

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОУ ВПО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра лесной таксации и лесоустройства

И.В. Шевелина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОСИСТЕМ

Журнал для практических работ

студентов очной и заочной форм обучения

по специальностям 250201 «Лесное хозяйство», 250203 «Садово-парковое

и ландшафтное строительство» и 250100 «Лесное дело»;

направление 250200 «Лесное хозяйство и ландшафтное строительство»

Студент _____

Группа _____

Преподаватель _____

Екатеринбург
2010

Печатается по рекомендации методической комиссии ЛХФ.
Протокол № 3 от 17 декабря 2009 г.

Рецензент – канд. с.-х. наук ст. преподаватель А.В. Порошилов

Редактор А.Л. Ленская
Оператор Г.И. Романова

Подписано в печать 16.02.10.		Внеплановая
Плоская печать	Формат 60x84 1/8	Тираж 200 экз.
Заказ №	Печ. л. 4,18	Цена 13 р. 83 к.

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Тема **Группировка данных, составление вариационного ряда**

1. Оформление исходных данных

Таблица 1.1

Исходные данные

№ п/п				№ п/п			
1				39			
2				40			
3				41			
4				42			
5				43			
6				44			
7				45			
8				46			
9				47			
10				48			
11				49			
12				50			
13				51			
14				52			
15				53			
16				54			
17				55			
18				56			
19				57			
20				58			
21				59			
22				60			
23				61			
24				62			
25				63			
26				64			
27				65			
28				66			
29				67			
30				68			
31				69			
32				70			
33				71			
34				72			
35				73			
36				74			
37				75			
38							

2. Составление вариационного ряда по изучаемому признаку – D

1. Найдите минимальную и максимальную величины _____:

$$X_{\max} = \quad \quad \quad X_{\min} =$$

2. Рассчитайте величину интервала $C_{-} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{k} =$

Количество классов (k) берется в пределах $8 \div 12$, обычно 10.

Более точный расчет можно произвести по формуле Стерджеса:

$$k = 1 + 3,32 \lg(N),$$

где N – объем выборки.

Таблица 1.2

Таблица построения вариационного ряда по D

Значения разрядов		Сводка данных	Частота, n_i	Накопленная частота, Σn_i
действительные	центральные			
min				
max				
Сумма				

$k =$ Определите медиану $Me =$

 Определите моду $Mo =$

3. Графическое представление вариационного ряда

1. На рис 1.1 – 1.3 постройте полигон частот, гистограмму и кумуляту.
2. На графике полигона частот (рис. 1.1) нанесите среднее значение и моду.
3. На графике кумуляты (рис.1.3) нанесите медиану.

