

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВПО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра автоматизации производственных процессов

С.П. Санников

В.М. Машков

МЕТРОЛОГИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Часть 1

Методические указания

к выполнению расчетных заданий

для студентов направлений «Автоматизация технологических процессов и
производств», «Управление в технических системах»

Екатеринбург

2011

Печатается по рекомендации методической комиссии ЛИФ.
Протокол № 84 от 26 октября 2010 г.

Рецензент – доцент, канд. техн. наук Г.Г. Ордуянц

Редактор К.В. Корнева
Оператор компьютерной верстки Г.И. Романова

Подписано в печать 27.09.11		Поз. 14
Плоская печать	Формат 60×84 1/16	Тираж 75 экз.
Заказ №	Печ. л. 3,02	Цена 15 руб. 20 коп.

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Метрология, стандартизация и сертификация» преподаётся с целью изучения основ метрологии, стандартизации и сертификации системы метрологического обеспечения электрических измерений, их основных методов, а также знакомство со структурными схемами и устройством основных типов электрических и электронных измерительных приборов.

Курс «Метрология, стандартизация и сертификация» основан на знаниях, приобретаемых студентами в процессе изучения физики, математики электроники.

В итоге обучения студенты должны ЗНАТЬ:

- основы метрологии, правила выбора методик проведения измерений и обработки результатов измерений;

- основы стандартизации и сертификации;

- назначение, принципы и особенности построения структурных схем основных видов электронных измерительных приборов, а также устройство, особенности и области применения основных типов электрических измерительных приборов.

- основные правила работы с ними и методики проведения измерений в электронных схемах.

Кроме того, студенты в итоге обучения должны УМЕТЬ:

- правильно выбрать методику и средство измерения для каждой конкретной задачи;

- грамотно провести сами измерения; обработать экспериментальные данные, полученные в процессе измерения; оценить погрешность измерений, достоверность и воспроизводимость полученных результатов;

- произвести осциллографические измерения основных параметров радиосигналов.

В настоящем пособии рассмотрены вопросы определения приборных и методических погрешностей при прямых и косвенных измерениях таких основных электрических параметров, как: ток, напряжение, сопротивление и мощность (для цепей постоянного и переменного тока). Расчетные задания, содержащиеся в данном пособии, посвящены также изучению методик и правил обработки результатов измерения. Общие метрологические вопросы получения и обработки экспериментальных данных рассмотрены применительно к электрическим измерениям. Осциллографические измерения основных параметров электрических сигналов имитированы с помощью пакета схемотехнического моделирования ELECTRONICS WORKBENCH 5.0.

РАСЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ 1

Тема: определение методических погрешностей при измерении параметров электрических цепей постоянного тока.

Целью данного расчетного задания являются:

1) самостоятельный вывод формул для расчета методических погрешностей прямых измерений тока, напряжения, а также для определения мощности и сопротивления нагрузки косвенным методом по показаниям амперметра и вольтметра;

2) расчет методических погрешностей измерения вышеуказанных параметров при использовании конкретных ЭИП (электро-измерительных приборов) с указанными в задании техническими характеристиками;

3) выбор схемы измерения и ЭИП для получения наименьших методических погрешностей измерений, сделанный на основании проведенных расчетов.

Краткие теоретические сведения

В отличие от таких обыденных измерений, как определение длины предмета с помощью масштабной линейки, которая просто прикладывается к предмету, или взвешивание предмета на весах и тому подобное, когда процесс измерения никак не влияет на исследуемый объект или среду и никоим образом не изменяет их характеристики или состояние, электрические измерения (в первую очередь измерение тока, напряжения, мощности и сопротивления) требуют включения электроизмерительных приборов (ЭИП) в электрическую цепь, что изменяет ее параметры. Так как почти все параметры электрической цепи невозможно определить без использования ЭИП, мы сталкиваемся с ситуацией, когда вместо истинного, но недоступного нашим органам чувств, значения какого-либо параметра электрической цепи $X^{(ист)}$ мы располагаем измеренными (с помощью ЭИП), но отличными от истинных, данными $X^{(изм)}$, принимаемыми за результат измерения.

Многие типы ЭИП, особенно электромеханические, несовершенны и их параметры неидеальны. Так, для амперметров внутреннее сопротивление R_a не равно нулю, поэтому падение напряжения ΔU_a на нем также не равно нулю. Для вольтметров $I_{вх} \neq 0$, так как $R_{вх} \neq \infty$. Включение таких приборов в электрическую цепь неизбежно искажает ее параметры, что при необходимости надо учитывать.

Как известно из курса ТОЭ, любая сложная разветвленная электрическая цепь относительно любого элемента R_i может быть заменена «эквивалентным генератором», состоящим из источника ЭДС E_i с внутренним сопротивлением $r_{вн}$.

Традиционными в электротехнике и электронике являются измерения тока, напряжения, сопротивления и мощности.

Схема измерения тока в любом элементе цепи сводится к виду, приведенному на рис. 1.1.

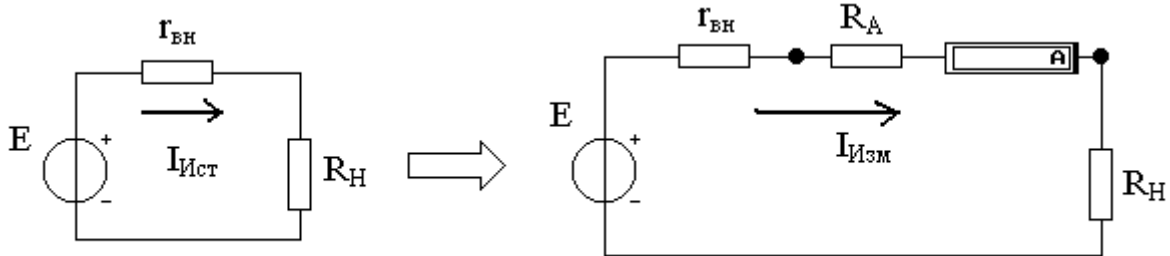


Рис. 1.1. Схема измерения тока

Схема измерения напряжения приведена на рис. 1.2.

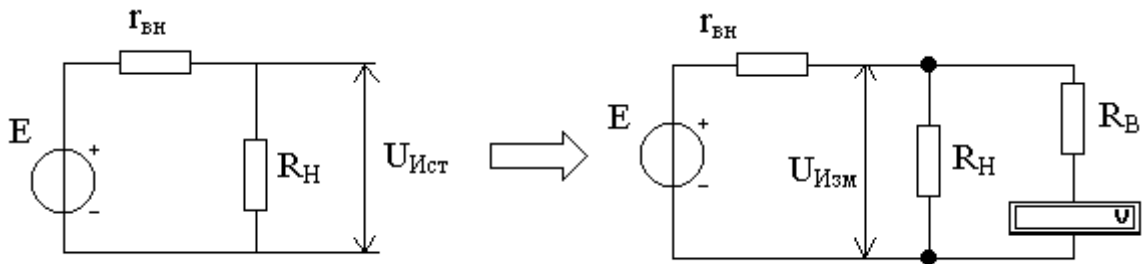


Рис. 1.2. Схема измерения напряжения

Схема измерения сопротивления и мощности косвенным методом может иметь два варианта (рис. 1.3).

В схемах на рис. 1.1-1.3 вместо истинных, но недоступных нашему

восприятию, значений тока $I_H^{(ист)} = \frac{E}{r_{вн} + R_H}$ и падения напряжения на на-

грузке $U_H^{(ист)} = \frac{E R_H}{r_{вн} + R_H}$, а также сопротивления нагрузки $R_H^{(ист)} = R_H$ и

мощности нагрузки $P_H^{(ист)} = U_H^{(ист)} I_H^{(ист)} = \frac{E^2 R_H}{(r_{вн} + R_H)^2}$ (определяемых

из расчетов для схемы на рис. 1.3, а мы оперируем измеренными с помощью ЭИП, но не тождественными истинным, данными, которые мы называем результатами измерений.

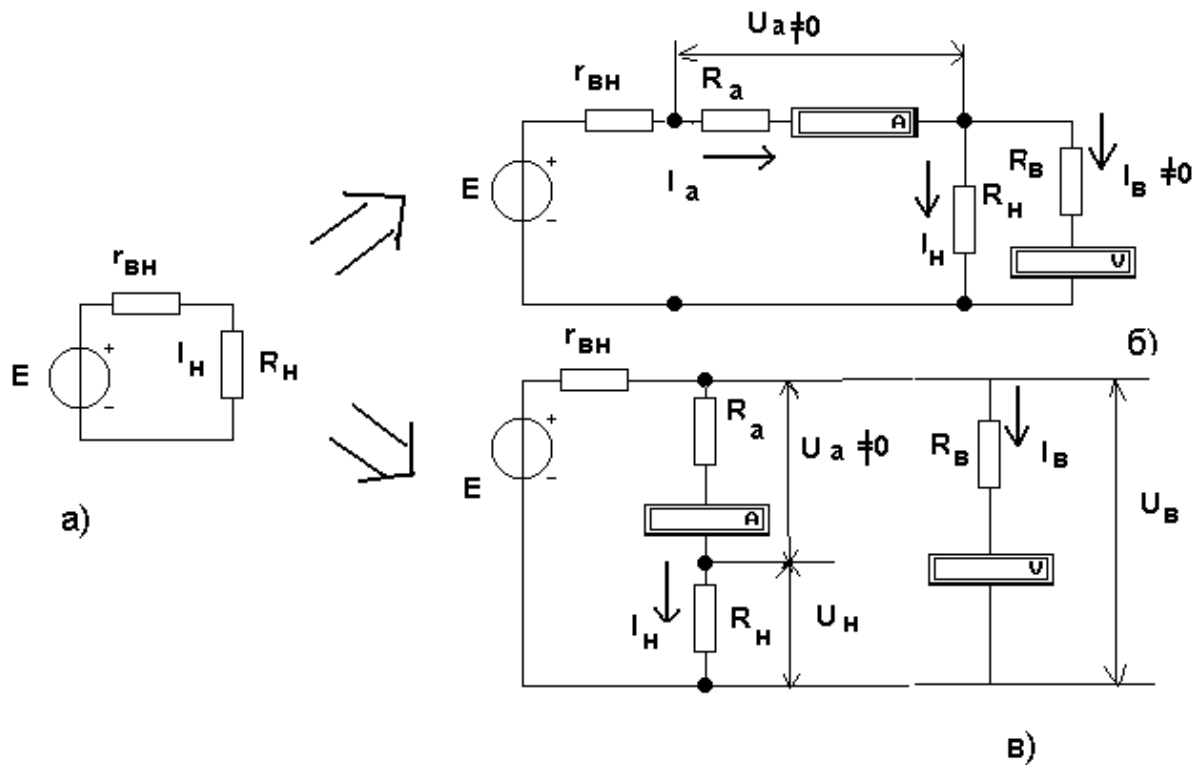


Рис. 1.3. Схемы измерения сопротивления и мощности косвенным методом

Так, в схеме измерения тока (рис. 1.1) в качестве тока в нагрузке будет указано измеренное значение тока:

$$I_{\text{изм}} = \frac{E}{r_{BH} + R_A + R_H} \neq I_{\text{исм}} = \frac{E}{r_{BH} + R_H}.$$

Аналогично в схеме измерения напряжения в качестве падения напряжения на нагрузке будет указано значение измеренного напряжения:

$$U_H^{(\text{изм})} = \frac{E}{r_{BH} + \frac{R_B R_H}{R_B + R_H}} \frac{R_H R_B}{R_H + R_B} \neq U_H^{(\text{исм})} = \frac{E R_H}{r_{BH} + R_H}.$$

На схеме рис. 1.3, б за ток в нагрузке принимается ток амперметра: $I_A^{(\text{изм})} = I_H + I_B \neq I_H$, причем

$$I_A^{(\text{изм})} = \frac{E}{r_{BH} + R_A + \frac{R_H R_B}{R_H + R_B}} \neq I_H^{(\text{исм})} = \frac{E}{r_{BH} + R_H};$$

$$U_H^{(\text{изм})} = I_A^{(\text{изм})} \frac{R_H R_B}{R_H + R_B} = \frac{E}{r_{BH} + R_A + \frac{R_H R_B}{R_H + R_B}} \frac{R_H R_B}{R_H + R_B} \neq U_H^{(\text{исм})} = \frac{E R_H}{r_{BH} + R_H}.$$

Мощность в нагрузке, определенная по показаниям амперметра и вольтметра,

$$P_H^{(изм)} = I_A^{(изм)} U_H^{(изм)} = \frac{E}{r_{вн} + R_A + \frac{R_H R_B}{R_H + R_B}} \frac{E}{r_{вн} + R_A + \frac{R_H R_B}{R_H + R_B}} \times$$

$$\times \frac{R_H R_B}{R_H + R_B} \neq P_H^{(ист)} = U_H^{(ист)} I_H^{(ист)} = \frac{E^2 R_H}{(r_{вн} + R_H)^2}.$$

Сопротивление нагрузки, определенное по показаниям приборов, будет равно $R_H^{(изм)} = \frac{U_H^{(изм)}}{I_H^{(изм)}} = \frac{R_H R_B}{R_H + R_B} \neq R_H^{(ист)} = R_H$.

Аналогично в схеме рис. 1.3, в за падение напряжения на нагрузке принимаются показания вольтметра, $U_B^{(изм)} = U_H'' + \Delta U_A \neq U_H''$, а за ток в нагрузке принимаются показания амперметра $I_H^{(изм)} = I_A$, причем

$$U_B^{(изм)} = \frac{E}{r_{вн} + \frac{(R_A + R_H)R_B}{R_A + R_B + R_H}} \frac{(R_A + R_H)R_B}{R_A + R_H + R_B} \neq U_H^{(ист)} = \frac{ER_H}{r_{вн} + R_H};$$

$$I_H^{(изм)} = \frac{U}{R_A + R_H} = \frac{E}{r_{вн} + \frac{(R_A + R_H)R_B}{R_A + R_B + R_H}} \frac{(R_A + R_H)R_B}{R_A + R_H + R_B} \frac{1}{R_A + R_H} \neq I_H^{(ист)} = \frac{E}{r_{вн} + R_H}.$$

Таким образом, значения измеренных мощности и сопротивления, определенные косвенным методом по показаниям амперметра и вольтметра, не будут равны истинным значениям: $P_H^{(изм)} = U_H^{(изм)} I_H^{(изм)} \neq P_H^{(ист)}$ (для обеих схем измерения на рис. 1.3):

$$R_H^{(изм)} = \frac{U_H^{(изм)}}{I_H + I_B} = \frac{R_H R_B}{R_H + R_B} \neq R_H^{(ист)} = R_H \text{ (для схемы на рис. 1.3, б) и}$$

$$R_H^{(изм)} = \frac{U_H^{(изм)}}{I_H^{(изм)}} = R_A + R_H \neq R_H^{(ист)} = R_H \text{ (для схемы на рис. 1.3, в).}$$

В связи с этим неизбежно возникают методические погрешности измерения основных параметров электрических цепей (таких как ток, напряжение, сопротивление и мощность), формально определяемые из общего выражения:

$$\Delta_{(мет)} = \frac{X^{(изм)} - X^{(ист)}}{X^{(ист)}}. \quad (1.1)$$

Независимо от модификации измерительных схем на рис. 1.1–1.3 принцип определения методических погрешностей от этого не меняется.

Знание методических погрешностей измерения позволяет при необходимости исключить ее, т.е. перейти от измеренных значений к истинным, либо осознанно принять результаты измерения за истинные значения параметров, не исключая методическую погрешность результатов измерения, если величиной методической погрешности с точки зрения экспериментатора можно пренебречь.

Методические погрешности не всегда удается определить расчетным путем, как это было сделано выше. В этих случаях за истинное значение измеряемой величины приходится принимать результаты измерения. Однако, если имеется возможность определить методические погрешности (или хотя бы часть их них), то тогда можно перейти от результатов измерения к истинным (или приближенным к ним на величину исключенных методических погрешностей) значениям параметров, причем величина методических погрешностей принципиального значения не имеет, лишь бы она была известна. Как известно из теории вероятностей, исключение методической погрешности из результатов измерений позволяет либо повысить доверительную вероятность при неизменном доверительном интервале, либо уменьшить доверительный интервал при неизменной доверительной вероятности, что в любом случае повышает качество измерения.

