко, О. П. Гуджоян, В. В. Зырянов, А. С. Березин. – Кемерово, 1998 г. – 72 с.

58. О системной безопасности дорожного движения / В. А. Корчагин, В. Э. Клявин, А. В. Симаков, А. В. Двуреченская // Вестник липецкого государственного технического университета. – 2018. – С. 43–47.

59. Кравченко П. А., Олещенко Е. М. Системность, компетентность, ответственность – ключевые факторы обеспечения безопасности дорожного движения в России // Транспорт Российской Федерации. – 2016. – С. 22–27.

60. Добромиров В. Н., Евтюков С. С. Скорость как фактор влияния на безопасность дорожного движения // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 5. – С. 73.

61. Афанасьев А. С., Чудакова Н. В. Влияние внешних воздействующих факторов на установившееся замедление автомобиля при проведении дорожно-транспортной экспертизы // Известия международной академии аграрного образования. – 2017. – № 32. – С. 23–27.

62. Евтюков С. А., Васильев Я. В. Расследование и экспертиза дорожно-транспортных происшествий. – СПб. : ДНК, 2004. – 280 с.

63. Евтюков С. А., Васильев Я. В. Экспертиза ДТП. Справочник. – СПб. : ДНК, 2006. – 536 с.

64. Карев Б. Н., Сидоров Б. А., Недоростов П. М. Методы расчета безопасных расстояний при попутном движении транспортных средств : монография. – Екатеринбург : Изд-во УГЛТУ, 2005. – 315 с.

65. Карев Б. Н., Сидоров Б. А. Анализ возможностей столкновения автомобилей, движущихся в попутном направлении // Мат. науч.-техн. конф. студентов и аспирантов. – Екатеринбург : УГЛТУ, 2004. – С. 172–177.

66. Михалева Л. В., Карев Б. Н., Сидоров Б. А. Влияние динамики транспортных средств на безопасность дорожного движения : монография. – Екатеринбург : УГЛТУ, 2008. – 208 с.

67. Гасилова О. С. Нахождение минимально безопасного расстояния между прямолинейно движущимися транспортными средствами на регулируемых пересечениях // Транспорт. Транспортные сооружения. Экология. – 2017. – № 4. – С. 49–63.

68. Результаты определения минимально безопасного расстояния между легковыми автомобилями, движущимися в попутном направлении / Л. В. Михалева, О. В. Алексева, О. С. Гасилова, Б. А. Сидоров // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2011. – № 4. – С. 214–219.

69. Gorev A., Gasilova O., Sidorov B. Prerequisite for accident-free traffic at signal-controlled intersections // Architecture and Engineering. – 2021. – Vol. 6. – № 1. – P. 73–80.

70. Гасилова О. С. Методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков : дис. ... канд. техн. наук 05.22.10 / Гасилова Ольга Сергеевна. – Санкт-Петербург, 2021. – 140 с.

71. Жигадло А. П., Дорохин С. В., Лихачев Д. В. Новый подход к вводу дополнительной левоповоротной секции светофорного регулирования // Вестник Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета. – 2019. – Т. 16. – № 4 (68). – С. 432–445.

72. Зырянов В. В., Синеокая Н. А. Организация дорожного движения : учеб. пособие. – Ростов-н/Д : Ростовский гос. строит. ун-т, 2014. – 92 с.

73. Зырянов, В. В., Кочерга В. Г., Поздняков М. Н. Современные подходы к разработке комплексных схем организации дорожного движения // Транспорт Российской Федерации. – 2011. – № 1 (32). – С. 54–59.

74. Капитанов, В. Т., Хилажев Б. В. Управление транспортными потоками в городах. – М. : Изд-во «Транспорт», 1985. – 94 с.

75. Кочерга В. Г., Зырянов В. В., Коноплянко В. И. Интеллектуальные транспортные системы в дорожном движении : учебное пособие. – Ростов н/Д : Рост. гос. строит. ун-т, 2001. – 108 с.

76. Лихачев Д. В., Дорохин С. В. Исследование процесса ввода специализированной левоповоротной фазы регулирования // Мир транспорта и технологических машин. – 2018. – № 2 (61). – С. 40–47.

77. Лихачев Д. В. Повышение эффективности левоповоротного движения в зоне регулируемого перекрестка : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / Лихачев Дмитрий Валерьевич. – Орел, 2020. – 26 с.

78. Пугачев И. Н., Шешера Н. Г., Каменчуков А. В. Совершенствование методов оценки качества и безопасности дорожного движения : монография. – Хабаровск : Изд-во «Тихоокеанский государственный университет», 2018. – 160 с.

79. Солодкий А. И. Транспортное моделирование в решении задач организации дорожного движения // Транспортное планирование и моделирование : сб. тр. II Межд. науч.-практ. конф. – СПб. : СПб гос. архит.-строит. ун-т. – 2017. – С. 243–252.

80. Управление транспортными потоками в городах : монография / Е. А. Андреева, К. Беттгер, Е. В. Белкова, А. Н. Бурмистров, Р. Р. Гизатуллин, А. Э. Горев, Р. В. Душкин, С. В. Жанказиев, А. Д. Жарков, Т. С. Колосова, А. В. Кузнецов, Е. А. Курочкин, В. В. Курц, В. П. Морозов, А. В. Прохоров, А. И. Солодкий, В. Л. Швецов; под. общ. ред. А. Н. Бурмистрова, А. И. Солодкого. – М. : Изд-во. «Инфра-М», 2019. – 207 с.

81. Феофилова А. А. Обоснование условий распределения транспортных потоков на улично-дорожной сети городов : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / Феофилова Анастасия Александровна. – Волгоград, 2013 – 18 с.