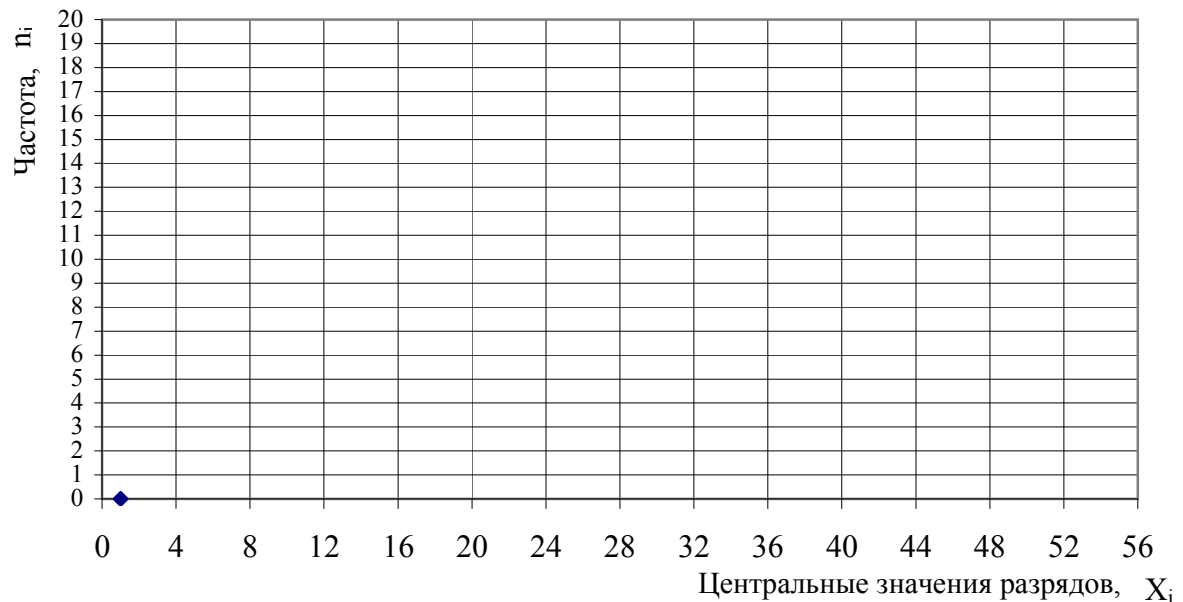


Рис. 1.1. Полигон частот

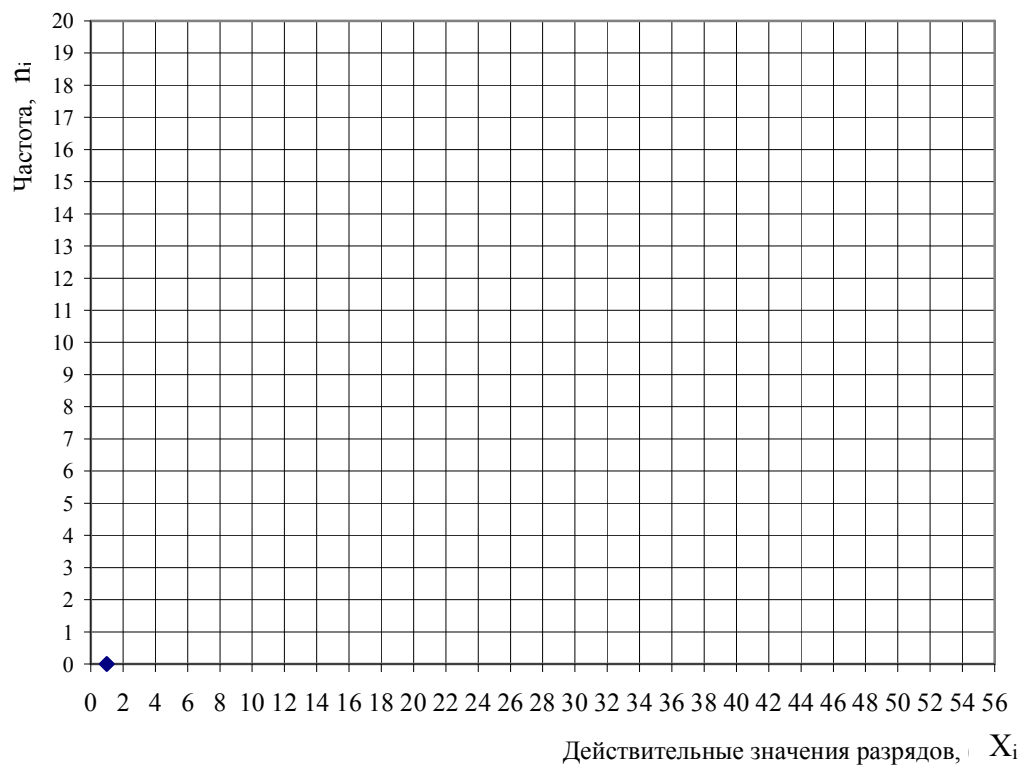


Рис. 1.2. Гистограмма

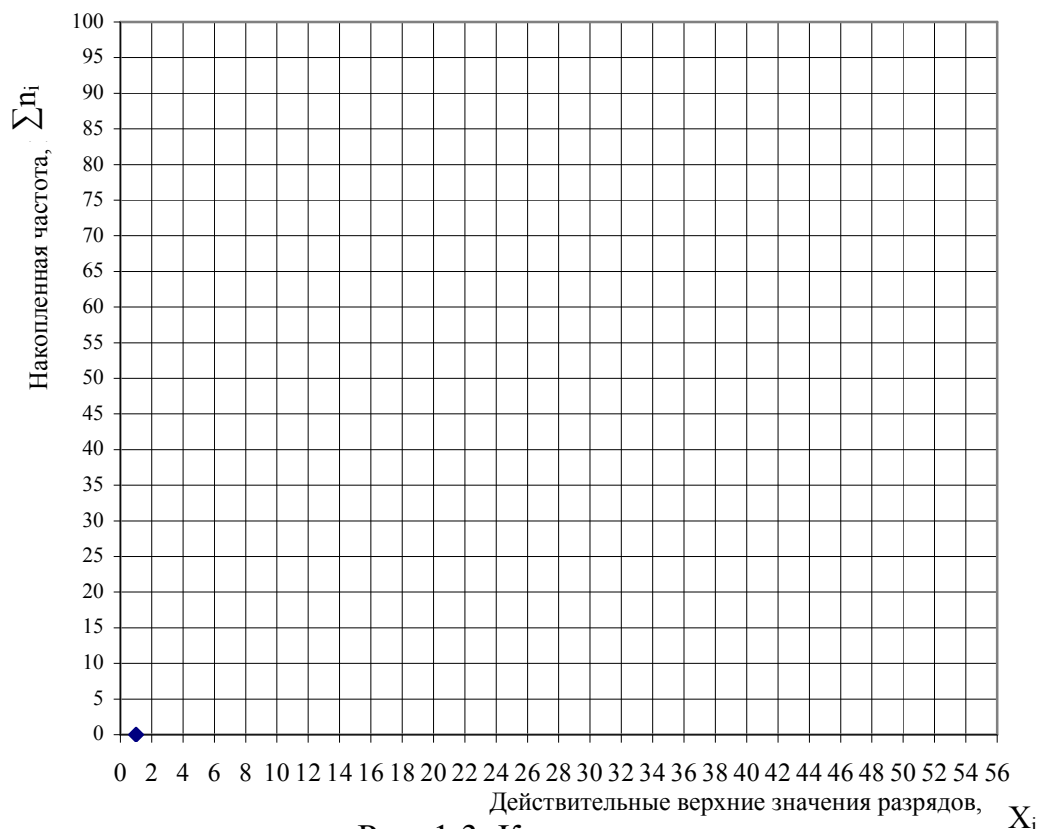


Рис. 1.3. Кумулята

4. Составление вариационного ряда по изучаемому признаку – Н

Таблица 1.3

Таблица построения вариационного ряда

Значения разрядов		Сводка данных	Частота, n_i	Накопленная частота, $\sum n_i$
действительные	центральные			
min				
max				
Сумма				

1. Найдите минимальную и максимальную величины _____:

$$X_{\max} = \qquad X_{\min} =$$

2. Рассчитайте величину интервала $C_{-} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{k} =$

k= Определите медиану $Me =$

Определите моду $Mo =$

5. Составление вариационного ряда по V

1. Найдите минимальную и максимальную величины _____:

$$X_{\max} = \qquad X_{\min} =$$

2. Рассчитайте величину интервала $C_{-} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{k} =$

Таблица 1.4

Таблица построения вариационного ряда

Значения разрядов		Сводка данных	Частота, n_i	Накопленная частота, Σn_i
действительные	центральные			
min				
max				
Сумма				

k= Определите медиану $Me =$

Определите моду $Mo =$

6. Задание по работе в Stat graphics Plus под Windows

1. Изучите интерфейс статистико-графической программы Stat graphics Plus.

2. Импортируйте данные задания из MS Office Excel в систему Stat graphics Plus.