Настоящее задание посвящено определению методических и приборных погрешностей прямых измерений двух основных параметров электрической цепи: тока и напряжения. Вопросы определения методических и приборных погрешностей косвенных измерения сопротивления и мощности рассмотрены ниже, в расчетном задании 4 данного пособия.

Задание 1

В схеме, представленной на рис. 1.1, необходимо измерить ток I_a .
Имеется два амперметра:

а) один класса точности γ_1 имеет верхний предел I_1 .

б) второй амперметр имеет класс точности γ_2 и верхний предел I_2 .

1. Определить, у какого прибора меньше предел допускаемой основной относительной погрешности и какой прибор лучше использовать для измерения тока I_a .

2. Определить методическую погрешность применения каждого амперметра с учетом R_A и R_H и выбрать наиболее подходящий прибор.

3. Определить мощность, потребляемую измерительным прибором P_A и нагрузкой P_H .

4. Определить максимальное сопротивление $R_a^{(\max)}$, чтобы при известных $r_{вн}$ и R_H относительная методическая погрешность не превышала -0.01 %; -0.1 %; -1 %; -10 %.

Данные к заданию см. в табл. 1.1.

Задание 1.2

Данные взять из таблицы вариантов 1.2.

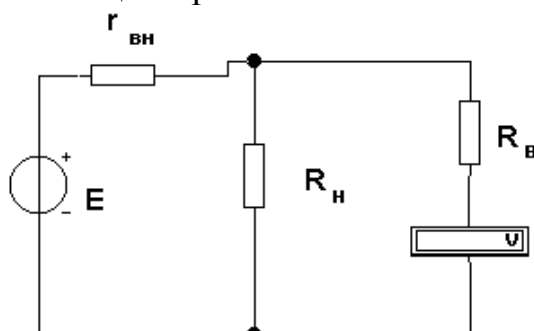


Рис. 1.4. ЭДС

Для измерения ЭДС (рис. 1.4) E с $r_{вн}=R$ используется вольтметр класса γ_B с верхним пределом $U_{в(max)}$ и внутренним сопротивлением R_B или током потребления $I_{пр}$.

1. Определить относительную методическую погрешность измерения ЭДС при $R_H \rightarrow \infty$.

2. Вывести формулы определения методической погрешности, предел допускаемой относительной погрешности прибора и сравнить их с методической погрешностью, если ЭДС равна E вольт при а) $R_H \rightarrow \infty$ и б) $R_H = R_B$.

3. Определить мощность, потребляемую нагрузкой P_H и измерительным прибором $P_{пр} = U_{пр} I_{пр}$ и КПД процесса измерения.

4. Определить $R_B^{(min)}$, чтобы методическая погрешность измерения U не превышала -0.01 %; -0.1 %; -1 %; -10 %.

Задание 1.3

Использовать данные задания 1.2.

Вольтметром класса γ_B с верхним пределом $U_B^{(max)}$, имеющим внутреннее сопротивление R_B или ток полного отклонения $I_{пр}^{(max)}$, измеряется падение напряжения U на делителе напряжения R_D, R_H (рис. 1.5).

1. Определить показания прибора, и относительную методическую погрешность измерения, и допускаемую относительную погрешность прибора.

2. Определить $R_B^{(min)}$, при условии что методическая погрешность измерения не превышает -4 %; -0.5 %; -0.03 %.

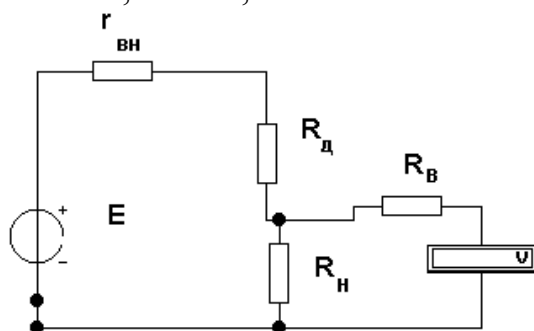


Рис. 1.5. ЭДС

Таблица 1.1

Варианты к заданию 1.1

№	I_A , А	γ_1 , %	$I_1^{(\max)}$, А	R_{A1} , Ом	γ_2 , %	$I_2^{(\max)}$, А	R_{A2} , Ом	R_H , Ом	$r_{вн}$, Ом
1	4	0.5	20	0.03	1.5	5	0.1	10	2
2	0.1	0.02	0.5	10	2.0	0.1	100	100	10
3	10	1.5	15	0.04	0.5	30	0.01	15	1
4	0.7	1.0	1.0	1.0	0.2	3	0.5	100	20
5	100	4.0	100	0.001	0.5	300	0.0001	0.01	0.001
6	0.5	0.5	1.5	1.0	1.0	0.75	6	400	10
7	0.01	0.5	0.02	3000	0.2	0.05	1000	2000	100
8	2	2.5	2.5	2.0	1.0	5	0.5	40	2
9	15	4.0	15	0.2	1.0	50	0.002	10	1
10	70	2.5	100	0.001	0.5	250	0.0005	0.5	0.01
11	0.012	1.5	0.015	100	0.2	0.050	50	1000	20
12	7.5	2.5	10	0.04	0.5	30	0.01	20	0.5

Таблица 1.2

Варианты к заданию 1.2

№	γ_B , %	$U_B^{(\max)}$, В	E , В	$r_{вн}$ Ом	R_B , Ом	R_H , Ом	$I_{np}^{(\max)}$	R_o , Ом
1	0.2	3	1.5	100	1000	500	–	500
2	0.5	150	100	1000	–	3000	50 мкА	100
3	1.0	25	20	20	20000	1000	–	5000
4	0.1	75	25	10	–	500	0.2 мА	1500
5	4.0	300	75	30	3000	1000	–	2000
6	2.5	7.5	3	200	–	500	20 мкА	100
7	0.5	10	8	1000	40000	1000	–	1000
8	1.0	30	10	10	–	500	1 мА	4500
9	0.02	300	100	6000	70000	2000	–	8000
10	0.2	100	80	500	1МОм	10000	–	30000
11	4.0	30	25	50	–	50	30 мА	–
12	1.5	600	500	1000	–	10000	50 мкА	–

Контрольные вопросы

1. Классификация погрешностей. Их составляющие.
2. Классы точности приборов.
3. Составляющие приборной погрешности электромеханических ЭИП.
4. Вывод формул расчета методической погрешности измерения тока и напряжения.
5. Учет влияние средств измерения на объект измерения. Понятие КПД процесса измерения.
6. Понятие случайных, приборных и методических составляющих суммарной погрешности измерения. Их особенности.

РАСЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ 2

Тема: определение дополнительных систематических погрешностей измерения в цепях переменного тока при отклонении формы сигнала от номинальной.

Целью данного расчетного задания является определение дополнительных систематических погрешностей измерения СКЗ и СВЗ в цепях переменного тока при отклонении формы сигнала от номинальной при использовании одного из трех типов электромеханических ЭИП:

а) МЭ прибора с линейной шкалой для цепей постоянного тока, включенного в диагональ выпрямителя,

б) МЭ прибора выпрямительной системы с нелинейной шкалой, предназначенного для цепей переменного тока,

в) МЭ прибора одной из указанной в задании систем (ЭМ, ЭД, ФД, ЭС, ТЭП). Формы сигнала и тип прибора указаны в задании.

Краткие теоретические сведения

Все вышесказанное и определенное в расчетном задании 1 в отношении расчета методических погрешностей при измерении основных параметров электрических цепей постоянного тока справедливо и приемлемо в полной мере к измерениям параметров на переменном токе. Однако сигналы переменного тока характеризуются некоторыми дополнительными параметрами, такими как (рассмотрим их на примере напряжения):

1) среднее значение за период $U = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$, где $u(t)$ — мгновенное значение напряжения.

Поскольку для любых симметричных периодических сигналов $U_{cp}=0$, то для их характеристики вводят понятие среднев्यпрямленного значения

(СВЗ):
$$U_{СВЗ} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt ;$$

2) среднеквадратичное (или действующее, или эффективное) значение за период:

$$U_{СКЗ} = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt \right)}.$$

Физический смысл СКЗ напряжения — это то значение величины постоянного напряжения, принимаемого за действующее или эффективное значение напряжения переменного сигнала, которое на активной нагрузке вызывает тот же тепловой эффект, что и данный переменный сигнал;

3) амплитудное (или максимальное) значение переменного сигнала $U_m = U_{(ампл)} = \max|u(t)|;$

$$4) \text{ коэффициент формы сигнала } K_{\phi} = \frac{U_{CK3}}{U_{CB3}}.$$

Так, для синусоиды эти дополнительные параметры связаны между собой следующими соотношениями:

$$U_{CB3}^{\sin} = \frac{2}{\pi} U = 0.637 U_m; \quad U_{CK3}^{\sin} = \frac{1}{\sqrt{2}} U = 0.707 U_m;$$

$$K_{\phi}^{\sin} = \frac{U_{CK3}^{\sin}}{U_{CB3}^{\sin}} = 1.11.$$

В соответствие с этим по измеряемому параметру ЭИП переменного тока бывают СКЗ, СВЗ и пиковые (амплитудные) с закрытым или открытым входом.

Известно также, что показания почти всех типов электромеханических ЭИП (электромагнитной (ЭМ), электродинамической (ЭД), ферродинамической (ФД), электростатической (ЭС), термоэлектрической систем (ТЭП)), кроме ЭИП магнитоэлектрической (МЭ) системы, а также электронных приборов с СКЗ преобразователями пропорциональны СКЗ измеряемой величины (тока или напряжения) при любой форме сигнала.

ЭИП магнитоэлектрической системы обладают высокой чувствительностью и малым собственным потреблением, поэтому они широко используются в сочетании с различными преобразователями для создания приборов переменного тока (например, выпрямительных, электронных, термоэлектрических и др.). Отклонение подвижной части выпрямительных ЭИП с МЭ измерителем пропорциональны СВЗ тока, протекающего через рамку прибора. Шкалы этих приборов градуируются в СКЗ синусоидальных токов и напряжений, хотя реально измеряют их СВЗ. Если форма сигнала отличается от синусоиды, то возникает методическая погрешность. Однако при любой форме сигнала по показаниям прибора выпрямительной системы, проградуированного в СКЗ для синусоиды, можно найти СВЗ и СКЗ тока или напряжения исследуемого сигнала. Для этого достаточно показания прибора разделить на

$K_{\phi}^{\sin} = \frac{I_{CK3}}{I_{CB3}} = \frac{U_{CK3}}{U_{CB3}} = 1.11$, т.е. по шкале прибора

определяется I_{CK3} или U_{CK3} , так как реально прибор измеряет

$$I_{CB3} = \frac{I_{CK3}}{1.11} = 0.9 I_{CK3} \text{ или } U_{CB3} = \frac{U_{CK3}}{1.11} = 0.9 U_{CK3}.$$

А далее, СВЗ показаний прибора надо умножить на K_{ϕ} сигнала произвольной формы, чтобы получить их СКЗ.

Подчеркнем еще раз: приведенные выше рассуждения справедливы для выпрямительного МЭ прибора, проградуированного в СКЗ для синусоиды.

Однако, если для измерения используется МЭ прибор для постоянного тока с линейной шкалой или цифровой прибор постоянного тока, включенный в диагональ выпрямительного моста, то в этом случае показания прибора будут «один к одному» так, как для постоянного тока (рис. 2.1); $I_{ампл} = I_{СВЗ} = I_{СКЗ}$ и $K_{\phi}=1$.

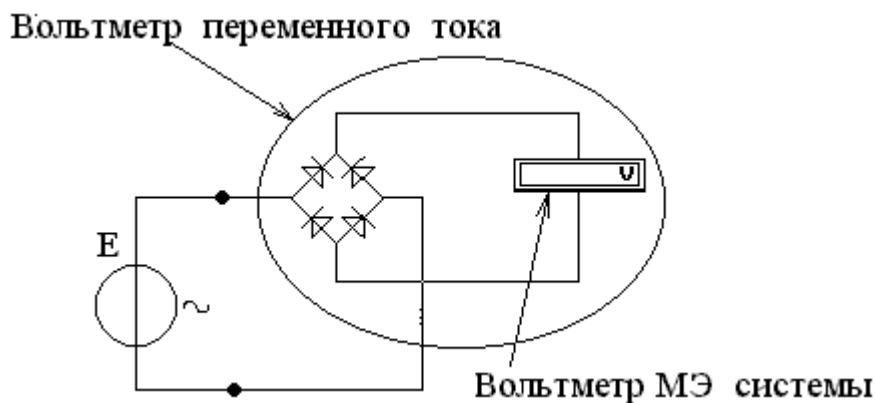


Рис. 2.1. Схема включения МЭ вольтметра в цепь переменного тока

А далее (аналогично для сигнала любой формы) надо СВЗ показаний прибора умножить на K_{ϕ} сигнала произвольной формы, чтобы получить их СКЗ.

Поясним вышесказанное примером.

Пример. Пусть напряжение сигнала имеет форму, показанную на рис. 2.2. Определить показания МЭ вольтметра выпрямительной системы, а также методические погрешности измерения СКЗ напряжения и мощности.

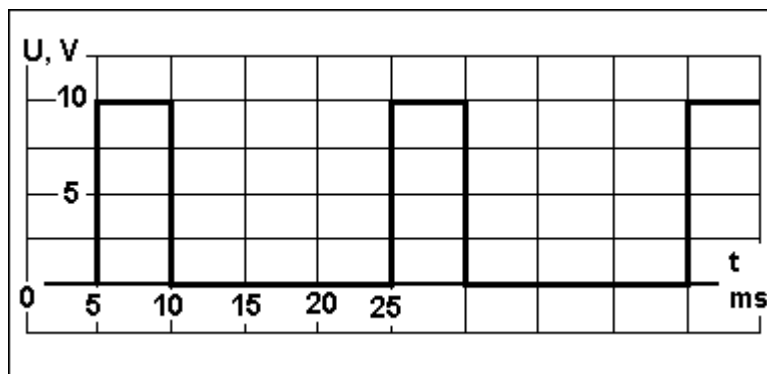


Рис. 2.2. Напряжение сигнала

Помним, что шкала прибора проградуирована в СКЗ для синусоиды, хотя реально МЭ прибор измеряет $U_{СВЗ} \sim I_{СВЗ}$. При такой форме сигнала

$$U_{СВЗ} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt = \frac{1}{T} U t = \frac{1}{20} 10 \cdot 5 = 2.5(\text{В}).$$

Однако выпрямительный МЭ прибор покажет не 2.5 В, а в 1.11 раза больше, т.е. $U_{np} = U_{CB3} K_{\phi} = 2.5 \cdot 1.11 = 2.78(B)$.

Истинное значение СКЗ напряжения для такой формы сигнала будет равно: $U_{СКЗ} = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt\right)} = \sqrt{\left(\frac{1}{20} 10^2 \cdot 5\right)} = 5(B)$,

а прибор покажет 2.78 В. Методическая погрешность измерения СКЗ в этом случае составит:

$$\delta^U_{мет} = \frac{U_{ИЗМ} - U_{ИСТ}}{U_{ИСТ}} = \frac{2.78 - 5}{5} = 44.4\% .$$

Если далее определить мощность в нагрузке по формуле $P_H = \frac{U_H^2}{R_H}$, то при показаниях прибора $U_{ИЗМ}=2.78$ В вместо $U_{ИСТ}=5$ В получится $P_{ИЗМ} = \frac{2.78^2}{R_H} = \frac{7.73^2}{R_H}$ вместо $P_{ИСТ} = \frac{5^2}{R_H} = \frac{25^2}{R_H}$. Истинная мощность в 3 раза больше измеренной!

Методическая погрешность измерения мощности составит

$$\delta^P_{мет} = \frac{P_{ИЗМ} - P_{ИСТ}}{P_{ИСТ}} = \frac{U^2_{ИЗМ} - U^2_{ИСТ}}{U^2_{ИСТ}} = \frac{7.73 - 25}{25} 100\% = -69.1\% .$$

Этот пример показывает, как важно правильно интерпретировать данные, называемые результатами измерения, а не принимать их необдуманно за истинные значения измеряемой величины.

Задание 2.1

Измеряемый ток или напряжение имеет форму кривой, показанной на рисунках в таблице 2.1 (разбита на варианты).

1. Определить, что покажет выпрямительный прибор МЭ системы и прибор, указанный в таблице.

2. Определить методическую погрешность применения выпрямительного МЭ прибора для измерения параметров сигнала, отличного от синусоиды.

