

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ГОУ ВПО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра технологии и оборудования лесопромышленного производства

Н.Л. Васильев

СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Часть 1. Теоретические сведения

Методические указания
к теоретической подготовке по применению
и интерпретации контрольных карт Шухарта
для студентов всех форм обучения,
специальности 250401 «Лесоинженерное дело»,
220501 «Управление качеством»,
дисциплины «Управление качеством продукции»,
«Статистические методы в управлении качеством»

Екатеринбург
2011

Печатается по рекомендации методической комиссии ЛИФ.
Протокол № 1 от 16 сентября 2011 г.

Рецензент – к.т.н., доцент кафедры ТОЛП В.В. Иванов

Редактор О.В. Атрошенко
Оператор компьютерной верстки Г.И. Романова

Подписано в печать 28. 06. 2011	Поз. 8
Плоская печать	Формат 60x84 1/16 Тираж 60 экз.
Заказ	Печ. л. 1,63 Цена 8 руб. 48 коп.

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

ВВЕДЕНИЕ

Традиционный подход к производству, вне зависимости от вида продукции, – это изготовление и контроль качества продукции и отбраковка единиц, не соответствующих установленным требованиям. Такой подход часто приводит к экономическим потерям, поскольку он построен на проверке, когда бракованная продукция уже создана. Более эффективна стратегия предупреждения потерь, позволяющая избежать производства непригодной продукции. Такая стратегия предполагает сбор информации о самих процессах, ее анализ и эффективные действия по отношению к ним, а не к продукции.

Контрольная карта – это графическое средство, использующее статистические подходы, важность которых для управления производственными процессами была впервые показана доктором У. Шухартом в 1924 г. [1]. Теория контрольных карт различает два вида изменчивости.

Первый вид – изменчивость из-за **«случайных (обычных) причин»**. Она обусловлена бесчисленным набором разнообразных причин, присутствующих постоянно, которые нелегко или невозможно выявить. Каждая из таких причин составляет очень малую долю общей изменчивости, и ни одна из них не значима сама по себе. Тем не менее сумма всех этих причин измерима, и предполагается, что она внутренне присуща процессу. Исключение или уменьшение влияния обычных причин требует управленческих решений и выделения ресурсов на улучшение процесса и системы.

Второй вид – реальные перемены в процессе. Они могут быть следствием некоторых определяемых причин, не присущих процессу внутренне, и могут быть устранены по крайней мере теоретически. Эти выявляемые причины изменения рассматриваются как **«неслучайные» или «особые»**. К ним могут быть отнесены поломка инструмента, недостаточная однородность материала, производственного или контрольного оборудования, квалификация персонала, невыполнение процедур и т. д.

Цель контрольных карт – дать критерии для обнаружения отсутствия статистической управляемости, т. е. обнаружить неестественные изменения в данных из повторяющихся процессов. **Процесс находится в статистически управляемом состоянии, если изменчивость вызвана только случайными причинами.** При определении этого приемлемого уровня изменчивости любое отклонение от него считают результатом действия **особых причин**, которые следует выявить, исключить или ослабить.

Задача статистического управления процессами – обеспечение и поддержание процессов на приемлемом и стабильном уровне с гарантированием соответствия продукции и услуг установленным требованиям. Главный статистический инструмент, используемый для этого, – *контрольная карта*. Это графический способ представления и сопоставления информации, основанной на последовательности выборок, отражающих текущее

состояние процесса, с границами, установленными на основе внутренне присущей процессу изменчивости. Метод контрольных карт помогает определить, действительно ли процесс достиг статистически управляемого состояния на правильно заданном уровне или остается в этом состоянии, а затем поддерживать управление и высокую степень однородности важнейших характеристик продукции или услуги посредством непрерывной записи информации о качестве продукции в процессе производства. Использование контрольных карт и их тщательный анализ ведут к лучшему пониманию и совершенствованию процессов.

1. НАЗНАЧЕНИЕ МЕТОДИЧЕСКИХ УКАЗАНИЙ

Данные методические указания предназначены для получения теоретических знаний обучающимися при подготовке к практическому применению и интерпретации контрольных карт Шухарта (далее – карт Шухарта) и соответствующих методов статистического управления технологическими процессами и рассчитаны на 2 часа самостоятельной работы. Методические рекомендации разработаны с использованием стандарта ГОСТ Р 50779.42-99 «Статистические методы. Контрольные карты Шухарта».

Дополнительный материал, связанный с подходом Шухарта, а именно использование предупреждающих границ, анализ структур тренда и возможности процессов, лишь упомянут. Кроме того, существуют другие типы контрольных карт [2].

2. ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

n – объем подгруппы, число выборочных наблюдений в подгруппе;

k – число подгрупп;

X – измеряемая характеристика качества (индивидуальные значения записываются как $X_1, X_2, X_3 \dots$). Иногда вместо X используют Y ;

\bar{X} – среднее значение для подгруппы, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$;

$\bar{\bar{X}}$ – среднее средних значений подгрупп;

μ – истинное среднее процесса;

Me – медиана подгруппы. Для выборки объемом n , значения $X_1, X_2 \dots X_n$ которой упорядочены по возрастанию или по убыванию, медиана есть центральное значение, если n нечетно, и среднее двух центральных значений, если n четно;

\overline{Me} – среднее значение медиан подгрупп;

R – размах подгруппы (разность наибольшего и наименьшего значений в подгруппе).

Примечание. В случае использования контрольной карты индивидуальных наблюдений R представляет собой скользящий размах, т. е. абсолютную разность двух последовательных значений $|X_1 - X_2|, |X_2 - X_3|$ и т. д.;

\bar{R} – среднее значение R для всех подгрупп;

s – выборочное стандартное (среднее квадратическое) отклонение

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

\bar{S} – среднее выборочных стандартных (средних квадратических) отклонений подгрупп;

σ – истинное внутригрупповое стандартное отклонение;

$\bar{\sigma}$ – оцененное внутригрупповое стандартное отклонение процесса;

np – число несоответствующих единиц в подгруппе;

p – доля несоответствующих единиц в подгруппе,

$$p = \frac{\text{число несоответствующих единиц в подгруппе}}{\text{объем подгруппы}};$$

\bar{p} – среднее значение доли несоответствующих единиц,

$$\bar{p} = \frac{\text{число несоответствующих единиц во всех подгруппах}}{\text{общее число проверенных единиц}};$$

c – число несоответствий в подгруппе;

\bar{c} – среднее значений c для всех подгрупп;

u – число несоответствий на единицу в подгруппе;

\bar{u} – среднее значение u ,

$$\bar{u} = \frac{\text{число несоответствий во всех единицах}}{\text{общее число проверенных единиц}};$$

CL – центральная линия;

UCL – верхняя контрольная граница;

LCL – нижняя контрольная граница.