3. Сохраните файл с данными.

7. Выводы по лабораторной работе № 1.

Таблица 2.2

Расчет статистик методом условной средней

Центральные значения классов, X_i	Частоты, n_i	Отклонения $A_i = X_i - A$	$A_i n_i$	$A_i^2 n_i$
Σ			Σ	Σ

1. Найдите A (центральное значение класса, имеющего наибольшую частоту). $A =$

2. Вычислите следующие статистики (с округлением до сотых):

- Среднее арифметическое значение:

$$\bar{X} = A + \frac{\sum A_i n_i}{N} =$$

- Дисперсия:

$$D = \frac{N}{N-1} \left(\frac{\sum A_i^2 n_i}{N} - \left(\frac{\sum A_i n_i}{N} \right)^2 \right) =$$

- Среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{D} =$$

- Коэффициент вариации:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} 100\% =$$

2. Вычисление начальных моментов

1. Найдите центральное значение класса, имеющего наибольшую частоту $A =$

2. Рассчитайте $A_i = \frac{(X_i - A)}{C_x} =$ (неименованная величина)

Таблица 2.3

Определение сумм произведений условных произвольных отклонений различной степени на частоту классов

Центральные значения классов, X_i	Частоты, n_i	Условные произвольные отклонения						
		A_i	$A_i n_i$	$A_i^2 n_i$	$A_i^3 n_i$	$A_i^4 n_i$	(A_i+1)	$(A_i+1)^4 n_i$
	$\Sigma =$		$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$		$\Sigma =$

3. Вычислите начальные моменты (с округлением до 0,001):