3. Определить методическую погрешность определения электрической мощности указанного сигнала по данным МЭ выпрямительного вольтметра СКЗ.

4. Определить методическую погрешность использования МЭ прибора для постоянного тока с линейной шкалой и выпрямителем для измерения тока и мощности указанного сигнала.

Контрольные вопросы

1. Источники дополнительных погрешностей при измерениях на переменном токе.

2. Устройство и особенности основных систем электромеханических ЭИП.

3. Расчет дополнительных методических погрешностей при отклонении формы тока от заданной для измерений на переменном токе.

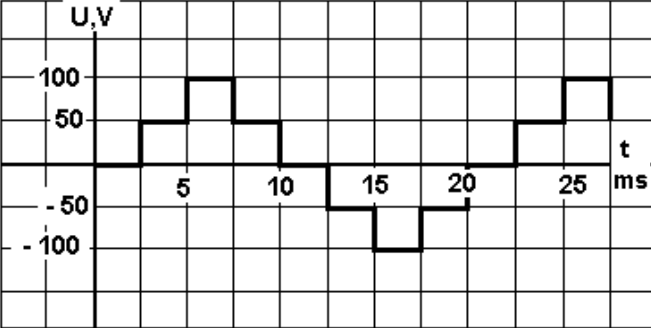
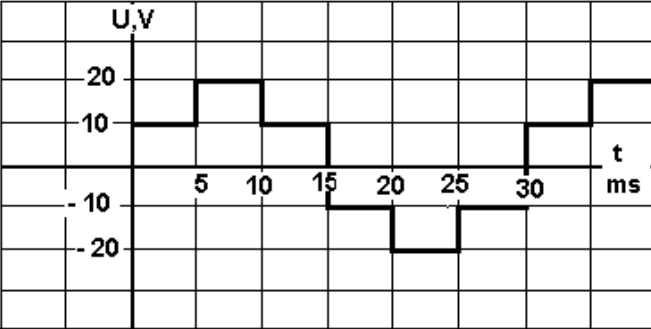
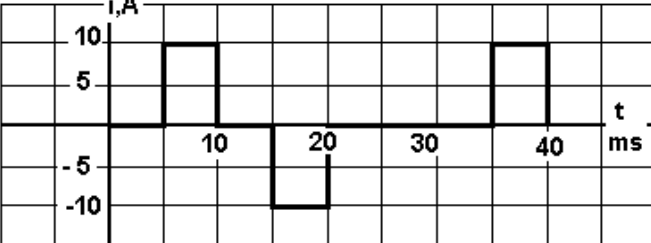
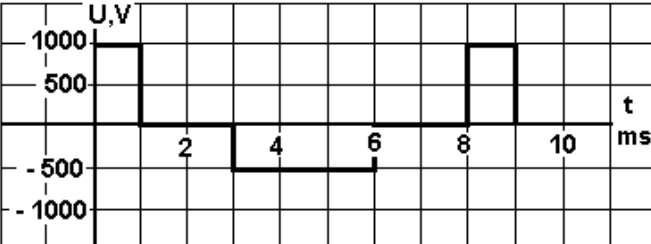
4. Формулы расчета основных параметров сигнала переменного тока.

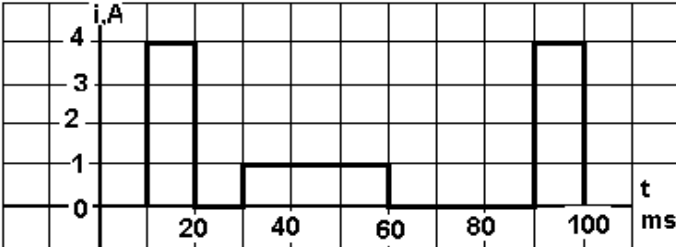
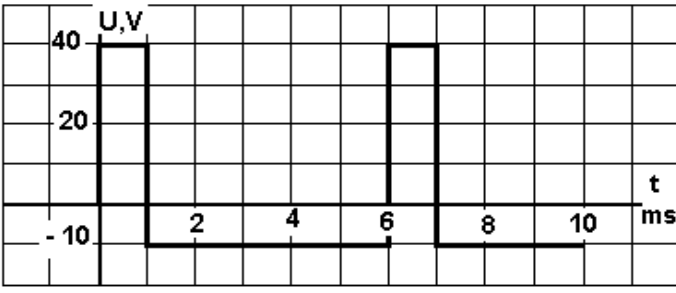
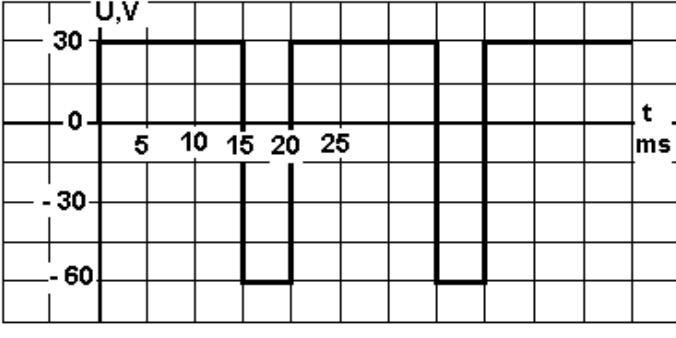
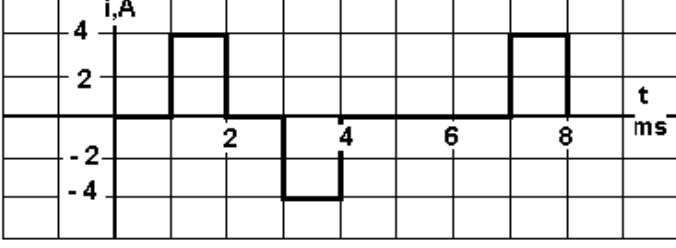
5. Чем отличается магнитоэлектрический прибор выпрямительной системы от магнитоэлектрического прибора для постоянного тока с выпрямителем?

Таблица 2.1

Варианты для задания 2.1

№	Форма сигнала	Вид прибора
1		ЭМ
2		ЭД
3		ФД
4		ЭС

№	Форма сигнала	Вид прибора
5		ТЭП
6		ЭМ
7		ЭД
8		ЭС

№	Форма сигнала	Вид прибора
9		ФМ
10		ТЭП
11		ЭД
12		ЭМ

РАСЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ 3

Тема: многопредельные амперметры и вольтметры.

Краткие теоретические сведения

Многопредельные амперметры

Если измеряемый ток I превосходит по значению ток полного отклонения подвижной части прибора I_{np} , то параллельно к измерительному прибору (ИП) подключают шунт, через который пропускают ток шунта

$$I_{ш} = I - I_{np}.$$

Значение сопротивления шунта $R_{ш}$ определяется из условия равенства падений напряжений на шунте и ИП, так как они включены параллельно (рис. 3.1).

$$I_{np} R_{np} = I_{ш} R_{ш} = I \frac{R_{np} R_{ш}}{R_{np} + R_{ш}}. \quad (3.1)$$

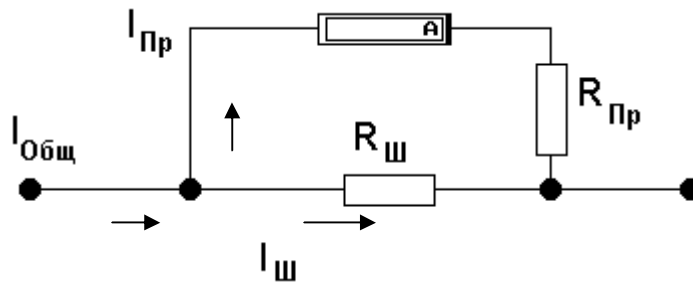


Рис. 3.1. Схема амперметра с шунтом

Если шунт рассматривать как делитель тока с коэффициентом деления

$$n = \frac{I}{I_{np}}, \quad \text{то его сопротивление:} \quad R_{ш} = \frac{R_{np}}{n-1}.$$

Обычно $R_{ш}$ равно 10^{-2} - 10^{-4} Ом.

Для исключения влияния на результат измерения сопротивления соединительных проводов и контактов, соизмеримых с сопротивлением шунта, шунты выполняются «четырёхзажимными»: два зажима (токовых) подключают шунт в силовую цепь, два других зажима (потенциальных) – к ИП. Шунты обычно изготавливают из манганина (табл. 3.1), обладающего ничтожно малым температурным коэффициентом сопротивления (ТКР).

Большое распространение получили ступенчатые многопредельные шунты, включаемые по кольцевой схеме. Такая кольцевая схема не разрывает цепь силовых шунтов, что исключает перегрузку или выход из строя ИП.

Шунты бывают внутренние, вмонтированные в корпусе прибора, и наружные. Наружные шунты делятся на индивидуальные и взаимозаменяемые (калиброванные). Индивидуальные шунты применяют только для конкретных ИП, и с другими ИП их использовать нельзя.

Взаимозаменяемые шунты изготавливают на номинальные токи и стандартизованные падения напряжения 60 или 75 mV. Но допускаются значения 100, 150, 300 mV. Применяют эти шунты только к соответствующим приборам на такое же напряжение шунта $U_{ш}$, которое наносится на шкалу прибора. Внутренние шунты изготавливают на токи до 50 А, наружные – до 10 кА. Наружные шунты обычно подсоединяются к приборам двумя калиброванными проводами с общим $R = 0,035$ Ом (на шкале прибора высокого класса точности ставят буквы КП — «калиброванные провода»). Это значит, что такой прибор обеспечивает указанный класс точности **только (!)** при КП на шунте. Классы точности шунтов: 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5. Применение шунтов расширяет пределы измерения амперметра, но возрастает мощность энергопотребления прибора.

Особенности конструкции шунтов

Для устранения влияния контактных сопротивлений в силовой цепи на показания амперметра применяют особую «четырёхзажимную» конструкцию шунтов. Шунты на большие токи (25–500 А) представляют собой довольно толстые медные наконечники, в которые впаяны на серебряный припой одна или несколько манганиновых пластин. Эти пластины имеют довольно большое сечение и большую поверхность охлаждения для снижения нагрева шунта и уменьшения температурной погрешности (рис. 3.2).

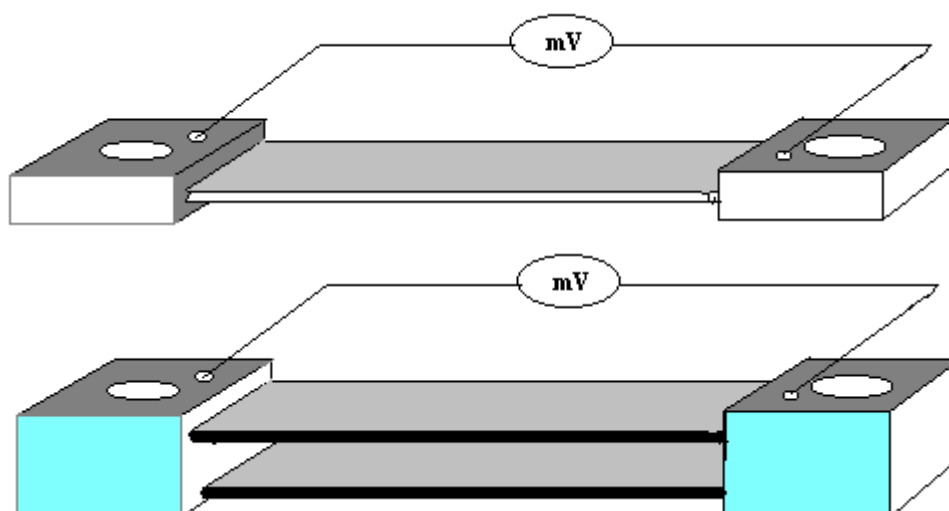


Рис. 3.2. Внешний вид шунтов

При подключении шунтов в силовую цепь (обычно болтами) неизбежно образование непредсказуемых контактных сопротивлений, которые зависят от площади и чистоты соприкасающихся поверхностей, усилия сжатия и др. факторов. Такие контактные сопротивления образуются между каждой парой контактирующих поверхностей (рис. 3.3).

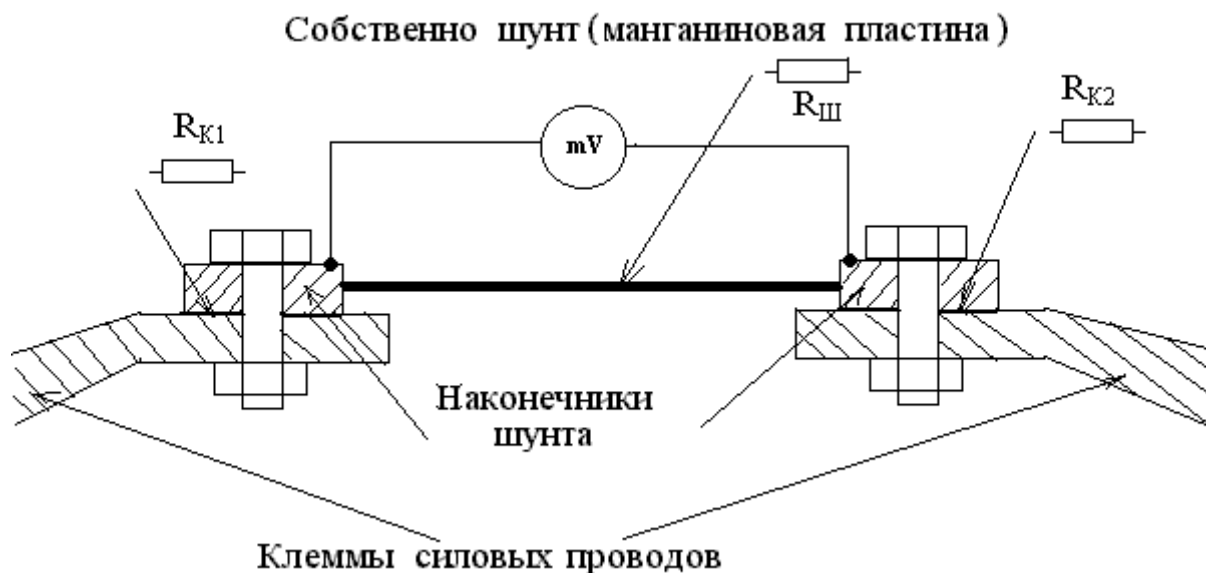


Рис. 3.3. Схема подключения шунта и элементы замещения ее участков

Если просто подсунуть провода, подключающие измерительный прибор (ИП) под болты или гайки, то ИП будет измерять падение напряжения не только на шунте ($R_{ш}$), но и на контактных сопротивлениях ($R_{к}$), величины которых непредсказуемы и могут быть много больше собственного сопротивления шунта $R_{ш}$. В результате образуется измерительная схема 1 (рис. 3.4).

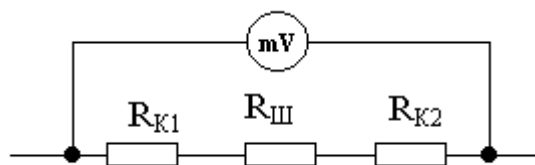


Рис. 3.4. Измерительная схема 1

Медные наконечники довольно большой толщины ($S=4-12$ мм) и размеров предназначены для подключения шунта в силовую цепь. Они имеют сквозные отверстия диаметром 10–12 мм для болтового соединения с клеммами силовых проводов. Кроме того, имеются резьбовые отверстия диаметром 4–5 мм для независимого подключения проводов к измерительному прибору.

Пайка серебряным припоем манганиновой пластины к медным наконечникам обеспечивает очень малое (по сравнению с R_{III}) переходное сопротивление в зоне пайки. Медные наконечники большой толщины имеют очень низкое сопротивление по всему своему объему, что обеспечивает пренебрежимо малое падение напряжения между точкой контакта провода измерительного прибора и зоной пайки манганиновой пластины с медным наконечником. Такая «четырёхзажимная» конструкция шунта позволяет разделить силовую и измерительную цепи, вывести контактные сопротивления из контура измерения и подключить ИП практически непосредственно к концам манганиновой пластины, т.е. собственно шунта, несмотря на наличие контактных сопротивлений R_K (рис. 3.5).

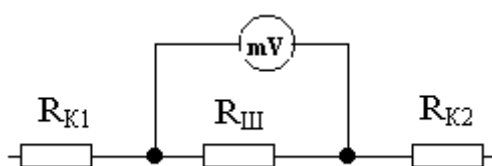


Рис. 3.5. Измерительная схема 2


«Четырёхзажимный» шунт в схемах обозначается как: , а в цепь включается по схеме, приведенной на рис. 3.6.