3. ОСНОВЫ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ ШУХАРТА

Карта Шухарта требует данных, получаемых выборочно из процесса через примерно равные интервалы. Интервалы могут быть заданы либо по времени (например, ежечасно), либо по количеству продукции (каждая партия). Обычно каждая подгруппа состоит из однотипных единиц продукции или услуг с одними и теми же контролируемыми показателями, и все подгруппы имеют равные объемы. Для каждой подгруппы определяют одну или несколько характеристик, таких как среднее арифметическое подгруппы \bar{X} и размах подгруппы R или выборочное стандартное откло-

нение \bar{s} . *Карта Шухарта* – это график значений определенных характеристик подгрупп в зависимости от их номеров. Она имеет центральную линию (*CL*), соответствующую эталонному значению характеристики. При оценке того, находится ли процесс в статистически управляемом состоянии, эталонным обычно служит среднее арифметическое рассматриваемых данных. При управлении процессом эталонным служит долговременное значение характеристики, установленное в технических условиях, или ее номинальное значение, основанное на предыдущей информации о процессе, или намеченное целевое значение характеристики продукции или услуги. Карта Шухарта имеет две статистические определяемые контрольные границы относительно центральной линии, которые называются верхней контрольной границей (*UCL*) и нижней контрольной границей (*LCL*) (рис. 1).

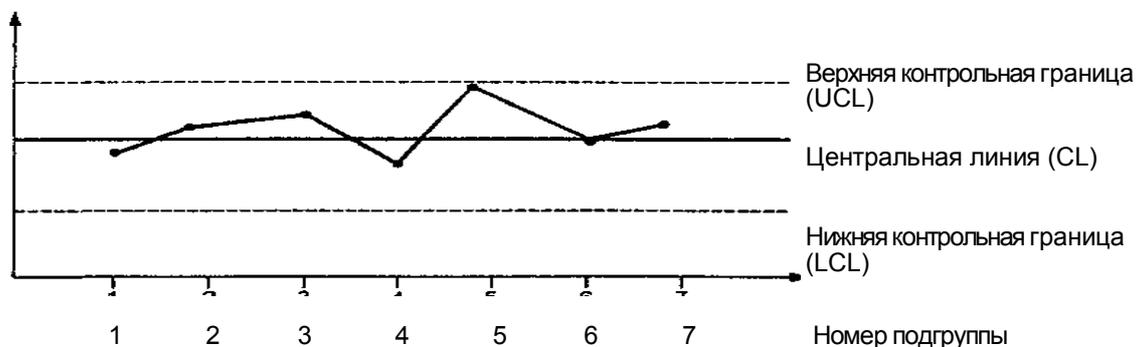


Рис. 1. Вид контрольной карты

Контрольные границы на карте Шухарта находятся на расстоянии 3σ от центральной линии, где σ – генеральное стандартное отклонение используемой статистики. Изменчивость внутри подгрупп является мерой случайных вариаций. Для получения оценки σ вычисляют выборочное стандартное отклонение или умножают выборочный размах на соответствующий коэффициент. Эта мера не включает межгрупповых вариаций, а оценивает только изменчивость внутри подгрупп.

Границы $\pm 3\sigma$ указывают, что около 99,7 % значений характеристики подгрупп попадут в эти пределы при условии, что процесс находится в статистически управляемом состоянии. Другими словами, есть риск, равный 0,3 % (или в среднем три на тысячу случаев), что нанесенная точка окажется вне контрольных границ, когда процесс стабилен.

Вероятность того, что нарушение границ в самом деле случайное событие, а не реальный сигнал, считается столь малой, что при появлении точки вне границ следует предпринять определенные действия. Так как действие предпринимается именно в этой точке, то контрольные границы 3σ иногда называются *границами действий*.

Часто на контрольной карте границы проводят еще и на расстоянии 2σ . Тогда любое выборочное значение, попадающее за границы 2σ , может

служить предостережением о грозящей ситуации выхода процесса из состояния статистической управляемости. Поэтому границы $\pm 2\sigma$ иногда называют *предупреждающими*.

При применении контрольных карт возможны два вида ошибок: первого и второго рода.

Ошибка первого рода возникает, когда процесс находится в статистически управляемом состоянии, а точка случайно попадает за контрольные границы. В результате неправильно решают, что процесс вышел из состояния статистической управляемости, и делают попытку найти и устранить причину несуществующей проблемы (процесс необоснованно остановлен на подналадку), что требует затрат дополнительного времени и ведет к снижению производительности.

Ошибка второго рода возникает, когда рассматриваемый процесс неуправляем, а точки случайно оказываются внутри контрольных границ. В этом случае неверно заключают, что процесс статистически управляем, и упускают возможность предупредить рост выхода несоответствующей продукции, что приводит к большим экономическим потерям из-за увеличения доли дефектной продукции. Вероятность совершения ошибки первого рода обозначим через α , а вероятность совершения ошибки второго рода – через β . Для задачи статистического регулирования α называют риском излишней наладки, а β – риском незамеченной разладки.

При статистическом регулировании ТП риски α и β должны быть минимальными. В ГОСТ Р 50779.42-99 «Статистические методы. Контрольные карты Шухарта» приведены методики расчетов объема выборки n и границ регулирования UCL и LCL , при которых риски α и β минимальные. Однако при заданном объеме выборки n уменьшить одновременно α и β невозможно. При уменьшении риска α риск β будет возрастать, и наоборот. Единственный способ одновременного уменьшения величины α и β состоит в увеличении объема выборки n . Если же объем выборки n задан, то значения α и β следует выбирать, учитывая «тяжесть» последствий ошибок первого и второго рода. Например, если риск незамеченной разладки β приведет к большим экономическим потерям из-за увеличения доли дефектной продукции, а риск излишней наладки α повлечет существенно меньшие потери из-за прекращения выпуска продукции при остановке ТП, то значение β следует выбирать меньшим, невзирая на увеличения значения α . Иными словами, при выборке величины α и β следует исходить из соотношения затрат от пропуска дефектных единиц продукции к затратам, связанным с наладкой оборудования. Если, например, затраты, связанные с наладкой оборудования, превышают затраты, связанные с припуском дефектных единиц продукции, то предпочтительнее вариант, при котором ложные сигналы о разладке появляются довольно редко.

Когда наносимое значение выходит за любую из контрольных границ или серия значений проявляет необычную структуру (см. раздел 7), состояние статистической управляемости подвергается сомнению. В этом случае надо исследовать и обнаружить неслучайные (особые) причины, а процесс можно остановить или скорректировать. Как только особые причины найдены и исключены, процесс снова готов к продолжению работы.

При возникновении ошибки первого рода можно не найти никакой особой причины. Тогда считают, что выход точки за границы представляет собой достаточно редкое случайное явление при нахождении процесса в статистически управляемом состоянии.