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^n A_i n_i}{N} =$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^n A_i^2 n_i}{N} =$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^n A_i^3 n_i}{N} =$$

$$m_4 = \frac{(\sum_{i=1}^n A_i^4 n_i)}{N} =$$

Проверка:

$$1) m^*_4 = \frac{(\sum_{i=1}^n n_i (A_i + 1)^4)}{N} =$$

$$2) m^*_4 = 4m_1 + 6m_2 + 4m_3 + m_4 + 1 =$$

4. Вычислите центральные моменты (с округлением до 0,001):

$$\mu_0 = 1;$$

$$\mu_1 = 0;$$

$$\mu_2 = m_2 - m_1^2 =$$

$$\mu_3 = m_3 - 3m_2 m_1 + 2m_1^3 =$$

$$\mu_4 = m_4 - 4 m_1 m_3 + 6 m_1^2 m_2 - 3m_1^4 =$$

$$D = \mu_2 =$$

$$\sigma = \sqrt{\mu_2} =$$

Для перехода к именованным величинам необходимо значения дисперсии D и среднеквадратического отклонения σ домножить на величину интервала C_x :

$$D_p = C_x^2 \mu_2 =$$

$$\sigma_p = \sqrt{\mu_2 C_x^2} = \sqrt{D_p} =$$

5. Вычислите основные моменты (с округлением до 0,001); (в расчетах используем именованные величины).

$$r_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} =$$

$$r_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} =$$

6. Вычислите следующие статистики (с округлением до сотых):

- Среднее арифметическое:

$$\bar{X} = A + m_1 C_x =$$

- Коэффициент асимметрии (оценить результат):

$$S_k = r_3 =$$

- Коэффициент эксцесса (оценить результат):

$$E = r_4 - 3 =$$

3. Основные ошибки статистик изучаемой величины __ (в расчетах используем именованные величины)

Вычислите следующие статистики (с округлением до сотых):

- Ошибка среднего значения $m_{\bar{x}} = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{N}} =$
- Ошибка среднеквадратического отклонения $m_{\sigma} = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{2N}} =$
- Ошибка коэффициента вариации $m_{cv} = \pm \frac{CV}{\sqrt{N}} \sqrt{0,5 + \left(\frac{CV}{100}\right)^2} =$
- Ошибка коэффициента асимметрии $m_{Sk} = \pm \sqrt{\frac{6}{N}} =$
- Ошибка коэффициента эксцесса $m_{Se} = \pm 2m_{Sk} =$
- Точность опыта $P = \frac{m_{\bar{x}}}{\bar{X}} 100\% =$

Таблица 2.4

Сводная ведомость статистик по показателям

Наименование статистики	Показатели		
	D, см	H, м	V, м ³
1	2	3	4
2.4.1. Статистики ряда расположения:			
среднее арифметическое ()			
мода ()			
медиана ()			
2.4.2. Статистики изменчивости:			
дисперсия ()			
среднеквадратическое отклонение ()			
коэффициент вариации ()			
размах вариации ()			
2.4.3. Статистики отклонения ряда распределения от симметричного:			
коэффициент асимметрии ()			
коэффициент эксцесса ()			
2.4.4. Основные ошибки статистик:			
ошибка среднего ()			
ошибка среднеквадратического отклонения ()			

Окончание табл. 2.4

1	2	3	4
ошибка коэффициента вариации ()			
ошибка коэффициента асимметрии ()			
ошибка коэффициента эксцесса ()			
точность опыта ()			

4. Задание по работе в Statgraphics Plus под Windows

1. Проведите анализ одной переменной по диаметру (D), высоте (H), объему (V) (графический и табличный); получите основные статистики и графики рядов распределений, заполните табл. 2.4.
2. Сохраните статистический анализ в файле анализа.
3. Распечатайте полученные результаты (по указанию преподавателя).
4. Проведите сравнительный анализ полученных данных в табл. 2.4.

5. Выводы по лабораторной работе № 2.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Тема Моделирование законов распределения

1. Предварительное оценивание рядов распределений к нормальному закону

Таблица 3.1

Таблица статистик отклонения ряда распределения

Статистики	Признаки		
	D	H	V
Коэффициент асимметрии			
Ошибка коэффициента асимметрии			
Вывод по условию			
Коэффициент эксцесса			
Ошибка коэффициента эксцесса			
Вывод по условию			
Окончательный вывод			

2. Расчет выравнивающих частот нормального распределения

Параметры нормального распределения для изучаемого признака _____

$\bar{X} =$

$\sigma =$

Таблица 3.2

Вычисление частот нормального распределения

X_i	Частоты, n_i	Отклонения, $X_i - \bar{X}$	Нормированные отклонения, t_i	Отн. ординаты нормальной кривой, φt_i	Теоретические частоты, \tilde{n}_i
	$\Sigma =$				$\Sigma =$

При вычислении теоретических частот нормального распределения в табл. 3.2 рассчитайте:

- $t_i = \frac{(X_i - \bar{X})}{\sigma} =$
- $\tilde{n}_i = \frac{NC_x}{\sigma} \varphi(t_i) =$
- $\varphi(t_i)$ определяется по приложению 1.