Рис. 3.6. Включение в цепь «четырёхзажимного шунта»

Таблица 3.1

Основные свойства манганина и константана

Материал	Удельное сопротивление Ом·мм/м	Температурный коэффициент сопротивления α (ТКР) при $t=0-100$ °С	T_{MAX} , °С
Константан (58.8 % – Cu; 40 % – Ni; 1.2 % – Mn)	0.44-0.52	0.00001	500
Манганин (85 % – Cu, 12 % – Mn, 3 % – Ni)	0.42-0.48	0.00003	100

Многопредельные вольтметры

Для расширения пределов измерения напряжения последовательно с ИП включается добавочное сопротивление $R_{доб}$, которое преобразует входное напряжение $U_{вх}$ в ток прибора:

$$I_{np} = \frac{u_{вх}}{R_{доб} + R_{np}}$$

Предел измерения минимального напряжения $U_{Вх}^{min}$, измеряемого вольтметром, зависит от тока полного отклонения прибора и его внутреннего сопротивления R_{np} .

$$U_{Вх}^{min} = I_{np} R_{np}$$

Для МЭ приборов ток полного отклонения I_{np} обычно составляет 50-200 μ А и более. Такие приборы позволяют создавать вольтметры с удельным входным сопротивлением $R_{Вх}^{удел} = 20 \pm 2$ кОм/V.

Схему замещения вольтметра можно представить в виде, изображенном на рис. 3.7.

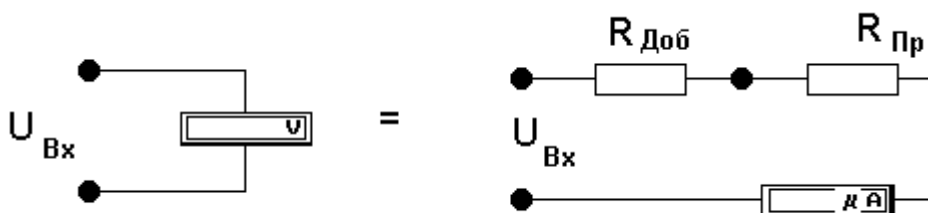


Рис. 3.7. Схема вольтметра

$$R_{доб} = \frac{U_{вх} - I_{np} R_{np}}{I_{np}};$$

$$I_{np} = \frac{u_{вх}}{R_{доб} + R_{np}}$$

В многопредельных вольтметрах используют ступенчатое включение резисторов (рис. 3.8).

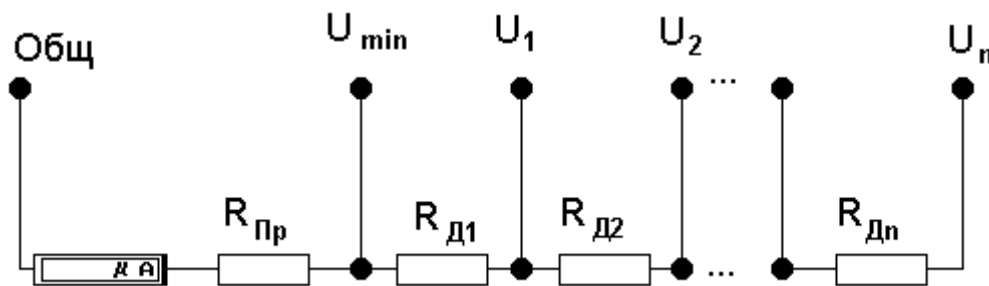


Рис. 3.8. Схема многопредельного вольтметра

Добавочные резисторы $R_{доб}$ изготавливают из манганина или константана (см. табл. 3.1). Они могут быть внутренними (до $U_{ex} = 600$ В) или наружными (до $U_{ex} = 1500$ В). Наружные $R_{доб}$ могут быть индивидуальными и взаимозаменяемыми на номинальные токи 0,5; 1; 3; 7,5; 15; и 30 мА.

МЭ вольтметры имеют равномерную шкалу, высокую точность и чувствительность, но малое $R_{вн}$. Диапазон измерений составляет от μ В до 1,5 кВ.

Для уменьшения входного напряжения U_{ex} в строго определённое число раз применяют делители напряжения. Для постоянного тока используют резистивные делители, а для переменного тока резистивные или емкостные (рис. 3.9).

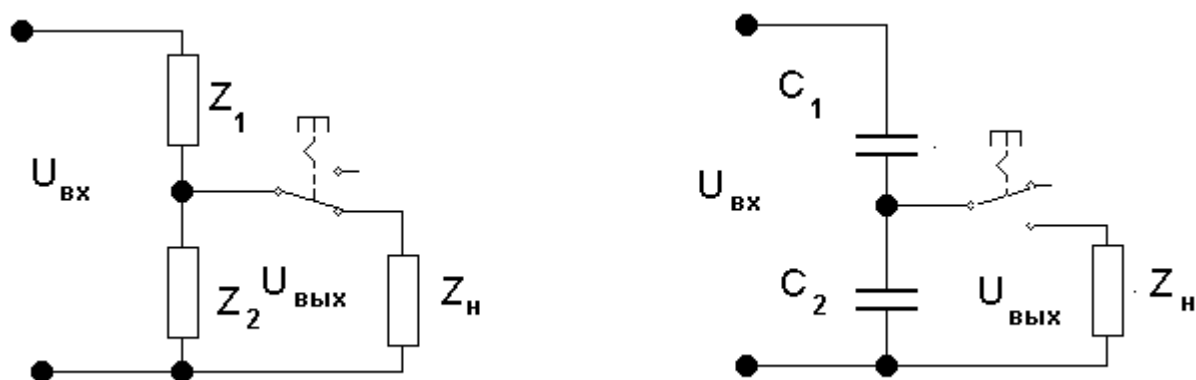


Рис. 3.9. Схемы делителей напряжения

Коэффициент деления $K_{\partial} = \frac{u_{вых}}{u_{ex}} = \frac{z_2}{z_1 + z_2}$ при $R_{н} \rightarrow \infty$. Подключение

нагрузки изменяет K_{∂} , так как $z_2 // z_{н} < z_2$, следовательно, надо, чтобы сопротивление нагрузки было много больше сопротивления делителя $z_{н} \gg z_2$.

Делители напряжения используют для расширения верхних пределов измерения вольтметров с большим входным сопротивлением R_{ex} . Для уменьшения или увеличения переменных токов и напряжений в строго определённое число раз с сохранением их фазы широко используются измерительные трансформаторы тока и трансформаторы напряжения. Кроме того, трансформаторы тока и напряжения позволяют гальванически развязать силовые и измерительные цепи. Трансформаторы напряжения преобразуют напряжения с коэффициентом трансформации $K_{mp}^U = \frac{U_{ex}}{U_{вых}}$. Аналогично трансформаторы тока преобразует силовой входной ток I_{ex} в ток прибора I_{np} с коэффициентом деления тока $K_{mp}^I = \frac{I_{ex}}{I_{np}}$.

Трансформаторы тока широко используются для подключения счётчиков электроэнергии с номиналом 5 А в силовые цепи много больших токов. Номинальные коэффициенты трансформации указываются на щитах или бирках трансформаторов тока или напряжения.

Пример расчета двухпредельного шунта

Ток полного отклонения в рамке измерительного механизма равен $I_{np}=0.12$ мА. Определить сопротивления шунта R_1 и R_2 для пределов измерения $I_1=5$ и $I_2=0.15$ мА, если сопротивление рамки измерительного механизма равно 125 Ом (рис. 3.10).

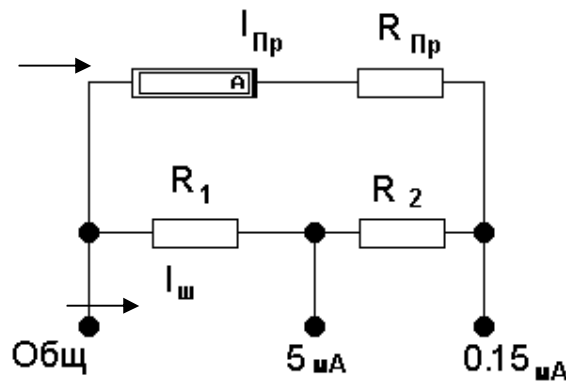


Рис. 3.10. Схема двухпредельного шунта

Решение. На пределе измерения $I_2=0.15$ мА ток протекает через оба шунта, т.е. на этом пределе суммарное сопротивление шунта равно $R_{\Sigma}=R_1+R_2$.

Учитывая, что падение напряжения на сопротивлении шунта R_{Σ} и на сопротивлении рамки прибора R_{np} одинаково, и выражая ток шунта $I_{ш}$ как $I_{ш}=I_2-I_{np}$, получим: $I_{ш}(R_1+R_2)=I_{np}R_{np}$ или

$$R_1+R_2=R_{np}\frac{I_{np}}{I_2-I_{np}}. \quad (3.2)$$

Аналогично для предела измерения $I_1=5$ мА, когда ток протекает только через шунт R_1 , а шунт R_2 включен последовательно с сопротивлением прибора R_{np} , можно записать уравнение: $R_1=(R_{np}+R_2)\frac{I_{np}}{I_1-I_{np}}.$ (3.3)

Подставляя конкретные значения параметров задания в (3.2) и (3.3) и решая эти уравнения как систему, получим (Ом):

$$R_1+R_2=125\frac{0.12}{0.15-0.12}=500;$$

$$R_1=(125+R_2)\frac{0.12}{5-0.12}=3.0738+0.02459R_2.$$

Откуда получим (Ом): $R_2=485$; $R_1=15$.

Задание 3.1

Таблица 3.2

Варианты к заданию 3.1

№	I_{np}	R_{np} , Ом	Пределы тока I	Пределы напряжения U
1	$7\mu\text{ A}$	1000	$7.5\mu\text{ A}$; 15; 30; $75\mu\text{ A}$	75; 150; 300; 750 mV
2	$7\mu\text{ A}$	1000	$150\mu\text{ A}$; 300; 750; $1500\mu\text{ A}$	1.5; 3; 7.5; 15 V
3	$7\mu\text{ A}$	1000	3A; 7.5; 15; 30 A	30; 75; 150; 300 V
4	1 mA	900	1A; 2.5; 5; 10 A	10; 25; 50; 100 V
5	10 mA	500	5A; 10; 25; 50 A	75; 150; 300; 600 V
6	0.050 mA	800	0.25; 0.5; 1; 2.5 A	30; 75; 150; 300 V
7	2.5 mA	500	5; 10; 25; 50A	15; 30; 75; 150 V
8	100 mA	300	0.3; 0.75; 1.5; 3 A	50; 100; 250 V
9	$75\mu\text{ A}$	1100	0.1; 0.25; 0.5; 1A	0.5; 1; 2.5; 5 V
10	$75\mu\text{ A}$	900	3; 7.5; 15; 30 mA	10; 25; 50; 100 V
11	0.075 mA	800	75; 150; 300; 750 mA	75; 150; 300; 600 V
12	0.15 A	300	1.5; 3; 7.5; 15A	60; 150; 300; 600 V

Рассчитать n -предельный шунт для прибора с током полного отклонения I_{np} и сопротивлением R_{np} (табл. 3.2, рис. 3.11, 3.12).

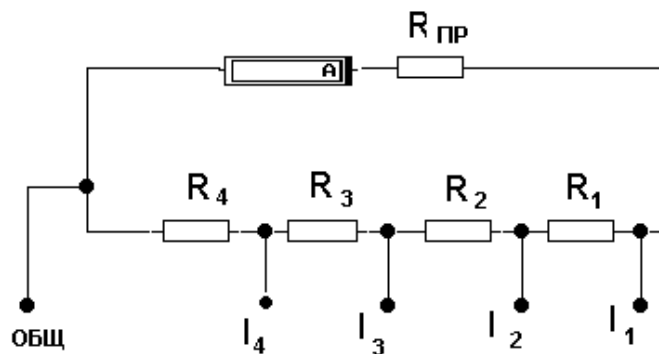


Рис. 3.11. Схема многопредельного амперметра

Рассчитать значения $R_{доб}$ для того же прибора, чтобы получить вольтметр на $U_1 \dots U_n$ В.

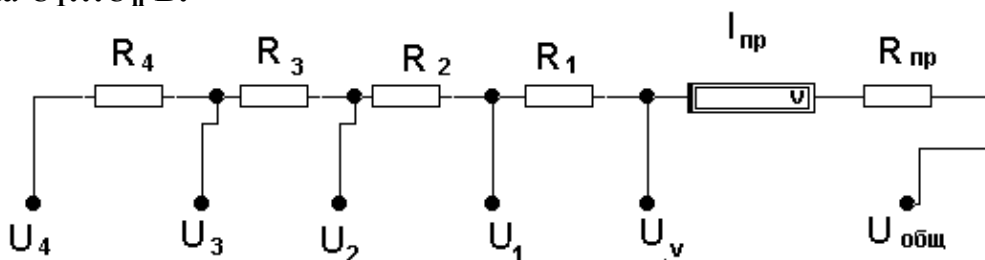


Рис. 3.12. Схема многопредельного вольтметра

Определить $U_g^{(\min)}$, которое можно измерить данным ИП.

Определить удельное внутреннее сопротивление полученного вольтметра $R_{y0} / 1 \text{ В} = R_B / U_B \text{ (Ом/В)}$.

Контрольные вопросы

1. Способы создания многопредельных ЭИП.
2. Особенности конструкции шунтов. Характеристики материалов для их изготовления.
3. Для чего шунты изготавливают «четырёхзажимными»?
4. Методы расширения пределов измерения ЭИП по току и напряжению.
5. Методы деления тока и напряжения на постоянном и переменном токе.

РАСЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ 4

Тема: обработка результатов прямых и косвенных измерений.

Цель: изучение правил обработки экспериментальных данных прямых и косвенных измерений.

Краткие теоретические сведения

Понятие оценок параметров

Для увеличения точности измерений, при наличии случайных погрешностей, следует производить не однократное наблюдение измеряемой величины, а многократное. Принято называть значение величины, полученное при отдельном наблюдении, результатом наблюдения, а среднее арифметическое группы результатов наблюдений – результатом измерения. При наличии систематических погрешностей $\Delta_{\text{сист}}$ необходимо в результаты наблюдений предварительно ввести поправки. Для этого от измеренных значений $X_i^{\text{изм}}$ надо перейти к исправленным значениям $X_i^{\text{испр}} = X_i^{\text{изм}} - \Delta_{\text{сист}}$. Как известно из теории вероятностей, этот переход всегда целесообразно выполнять потому, что либо: 1) для исправленных значений при заданном доверительном интервале $\Delta_{1,2}$ величина доверительной P_D вероятности выше, чем для неисправленных значений, мат. ожидание которых смещено относительно истинного значения X_D на величину систематической погрешности $\Delta_{\text{сист}}$; 2) при заданной доверительной вероятности P_D доверительный интервал $\Delta_{1,2}$ для исправленных значений будет меньше, чем для неисправленных значений).

В последующих расчетах будем полагать, что систематические погрешности исключены $\Delta_{\text{сист}} = 0$. В этом случае результат измерений X равен среднему арифметическому $\bar{X}(n)$ для n значений отдельных наблюдений:

$$X = \bar{X}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad (4.1)$$

где n – число измерений;

X_i – результат i -го наблюдения.

Точность измерения при одном и том же числе наблюдений будет тем выше, чем меньше рассеяны результаты отдельных наблюдений. Рассеивание результатов наблюдений характеризуется величиной σ – средним квадратическим отклонением (СКО) результатов наблюдений. При ограниченном числе наблюдений определить точное значение СКО невозможно. Наилучшее приближение к СКО (σ) называется оценкой СКО ($\bar{\sigma}(X)$). Если известно действительное значение измеряемой величины X_D , то оценка СКО результатов наблюдений находится по формуле:

$$\bar{\sigma}(X) = \sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - X_D)^2 \right)} = \sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 \right)}, \quad (4.2)$$

где $\Delta_i = X_i - X_D$.

При неизвестном X_D вместо действительного значения измеряемой величины X_D используется среднеарифметическое значение $\bar{X}(n)$, и тогда оценка определяется по формуле:

$$\bar{\sigma}(X) = \sqrt{\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}(n))^2 \right)} = \sqrt{\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n U_i^2 \right)}. \quad (4.3)$$

Здесь U_i – случайное отклонение результата наблюдений от среднеарифметического значения $\bar{X}(n)$.

$$U_i = X_i - \bar{X}(n) \quad (4.4)$$

Иногда U_i называют остаточной погрешностью.