Если контрольную карту процесса строят впервые, то часто оказывается, что процесс статистически неуправляем. Контрольные границы, рассчитанные на основе данных такого процесса, будут иногда приводить к ошибочным заключениям, поскольку они могут оказаться слишком широкими. Следовательно, прежде чем устанавливать постоянные параметры контрольных карт, надо привести процесс в статистически управляемое состояние, т. е. исследовать его точность и при необходимости произвести его отладку.

4. ТИПЫ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ

Контрольные карты Шухарта бывают двух основных типов: для количественных и альтернативных данных. Для каждой контрольной карты встречаются две ситуации:

- а) стандартные значения не заданы;
- б) стандартные значения заданы.

Стандартные значения – значения, установленные в соответствии с некоторыми конкретными требованиями или целями.

4.1. Контрольные карты, для которых не заданы стандартные значения

Цель таких карт – обнаружение отклонений значений характеристик (например, \bar{X} , R или какой-либо другой статистики), которые вызваны иными причинами, чем те, которые могут быть объяснены только случайностью. Эти контрольные карты основаны целиком на данных самих выборок и используются для обнаружения вариаций, которые обусловлены неслучайными причинами.

4.2. Контрольные карты при наличии заданных стандартных значений

Целью таких карт является определение того, отличаются ли наблюдаемые значения \bar{X} , R и т. п. для нескольких подгрупп (каждая объемом n наблюдений) от соответствующих стандартных значений X_0 (или μ) и т. п. больше, чем можно ожидать при действии только случайных причин.

Особенностью карт с заданными стандартными значениями является дополнительное требование, относящееся к положению центра и вариации процесса. Установленные значения могут быть основаны на опыте, полученном при использовании контрольных карт без априорной информации, или на заданных стандартных значениях, а также на экономических показателях, установленных после рассмотрения потребности в услуге и стоимости производства, или указаны в технических требованиях на продукцию.

Предпочтительно, чтобы установленные значения определялись на основе исследования предварительных данных, которые, как предполагается, станут типичными для всех будущих данных. Для эффективного использования контрольных карт стандартные значения должны быть сопоставимы с присущей процессу изменчивостью. Карты, основанные на таких стандартных значениях, особенно полезны для управления процессами и поддержания однородности продукции на желаемом уровне.

4.3. Типы контрольных карт для количественных и качественных признаков

В стандарте рассмотрены следующие контрольные карты:

1) контрольные карты для **количественных данных**:

а) карты среднего (\bar{X}) и размахов (R) или выборочных стандартных отклонений (s);

б) карта индивидуальных значений (X) и скользящих размахов (R),

в) карта медиан (Me) и размахов (R);

2) контрольные карты для **альтернативных данных**:

а) карта долей несоответствующих единиц продукции (p) или карта числа несоответствующих единиц (np);

б) карта числа несоответствий (c) или карта числа несоответствий, приходящихся на единицу продукции (u).

5. КОНТРОЛЬНЫЕ КАРТЫ ДЛЯ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ДАННЫХ

Количественные данные представляют собой наблюдения, полученные с помощью измерения и записи значений некоторой характеристики для каждой единицы, рассматриваемой в подгруппе, например длина в метрах, сопротивление в омах, шум в децибелах и т. д. Карты для количественных данных, и особенно простейшие из них (\bar{X} - и R -карты), – это классические контрольные карты, применяемые для управления процессами.

Контрольные карты для количественных данных имеют следующие преимущества:

а) большинство процессов и их продукция на выходе имеют характеристики, которые могут быть измерены, что дает возможность их широкого применения;

б) измеренное значение содержит больше информации, чем простое утверждение «да – нет»;

в) характеристики процесса могут быть проанализированы безотносительно к установленным требованиям. Карты запускаются вместе с процессом и дают независимую картину того, на что процесс способен. После этого характеристики процесса можно сравнивать или нет с установленными требованиями;

г) хотя получение количественных данных дороже, чем альтернативных, объемы подгрупп для количественных данных почти всегда гораздо меньше и при этом намного эффективнее. Это позволяет в некоторых случаях снизить общую стоимость контроля и уменьшить временной разрыв между производством продукции и корректирующим воздействием.

Для контрольных карт, использующих количественные данные, **предполагается нормальное (гауссово) распределение для вариаций внутри выборок**, причем отклонения от этого предположения влияют на эффективность карт. Коэффициенты для вычисления контрольных границ выведены при условии нормальности. Поскольку контрольные границы используются только как эмпирические критерии при принятии решений, можно пренебрегать малыми отклонениями от нормальности.

5.1. Карты средних (\bar{x}) и размахов (R) или выборочных стандартных отклонений (s)

Карты для количественных данных отражают состояние процесса через разброс (изменчивость от единицы к единице – случайная ошибка процесса) и через расположение центра (среднее процесса – систематическая ошибка). В табл. 1 приведены формулы расчета контрольных границ для карт средних (\bar{x}) и размахов (R) или выборочных стандартных отклонений (s). Коэффициенты для вычисления линий контрольных карт представлены в табл. 2 и 2 а.

Таблица 1

Формулы контрольных границ для карт Шухарта
с использованием количественных данных

Статистика	Стандартные значения не заданы		Стандартные значения заданы	
	Центральная линия	UCL и LCL	Центральная линия	UCL и LCL
\bar{X}	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} \pm A_2 R$ или $\bar{\bar{X}} \pm A_3 \bar{s}$	X_0 или μ	$X_0 \pm A \sigma_0$
R	\bar{R}	$D_3 \bar{R}, D_4 \bar{R}$	R_0 или $d_2 \sigma_0$	$D_1 \sigma_0, D_2 \sigma_0$
s	\bar{s}	$B_3 \bar{s}, B_4 \bar{s}$	s_0 или $C_4 \sigma_0$	$B_5 \sigma_0, B_6 \sigma_0$

Примечание. Заданы стандартные значения X_0 или μ , R_0, S_0 или σ_0

5.2. Контрольные карты индивидуальных значений (\bar{X})

В некоторых ситуациях для управления процессами невозможно либо непрактично иметь дело с рациональными подгруппами. Время или стоимость, требуемые для измерения при одиночном наблюдении, столь велики, что проведение повторных наблюдений даже не рассматривают. Это обычно происходит, когда измерения дорогостоящие (например, при разрушающем контроле) или выход продукции все время относительно однороден. В других ситуациях нельзя получить более одного значения, например показание прибора или значение характеристики партии исходных материалов, поэтому приходится управлять процессом на основе индивидуальных значений.

При использовании карт индивидуальных значений рациональные подгруппы для обеспечения оценки изменчивости внутри партии не применяют и контрольные границы рассчитывают на основе меры вариации, полученной по скользящим размахам обычно двух наблюдений. Скользящий размах – это абсолютное значение разности измерений в последовательных парах, т. е. разность первого и второго измерений, затем второго и третьего и т. д. На основе скользящих размахов вычисляют средний скользящий размах \bar{R} , который используют для построения контрольных карт. Также по всем данным вычисляют общее среднее $\bar{\bar{X}}$. В табл. 3 приведены формулы расчета контрольных границ для карт индивидуальных значений.