3. Оценка различий между эмпирическими и теоретическими (выравнивающими) частотами нормального распределения

Таблица 3.3

Расчет критерия согласия χ^2

X_i	Частоты		$n_i - \tilde{n}_i$	$(n_i - \tilde{n}_i)^2$	$\frac{(n_i - \tilde{n}_i)^2}{\tilde{n}_i}$
	n_i	\tilde{n}_i (округленные до десятых)			
	$\Sigma =$	$\Sigma =$			$\chi^2_{\text{выч}} =$

Уровень значимости $\alpha = 0,05$ (5%).

Вычислите:

- 1) число степеней свободы: $df = k - l - 1 =$
где l - количество параметров распределения;
- 2) $\chi^2_{\text{табл}}$ определяется по таблице (приложение 2):
 $\chi^2_{\text{табл}} =$

Выводы: ...

4. Выбор наилучшего распределения по всем изучаемым признакам (используя принцип минимального χ^2)

Таблица 3.4

Распределение	Значения показателей по признакам (выписываются из программы)					
	D, см		H, м		V, м ³	
	χ^2	<i>df</i>	χ^2	<i>df</i>	χ^2	<i>df</i>
Нормальное						
Log-нормальное						
Вейбулла						
Экспоненциальное						
Наилучшее распределение						

Выводы: ...

5. График нормального распределения случайной величины

На гистограмме (см. рис.1.2) нанесите выравнивающие частоты нормального распределения для диаметра по табл.3.2.

6. Задание по работе в Statgraphics Plus под Windows.

1. Проведите анализ полученных результатов.
2. Определите закон распределения, который наилучшим образом описывает ряды распределений по диаметру (D), высоте (H), объему (V), заполнив таблицу 3.4.
3. Сохраните статистический анализ в файле.
4. Распечатайте полученные результаты.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Тема Однофакторный дисперсионный анализ

1. Построение таблицы варьирования по ____

Найдите:

$$X_{min} =$$

$$X_{max} =$$

Объем выборки для дисперсионного анализа $N = 75$.

Количество классов (градаций) $k =$ ____.

Рассчитайте величину интервала $C_x = \frac{X_{max} - X_{min}}{k} =$

Таблица 4.1

Таблица варьирования по ____

Градации по ____	Объемы V_{ij}	n_i	ΣV_i	$(\Sigma V_i)^2$	Групповые средние, \bar{V}_i
		$\Sigma =$	$\Sigma =$	$V^2 =$	

Дополнительные расчеты:

$$\Sigma(\Sigma V_i)^2 = V^2 =$$

$$\Sigma V_{ij}^2 =$$

2. Однофакторный дисперсионный анализ

Таблица 4.2

Построение дисперсионного комплекса

Источник варьирования	Сумма квадратов, D_i	Число степеней свободы, df_i	Варианса, σ_i^2	Критерий Фишера		Сила влияния, η^2
				$F_{факт.}$	$F_{табл.}$	
Групповой						
Случайный						
Общий						

Вычислите:

1. Суммы квадратов:

$$D_{гр} = \sum \left(\frac{V_i^2}{n_i} \right) - \frac{V^2}{N} =$$

$$D_{случ} = \sum V_{ij}^2 - \sum \left(\frac{V_i^2}{n_i} \right) =$$

$$D_{общ} = \sum V_{ij}^2 - \frac{V^2}{N} =$$

2. Число степеней свободы:

$$df_{гр} = k - 1 =$$

$$df_{случ} = N - k =$$

$$df_{общ} = N - 1 =$$

3. Вариансы:

$$\sigma_{гр}^2 = \frac{D_{гр}}{df_{гр}} =$$

$$\sigma_{случ}^2 = \frac{D_{случ}}{df_{случ}} =$$

$$\sigma_{общ}^2 = \frac{D_{общ}}{df_{общ}} =$$

4. Критерий Фишера фактический:

$$F_{гр} = \frac{\sigma_{гр}^2}{\sigma_{случ}^2} =$$

5. Проверка:

$$D_{общ} = D_{гр} + D_{случ} =$$

6. Сила влияния:

$$\eta^2_{гр} = \frac{D_{гр}}{D_{общ}} =$$

$$\eta^2_{случ} = \frac{D_{случ}}{D_{общ}} =$$

$$\sigma^2_{общ} = \frac{D_{общ}}{df_{общ}} =$$

7. Критерий Фишера табличный (приложение 3):

Уровень значимости $\alpha =$; следовательно, $F_{табл.} =$

8. Выводы: ...

