

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра древесиноведения и специальной обработки древесины

Е. И. Стенина

С. С. Тютиков

НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ДЕРЕВООБРАБОТКЕ

Методические указания
по выполнению контрольных работ
студентами заочной формы обучения
специальности 250403 «Технология деревообработки»
направления 250300 «Технология и оборудование лесозаготовительных и
деревообрабатывающих производств»

Екатеринбург
2009

Печатается по решению методической комиссии факультета МТД.
Протокол № 1 от 10 сентября 2008 г.

Рецензент – доцент кафедры ДиСОД В.Н. Антакова

Редактор Е.Л. Михайлова
Оператор Г.И. Романова

Подписано в печать 25.05.09		Поз. 25
Плоская печать	Формат 60x84 1/16	Тираж 50 экз.
Заказ №	Печ. л. 1,39	Цена 4 р.40 к.

Редакционно – издательский отдел УГЛТУ
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

ВВЕДЕНИЕ

Научно-технический прогресс на современном этапе развития характеризуется гигантскими темпами развития науки, которая превратилась в непосредственную производительную силу. Внедрение научных достижений в производство позволяет повысить производительность труда, снизить себестоимость продукции, повысить ее качество, улучшить эксплуатационные показатели.

С возрастанием роли науки во много крат повышаются требования к ее эффективности. Поэтому современное производство требует от специалиста умения самостоятельно ставить и решать принципиально новые задачи, используя различные методы планирования и проведения научных исследований, а также статистической обработки полученных результатов.

Любое экспериментальное исследование условно можно разделить на три этапа: подготовка эксперимента, планирование и постановка опытов, анализ результатов.

Эксперимент - это совокупность опытов, позволяющая установить влияние воздействующих факторов на выходные параметры объекта исследования.

Выходным параметром называется результат эксперимента, который является случайной величиной, так как всегда в большей или меньшей степени содержит ошибки, обусловленные погрешностью приборов, измерений, расчетов и т.п.

Фактор - это измеряемая переменная величина, принимающая в некоторый момент времени определенное значение.

Постоянными называются факторы, не меняющие своего значения в пределах всего эксперимента.

Переменным называется фактор, значение которого меняется от опыта к опыту. Каждое значение, принимаемое фактором в опыте, называ-

ется уровнем переменного фактора. Диапазон изменения переменных факторов ограничен верхним и нижним уровнями.

Опыт - часть эксперимента, выполненная при определенных значениях одного или нескольких факторов.

Если в эксперименте исследуется более одного фактора на объект, применяют два разных метода организации эксперимента. Традиционным методом планирования является однофакторный эксперимент, при котором влияние факторов подвергают исследованию поочередно: сначала варьируют один из них, при этом стабилизируют уровни всех остальных факторов, потом аналогичным образом изменяют второй фактор, затем третий и т.д.

Однофакторный эксперимент нагляден, результаты эксперимента можно прогнозировать, экспериментатор, хорошо "чувствующий" объект, легко заметит ошибку, вкравшуюся в экспериментальные данные, и примет необходимые меры.

Многофакторный эксперимент состоит в том, что при переходе от опыта к опыту изменяют уровни не одного, а всех или почти всех факторов одновременно по определенному плану.

Достоинством многофакторных экспериментов является их более высокая эффективность. При одинаковом количестве поставленных опытов они обеспечивают более достоверное математическое описание объекта или лучшее приближение к точке оптимума.

Схема проведения эксперимента должна включать следующие этапы:

- установление факторов, влияющих на исследуемый процесс;
- обоснование постоянных и переменных факторов исследования;
- обоснование уровней постоянных факторов и пределов изменения переменных факторов исследования;
- выбор выходных параметров процесса;
- обоснование вида эксперимента (классический, отсеивающий, многофакторный);

- выбор метода обработки и анализа экспериментальных данных;
- построение плана и методической сетки проведения эксперимента;
- проведение эксперимента;
- представление результатов эксперимента.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОГО ЗАДАНИЯ

Согласно учебному плану студенты заочной формы обучения специальности 250403 «Технология деревообработки» должны выполнить по курсу «Научные исследования в деревообработке» одну контрольную работу, что является необходимой частью самостоятельной работы по изучению курса.

Для выполнения контрольной работы следует использовать литературу, приведенную далее. Работа выполняется в соответствии с заданием, которое дается в вариантах. Каждый студент выполняет тот **вариант**, номер которого **равен сумме последних двух цифр номера своей зачетной книжки**. Варианты заданий приведены в таблице. Расчеты должны выполняться и оформляться в соответствии с требованиями ЕСКД.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Математическая статистика - это наука о математических методах обработки, систематизации и использовании результатов наблюдений для научных и практических выводов.