Аналогично можно охарактеризовать рассеивание *результатов измерений*. С этой целью вводится параметр $\bar{S}(\bar{X})$, называемый оценкой СКО результатов измерения. Введение этой оценки обусловлено тем, что практически мы вычисляем оценку СКО $\bar{\sigma}(X)$ и среднее значение

$\bar{X}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ на основе конечного числа результатов измерений. Оно отличается от истинного, действительного значения X_D , (за которое, при отсутствии систематической погрешности, принимается мат. ожидание при $n \rightarrow \infty$), на величину $\lambda_i = \bar{X}(n) - X_D$, которая также является случайной величиной и может меняться при добавлении следующих результатов измерений: $(n+1)$, $(n+2)$ $(n+k)$. Добавление этих данных гораздо меньше изменяет $\bar{X}(n)$ и при $n \rightarrow \infty$ $\lambda \rightarrow 0$, а $\bar{X}(n)$ стремится к матожиданию.

Если случайные погрешности отдельных результатов измерения подчиняются НЗР, то и погрешности средних значений их повторных рядов также подчиняются НЗР, но уже с другим рассеиванием (дисперсией). Рассеивание средних значений меньше, чем рассеивание результатов отдельных измерений.

Оценки СКО результатов измерений и наблюдений связаны соотношением: $\bar{S}(\bar{X}) = \bar{\sigma}(X) \frac{1}{\sqrt{n}}$. (4.5)

Таким образом, СКО результатов измерений $\bar{S}(\bar{X})$ с ростом числа наблюдений в группе уменьшается в \sqrt{n} раз (рис. 4.1). Например, при 9 наблюдениях СКО результата измерений будет втрое меньше, чем при однократном наблюдении, поэтому при точных измерениях обычно производятся многократные наблюдения.

Оценка $\bar{S}(\bar{X})$ лишь косвенно характеризует погрешность результата измерений. Однако связь между $\bar{S}(\bar{X})$ и погрешностью неоднозначна и зависит от числа наблюдений n (см. рис. 4.1), а так же от функции распределения случайных погрешностей. Более наглядной и информативной характеристикой погрешности является значение ее доверительных границ.

Доверительные границы случайной погрешности результата измерений $\Delta_{1,2}$ — это границы интервала, накрывающего с заданной вероятностью P_D случайную погрешность измерения.

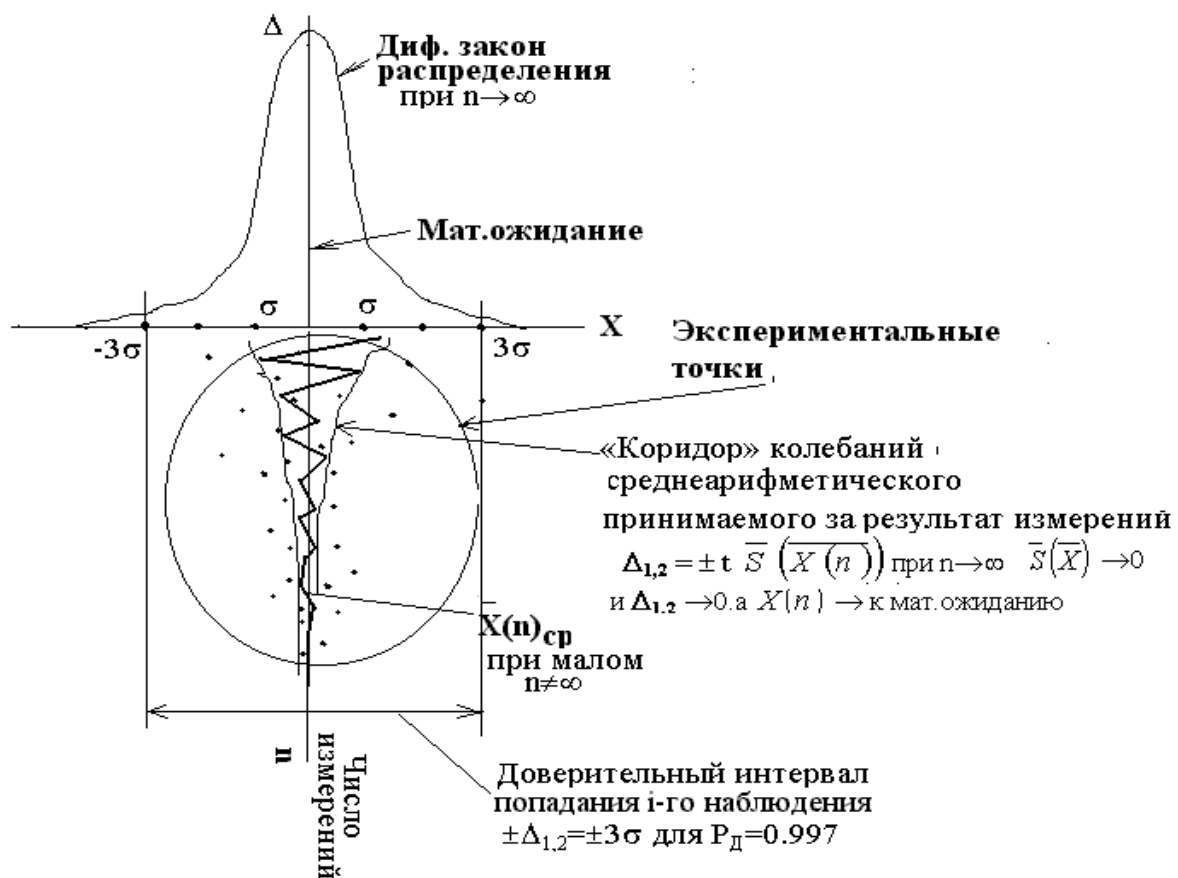


Рис. 4.1. Понятие точечных и интервальных оценок

При НЗР случайных погрешностей доверительные границы связаны с оценкой СКО результата измерений соотношением:

$$\Delta_{1,2} = \pm t \bar{S}(\bar{X}), \quad (4.6)$$

где t — коэффициент Стьюдента, который зависит от двух параметров: числа наблюдений n в группе выбранной доверительной вероятности P_D . Рекомендуется вероятность P_D принимать равной 0.95, а в особо ответственных случаях $P_D = 0.99$ и выше.

Рассмотренные выше оценки результата измерения, выражаемые одним числом, называются точечными оценками. Например: $X_D = \bar{X}$ или

$$\bar{S}(\bar{X}) = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n V_i}{n(n-1)} \right)}. \quad (4.7)$$

Точечная оценка погрешности измерения неполная, поскольку она указывает на границы интервала, в котором может находиться значение X_D , но ничего не говорит о вероятности попадания X_D в этот интервал. Точечная оценка позволяет сделать лишь некоторые выводы о точности проведенных измерений.

При интервальной оценке определяется доверительный интервал $\pm \Delta_{1,2}$, между границами которого с определенной вероятностью P_D находится истинное значение оцениваемого параметра (например, действительное значение X_D). Задавшись значением доверительной вероятности P_D при НЗР и $n \rightarrow \infty$ определяют интервал (в долях σ):

$$\Delta_{1,2} = k\sigma. \quad (4.8)$$

Полезно помнить следующие значения k для НЗР для различных значений P_D (табл. 4.1) для $n \rightarrow \infty$.

Таблица 4.1

Значения k для НЗР для различных значений P_D для $n \rightarrow \infty$

P_D	0.5	0.68	0.95	0.98	0.99	0.997
k	0.667	1	2	2.33	2.58	3

Если число измерений ограничено ($n \neq \infty$), то значение СКО σ заменяется его оценкой $\bar{\sigma}(X)$, определяемой по формуле (4.3). При малом числе измерений n значения доверительного интервала $\pm \Delta_{1,2} = \pm k\sigma$ корректируются с помощью распределения Стьюдента по формуле:

$$\pm \Delta_{1,2} = \pm t \bar{\sigma}(X) \quad (4.9)$$

Как видно из табл. 4.2, границы доверительного интервала расширяются по мере уменьшения числа наблюдений n . С ростом n коэффициент Стьюдента t стремится к своему теоретическому значению k (для $n \rightarrow \infty$) при заданной P_D .

Таблица 4.2

Значения коэффициентов Стьюдента для $P_D = 0.95$ и $P_D = 0.99$

Число наблюдений n	Значения коэффициента t при P_D		Число наблюдений n	Значения коэффициента t при P_D	
	0.95	0.99		0.95	0.99
2	12.71	63.7	13	2.18	3.06
3	4.30	9.92	14	2.16	3.01
4	3.18	5.84	15	2.14	2.98
5	2.77	4.60	16	2.13	2.95
6	2.57	4.03	17	2.12	2.92
7	2.45	3.71	18	2.11	2.90
8	2.36	3.50	19	2.10	2.88
9	2.31	3.36	20	2.09	2.86
10	2.26	3.25	25	2.06	2.80
—	—	—	∞	1.98	2.58

Остановимся более подробно на понятии интервальных оценок.

Здесь необходимо понимать принципиальную разницу между доверительными интервалами, определенными по формулам (4.6) и по (4.9) или (4.8), хотя эти формулы внешне почти одинаковы.

Смысл доверительного интервала $\pm \Delta_{1,2} = \pm t \bar{\sigma}(X)$, определенного по формуле (4.9) для $n \neq \infty$ и стремящегося к $\pm \Delta_{1,2} = \pm k\sigma$ при $n \rightarrow \infty$, состоит в том, что с заданной вероятностью P_D результат i -го наблюдения попадет в доверительный интервал $\pm \Delta_{1,2}$, который с ростом n не меняется, так как $\bar{\sigma}(X) \rightarrow \sigma$.

Смысл доверительного интервала $\Delta_{1,2} = t \bar{S}(\bar{X})$ состоит в том, что результат измерения, за который принимается среднеарифметическое значение $\bar{X}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, попадет с заданной вероятностью P_D в этот доверительный интервал, который с ростом n бесконечно сужается вокруг мат. ожидания, к которому стремится среднеарифметическое. Рассчитанный по формуле (4.6) интервал $\Delta_{1,2}$ указывает лишь «коридор» колебаний $\bar{X}(n)$ при малом числе измерений n , который стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$, когда среднее арифметическое $\bar{X}(n)$ стремится к мат. ожиданию, а $\bar{S}(\bar{X}) \rightarrow 0$ и $\Delta_{1,2} \rightarrow 0$ (см. рис. 4.1).

Запись результата измерения выглядит так:

$$X_D = \bar{X} \pm \Delta_{1,2}, \quad (4.10)$$

где $\Delta_{1,2} = t \bar{S}(\bar{X})$ означает, что итог измерения не есть одно определенное число. В результате измерения мы получаем лишь некую «полосу значений измеряемой величины с несколько расплывчатыми границами».

Суть описанной ситуации прекрасно передал П.М. Тиходеев в своей книге «Очерки об исходных измерениях» (М.: Машгиз, 1954). Он писал: «Смысл итога измерений, например $L=20,00\pm 0,05$, заключается не в том, что $L=20,00$, как для простоты считают и как это чаще всего приходится с неизбежностью принимать для последующего применения и расчетов; смысл в том, что истинное значение лежит где-то в границах от 19,95 до 20,05 и вовсе необязательно, чтобы оно лежало в середине, а не где-нибудь с краю. К тому же нахождение внутри границ имеет некоторую вероятность, меньшую чем единица, и, следовательно, нахождение вне границ не исключено, хотя и может быть очень маловероятным».

Пример. Произведено четырехкратное измерение сопротивления катушки. Определить результат измерения и доверительную границу погрешности результата измерения при $P_D = 0.99$ (табл. 4.3).

Таблица 4.3

Результат наблюдения, Ом	Отклонения результата наблюдений, Ом	Квадраты отклонения результата наблюдений, Ом ²
100.078	-0.0008	$64 \cdot 10^{-8}$
100.0084	-0.0002	$4 \cdot 10^{-8}$
100.0087	+0.0001	$1 \cdot 10^{-8}$
100.0095	+0.0009	$81 \cdot 10^{-8}$
$\bar{X} = 100.0095$	$\sum_{i=1}^4 V_i = 0$	$\sum_{i=1}^4 V_i^2 = 150 \cdot 10^{-8}$

Решение

1. Определяем среднеарифметическое четырех наблюдений по формуле:

$$\bar{X}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = 100.0086 \text{ Ом.}$$

2. Находим случайные отклонения результатов наблюдений по формуле $U_i = X_i - \bar{X}(n)$. Для самопроверки определяем сумму случайных отклонений. Она всегда должна равняться нулю.

3. Возводим случайные отклонения в квадрат и находим их сумму:

$$\sum_{i=1}^4 V_i^2 = 150 \cdot 10^{-8} \text{ (Ом}^2\text{)}.$$

4. Находим оценку результата СКО по формуле (4.3). Получаем:

$$\overline{\sigma}(X) = \sqrt{\left(\frac{1}{4-1} \cdot 150 \cdot 10^{-8}\right)} = 7.1 \cdot 10^{-4} \text{ (Ом)}.$$

5. Определяем оценку СКО результата измерения по формуле (4.5).
Получаем:

$$\overline{S}(\overline{X}) = \frac{7.1 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{4}} = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ (Ом)}.$$

6. По табл. 4.2 значений коэффициента Стьюдента для $n=4$ и $P_D=0.99$ находим $t=5.84$.

7. Определяем доверительные границы погрешности результата измерения по формуле (4.6). Получаем: $\Delta_{1,2} = \pm 5.84 \cdot 3.6 \cdot 10^{-4} = \pm 0.0021 \text{ (Ом)}$.

Результат измерения записываем в виде: $R=100.0086 \pm 0.0021 \text{ (Ом)}$ при $P_D=0.99$.

Если бы мы задались меньшей доверительной вероятностью, например $P_D=0.95$, то получили бы несколько другой доверительный интервал. В этом бы случае найденный по табл. 4.2 коэффициент Стьюдента для $n=4$ и $P_D=0.95$ был бы равен $t=3.18$ и доверительный интервал $\Delta_{1,2}$ равнялся бы величине $\Delta_{1,2} = \pm 3.18 \cdot 3.6 \cdot 10^{-4} = \pm 0.0011 \text{ (Ом)}$. Результат измерения запишется в виде: $R=100.0086 \pm 0.0011 \text{ (Ом)}$ при $P_D=0.95$.

Промахи

Грубой погрешностью или промахом называется погрешность, существенно превышающая ожидаемую при данных условиях.

Выявление промахов необходимо провести до ! определения погрешностей измерений. Эта операция особенно целесообразна в том случае, если среди ряда измерений встречаются отдельные, резко отличные от других, значения.

Промахи возникают, как правило, из-за неверных действий оператора, но могут также явиться результатом неисправности используемых СИ. Во всех случаях промахи не являются характеристикой измерения, и для избежания значительных искажений результатов их необходимо отбросить.

Для объективного решения вопроса, является ли промахом какой-либо результат измерения, применяются специальные методы. Наибольшее распространение получили два из них: метод (критерий) 3σ и табличный метод (критерий Грэббса).

В основу метода положено то обстоятельство, что при нормальном распределении случайных величин их рассеивание около среднего арифметического с вероятностью 0.997 не превосходит величины $\pm 3\sigma$. Этот вывод следует непосредственно из рассмотрения НЗР. Иначе говоря, принято считать, что результаты , вероятность получения которых меньше 0.003,

могут появиться только как следствие грубых ошибок (промахов). Для обнаружения промахов по методу 3σ необходимо выполнить следующие операции:

1. Подсчитать среднее арифметическое значение ряда измерений:

$$\bar{X}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i.$$

2. Подсчитать оценку СКО:

$$\bar{\sigma}(X) = \sqrt{\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}(n))^2 \right)} = \sqrt{\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n U_i^2 \right)}.$$

3. Найти по абсолютной величине разность A между предполагаемым промахом X_{np} и средним арифметическим значений ряда измерений $\bar{X}(n)$:

$$A = |X_{np} - \bar{X}(n)|.$$

4. Сравнить A с $3\bar{\sigma}(X)$. Если $A < 3\bar{\sigma}(X)$, то величина X_{np} не является промахом, и ее следует оставить в ряду измерений. Если $A > 3\bar{\sigma}(X)$, то величина X_{np} с вероятностью 0.997 является промахом, и ее следует отбросить.