3. Задание по работе в Statgraphics Plus под Windows:

1. Проведите однофакторный дисперсионный анализ, изучив влияние между следующими величинами: $H \propto D$, $V \propto D$, $V \propto H$ по всему объему выборки ($N=75$). Заполните табл. 4.3-4.5, выписав результаты из программы.
2. Сохраните статистический анализ в файле.
3. Распечатайте полученные результаты.
4. Проведите анализ полученных данных.

Таблица 4.3

Однофакторный дисперсионный анализ влияния $H \propto D$
(выпишите данные из программы)

Источник варьирования	Сумма квадратов, D_i	Число степеней свободы, df_i	Варианса, σ_i^2	Критерий Фишера		Сила влияния, η^2
				$F_{факт.}$	$F_{табл.}$	
Групповой						
Случайный						
Общий						

Выводы: ...

Таблица 4.4

Однофакторный дисперсионный анализ влияния $V \infty D$
(выпишите данные из программы)

Источник варьирования	Сумма квадратов, D_i	Число степеней свободы, df_i	Варианса, σ_i^2	Критерий Фишера		Сила влияния, η^2
				$F_{факт.}$	$F_{табл.}$	
Групповой						
Случайный						
Общий						

Выводы: ...

Таблица 4.5

Однофакторный дисперсионный анализ влияния $V \infty H$
(выпишите данные из программы)

Источник варьирования	Сумма квадратов, D_i	Число степеней свободы, df_i	Варианса, σ_i^2	Критерий Фишера		Сила влияния, η^2
				$F_{факт.}$	$F_{табл.}$	
Групповой						
Случайный						
Общий						

Выводы: ...

2. Вычислите вспомогательные величины

- Моменты:

$$m_{1x} = \frac{\sum A_i n_i}{N} =$$

$$m_{2x} = \frac{\sum A_i^2 n_i}{N} =$$

$$m_{1y} = \frac{\sum b_j n_j}{N} =$$

$$m_{2y} = \frac{\sum b_j^2 n_j}{N} =$$

$$m_{xy} = \frac{\sum b_j n_j A_i}{N} =$$

$$\sigma_x = \sqrt{m_{2x} - m_{1x}^2} =$$

$$\sigma_y = \sqrt{m_{2y} - m_{1y}^2} =$$

- Коэффициент корреляции r

$$r = \frac{m_{xy} - m_{1x} m_{1y}}{\sigma_x \sigma_y} =$$

- Ошибка коэффициента корреляции m_r

$$m_r = \pm \frac{1 - r^2}{\sqrt{N}} =$$

- Критерий достоверности Стьюдента $t_{\text{выч}}$

$$t_{\text{выч}} = \frac{r}{m_r} =$$

- Коэффициент детерминации R^2

$$R^2 =$$

- Число степеней свободы

$$df =$$

- Критерий достоверности Стьюдента табличный (Приложение 4)

$$t_{r \text{ табл}} =$$

Выводы: ...

3. Расчет корреляционного отношения для большой выборки

Таблица 5.2

Таблица расчетов

X_i	Частота, n_i	A_i	$\sum b_j n_i$	$\sum b_j n_i)^2$	$\frac{(\sum b_j n_i)^2}{n_i}$
				$\Sigma =$	$\Sigma =$

$$m_2 = \frac{\sum (\sum b_j n_i)^2}{N} =$$

- Корреляционное отношение

$$\eta = \sqrt{\frac{m_2 - m_1 y^2}{m_{2y} - m_{1y}^2}} =$$

- Ошибка корреляционного отношения

$$m_\eta = \pm \frac{1 - \eta^2}{\sqrt{N}} =$$

$$t_\eta = \frac{\eta}{m_\eta} =$$

- Расчет коэффициента линейности

$$\gamma = \eta^2 - r^2 =$$

$$m_\gamma = \pm$$

$$t_\gamma = \frac{\gamma}{m_\gamma}$$

Выводы: ...