Таблица 2

Коэффициенты для вычисления линий контрольных карт

Число наблюдений в подгруппе n	Коэффициенты для вычисления контрольных границ											
	A_1	A_2	A_3	B_3	B_4	B_5	B_6	D_1	D_2	D_3	D_4	
2	2,121	1,880	2,659	0,000	3,267	0,000	2,606	0,000	3,686	0,000	3,267	
3	1,732	1,023	1,954	0,000	2,568	0,000	2,276	0,000	4,358	0,000	2,574	
4	1,500	0,729	1,628	0,000	2,266	0,000	2,088	0,000	4,696	0,000	2,282	
5	1,342	0,577	1,427	0,000	2,089	0,000	1,964	0,000	4,918	0,000	2,114	
6	1,225	0,483	1,287	0,030	1,970	0,029	1,874	0,000	5,078	0,000	2,004	
7	1,134	0,419	1,182	0,118	1,882	0,113	1,806	0,204	5,204	0,076	1,924	
8	1,061	0,373	1,099	0,185	1,815	0,179	1,751	0,388	5,306	0,136	1,864	
9	1,000	0,337	1,032	0,239	1,761	0,232	1,707	0,547	5,393	0,184	1,816	
10	0,949	0,308	0,975	0,284	1,716	0,276	1,669	0,687	5,469	0,223	1,777	
11	0,905	0,285	0,927	0,321	1,679	0,313	1,637	0,811	5,535	0,256	1,744	
12	0,866	0,266	0,886	0,354	1,646	0,346	1,610	0,922	5,594	0,283	1,717	
13	0,832	0,249	0,850	0,382	1,618	0,374	1,585	1,025	5,647	0,307	1,693	
14	0,802	0,235	0,817	0,406	1,594	0,399	1,563	1,118	5,696	0,328	1,672	
15	0,775	0,223	0,789	0,428	1,572	0,421	1,544	1,203	5,741	0,347	1,653	
16	0,750	0,212	0,763	0,448	1,552	0,440	1,526	1,282	5,782	0,363	1,637	
17	0,728	0,203	0,739	0,466	1,534	0,458	1,511	1,356	5,820	0,378	1,622	
18	0,707	0,194	0,718	0,482	1,518	0,475	1,496	1,424	5,856	0,391	1,608	
19	0,688	0,187	0,698	0,497	1,503	0,490	1,483	1,487	5,891	0,403	1,597	
20	0,671	0,180	0,680	0,510	1,490	0,504	1,470	1,549	5,921	0,415	1,585	

Примечание. Источник ASTM, Philadelphia, PA, USA

Таблица 2а

Коэффициенты для вычисления линий контрольных карт

Число наблюдений в подгруппе n	Коэффициенты для вычисления центральной линии			
	C_4	$1/C_4$	d_2	$1/d_2$
2	0,7979	1,2533	1,128	0,8865
3	0,8886	1,1284	1,693	0,5907
4	0,9213	1,0854	2,059	0,4857
5	0,9400	1,0638	2,326	0,4299
6	0,9515	1,0510	2,534	0,3946
7	0,9594	1,0423	2,704	0,3698
8	0,9650	1,0363	2,847	0,3512
9	0,9693	1,0317	2,970	0,3367
10	0,9727	1,0281	3,078	0,3249
11	0,9754	1,0252	3,173	0,3152
12	0,9776	1,0229	3,258	0,3069
13	0,9794	1,0210	3,336	0,2998
14	0,9810	1,0194	3,407	0,2935
15	0,9823	1,0180	3,472	0,2880
16	0,9835	1,0168	3,532	0,2831
17	0,9845	1,0157	3,588	0,2784
18	0,9854	1,0148	3,640	0,2747
19	0,9862	1,0140	3,689	0,2711

Таблица 3

Формулы контрольных границ для карт индивидуальных значений

Статистика	Стандартные значения не заданы		Стандартные значения заданы	
	Центральная линия	UCL и LCL	Центральная линия	UCL и LCL
Индивидуальное значение X	\bar{X}	$\bar{X} \pm E_2 \bar{R}$	X_0 или μ	$X_0 \pm 3\sigma_0$
Скользющий размах R	\bar{R}	$D_4 \bar{R}, D_3 \bar{R}$	R_0 или $d_2 \sigma_0$	$D_2 \sigma_0, D_1 \sigma_0$

Примечания

1. Заданы стандартные значения X_0 и R_0 или μ и σ_0
2. \bar{R} обозначает среднее скользящего размаха из двух наблюдений ($n = 2$)
3. Значение коэффициентов d_2, D_1, D_2, D_3, D_4 и косвенно $E_2 = \frac{3}{d_2}$ можно получить из табл. 2 при $n = 2$

При использовании карт индивидуальных значений необходимо учитывать следующее:

- а) карты индивидуальных значений не столь чувствительны к изменениям процесса, как \bar{X} - и R -карты;
- б) при интерпретации карт индивидуальных значений следует проявлять осторожность, если распределение процесса не является нормальным;
- в) карты индивидуальных значений не оценивают повторяемость процесса от изделия к изделию, и поэтому в некоторых случаях лучше использовать обычные \bar{X} - и R -карты с малыми объемами выборочных подгрупп (от 2 до 4), даже если это приведет к увеличению интервала между подгруппами.

5.3. Контрольные карты медиан (Me)

Карты медиан – альтернатива \bar{X} - и R -картам для управления процессом с измеряемыми данными. Они обеспечивают аналогичные выводы и имеют определенные преимущества. Такие карты просты в применении и не требуют больших вычислений. Это может облегчить их внедрение в производство. Поскольку на карты наносят значения медиан наряду с индивидуальными значениями, карта медиан дает разброс результатов процесса и подробную картину вариаций.

Контрольные границы для карт медиан вычисляют двумя способами: посредством расчета медиан от медиан подгрупп и медиан размахов или расчета средних от медиан подгрупп и средних размахов. Последний способ проще и удобнее (пп. 5.3.1–5.3.2).

5.3.1. Карта медиан

Центральная линия равна Me (среднему от медиан подгрупп),

$$UCL_{Me} = \bar{Me} + A_4 \bar{R},$$

$$LCL_{Me} = \bar{Me} - A_4 \bar{R}.$$

Карту медиан строят таким же образом, как и \bar{X} - и R -карты (п. 5.1). Коэффициент A_4 приведен в табл. 4.

Таблица 4

Значения коэффициента A_4

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A_4	1,88	1,19	0,80	0,69	0,55	0,51	0,43	0,41	0,36

Следует отметить, что карта медиан с границами 3σ более медленно реагирует на выход процесса из состояния статистической управляемости, чем \bar{X} - карта.

5.3.2. Карта размахов

Центральная линия равна \bar{R} (среднему размахов R для всех подгрупп),

$$UCL_R = D_4 \bar{R}.$$
$$LCL_R = D_3 \bar{R}.$$

Значения постоянных D_3 и D_4 приведены в табл. 2.

6. МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ ДЛЯ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ДАННЫХ

Система карт Шухарта опирается на следующее условие: если изменчивость процесса от единицы к единице и среднее процесса остаются постоянными на данных уровнях (оцененные, соответственно, по R и \bar{X}), то размахи R и средние \bar{X} отдельных подгрупп будут меняться только случайным образом и редко выходить за контрольные границы. **Не допускаются очевидные тренды или структуры данных**, кроме возникающих случайно с некоторой долей вероятности.

\bar{X} -карта показывает, где находится среднее процесса и какова его стабильность. Та же карта выявляет нежелательные вариации между подгруппами и вариации относительно их среднего. R -карта выявляет любую нежелательную вариацию внутри подгрупп и служит индикатором изменчивости исследуемого процесса. Это мера состоятельности и однородности процесса. Если R -карта показывает, что вариации внутри подгрупп не изменяются, то это значит, что процесс остается в статистически управляемом состоянии. Такое происходит только в том случае, если все выборки обрабатывались одинаково. Если R -карта показывает, что процесс вышел из управляемого состояния или уровень на R -карте возрастает, то это может означать, что либо отдельные подгруппы подверглись разной обработке, либо в процессе действует несколько различных систем причинно-следственных связей.

На \bar{X} -карты также могут повлиять условия, при которых процесс вышел из состояния статистической управляемости по R -карте. Возможность интерпретировать размахи или средние подгрупп зависит от оценки изменчивости от единицы к единице, поэтому R -карту необходимо анализировать первой. Процедура управления приведена в пп. 6.1– 6.7.

6.1. Собирают и анализируют данные, вычисляют средние и размахи.

6.2. Строят R -карту. Сопоставляют нанесенные точки размахов с контрольными границами, выделяют точки вне границ, необычные структуры или тренды. Для каждого сигнала о наличии неслучайной причины в значениях размаха проводят анализ операций процесса, чтобы определить причину. Проводят корректирующие действия и действия по предотвращению повторения данной причины.

6.3. Исключают все подгруппы, на которые повлияла неслучайная причина, затем пересчитывают и наносят на карту новые средний размах \bar{R} и контрольные границы. Необходимо получить подтверждение того, что все точки размахов при сравнении с новыми границами указывают на статистическую управляемость. Если требуется, повторяют последовательность действий «идентификация – корректировка – пересчет».

6.4. Если некоторые подгруппы исключены из R -карты из-за выявленных особых причин, их надо исключить и из \bar{X} -карты. Пересмотренные значения \bar{R} и $\bar{\bar{X}}$ надо использовать для пересчета пробных контрольных границ для средних: $\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}$.

Примечание. Исключение подгрупп, представляющих причину выхода процесса из состояния статистической управляемости, – это не «исключение плохих данных». Скорее, здесь исключаются точки, на которые повлияли известные неслучайные причины, и мы получаем лучшую оценку основного уровня изменчивости из-за случайных причин. Это дает наиболее подходящую основу для контрольных границ, применение которых позволяет наиболее эффективным образом обнаруживать будущие проявления неслучайных причин вариаций.

6.5. Когда размахи находятся в статистически управляемом состоянии, разброс процесса (отклонения внутри подгрупп – случайная ошибка) считается стабильным. В этом случае можно проанализировать средние, чтобы увидеть, меняется ли со временем среднее положение процесса.

6.6. Теперь строят \bar{X} -карту и сравнивают точки с контрольными границами. Выделяют точки вне границ, необычные структуры точек или тренды. Так же, как и для \bar{R} -карты, необходимо анализировать любое из состояний статистической неуправляемости и проводить корректирующие и превентивные меры. Надо исключить точки, которые характеризуют это состояние и для которых были найдены неслучайные причины.

Повторно вычисляют и наносят на график новое среднее процесса ($\bar{\bar{X}}$) и контрольные границы. Проверяют, чтобы, по сравнению с новыми границами, все точки демонстрировали статистически управляемое состояние, при необходимости возобновляют последовательные действия «идентификация – корректировка – пересчет».

6.7. Если исходные данные для установления эталонных значений контрольных границ располагаются устойчиво внутри пробных пределов, расширяют границы, чтобы охватить будущие данные. Исполнители (оператор или/и мастер) должны пользоваться этими границами для последующего управления процессом, реагировать на сигналы о выходе процесса из управляемого состояния на любой из \bar{X} - и R -карт и выполнять надлежащие действия.

7. ПРОВЕРКА СТРУКТУР НА ОСОБЫЕ ПРИЧИНЫ

Для интерпретации хода процесса по картам Шухарта существует набор из восьми дополнительных критериев, который схематически показан на рис. 2 [3, 4].

Этот набор критериев можно принять за основу, но пользователи должны обращать внимание на любую необычную структуру точек, которая может указывать на проявление особых (неслучайных) причин. Поэтому эти критерии следует рассматривать только как примеры ситуации, когда может быть установлено проявление неслучайных причин. Появление любого из случаев, описанных в этих критериях, – указание на присутствие особых причин, которые должны быть проанализированы и скорректированы.

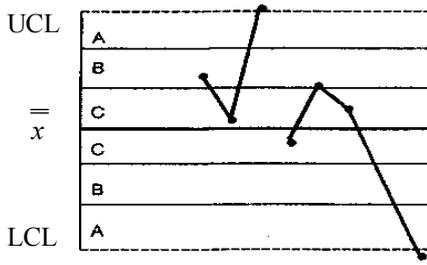
Верхняя и нижняя контрольные границы установлены на расстоянии 3σ над и под центральной линией. Для применения этих критериев контрольная карта делится на шесть равных зон шириной σ . Эти зоны обозначаются A, B, C, C, B, A , причем зоны C расположены симметрично центральной линии. Данные критерии применимы к \bar{X} -картам и X -картам индивидуальных значений. Предполагается нормальное распределение соответственно \bar{X} и индивидуальных значений.

8. УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ И ВОЗМОЖНОСТИ ПРОЦЕССА

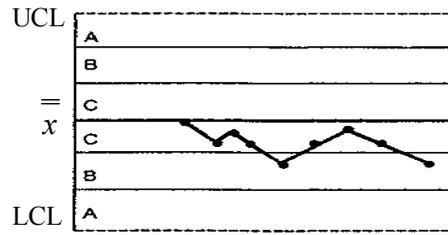
Назначение системы управления процессом состоит в получении статистического сигнала о наличии особых (неслучайных) причин вариаций. Систематическое устранение особых причин избыточной изменчивости приводит процесс в состояние статистической управляемости.

Если процесс находится в статистически управляемом состоянии, качество продукции предсказуемо, и процесс пригоден для удовлетворения требований, установленных в нормативных документах.