Используя метод 3σ , следует помнить, что существует очень малая, но отличная от нуля вероятность того, что отброшенный результат наблюдения является не промахом, а естественным статистическим отклонением. Причем эта вероятность возрастает с уменьшением числа измерений. Например, при числе измерений $n=10$ вероятность того, что хотя бы один результат наблюдения отличается от среднеарифметического $\bar{X}(n)$, принимаемое за результат измерения, на величину 3σ , будет уже не 0.003, а приблизительно 0.03, то есть в 10 раз больше.

Таким образом, правило 3σ просто и удобно, но дает хорошие результаты лишь при большом числе измерений. При малом числе измерений рекомендуется использовать табличный метод.

В основу этого метода положено то обстоятельство, что при малом числе измерений результаты эксперимента уже не подчиняются НЗР, а среднее арифметическое $\bar{X}(n)$ ряда измерений и СКО $\bar{\sigma}(X)$ становятся функциями от числа измерений. На этом основании, используя результаты, даваемые теорией вероятностей, составлены специальные таблицы (см. табл. 4.5–4.7).

В таблицу 4.5 помещены значения некоторых табличных коэффициентов W_t , подсчитанные в зависимости от доверительной вероятности P_δ и числа измерений n . Коэффициенты W_t являются по сути отношением доверительных интервалов $\Delta_{1,2}$, соответствующих выбранной доверительной вероятности P_δ , к СКО σ (т.е. W_t эквивалентен коэффициенту Стьюдента t).

$$W_t = \Delta_{1,2} / \sigma$$

При практическом применении табличного метода выполняются следующие операции:

1. Подсчитывают $\bar{X}(n)$ и $\bar{\sigma}(X)$ для данного ряда измерений с учетом предполагаемого промаха X_{np} .

2. Для предполагаемого промаха X_{np} определяют W_{np} :

$$W_{np} = \left| \frac{X_{np} - \bar{X}(n)}{\bar{\sigma}(X)} \right|.$$

3. По специальной таблице 4.5 в зависимости от проведенного числа измерений n и принятой доверительной вероятности P_δ находится величина табличного коэффициента W_t .

4. Проводится сравнение величины W_{np} для предполагаемого промаха, полученной по экспериментальным данным, с табличной величиной W_t .

Если выполняется условие $W_{np} < W_t$ то величина X_{np} не является промахом, и ее следует оставить в ряду измерений. Если $W_{np} > W_t$, то величина X_{np} с принятой доверительной вероятностью P_δ является промахом, и ее следует отбросить.

После выявления и исключения промахов подсчитываются новые значения $\bar{X}(n)$ и $\bar{\sigma}(X)$, и уже эти новые значения участвуют в расчетах.

Пример. Проверить, нет ли грубых погрешностей в данных табл. 4.3.

Определим границы доверительного интервала:

$$\Delta_{1,2} = 3\bar{\sigma}(X) = 3 \cdot 7.1 \cdot 10^{-4} = 21.3 \cdot 10^{-4} \quad (\text{Ом}).$$

Поскольку максимальное случайное отклонение результата наблюдения составляет $9 \cdot 10^{-4}$ Ом, т.е. меньше $21.3 \cdot 10^{-4}$ Ом, то нет оснований для исключения этого результата.

Необходимое число измерений

Для увеличения достоверности результата измерения могут быть использованы два пути: улучшение точности измерений за счет улучшения измерительных приборов и увеличение числа измерений. Рассмотрим последний прием, считая, что все возможности совершенства техники уже использованы.

Однако сами погрешности (и систематическая и случайная) от числа измерений непосредственно не зависят. От числа измерений непосредственно зависят погрешности погрешностей и соответствующие доверительные интервалы, т.е. при увеличении числа измерений уменьшаются такие величины, как ΔX_{cp} , $\Delta \sigma$, $\Delta(\Delta_{сум} \square \square \square)$, $\Delta(\Delta_{сл} \square)$. Последнее дает возможность с большим основанием вводить поправку в результаты измерения.

Отметим, что уменьшать погрешность погрешностей целесообразно до тех пор, пока общая погрешность измерений не будет значительно превосходить соответствующую погрешность погрешности. Для этого необходимо, чтобы доверительный интервал $\Delta_{1,2}$, определенный с выбранной доверительной вероятностью P_δ , был существенно меньше величины по-

грешности измерений. Обычно в этих случаях сравнивают между собой погрешность среднего арифметического значения ΔX_{cp} и систематическую погрешность $\Delta_{сист}$ и добиваются, чтобы $\Delta X_{cp} \ll \Delta_{сист}$.

На практике обычно считают, что это условие выполняется, если ΔX_{cp} составляет примерно одну десятую от $\Delta_{сист}$. Иногда удовлетворяются гораздо менее жесткими требованиями:

$$\Delta X_{cp} < 1/5 \Delta_{сист} \quad \text{или} \quad \text{даже} \quad \Delta X_{cp} < 1/3 \Delta_{сист}.$$

Уравнение распределения Стьюдента, по которому погрешность среднего арифметического $\pm \Delta_{1,2}$ или $\pm \Delta X_{cp}$ определяется по формуле выглядит так:

$$\pm \Delta_{1,2} = \pm \Delta \bar{X}_{cp} = \pm t \bar{S}(\bar{X}) = \pm t \bar{\sigma}(\bar{X}) \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Оно позволяет решить и обратную задачу, т.е. по заданным величинам $\pm \Delta X_{cp}$, t и σ найти соответствующее им число измерений n . Правда, решение обратной задачи с помощью таблицы приходится вести методом последовательных приближений, задаваясь различными значениями n . Необходимость этого обусловлена тем, что коэффициент Стьюдента t , для определения которого составлены таблицы, зависит не только от P_δ , но и от n . Для облегчения решения обратной задачи составлены свои специальные таблицы, в которых приводится необходимое число измерений n для получения относительной ошибки $W_t = \Delta X_{cp} / \sigma$ в зависимости от требуемой P_δ .

Определение минимально необходимого числа измерений n для получения с выбранной P_δ заданной погрешности $\bar{S}(\bar{X})$ или ΔX_{cp} , $\Delta_{1,2}$ среднего арифметического проводится в такой последовательности:

1. В исследуемой точке шкалы прибора проводят 10-20 измерений и находят величины $X_{cp} = \bar{X}(n)$ и $\bar{\sigma}(X)$.

2. Находят отношение $W_t = \Delta X_{cp} / \sigma$, где ΔX_{cp} — заданная погрешность арифметического среднего $X_{cp} = \bar{X}(n)$, принимаемого за результат измерения ΔX_{cp} равноценно доверительному интервалу $\Delta_{1,2}$.

3. По заданным W_t и ΔX_{cp} или $\Delta_{1,2}$ находится минимально необходимое число измерений n_1 .

Полученное таким образом n_1 является первым приближением. Для получения второго приближения надо провести n_1 измерений и повторить все необходимые расчеты, как показано выше. Если полученное n_1 меньше числа предварительно проведенных измерений, то второго приближения делать не следует.

Из всего изложенного выше можно заключить, что увеличением числа измерений можно устранить влияние случайных воздействий на результат измерений только в том случае, если СКО σ всего лишь в несколько раз превосходит систематическую погрешность. Реально это возможно, если $\sigma < 5 \Delta_{сист}$. При больших значениях σ для получения удовлетворительных результатов уже требуются сотни и тысячи измерений, что практически не выполнимо.

Погрешности косвенных измерений

При косвенных измерениях искомое значение величины Y находится на основании функциональной математической зависимости, связывающей эту величину с несколькими величинами (X_1, X_2, \dots, X_n), измеряемыми прямыми методами:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n).$$

Абсолютная погрешность результата косвенных измерений определится

$$\text{как } \Delta Y = \sqrt{\left(\left(\frac{dY}{dX_1}\right)^2 \Delta X_1^2 + \left(\frac{dY}{dX_2}\right)^2 \Delta X_2^2 + \dots + \left(\frac{dY}{dX_n}\right)^2 \Delta X_n^2\right)}. \quad (4.11)$$

Относительная погрешность результата измерения определится как

$$\begin{aligned} \gamma_Y = \frac{\Delta Y}{Y} &= \sqrt{\left(\left(\frac{\Delta X_1}{Y}\right)^2 \left(\frac{dY}{dX_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta X_2}{Y}\right)^2 \left(\frac{dY}{dX_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\Delta X_n}{Y}\right)^2 \left(\frac{dY}{dX_n}\right)^2\right)} = \\ &= \sqrt{\gamma_{X_1}^2 + \gamma_{X_2}^2 + \dots + \gamma_{X_n}^2}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

где $\gamma_{X_1}, \gamma_{X_2}, \dots, \gamma_{X_n}$ — частные относительные погрешности косвенных измерений.

Если результаты прямых измерений X_i определены со среднеквадратичными погрешностями σ_{X_i} , то

$$\sigma_Y = \sqrt{\left(\frac{dY}{dX_1}\right)^2 \sigma_{X_1}^2 + \left(\frac{dY}{dX_2}\right)^2 \sigma_{X_2}^2 + \dots + \left(\frac{dY}{dX_n}\right)^2 \sigma_{X_n}^2}, \quad (4.13)$$

где $\left(\frac{dY}{dX_i}\right) \sigma_{X_i}$ — частные погрешности косвенного измерения.

В табл. 4.4 приведены значения абсолютных и относительных погрешностей измерения для наиболее часто встречающихся функций.

Таблица 4.4

Основные функции

Функция Y	Погрешности	
	Абсолютная ΔY	Относительная $\Delta Y/Y = \gamma_Y$
$X_1 + X_2$	$\pm \sqrt{(\Delta X_1)^2 + (\Delta X_2)^2}$	$\pm \sqrt{\frac{(\Delta X_1)^2 + (\Delta X_2)^2}{(X_1 + X_2)^2}}$
$X_1 \times X_2$	$\pm \sqrt{X_1^2 (\Delta X_2)^2 + X_2^2 (\Delta X_1)^2}$	$\pm \sqrt{\left(\frac{\Delta X_1}{X_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta X_2}{X_2}\right)^2}$
$\frac{X_1}{X_2}$	$\pm \frac{1}{X_2^2} \sqrt{X_1^2 (\Delta X_2)^2 + X_2^2 (\Delta X_1)^2}$	$\pm \sqrt{\left(\frac{\Delta X_1}{X_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta X_2}{X_2}\right)^2}$
X^n	$\pm n X^{n-1} \Delta X$	$\pm n \left(\frac{\Delta X}{X}\right)$

Необходимо понимать, что все вышесказанное относится только к случайной составляющей $\Delta_{случ}$ суммарной погрешности $\Delta_{\Sigma} = \Delta_{метод} + \Delta_{случ}$ косвенных измерений (а именно — к приборной составляющей суммарной погрешности) и не затрагивает методическую (или систематическую) составляющую, которая в общем виде определяется по формуле:

$$\Delta_{метод} = \frac{X_{изм} - X_{ист}}{X_{ист}} 100\% . \quad (4.14)$$

Так, например, при измерении косвенным методом «амперметра – вольтметра» электрической мощности $P=U I$ или сопротивления $R = \frac{U}{I}$ неизбежны методические составляющие погрешности $\Delta_{метод}$, обусловленные неидеальностью используемых приборов ($R_A \neq 0, R_B \neq \infty$).

Эти методические составляющие суммарной погрешности могут значительно превышать случайные (или приборные) составляющие $\Delta_{случ}$, поэтому их величины необходимо всегда оценивать.

Схема измерения мощности и сопротивления методом «амперметра-вольтметра» имеет варианты, приведенные на рис. 4.2.

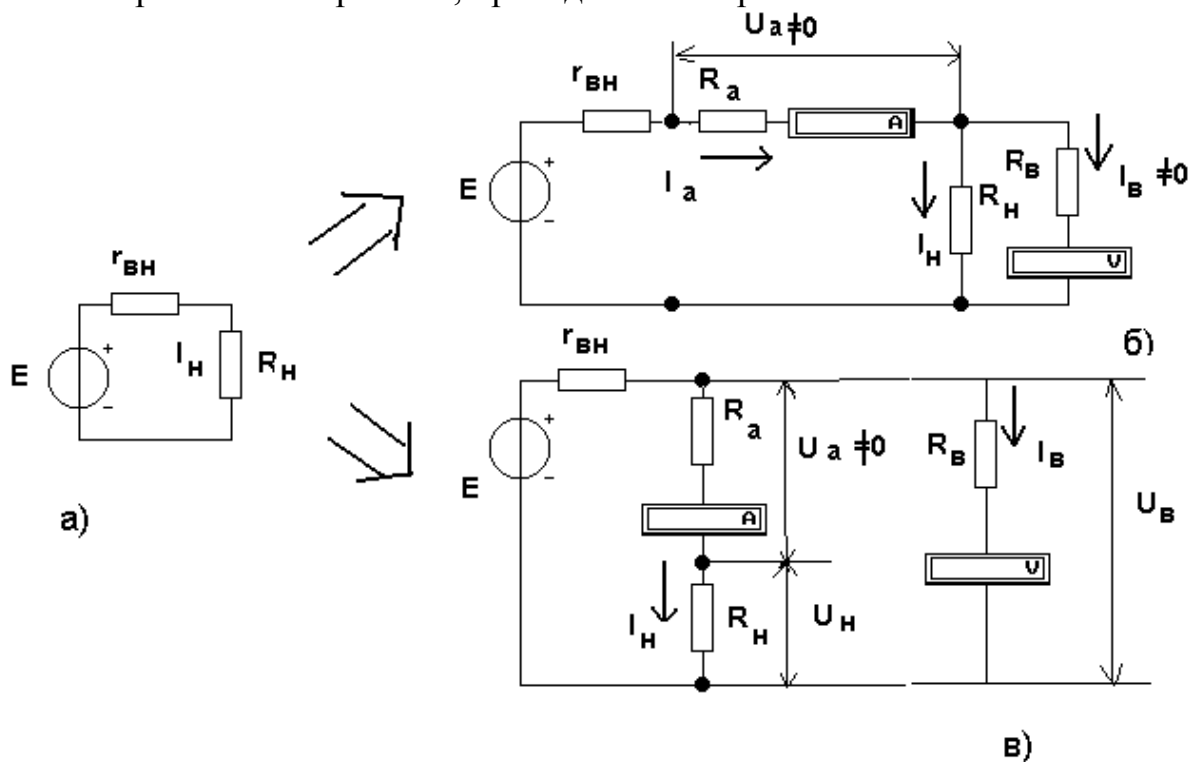


Рис. 4.2. Схема измерения мощности и сопротивления методом «амперметра-вольтметра»

Для схемы на рис. 4.2, б $I_H^{изм} = I_A = I_H + I_B > I_H^{ист}$, следовательно $P^{изм} > P^{ист}$, и методическая погрешность измерения мощности $\Delta_{метод}^P = \frac{P_{изм} - P_{ист}}{P_{ист}} \neq 0$.

Аналогично для измерения сопротивления:

$$R_{изм} = \frac{U_H}{I_{изм}} = \frac{R_H R_B}{R_H + R_B} < R_{ист} = \frac{U_H}{I_H} = R_H,$$

$$\Delta_{метод}^R = \frac{R_{изм} - R_{ист}}{R_{ист}} = -\frac{R_H}{R_H + R_B} \neq 0. \quad (4.15)$$

Для схемы на рис. 4.2, в $U_H^{изм} = U_H + \Delta U_A > U_H$, где $\Delta U_A = I R_A$, следовательно $P_{изм} > P_{ист}$; $\Delta_{метод}^P = \frac{P_{изм} - P_{ист}}{P_{ист}} \neq 0$;

$$R_{изм} = R_H + R_A > R_H;$$

$$\Delta_{метод}^R = \frac{R_{изм} - R_{ист}}{R_{ист}} = \frac{R_A}{R_H} \neq 0. \quad (4.16)$$

Поясним вышесказанное примером.

Пример. Обработать результаты косвенных измерений сопротивления резистора по показаниям амперметра $I = 0.1$ А и вольтметра $U = 100$ В. Известны данные приборов: конечные значения шкал приборов $I_{max} = 0.1$ А; $U_{max} = 150$ В и классы точности приборов: $\gamma_A = 1.0$ % и $\gamma_B = 1.0$ %.