Таблица 5.3

Матрица корреляций
(числитель R -коэффициент корреляции / знаменатель p – уровень
значимости)

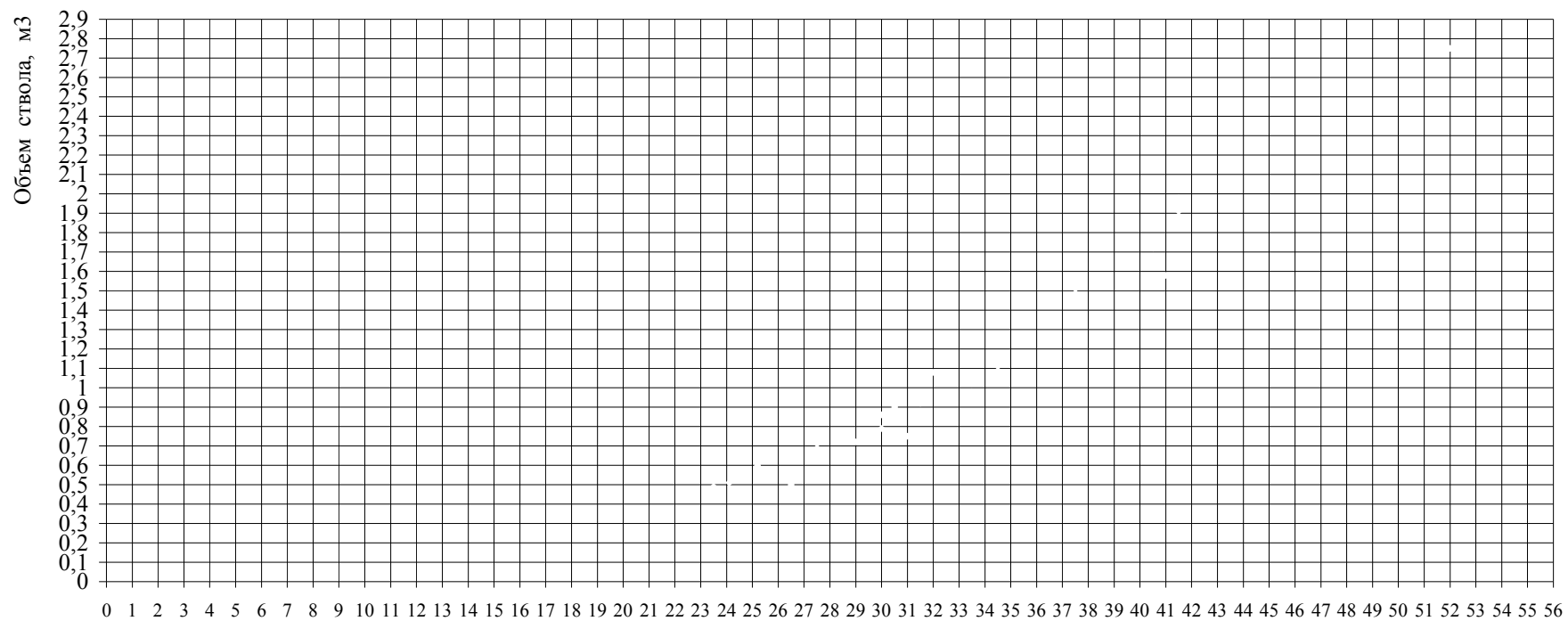
Признаки	Диаметр, D, см	Высота H, м
Объем, V (м ³)		
Высота H(м)		

Выводы: ...

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Тема Регрессионный анализ

1. Начертите график зависимости $V=f(D)$



Диаметр на высоте груди (D1.3), см

Рис.6.1. График зависимости объема деревьев (V) от диаметра ствола на высоте груди (D1.3).

Около каждой точки показать значение высоты

Выводы: ...

4. Полиномиальный регрессионный анализ

Таблица 6.3

Модели полиномиального регрессионного анализа

Изучаемая связь	Уравнение	R ²	SE
$V=f(D)$			
$V=f(H)$			
$H=f(D)$			

Выводы: ...

5. Множественный регрессионный анализ

Таблица 6.4

Модели множественного регрессионного анализа

Изучаемая связь	Уравнение	R ²	SE
$V=f(D, H)$			
$V=f(D, H)$ с синергизмом			

Выводы: ...