Исходные данные для выполнения вариантов заданий

Вариант	Задания с 1 по 10		Задание 11		Задание 12
	Выборка 1 (y_{1i})	Выборка 2 (y_{2i})	x_i	y_i	
1	2	3	4	5	6
0	17,6; 18,8; 19,6; 20,9; 19,1; 18,5; 18,5; 15,9	16,0; 16,0; 18,6; 18,0; 17,6; 18,5; 19,5	1; 2; 3; 4; 5; 6	14,0; 18,6; 18,7; 16,2; 13,9; 15,0	2^{3-1}
1	9,6; 8,2; 8,4; 8,4; 8,4; 9,0	12,6; 9,8; 10,7; 15,2; 11,7; 11,1	5; 10; 15; 20; 25	17,5; 16,8; 16,0; 15,4; 15,0	2^2
2	8,8; 13,2; 8,7; 9,3; 9,8; 11,6; 14,5	14,2; 14,3; 12,2; 11,1; 12,1; 12,9; 14,2; 11,1	7,0; 7,5; 8,0; 8,5; 9,0; 9,5	22,5; 28,6; 22,8; 28,9; 20,5; 18,3	2^{4-1}
3	9,2; 9,0; 9,2; 9,2; 9,0; 9,4	8,6; 7,6; 7,7; 7,2; 7,2; 7,0; 7,8; 8,4; 7,4	50; 60; 70; 80; 90; 100	32,3; 34,2; 28,1; 28,2; 28,4 30,3	2^4
4	23,3; 22,3; 23,2; 22,7; 23,5; 21,9; 21,6	21,8; 20,9; 20,0; 22,4; 22,6; 21,3; 19,5	160; 170; 180; 190; 200; 210	9,0; 9,2; 9,6; 10,6; 11,3; 12,1	2^{6-2}
5	25,1; 23,4; 25,3; 23,9; 26,0	20,2; 20,9; 18,6; 25,6; 17,6; 24,1; 18,6; 24,7	2; 3; 4; 5; 6	4,5; 5,0; 5,1; 5,4; 6,2	2^3
6	6,1; 8,4; 5,9; 6,1; 6,4; 6,2; 5,8; 6,1; 6,0; 5,8	8,6; 8,5; 9,0; 9,1; 9,5; 9,4; 9,3; 9,7; 9,1	10; 20; 30; 40; 50; 60	6,9; 5,7; 5,5; 5,4; 5,3; 5,0	2^{5-1}
7	18,6; 18,0; 17,6; 18,5; 19,5; 18,0	18,7; 18,6; 18,1; 18,1; 18,9; 19,8	112; 114; 116; 118; 120	8,0; 7,1; 6,0; 5,9; 6,8	2^5
8	6,8; 7,1; 5,7; 6,8; 7,8; 7,8; 8,1; 7,3; 8,1	8,4; 8,1; 8,8; 9,0; 10,3; 10,2; 9,2; 9,7; 8,8	15; 20; 25; 30; 35	28,1; 28,2; 28,4; 28,9; 29,1	2^{5-2}
9	4,2; 5,2; 4,1; 4,3; 3,9; 4,1; 7,3; 4,1; 7,6	3,7; 7,0; 3,6; 3,9; 3,7; 3,8; 4,1; 2,7; 6,8; 5,7	18; 20; 22; 24; 26; 28; 30	2,1; 2,5; 3,0; 4,8; 5,5; 7,6; 8,3	2^2
10	6,9; 7,5; 7,3; 8,0; 8,3; 9,8; 9,1; 7,8; 7,8	12,4; 11,2; 9,7; 10,4; 12,5; 7,5; 9,0	30; 60; 90; 120	22,5; 28,6; 28,9; 29,0	2^{6-3}
11	13,3; 12,9; 12,1; 11,2; 11,8; 13,4; 12,5; 13,1	10,1; 9,1; 7,3; 8,6; 10,8; 11,9; 8,7; 9,7; 7,2	3; 4; 5; 6; 7	23,0; 26,9; 25,3; 23,4; 25,6	2^3

