УДК 517.935

А.Ю. Вдовин, С.С. Рублева
(A. Yu. Vdovin, S.S. Rubleva)
УГЛТУ, Екатеринбург
(USFEU, Ekaterinburg)

О РЕКОНСТРУКЦИИ НЕИЗВЕСТНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ В СИСТЕМЕ СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(ON RECONSTRUCTION OF UKNOWN IMPACT IN SYSTEM SIGNIFICANTLY NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATION)

Рассматривается проблема построения динамического алгоритма восстановления неизвестного воздействия в случае существенно нелинейной системы.

The problem of construction a dynamic algorithm of restoration unknown impact in case of significantly nonlinear system is considered.

В работе рассматривается проблема восстановления неизвестного воздействия $v(\cdot)$ на систему, математическая модель которой описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями:

$$x' = f(t, x(t), v(t)), \quad x(a) = x_a, t \in [a, b]. \tag{1}$$

Ее особенностью является тот факт, что информация о состояниях системы $x(\cdot)$ известна с некоторой погрешностью h: $|\xi(t_i) - x(t_i)| \le h$ в узлах разбиения t_i временного промежутка $[a, b]$, на котором функционирует система. Задачи в такой постановке относятся к классу обратных задач динамики и достаточно часто встречаются на практике, например, в [1] рассматривалось моделирование вибрации механической системы на примере массы фундамента, совершающей поступательные и поворотные перемещения в одной плоскости под воздействием установленного на ней однороторного машинного агрегата. Математическая модель восстановления неизвестных неупругих сил в упомянутом примере является частным случаем системы (1).

Известно, что решение исходной задачи невозможно найти аналитически, поэтому вопрос о выборе численного алгоритма, который во многом определяется как характеристиками самой системы, так и полнотой информации, которая доступна исследователю, становится актуальным. Алгоритмы могут быть разделены на динамические и нединамические. Для реализации последних необходима информация о состояниях системы в узлах разбиения всего временного промежутка. Отметим, что увеличение количества узлов разбиения (например, в случае требования уменьшения погрешности) приведет к росту размерности задачи. Преимущество динамических алгоритмов состоит в том, что для реализации восстановления воздействия в момент времени t_i необходима лишь информация о состояниях системы в этот момент. Отметим, что во многих случаях погрешность алгоритма зависит от длины временного промежутка, а значит, его увеличение неизбежно повлечет накопление погрешности. На практике, как правило, время функционирования измерительного устройства состояний системы заранее неизвестно, а, следовательно, приходится полагать промежуток бесконечным. В этом случае условие ненакопления роста погрешности становится существенным.

В работе обсуждаются результаты авторов, состоящие в построении динамического алгоритма в русле исследований, основоположниками которых являются Ю.С. Осипов и А.В. Кряжимский [2], и получении его асимптотического порядка точности в равномерной метрике на бесконечном временном промежутке. В [3] было рассмотрено динамическое восстановление воздействия на неограниченном бесконечном промежутке в случае, когда система (1) является квазилинейной по $v(\cdot)$:

$$x' = g\big(t, x(t)\big) + f\big(t, x(t)\big)v(t), \quad x(a) = x_a, t \in [a, b].$$

Здесь $x(t) \in R^m, v(t) \in Q, Q$ - выпуклый компакт из R^q, $g(\cdot), f(\cdot)$ - отображения $[a,b] \times R^m$ в R^m и пространство матриц размерности $m \times q$. При этом, приближение нормального воздействия (обладающего минимальной нормой в L_2) на каждом шаге $[t_i, t_{i+1})$ разбиения отрезка $[a,b]$ выбирается постоянным:

$$v_i = f^T\big(t_i, \xi(t_i)\big)\frac{\xi(t_i) - w_h(t_i)}{\alpha(h)},$$

где $\alpha(h)$ - параметр алгоритма, а значения кусочно-линейной $w_h(\cdot)$ вычисляются по правилу

$$w_h(t_{i+1}) = w_h(t_i) + \Big(g\big(t_i, \xi(t_i)\big) + f\big(t_i, \xi(t_i)\big)v_i\Big)\Delta, \quad \big(\Delta = \max_i(t_{i+1} - t_i)\big).$$

Основная цель доклада состоит в обсуждении возможности использования полученных результатов для случая существенно нелинейной системы (1).

Библиографический список

1. Куцубина Н.В., Санников А.А. Виброзащита технологических машин и оборудования лесного комплекса. Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2008.

2. Вдовин А.Ю., Рублева С.С. Об оценке точности динамического алгоритма восстановления управления на бесконечном временном промежутке// Современные проблемы науки и образования. 2012. № 6; URL: http://www.science-education.ru/106-7408 (дата обращения: 13.11.2012).

3. Osipov Yu.S., Kryazhimskii A.V. Inverse problems for ordinary differential equations: dynamical solutions, London: Gordon and Breach. 1995. P. 625