82. Черных Н. В. Влияние планировочных решений на пропускную способность улично-дорожной сети // Актуальные проблемы безопасности дорожного движения : сб. докладов. – СПб. : СПбГАСУ. – 2018. – С. 238–243.

83. Чванов В. В. Исследование влияния интенсивности движения транспортных потоков на аварийность на сети дорог федерального значения // Транспорт. Наука, техника, управление: Научный информационный сборник. Вып. 5. – М. : ВИНТИ, 2007.

84. Bang Karl – Lennart. Optimal control of isolated traffic signals // Traffic. Engineering and Control. – 1976. – Vol. 17. – № 7. – P. 288–292.

85. Blunden W. R., Pretty R. L. On the theory of deterministic cyclic traffic flows in networks // Vehicular Traffic Sci. New York. – 1967. – P. 287–299.

86. Drew D. R. Traffic flow theory control. – N. Y. : Mc GrawHill. – 1968. – 430 p.

87. Gerlough D. L. Some problem in intersection Traffic control. Proceedings of the theory of traffic flow. – 1961. – P. 10–27.

88. Signalized Intersection Capacity Method. NCHRP Project 3–28 (2). JHK & Associates, Tucson, Ariz., Feb. 1983.

89. Signalized Intersection Capacity Study. Final Report, NCHRP, Project 3–28 (2). JHK & Associates, Tucson, Ariz., Dec. 1982.

90. Yeo Y. F., Weesakul B. Delays to road traffic at an intersection // J. Appl. Probability 1. – 1964. – № 2. – P. 297–310.

91. Методические рекомендации по разработке и реализации мероприятий по организации дорожного движения. Организация динамической маршрутизации транспортных потоков. URL: <https://standartgost.ru/g/pkey-14293734703>

92. Методические рекомендации по разработке и реализации мероприятий по организации дорожного движения. Организация дорожного

движения на регулируемых пересечениях. URL: <https://standartgost.ru/g/pkey-14293734706>

93. Отраслевой дорожный методический документ : метод. реком. по оценке пропускной способности автомобильных дорог (ОДМ 218.2.020-2012). – М. : Росавтодор, 2012. – 148 с.

94. Отраслевой дорожный методический документ «Методические рекомендации по проектированию светофорных объектов на автомобильных дорогах» (ОДМ 218.6.003-2011). – М. : Росавтодор, 2013. – 51 с.

95. Отраслевой дорожный методический документ «Рекомендации по обеспечению безопасности движения на автомобильных дорогах» (ОДМ 218.4.005–2010). – М. : Росавтодор, 2010. – 199 с.

96. Постановление Правительства РФ от 16.11.2018 № 1379 «Об утверждении Правил определения основных параметров дорожного движения и ведения их учета». URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_311550/#dst100009

97. Приказ Министерства транспорта РФ от 18.04.2019 № 114 «Об утверждении Порядка мониторинга дорожного движения». Режим доступа: <https://www.garant.ru/hotlaw/federal/1278046/>

98. Иларионов В. А. Экспертиза дорожно-транспортных происшествий. – М. : Изд-во «Транспорт», 1989. – 124 с.

99. Суворов Ю. Б. Судебная дорожно-транспортная экспертиза : судебно-экспертная оценка действий водителей и других лиц, ответств. за обеспечение безопасности дорож. движения, на участках ДТП : учеб. пособие для студентов вузов. – М. : Изд-во «Экзамен» и «Право и закон», 2003. – 202 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ГЛАВА 1. Организация дорожного движения в настоящее время, ее недостатки	5
1.1. Анализ аварийности на пересечениях Екатеринбурга	9
1.2. Понятие «поток насыщения» и его учет при расчетах длительности светофорного цикла	12
Выводы	21
ГЛАВА 2. Расчет длительности светофорных циклов с учетом обеспечения безопасности дорожного движения	23
2.1. Математическая модель движения автономных транспортных средств на пересечении, обеспечивающая безопасность дорожного движения	23
2.1.1. Нахождение минимально безопасного расстояния между автомобилями при условии, что время остановки автомобиля A_2 больше времени остановки автомобиля A_1 ...	37
2.1.2. Нахождение минимально безопасного расстояния между автомобилями при условии, что время остановки автомобиля A_2 больше или равно времени остановки автомобиля A_1	44
2.2. Существующий расчет длительности светофорного цикла и его элементов на пересечении	61
2.3. Исследование дорожного движения на пересечении ул. Сибирский тракт – пер. Базовый	68
Выводы	72
ГЛАВА 3. Методика расчета длительности светофорного цикла и его элементов с учетом разработанной математической модели, обеспечивающей безопасность дорожного движения	73
Выводы	76
СПИСОК ТЕРМИНОВ	78
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	79

Учебное издание

*Гасилова Ольга Сергеевна
Сидоров Борис Андреевич*

ОРГАНИЗАЦИЯ
ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ
С УЧАСТИЕМ АВТОНОМНЫХ
ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

ISBN 978-5-94984-812-8



Редактор Н. В. Рощина
Оператор компьютерной верстки Т. В. Упорова

Подписано в печать 30.12.2022
Формат 60х84/16
Уч.-изд. л. 4,35 Усл. печ. л. 5,11
Тираж 300 экз. (1-й завод 35 экз.)
Заказ № 7355

ФГБОУ ВО «Уральский государственный лесотехнический университет»
620100, Екатеринбург, Сибирский тракт, 37
Редакционно-издательский отдел. Тел.: 8(343)221-21-44

Типография ООО «ИЗДАТЕЛЬСТВО УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ЦЕНТР УПИ»
620062, РФ, Свердловская область, Екатеринбург, ул. Гагарина, 35а, оф. 2.
Тел.: 8(343)362-91-16

Электронный архив УГЛТУ