Как известно, сопротивление определяется по формуле $R_{изм} = \frac{U_{изм}}{I_{изм}}$, т.е. функциональная зависимость косвенных измерений сопротивления типа $Y = \frac{X_1}{X_2}$. Из табл. 4.4 определяем величину абсолютной погрешности измерения сопротивления

$$\Delta R = \pm \sqrt{\frac{I^2 (\Delta U)^2 + U^2 (\Delta I)^2}{I^4}} = \pm 18 \text{ (Ом)}, \text{ где аб-}$$

солютные погрешности $\Delta U = \frac{U_{max} \gamma_B \%}{100 \%} = \frac{150 \cdot 1.0 \%}{100 \%} = 1.5 \text{ (В)}$ и

$$\Delta I = \frac{I_{max} \gamma_A \%}{100 \%} = \frac{0.1 \cdot 1.0 \%}{100 \%} = 0.001 \text{ (А)}$$

определяются по данным приборов.

Результат измерения должен быть записан в виде: $R_H = 1000 \pm 18$ (Ом).

Этот результат получен в предположении, что $R_A \rightarrow 0$, $R_B \rightarrow \infty$, т.е. для идеальных приборов.

Относительная погрешность измерения сопротивления составит

$$\gamma_{отн} = \pm \frac{\Delta R}{R} = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} = \pm 0.018 \text{ или } 1.8 \text{ \%}.$$

Однако это только приборная (или случайная) составляющая суммарной погрешности $\Delta_\Sigma = \Delta_{метод} + \Delta_{случ}$. Для определения методической составляющей необходимо знать параметры реальных приборов ($R_A \neq 0$, $R_B \neq \infty$).

Продолжим рассмотрение числового примера.

Пусть проведенные выше измерения R_H с результатом $R_H = 1000 \pm 18$ Ом получены не в предположении идеальности приборов, ($R_A \rightarrow 0$, $R_B \rightarrow \infty$)

(рис. 4.3), а при практических измерениях R_H в схеме (рис. 4.4), когда $E = 11$ В, $r_{BH}=100$, $R_A=100$, $R_B=10$ – вполне реальные практические значения параметров электромеханических измерительных приборов для таких уровней токов и напряжений. Определим величину измеренного значения $R_{изм}$, которую мы получим по показаниям приборов.

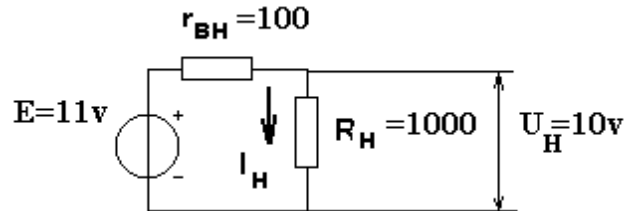


Рис. 4.3. Схема контура без приборов

$$I_H^{ист} = \frac{E}{r_{BH} + R_H} = \frac{11}{11} = 1(\text{mA}), \quad U_H^{ист} = \frac{ER_H}{r_{BH} + R_H} = 10(\text{V}), \quad R_H = 1000 \text{ – это}$$

истинные значения электрических параметров в контуре до включения приборов.

После включения измерительных приборов в контур (например, по схеме рис. 4.2, б) вышеуказанные истинные параметры изменятся и примут новые значения, называемые измеренными.

Схема контура примет вид, показанный на рис. 4.4.

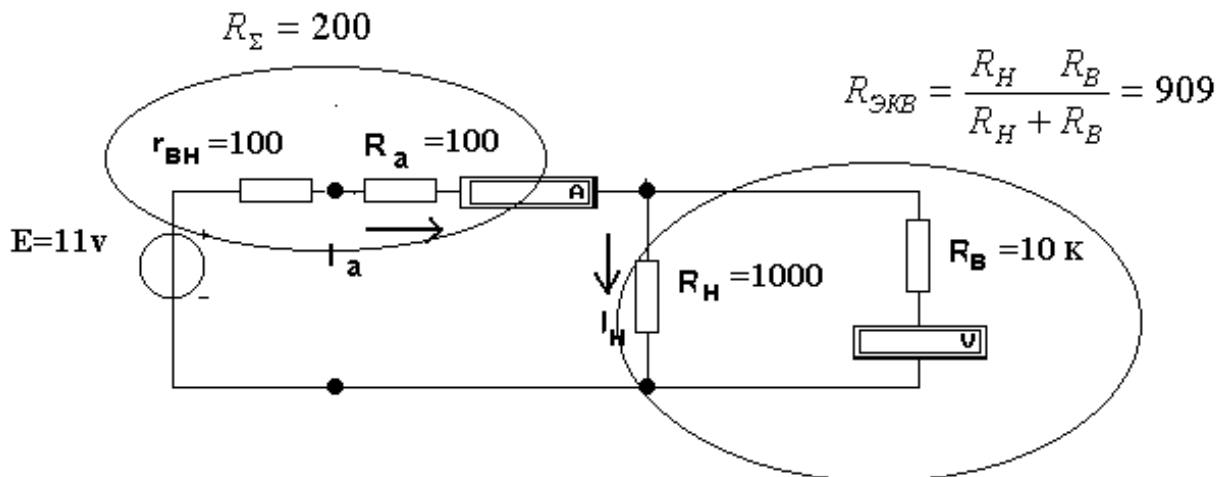


Рис. 4.4. Схема контура при включении приборов

$$R_{ЭКВ} = \frac{R_H R_B}{R_H + R_B} = 909, \quad R_{\Sigma} = 200$$

$$I_H^{изм} = \frac{E}{R_{\Sigma} + R_{ЭКВ}} = \frac{11}{200 + 909} = 9,919(\text{mA})$$

$$U_H^{ИЗМ} = \frac{ER_{ЭКВ}}{R_{\Sigma} + R_{ЭКВ}} = \frac{11 \cdot 909}{200 + 909} = 9.02 \text{ (v)}$$

$$R_{ИЗМ} = \frac{U_H^{ИЗМ}}{I_H^{ИЗМ}} = \frac{9.02}{9.919} = 909 \text{ (Ом)}$$

Такой будет совокупность измеренных электрических параметров в контуре при наличии измерительных приборов.

При этом методическая погрешность измерения сопротивления составит: $\Delta_{метод}^R = \frac{R_{изм} - R_{ист}}{R_{ист}} 100\% = \frac{909 - 1000}{1000} 100\% \approx -9.1\%$ т.е. примерно в 5 раз больше приборной!

Однако если величина методической погрешности известна (из расчетов), всегда можно от измеренных значений перейти к истинным значениям по формуле: $X_{ист} = \frac{X_{ИЗМ}}{1 + \Delta_{метод}}$. Так, располагая значением измеренного сопротивления $R_{ИЗМ} = \frac{U_H^{ИЗМ}}{I_H^{ИЗМ}} = \frac{9.02}{9.919} = 909 \text{ (Ом)}$ и значением расчетной методической погрешности для выбранной схемы измерения (рис. 4.2, б):

$$\Delta_{метод}^{(R)} = -\frac{R_H}{R_H + R_B},$$

где $\Delta_{метод} = -9.1\%$ мы можем определить как:

$$R_{ист} = \frac{R_{ИЗМ}}{1 + \Delta_{метод}} = \frac{909}{1 + (-0.091)} = 1000 \text{ (Ом)}.$$

Значение доверительного интервала $\pm \Delta R = \pm 18 \text{ Ом}$ для этого результата $R_H = 1000 \text{ Ом}$ определено выше по метрологическим данным приборов: $\gamma_A; I_{max}; \gamma_B; U_{max}$.

Вывод формулы методической погрешности при измерении мощности

В отличие от довольно простого и наглядного вывода значения $R_{изм}$ и $\Delta_{метод}^{(R)}$ при измерении сопротивления по обеим схемам б и в рис. 4.2, для измерения мощности вывод аналогичных значений $P_{изм}$ и $\Delta_{метод}^{(P)}$ очень сложен и громоздок, а следовательно ненагляден. Тем не менее, вывод формулы перехода от $P_{изм}$ к $P_{ист}$ необходим.

Ограничимся следующим выводом: параметры рис. 4.2 можно представить в виде параметров рис. 4.5.

В общем случае

$$\Delta_{метод}^{(P)} = \frac{P_{изм} - P_{ист}}{P_{ист}} = \frac{P_{изм}}{P_{ист}} - 1.$$

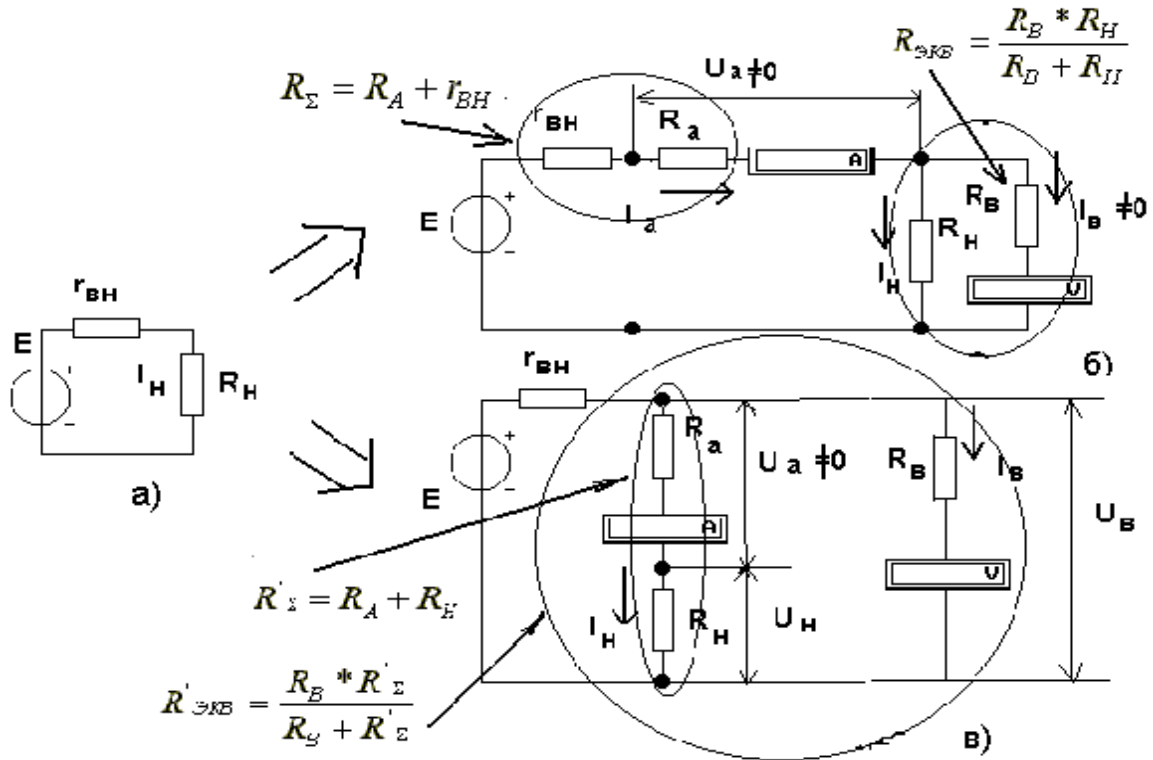


Рис. 4.5. Параметры двух схем измерения мощности

Для обеих схем б и в на рис. 4.5 $P_{ист} = \frac{E^2 R_H}{(r_{BH} + R_H)^2}$.

Для схемы на рис. 4.5, б $P_{изм} = \frac{E^2 R_{\text{ЭКВ}}}{(R_\Sigma + R_{\text{ЭКВ}})^2}$ и

$$\Delta_{метод}^{(P)} = \frac{P_{изм}}{P_{ист}} - 1 = \frac{R_{\text{ЭКВ}}}{(R_\Sigma + R_{\text{ЭКВ}})^2} \frac{(r_{BH} + R_H)^2}{R_H} - 1, \quad (4.17)$$

где $R_\Sigma = R_A + r_{BH}$ $R_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_B R_H}{R_B + R_H}$.

Формула перехода от $P_{изм}$, определенной по показаниям реальных приборов ($R_A \neq 0$; $R_B \neq \infty$) (рис. 4.5), к истинному значению мощности $P_{ист}$ при исключенной методической погрешности, когда приборов в контуре нет (т.е. они идеальны $R_A = 0$ $R_B = \infty$) (рис. 4.3), будет иметь вид:

$$P_{ист} = \frac{P_{изм}}{1 + \Delta_{метод}^{(P)}} = U_{изм} I_{изм} \frac{R_H (R_\Sigma + R_{\text{ЭКВ}})^2}{R_{\text{ЭКВ}} (r_{BH} + R_H)^2}$$

Аналогично для схемы на рис. 4.5, в $P_{изм} = \frac{E^2 R'_\Sigma}{(r_{BH} + R'_{\text{ЭКВ}})^2}$ и

$$\Delta_{метод}^{(P)} = \frac{P_{изм}}{P_{ист}} - 1 = \frac{R'_\Sigma}{(r_{BH} + R'_{\text{ЭКВ}})^2} \frac{(r_{BH} + R_H)^2}{R_H} - 1, \quad (4.18)$$

$$\text{где } R'_\Sigma = R_A + R_H, \quad R'_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_B R'_\Sigma}{R_B + R'_\Sigma};$$

$$P_{\text{ИСТ}} = \frac{P_{\text{ИЗМ}}}{1 + \Delta_{\text{метод}}^{(P)}} = U_{\text{ИЗМ}} I_{\text{ИЗМ}} \frac{R_H (r_{\text{ВН}} + R'_{\text{ЭКВ}})^2}{R'_\Sigma (r_{\text{ВН}} + R_H)^2}.$$

Для обеих схем по табл. 4.4 определяется доверительный интервал $\pm \Delta P$, исходя из метрологических характеристик приборов: классов точности γ_A ; γ_B приборов, максимальных значений шкал I_{max} ; U_{max} ($\Delta_A = \gamma_A I_{\text{max}}$; $\Delta_B = \gamma_B U_{\text{max}}$) и текущих значений параметров тока I и напряжения U .

Суммирование случайных и систематических погрешностей

Погрешность результата измерения в самом общем случае включает в себя случайную Δ и неисключенную систематическую θ – составляющие погрешностей. Если составляющие Δ и θ существенно различны, то одной из них можно пренебречь, если же они соизмеримы, то встает вопрос о суммировании составляющих погрешностей, который является сложным, и нет общепринятого и корректного его теоретического решения.

Наиболее распространенными способами суммирования погрешностей являются алгебраическое суммирование систематических погрешностей (с учетом собственных знаков):

$$\Theta = \sum_{i=1}^n \Theta_i, \quad (4.19)$$

и геометрическое суммирование среднеквадратичных оценок случайных погрешностей с учетом их корреляционных (зависимых) связей:

$$\sigma_\Sigma = \sqrt{\sum_{k=1}^n \sigma_k^2}, \quad (4.20)$$

где n — число источников погрешностей.

Основная погрешность измерительного прибора, даваемая без указания знака, содержит как систематическую, так и случайную составляющие, которые иногда нельзя четко разграничить, если известен только класс точности прибора. Дополнительные погрешности от влияющих величин нормируются в долях от основной, также без указания знака. Эти погрешности правильнее суммировать геометрически.

При наличии двух случайных величин суммарная среднеквадратичная погрешность определится по формуле:

$$\sigma_\Sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}, \quad (4.21)$$

где ρ – коэффициент корреляции.

Если случайные величины вызваны зависимыми источниками, то $\rho = \pm 1$, и $\sigma_\Sigma = \sigma_1 \pm \sigma_2$ (арифметическое суммирование), если же независимыми, то $\rho = 0$ и $\sigma_\Sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ (геометрическое суммирование).

Если одна из составляющих случайных погрешностей меньше общей погрешности примерно в три раза, то этой погрешностью можно пренебречь (критерий ничтожных погрешностей). Суммирование систематической и случайной погрешностей выполняется геометрически с учетом корреляционных связей (табл. 4.6, 4.7).

Задание 4.1

Цель работы – изучение методик обработки экспериментальных данных.

Даны результаты n равноточных измерений напряжения и тока. Закон распределения погрешностей нормальный. Варианты задания 4.1 даны в табл. 4.8–4.19.

1. Определить доверительный интервал $\Delta_{1,2}$, в котором находится действительное значение U_0 и R_0 (для нечетных вариантов задания) или I_0 и P_0 (для четных вариантов) при заданной доверительной вероятности P_D (с учетом методической погрешности).