Таблица 6.5

Двухвходная таблица объемов

Диаметр ствола на высоте груди, D, см	Объем, V , м ³ , при высоте, H, м							

Общие выводы по регрессионному анализу.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Значения критерия χ^2 при различных уровнях значимости (α)

Число степеней свободы df	Уровень значимости α				
	0,95	0,75	0,25	0,05	0,01
1	-	0,10	1,32	3,84	6,63
2	0,10	0,58	2,77	5,99	9,21
3	0,35	1,21	4,11	7,81	11,34
4	0,71	1,92	5,39	9,49	13,28
5	1,15	2,67	6,63	11,07	15,09
6	1,64	3,45	7,84	12,59	16,81
7	2,17	4,25	9,04	14,07	18,48
8	2,73	5,07	10,22	15,51	20,09
9	3,33	5,90	11,39	16,92	21,67
10	3,94	6,74	12,55	18,31	23,21
11	4,57	7,58	13,70	19,68	24,72
12	5,23	8,44	14,85	21,03	26,22
13	5,89	9,30	15,98	22,36	27,69
14	6,57	10,17	17,12	23,68	29,14
15	7,26	11,04	18,25	25,00	30,58
16	7,96	11,91	19,37	26,30	32,00
17	8,67	12,79	20,49	27,59	33,41
18	9,39	13,68	21,60	28,87	34,81
19	10,12	14,56	22,72	30,14	36,19
20	10,85	15,45	23,83	31,41	37,57
21	11,59	16,34	24,93	32,67	38,93
22	12,34	17,24	26,04	33,92	40,29
23	13,09	18,14	27,14	35,17	41,64
24	13,85	19,04	28,24	36,42	42,98
25	14,61	19,94	29,34	37,65	44,31
26	15,38	20,84	30,43	38,89	45,64
27	16,15	21,75	31,63	40,11	46,96
28	16,93	22,66	32,62	41,34	48,28
29	17,71	23,57	33,71	42,56	49,59
30	18,49	24,48	34,80	43,77	50,89
40	26,51	33,66	45,62	55,76	63,69
50	34,76	42,94	56,33	67,50	76,15
60	43,19	52,29	66,98	79,08	88,38
70	51,74	61,70	77,58	90,53	100,42
80	60,39	71,14	88,13	101,88	112,33
90	69,13	80,62	98,64	113,14	124,12
100	77,93	90,13	109,14	124,34	135,81

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Значения F при уровне значимости $\alpha = 0,05$
 (df_1 - число степеней свободы для большей дисперсии,
 которая берется числителем)

$df_1 \backslash df_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,1	19,4	19,4	19,5	19,5	19,4
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,9	8,9	8,8	8,8	8,7	8,7	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	6,1	6,0	6,0	5,9	5,9	5,9	5,8	5,7	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,9	4,8	4,8	4,7	4,7	4,6	4,6	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,7	4,5	4,4	4,3	4,2	4,2	4,1	4,1	4,0	4,0	3,9	3,8	3,7
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,8	3,7	3,7	3,6	3,6	3,5	3,4	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,4	3,3	3,3	3,2	3,2	3,1	3,0
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,2	3,1	3,1	3,0	2,9	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	3,1	3,1	3,0	3,0	2,9	2,9	2,8	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	3,0	3,0	2,9	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,4
12	4,7	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,9	2,9	2,8	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,8	2,8	2,7	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,7	2,6	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1
16	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,0
17	4,4	3,6	3,2	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0
18	4,4	3,5	3,2	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	1,9
19	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	1,9
20	4,3	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,1	1,8
21	4,3	3,5	3,1	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,8
22	4,3	3,4	3,0	2,8	2,7	2,5	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,1	2,0	1,8
23	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8
24	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,9	1,7
25	4,2	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,9	1,7
27	4,2	3,3	3,0	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,7
28	4,2	3,3	2,9	2,7	2,6	2,4	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,6
29	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,1	2,3	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,6
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,1	2,3	2,3	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,8	2,6	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,5
60	4,0	3,1	2,8	2,5	2,1	2,2	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,2
∞	3,8	3,0	2,6	2,4	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5	1,0

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Значения t при различных уровнях значимости α

Число степеней свободы df	Уровень значимости α				
	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,66	-
2	2,92	4,30	6,97	9,93	31,60
3	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
4	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	2,02	2,57	3,37	4,03	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
7	1,90	2,37	3,00	3,50	5,41
8	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,06	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
14	1,76	2,15	2,62	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	4,02
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,75
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,73
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,71
27	1,70	2,05	2,47	2,77	3,69
28	1,70	2,05	2,47	2,76	3,67
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,65
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,29