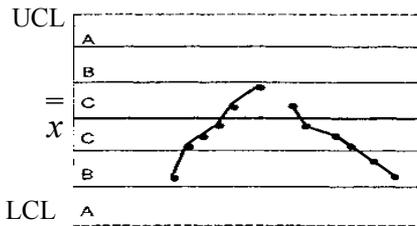
Возможности процесса определяются полной изменчивостью (разбросом процесса), обусловленной обычными причинами, т. е. минимальной изменчивостью, которая остается после устранения всех неслучайных причин. Возможности процесса представляют показатели самого процесса в статистически управляемом состоянии. Процесс сначала приводят в такое состояние, а затем определяют его возможности. Таким образом, определение возможностей процесса начинается после того, как задачи управления по \bar{X} - и R -картам решены, т. е. особые причины выявлены, проанализированы, скорректированы, их повторение предотвращено. Текущие контрольные карты должны демонстрировать сохранение процесса в статистически управляемом состоянии по крайней мере для 25 подгрупп. Далее разброс данных на выходе процесса сравнивается с техническими требованиями для подтверждения того, что эти требования могут быть уверенно выполнены.



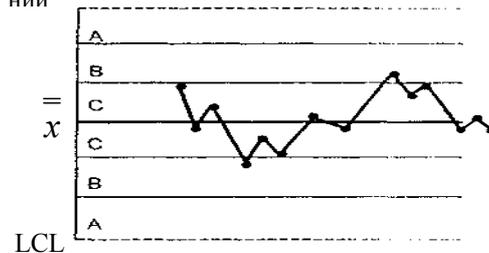
КРИТЕРИЙ 1. Одна точка вне зоны А



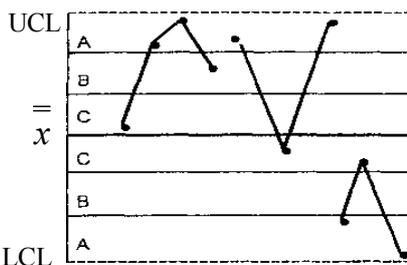
КРИТЕРИЙ 2. Девять точек подряд в зоне С или по одну сторону от центральной линии



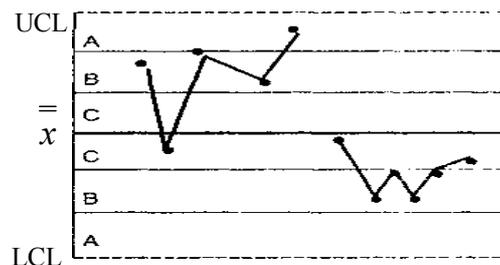
КРИТЕРИЙ 3. Шесть возрастающих или убывающих точек подряд



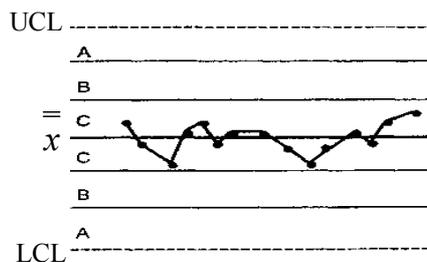
КРИТЕРИЙ 4. Четырнадцать попеременно возрастающих и убывающих точек



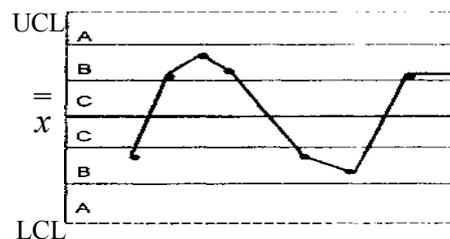
КРИТЕРИЙ 5. Две из трех последовательных точек в зоне А или вне ее



КРИТЕРИЙ 6. Четыре из пяти последовательных точек в зоне В или вне ее



КРИТЕРИЙ 7. Пятнадцать последовательных точек в зоне С выше и ниже центральной линии



КРИТЕРИЙ 8. Восемь последовательных точек по обеим сторонам центральной линии и ни одной в зоне С

Рис. 2. Критерии для особых причин

В общем случае возможности процесса определяют индексом возможностей процесса $PCI(C_p)$:

$$PCI = \frac{\text{допуск}}{\text{разброс процесса}} = \frac{UTL - LTL}{6\sigma}$$

где UTL – верхнее предельно допустимое значение контролируемого параметра;

LTL – нижнее предельно допустимое значение контролируемого параметра;

\bar{c} – оценивают по средней изменчивости внутри подгрупп и выражают как S/c_4 или R/d_2 .

При PCI меньше 1 возможности процесса неприемлемы, а при PCI , равном 1, процесс находится на грани требуемых возможностей. На практике в качестве минимально приемлемого значения берется $PCI = 1,33$, поскольку всегда есть некоторые вариации в выборках и нет процессов, которые всегда находятся в статистически управляемом состоянии.

В качестве руководства к действию можно использовать процедуру, схематически представленную на рис. 3.

9. КОНТРОЛЬНЫЕ КАРТЫ ДЛЯ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ДАННЫХ

Альтернативные данные представляют собой наблюдения, фиксирующие наличие или отсутствие некоторых характеристик (или признаков) у каждой единицы рассматриваемой подгруппы. На основе этих данных производится подсчет числа единиц, обладающих или не обладающих данным признаком, или число таких событий в единице продукции, группе или области. Альтернативные данные в общем случае могут быть получены быстро и дешево, для сбора их не требуется специального обучения. В табл. 5 приведены формулы контрольных границ для контрольных карт, использующих альтернативные данные.

В случае контрольных карт для **количественных** данных принято ведение пары контрольных карт: для управления средним и управления рассеянием, так как исходное распределение предполагается нормальным и зависит от этих двух параметров. При использовании контрольных карт для альтернативных данных достаточно одной карты, так как предполагаемое распределение имеет только один независимый параметр – средний уровень. На биномиальном распределении основаны p - и np -карты, а c - и u -карты – на распределении Пуассона.

Расчеты для этих карт одинаковы, за исключением случаев непостоянства объема подгрупп. Когда объем подгрупп постоянен, для каждой подгруппы могут быть выбраны одни и те же контрольные границы. Если число контролируемых единиц в каждой подгруппе различно, должны быть рассчитаны контрольные границы отдельно для каждого объема подгруппы. Таким образом, np - и c -карты могут быть применены при постоянном объеме подгруппы, а p - и u -карты – в любой ситуации.