2. Определить результат измерения R_0 и P_0 и погрешности $\pm\Delta R$ и $\pm\Delta P$ измерения косвенным методом по показаниям амперметра и вольтметра с учетом параметров схемы и используемых приборов. Выбрать лучшую схему измерения R_n и P_n , дающую меньшую методическую погрешность.

3. Методом итераций определить такое значение величины промаха, при котором по табличному методу оно является промахом, а по методу 3σ нет (рис. 4.6).

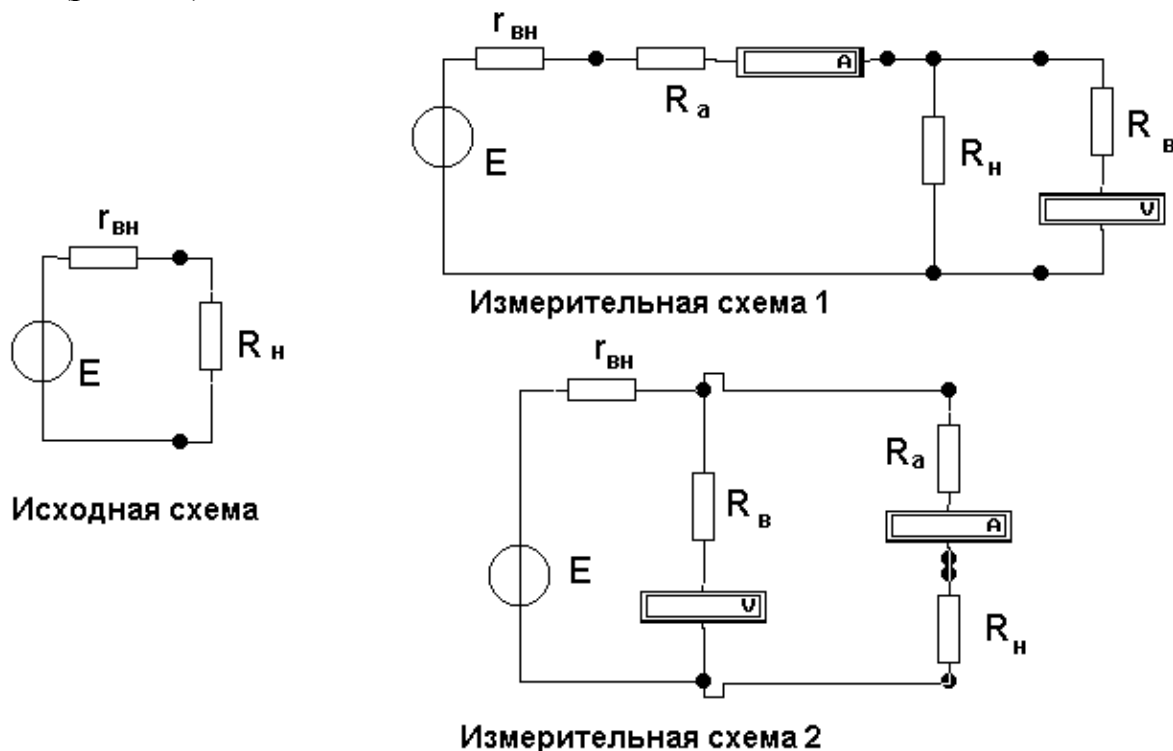


Рис. 4.6. Схема измерения мощности и сопротивления методом «амперметра-вольтметра»

Методические указания по выполнению расчетов

1. Начинать обработку данных с выявления и исключения промахов. Для выявления возможных промахов использовать метод 3σ и табличный метод.

2. Определить и исключить из результатов измерений методическую составляющую погрешности определения R или P .

3. По данным приборов определить абсолютную и относительную приборные погрешности косвенных измерений R или P методом «амперметра-вольтметра».

4. Данные по R или P обработать двумя способами: а) как совокупность расчетных табличных значений R_i или P_i с указанием R_{cp} или P_{cp} и доверительного интервала $\pm\Delta_{1,2}$; б) по средним показаниям приборов R_{cp} или P_{cp} с учетом методической и приборной составляющих погрешности косвенных измерений.

5. Результаты измерений и погрешности представить в соответствии с правилами округления.

Отчет должен содержать:

1. Результаты обработки данных, представленные в виде таблицы:
а) для нечетного варианта:

i	U_i	$U_{i(ucnp)}$	$V_i^{(U)} = \frac{U_i - U_{cp}}{U_i - U_{cp}}$	$(V_i^{(U)})^2$	$R_i = \frac{U_i}{I_i}$	$R_{i(ucnp)}$	$V_i^{(R)}$	$(V_i^{(R)})^2$
1								
...								
n								

б) для четного варианта:

i	I_i	$I_{i(ucnp)}$	$V_i^{(I)} = \frac{I_i - I_{cp}}{I_i - I_{cp}}$	$(V_i^{(I)})^2$	$P_i = U_i I_i$	$P_{i(ucnp)}$	$V_i^{(P)}$	$(V_i^{(P)})^2$
1								
...								
n								

2. Промежуточные результаты вычислений с необходимыми пояснениями.

3. Вывод формул расчета методических погрешностей измерения R и P .

4. Результаты измерений и погрешности, представленные в соответствии с правилами округления и записи.

Контрольные вопросы

1. Понятие оценок. Их свойства и интерпретация.
2. Методики обработки экспериментальных данных в зависимости от числа измерений n .

3. Понятие точечных и интервальных оценок. Их параметры.
4. Составляющие погрешностей прямых и косвенных измерений.
5. Правила округления и записи результатов измерений.
6. Промахи.
7. Особенности расчета приборных и методических погрешностей косвенных измерений R и P .

Таблица 4.5

Значения коэффициентов W_i в зависимости от числа измерений n и доверительной вероятности P_δ

n	P_δ			
	0,90	0,95	0,975	0,99
3	1.41	1.41	1.41	1.41
4	1.65	1.69	1.71	1.72
5	1.79	1.87	1.92	1.96
6	1.89	2.00	2.07	2.13
7	1.97	2.09	2.18	2.27
8	2.04	2.17	2.27	2.37
9	2.10	2.24	2.35	2.46
10	2.15	2.29	2.41	2.54
12	2.23	2.39	2.53	2.66
14	2.30	2.46	2.60	2.76
16	2.35	2.52	2.67	2.84
18	2.40	2.58	2.73	2.90
20	2.45	2.52	2.78	2.96
22	2.49	2.66	2.82	3.01
24	2.52	2.70	2.86	3.05
50	—	—	—	3.35

Таблица 4.6

Необходимое число измерений для получения отношения $\Delta_{1,2}/\sigma$ с доверительной вероятностью P_δ

$\Delta_{1,2}/\sigma$	P_δ					
	0.5	0.7	0.9	0.95	0.99	0.999
1.0	2	3	5	7	11	17
0.50	3	6	13	18	31	50
0.40	4	8	19	27	46	74
0.30	6	13	32	46	78	127
0.20	13	29	70	99	171	277
0.10	47	169	273	387	668	1089
0.05	183	431	1084	1540	2659	4338
0.01	4543	10732	27161	38416	66358	108307

Таблица 4.7

Значения коэффициента Стьюдента t в зависимости от P_0
и числа измерений n

n	P_0					
	0.8	0.9	0.95	0.98	0.99	0.999
2	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	636.62
3	1.89	2.92	4.30	6.97	9.93	31.60
4	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	12.94
5	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	8.61
6	1.48	2.02	2.57	3.37	4.03	6.86
7	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.96
8	1.42	1.90	2.37	3.00	3.50	5.41
9	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	5.04
10	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.78
11	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.59
12	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.44
13	1.36	1.78	2.18	2.68	3.06	4.32
14	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	4.22
15	1.35	1.76	2.15	2.62	2.98	4.14
16	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	4.07
17	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	4.02
18	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.97
19	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.92
20	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.88
21	1.33	1.73	2.09	2.53	2.85	3.85
22	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.82
23	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.79
24	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.77
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.75
26	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.73
27	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78	3.71
28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.69
29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.66
30	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.66
31	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.65
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	2.55
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.46
120	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.37
∞	1.28	1.65	1.98	2.33	2.58	3.29

Таблица 4.8

Варианты 1 и 2 задания 4.1

Величины	Номер измерения											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
U_i, V	101	102	100	103	99	98	104	98	100	97	96	102
I_i, mA	990	995	1000	998	1002	760	1008	978	987	975	980	1025
R_i												
P_i												
Величины	Номер измерения											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
U_i, V	104	96	98	100	102	101	72	99	102	100	98	100
I_i, mA	1030	970	999	999	1020	980	1010	1000	999	999	985	1010
R_i												
P_i												

Для нечетного варианта обработать данные по U_i и R_i , $P_\delta=0.95$. Для четного варианта обработать данные по I_i и P_i , $P_\delta=0.98$. Для обработки результатов R и P использовать данные первых пяти измерений (см. табл. 4.9).

Таблица 4.9

Данные к вариантам 1 и 2 задания 4.1

R_n	$r_{вн}$	R_ϵ	γ_ϵ	$U_{\epsilon(max)}, B$	R_a	γ_a	$I_{a(max)}, A$
100	100	10000	1.5	150	10	1.0	1.5

Таблица 4.10

Варианты 3 и 4 задания 4.1

Величины	Номер измерения											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
U_i, V	101	102	100	103	99	98	104	98	102	97	96	150
I_i, mA	990	995	1000	998	1002	980	1008	978	987	975	700	1025
R_i												
P_i												

Для нечетного варианта обработать данные по U_i и R_i , $P_\delta=0.9$. Для четного варианта обработать данные по I_i и P_i , $P_\delta=0.95$. Для обработки результатов R и P использовать данные первых десяти измерений (см. табл. 4.11).

Таблица 4.11

Данные к вариантам 3 и 4 задания 4.1

R_n	$r_{вн}$	R_ϵ	γ_ϵ	$U_{\epsilon(max)}, B$	R_a	γ_a	$I_{a(max)}, A$
100	500	10000	0.5	150	10	1.5	1.25

Таблица 4.12

Варианты 5 и 6 задания 4.1

Величины	Номер измерения											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
U_i, V	104	96	98	100	102	101	100	99	102	70	98	100
I_i, mA	1030	970	750	999	1020	980	1010	1000	999	999	985	750
R_i												
P_i												

Для нечетного варианта обработать данные по U_i и R_i , $P_\delta=0.9$. Для четного варианта обработать данные по I_i и P_i , $P_\delta=0.95$. Для обработки результатов R и P использовать данные первых восьми измерений (см. табл. 4.13).

Таблица 4.13

Данные к вариантам 5 и 6 задания 4.1

R_H	$r_{вн}$	R_ϵ	γ_ϵ	$U_{\epsilon(\max)}, \text{B}$	R_a	γ_a	$I_{a(\max)}, \text{A}$
100	50	50000	1.5	120	1.5	0.5	1.5

Таблица 4.14

Варианты 7 и 8 задания 4.1

Величины	Номер измерения											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
U_i, V	201	202	200	203	199	198	204	198	160	197	196	202
I_i, mA	990	995	1000	998	1002	1000	1008	978	987	975	980	1025
R_i												
P_i												
Величины	Номер измерения											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
U_i, V	204	196	198	200	202	201	200	199	202	200	198	
I_i, mA	1030	970	999	999	1020	980	1010	1300	999	999	985	
R_i												
P_i												

Для нечетного варианта обработать данные по U_i и R_i , $P_\delta=0.95$. Для четного варианта обработать данные по I_i и P_i , $P_\delta=0.98$. Для обработки результатов R и P использовать данные первых четырех измерений (см. табл. 4.15).

Таблица 4.15

Данные к вариантам 7 и 8 задания 4.1

R_H	$r_{вн}$	R_ϵ	γ_ϵ	$U_{\epsilon(\max)}, \text{B}$	R_a	γ_a	$I_{a(\max)}, \text{A}$
200	50	50000	1.5	250	1.5	0.5	1.5

Таблица 4.16

Варианты 9 и 10 задания 4.1

Величины	Номер измерения											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
U_i, V	301	302	300	303	299	298	304	298	200	297	296	302
I_i, mA	990	995	1000	998	1002	1025	1008	978	987	975	980	490
R_i												
P_i												

Для нечетного варианта обработать данные по U_i и R_i , $P_\delta=0.98$. Для четного варианта обработать данные по I_i и P_i , $P_\delta=0.9$. Для обработки результатов R и P использовать данные первых девяти измерений (см. табл. 4.17).

Таблица 4.17

Данные к вариантам 9 и 10 задания 4.1

R_n	$r_{вн}$	R_ϵ	γ_ϵ	$U_{\epsilon(\max)}, \text{B}$	R_a	γ_a	$I_{a(\max)}, \text{A}$
300	20	20000	1.5	500	3.0	0.5	1.5A

Таблица 4.18

Варианты 9 и 10 задания 4.1

Величины	Номер измерения										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
U_i, V	204	196	198	200	202	201	150	199	202	200	198
I_i, mA	1030	970	999	999	1020	980	1010	700	999	999	985
R_i											
P_i											

Для нечетного варианта обработать данные по U_i и R_i , $P_\delta=0.99$. Для четного варианта обработать данные по I_i и P_i , $P_\delta=0.95$. Для обработки результатов R и P использовать данные первых семи измерений (см. табл. 4.19).

Таблица 4.19

Данные к вариантам 11 и 12 задания 4.1

R_n	$r_{вн}$	R_ϵ	γ_ϵ	$U_{\epsilon(\max)}, \text{B}$	R_a	γ_a	$I_{a(\max)}, \text{A}$
200	100	20000	1.5	250	0.5	0.5	1.5 A

Список литературы

Основной

1. Крылова, Г.Д. Основы стандартизации, сертификации, метрологии / Г.Д. Крылова. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1998, 1999, 2001.
2. Танкович, Т.И. Основы метрологии КГТУ / Т.И. Танкович, 2000.
3. Сергеев, А.Г. Метрология / А.Г. Сергеев, В.В. Крохин. – М.: Логос, 2000.
4. Сергеев, А.Г. Метрология, стандартизация, сертификация / А.Г. Сергеев, М.В. Латышев. – М.: Логос, 2001.
5. Электрические измерения // под ред. А.В. Фремке, Е.М. Душина – Л.: Энергия, 1980.
6. Винокуров, В.И. Электрорадиоизмерения / В.И. Винокуров, С.И. Каплин, И.Г. Петелин. – М.: Высшая школа, 1986.
7. Мирский, Г.Я. Электронные измерения / Г.Я. Мирский. – М.: Радио и связь, 1986.
8. Карпов, Р.Г. Электрорадиоизмерения / Р.Г. Карпов, Н.Р. Карпов. – М.: Высшая школа, 1978.
9. Атамалян, Э.Г. Приборы и методы измерения электрических величин / Э.Г. Атамалян. – М.: Высшая школа, 1982.
10. Хромой, Б.П. Электрорадиоизмерения / Б.П. Хромой, Ю.Г. Моисеев. – М.: Радио и связь, 1985.
11. Основы метрологии и электрические измерения // под ред. Е.М. Душина. – Л.: Энергоатомиздат, 1987.
12. Кравцов, А.В. Метрология и электрические измерения / А.В. Кравцов. – М.: Колос, 1999.
13. Бурдун, Г.Д. Основы метрологии: учеб. пособие [для вузов] / Г.Д. Бурдун, Б.Н. Марков. – 3 изд. перераб. – М.: Издательство стандартов, 1985. – 256 с.
14. Электрорадиоизмерения: учебник / В.И. Нефедов, А.С. Сигов, В.К. Битюков [и др.] / под ред. А.С. Сигова – М.: ФОРУМ; ИНФРА-М, 2004.
15. Метрология и радиоизмерения / учебник [для вузов] // под ред. В.И. Нефедова. – М.: Высшая шк., 2003. – 526 с.

Дополнительный

1. Логинов, В.Н. Электрические измерения механических величин / В.Н. Логинов. – М.: МРБ, Энергия, 1976.
2. Миронов, Э.Г. Погрешности измерений / Э.Г. Миронов. – Екатеринбург: УПИ, 1994.
3. Розманов. Погрешности измерений / Розманов. – Красноярск: КПИ, 1985.
4. Тартаковский, Д.Ф. Метрология, стандартизация и технические средства измерений / Д.Ф. Тартаковский, А.С. Ястребов. – М.: Высшая школа, 2001.



С.П. Санников
В.М. Машков

МЕТРОЛОГИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Часть 1

Екатеринбург
2011