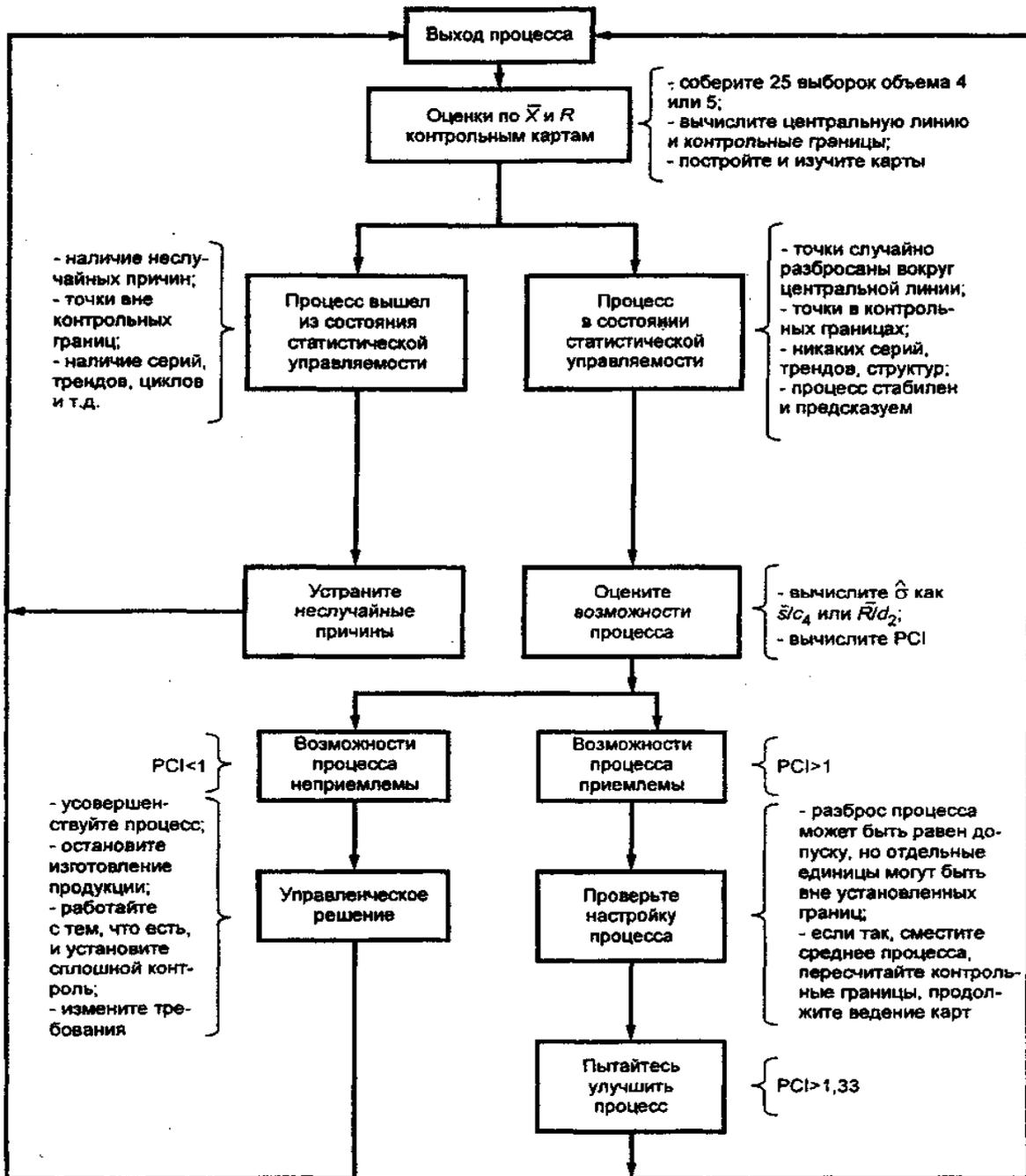


Рис. 3. Стратегия совершенствования процесса

Когда объем подгруппы изменяется от выборки к выборке, для каждой подгруппы рассчитывают свои контрольные границы, при этом чем меньше объем подгруппы, тем шире полоса между этими границами, и наоборот. Если объем подгрупп меняется несущественно, то можно ограничиться одним набором контрольных границ, основанным на среднем объеме подгруппы. Для практических целей достаточно, если объемы подгрупп находятся в пределах $\pm 25\%$ целевого объема подгруппы.

Альтернативная процедура для ситуаций, в которых объем подгруппы меняется существенно, — использование нормированных переменных.

Таблица 5

Формулы контрольных границ карт Шухарта для альтернативных данных

Статистика	Стандартные значения не заданы		Стандартные значения заданы	
	Центральная линия	3 σ -е контрольные границы	Центральная линия	3 σ -е контрольные границы
p	\bar{p}	$\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$	p_0	$p_0 \pm 3\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$
np	$n\bar{p}$	$n\bar{p} \pm 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$	np_0	$np_0 \pm 3\sqrt{np_0(1-p_0)}$
c	\bar{c}	$\bar{c} \pm 3\sqrt{\bar{c}}$	c_0	$c_0 \pm 3\sqrt{c_0}$
u	\bar{u}	$\bar{u} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$	u_0	$u_0 \pm 3\sqrt{\frac{u_0}{n}}$

Примечание. p_0, np_0, c_0, u_0 — заданные стандартные значения

Например, вместо значений p наносят нормированные значения

$$z = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \text{ или } z = \frac{p - \bar{p}}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}}$$

в зависимости от того, установлено или нет стандартное значение для p . Центральная линия и контрольные границы остаются постоянными независимо от объема подгруппы и выражаются следующим образом: центральная линия равна 0, $UCL = 3$, $LCL = -3$.

Обычно p -карту используют для определения среднего процента несоответствующих единиц, обнаруженных за определенный период. Она привлекает внимание персонала процесса и управляющих к любым изменениям этого среднего. Процесс признается находящимся в состоянии статистической управляемости так же, как и при использовании \bar{X} - и R -карт. Если все выборочные точки ложатся внутри пробных контрольных границ **без выбросов, указывающих на наличие особых причин**, то о процессе можно сделать заключение, что он управляем. В этом случае средняя доля несоответствующих единиц \bar{p} берется как стандартное значение для доли несоответствующих единиц p_0 .

10. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ ПЕРЕД ВВЕДЕНИЕМ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ

10.1. Выбор показателей качества

Необходимо выбрать показатели качества для программы контроля. Основными являются показатели, влияющие на эксплуатационные характеристики продукции или услуги. Они также могут относиться к аспектам предлагаемой услуги, признакам используемых материалов, деталям или узлам изделия, равно как и к готовому продукту, доставляемому покупателю. Статистические методы управления должны быть введены в первую очередь там, где контрольные карты будут помогать в сборе информации о процессе во времени, что позволит корректировать процесс и производить лучшую продукцию или услугу. Показатели качества продукции или услуги должны быть выбраны таким образом, чтобы оказывать решающее влияние на их качество и обеспечить стабильность процессов.

10.2. Анализ процесса производства

Детальный анализ процесса производства проводят для того, чтобы определить:

- а) вид и локализацию причин, которые могут возникать нерегулярно;
- б) влияние вводимых норм;
- в) методы и место контроля;
- г) все другие существенные факторы, которые могут влиять на процесс производства.

Анализ следует также проводить для определения стабильности производственных процессов, точности производственного и контрольного оборудования, качества производимой продукции или услуги и характера связи между типами и причинами несоответствий. Условия выполнения производственных операций и обеспечения качества должны быть отрегулированы одновременно с корректировкой производственного процесса и оборудования, а также с разработкой планов статистического управления процессами. Это поможет определить оптимальные места для размещения контроля, быстро выявить любую нерегулярность в ходе производственного процесса и обеспечить надлежащие корректирующие действия.

10.3. Выбор рациональных подгрупп

В основе контрольных карт лежит идея Шухарта о разделении наблюдений на так называемые *рациональные* подгруппы, внутри которых могут возникнуть вариации, обусловленные только случайными причинами, в то время как различия между ними могут быть обусловлены особыми причинами, которые контрольные карты и должны обнаружить.

Для этого необходимы определенные технические знания и знакомство с условиями производства и получения данных. При отнесении каждой

подгруппы к определенному интервалу времени или источнику неслучайные причины, нарушающие ход процесса, можно более точно провести и скорректировать, если это необходимо. Записи данных контроля и испытаний, представленные в том порядке, в котором проводились наблюдения, дают основание для выбора подгрупп во времени. Это всегда полезно в производстве, где важно постоянно поддерживать во времени систему причинно-следственных связей.

Следует помнить, что анализ сильно упрощается, если при планировании сбора данных обращать внимание на то, чтобы данные от каждой подгруппы можно было рассматривать именно как отдельную рациональную подгруппу. Необходимо, насколько это возможно, объем подгрупп n поддерживать постоянным, чтобы избежать ошибок в пересчетах и интерпретации. Однако принципы, на которых основаны карты Шухарта, применимы и в случаях переменного n .

10.4. Частота и объем подгрупп

Нет общих правил для выбора частоты отбора подгрупп и их объемов. Частота может зависеть от стоимости процедур взятия и анализа выборки, а объем подгрупп – от ряда практических соображений. Например, большие подгруппы, берущиеся с меньшей частотой, могут обнаружить малый сдвиг среднего процесса более точно, но малые подгруппы, берущиеся чаще, обнаруживают большие сдвиги быстрее. Часто объем подгруппы берется из 4 или 5 единиц, а частота отбора обычно выше в начале работы, чем при достижении состояния статистической управляемости. Обычно 20–25 подгрупп объема 4 или 5 рассматриваются как приемлемые для получения предварительных оценок.

Частота выборок, стабильность и возможности процесса должны рассматриваться совместно, так как для оценки σ часто используют среднее значение размаха \bar{R} , и количество источников вариаций увеличивается с ростом временного интервала между выборочными единицами внутри подгруппы. Поэтому увеличение времени между выборочными единицами в подгруппе повышает \bar{R} и оценку a , расширяет контрольные границы и тем самым уменьшает индекс возможностей процесса.

Можно увеличить индекс возможностей, выбрав последовательные единицы продукции, получая малые значения \bar{R} и оценки a , но состояния статистической управляемости будет трудно достигнуть.

10.5. Предварительный сбор данных

После выбора характеристики (показателя) качества, которую следует контролировать, частоты и объема подгрупп должны быть собраны и проанализированы некоторые первоначальные данные контроля или измерений, чтобы определить предварительные параметры контрольных карт: центральную линию и контрольные границы. Предварительные данные могут быть собраны последовательно, пока не будет получено 20–25

11.1. Если предварительные данные невозможно разбить на подгруппы в соответствии с намеченным планом, то необходимо разбить весь набор значений, полученных в результате наблюдений, на последовательные подгруппы, как указано в п. 10.3. Подгруппы должны иметь одинаковую структуру и объем. Единицы каждой подгруппы должны объединяться на основе предположительно одного важного общего фактора, например, **все они произведены в короткий интервал времени или все единицы из одного или нескольких одних и тех же источников или мест**. Разные подгруппы должны представлять возможные или подозреваемые различия в процессе, из которого они сформированы, например разные интервалы времени или источники.

11.2. Для каждой подгруппы вычисляют среднее (\bar{x}) и размах (R).

11.3. Подсчитывают общее среднее (среднее средних) всех полученных значений ($\bar{\bar{x}}$) и средний размах (\bar{R}).

11.4. На соответствующей форме или бумаге в клеточку строят \bar{x} - и R -карты, где вертикальная шкала слева – для \bar{x} и R , а горизонтальная шкала – для номера подгруппы. Наносят вычисленные значения \bar{x} на карту средних и вычисленные значения R – на карту размахов.

11.5. На соответствующие карты наносят сплошные горизонтальные прямые, представляющие $\bar{\bar{x}}$ и \bar{R} .

11.6. На карты наносят контрольные границы. На \bar{x} -карту наносят две горизонтальные прямые пунктиром на уровнях $\bar{\bar{x}} \pm A_2 R$, а на R -карту – две аналогичные линии на уровнях $D_3 R$ и $D_4 R$, где A_2 , D_3 и D_4 зависят от числа n наблюдений в подгруппе и приведены в табл. 2. Нижнюю контрольную линию LCL на R -карту не наносят, если n менее 7, так как соответствующее значение D_3 принимают равным нулю.

ВОПРОСЫ

1. Чем характеризуется традиционный подход к управлению качеством продукции?
2. Что является целью контрольных карт Шухарта?
3. Что является задачей статистического управления процессами?
4. Как устроена контрольная карта Шухарта?
5. Какие ошибки возможны при применении карт Шухарта?
6. Когда возникают ошибки первого рода?
7. К чему ведут ошибки первого рода?
8. Когда возникают ошибки второго рода?
9. К чему ведут ошибки второго рода?
10. Какие бывают типы контрольных карт Шухарта?
11. Какие бывают типы контрольных карт Шухарта для количественных и качественных признаков?
12. Какие преимущества имеют контрольные карты для количественных данных?
13. Что необходимо учитывать при использовании карт индивидуальных значений?
14. Преимущества контрольных карт медиан (Me).
15. Какова процедура управления при использовании \bar{x} - и R -карт?
16. Восемь дополнительных критериев для управления процессами при использовании \bar{x} - и R -карт.
17. Приемлемое значение индекса возможностей процесса PCI (C_p) для управления им.
18. Особенность контрольных карт для альтернативных данных.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шухарт У.А. Экономический контроль качества произведенного продукта. Нью-Йорк, 1931. 50 с.
2. ГОСТ Р 50779.40–96. Статистические методы. Контрольные карты. Общее руководство и введение. М.: Изд-во стандартов, 1996. 12 с.
3. ГОСТ Р 50779.41–96. Статистические методы. Контрольные карты средних арифметических с предупреждающими границами. М.: Изд-во стандартов, 1996. 27 с.
4. ГОСТ 50799.43–99. Статистические методы. Приемочные контрольные карты. М.: Изд-во стандартов, 1996. 28 с.



Н.Л. Васильев

СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Часть 1. Теоретические сведения

Екатеринбург
2011