Окончание таблицы

1	2	3	4	5	6
12	19,6; 18,6; 17,6; 19,3; 17,8; 19,2; 18,1	23,5; 21,9; 21,6; 24,4; 24,2; 22,3; 20,0; 22,7	1; 2; 3; 4; 5	29,9; 25,7; 21,1; 17,5; 14,7	2^{4-1}
13	4,0; 4,0; 7,4; 4,0; 7,5; 4,2; 6,1; 5,0; 4,0; 6,1	8,8; 6,2; 7,5; 4,5; 5,4; 5,0; 5,1; 6,1; 6,7; 6,0	11; 12; 13; 14; 15	8,3; 8,5; 8,6; 8,6; 8,8	2^4
14	10,6; 10,6; 10,4; 11,3; 9,0; 10,8; 10,5; 11,4	8,2; 8,3; 8,4; 8,8; 8,7; 8,5; 8,9; 9,0; 8,9; 8,8	35; 45; 55; 65; 75	8,3; 8,1; 8,9; 8,4; 7,9	2^{5-1}
15	20,0; 18,5; 16,6; 17,7; 16,5; 18,4; 21,3; 19,4	18,3; 17,2; 22,8; 22,3; 29,4; 21,2; 17,0; 17,1	100; 110; 120; 130; 140; 150	9,6; 9,4; 7,9; 8,7; 7,5; 8,2;	2^2
16	38,8; 37,4; 37,3; 39,3; 42,7; 43,6; 45,4; 46,4	30,5; 30,0; 30,9; 30,6; 30,5; 35, 7; 32,1	3; 4; 5; 6; 7; 8	14,5; 11,5; 11,5; 10,5; 10,0; 7,9	2^{6-1}
17	12,6; 10,6; 17,2; 15,4; 17,5; 14,0; 9,3; 12,0	8,6; 9,9; 11,5; 7,8; 14,2; 8,6; 12,8; 12,0	6,0; 6,5; 7,0; 7,5; 8,0	7,0; 7,7; 8,1; 9,0; 9,5	2^5
18	24,3; 26,0; 19,1; 21,0; 21,6; 20,5; 20,6	20,0; 20,9; 21,8; 21,9; 20,6; 20,5; 21,6; 21,0	17; 20; 23; 26; 29	14,8; 12,8; 12,1; 11,2; 8,9	2^{7-2}

Проведение научных исследований в лесной и деревообрабатывающей промышленности часто связано с большим числом наблюдений, результаты которых обрабатывают при помощи методов математической статистики.

Множество значений случайной величины (вариант), полученных в результате эксперимента или наблюдения над объектом исследования, представляет собой статистическую совокупность.

Статистическая совокупность, содержащая в себе всевозможные значения случайной величины, называется генеральной статистической совокупностью.

Выборочной статистической совокупностью (или выборкой) называется совокупность, в которой содержится только некоторая часть элементов генеральной совокупности. По результатам экспериментов практически всегда сталкиваются с выборочной, а не с генеральной совокупностью. Число опытов (наблюдений), содержащееся в выборке, называют объёмом выборки.

При обработке результатов эксперимента (выборки) необходимо:

- исключить грубые ошибки из ряда полученных данных;
- вычислить необходимые статистические характеристики результатов опытов;
- проверить значимость разницы между статистическими характеристиками различных опытов;
- проанализировать связь между случайными значениями переменного фактора и выходного параметра.

Задание 1. Отбрасывание грубых наблюдений

Грубые наблюдения (промахи) возникают в результате грубых ошибок при постановке и проведении опыта, поэтому они существенно отли-

чаются от остальных результатов опыта и их необходимо из выборки исключить.

Для проверки предположения, является ли сомнительный результат y_i промахом или нет, его временно исключают из выборки, а по оставшимся вариантам (наблюдениям) определяют среднее арифметическое \bar{y} и оценку выборочной дисперсии S^2 .

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad (1)$$

где y_i – оставшиеся наблюдения выборки;

n – объем оставшейся выборки.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2}{n-1}. \quad (2)$$

Затем рассчитывают критерий Стьюдента $t_{расч}$.

$$t_{расч} = |y_i - \bar{y}| / S, \quad (3)$$

где y_i – проверяемый результат;

\bar{y} – среднее арифметическое оставшихся значений выборки;

S – выборочное стандартное отклонение.

$$S = \sqrt{S^2}, \quad (4)$$

где S^2 – выборочная дисперсия.

Из табл. 1 распределения Стьюдента (приложение) по уровню значимости q (в деревообработке принимается равным $0,05$) и числу степеней свободы $f = n - 1$ находят $t_{табл}$. Если $t_{расч} > t_{табл}$, то сомнительный результат является промахом и должен быть исключен из выборки. После этого исследуют следующий за ним сомнительный вариант и т.д.

Задание 2. Расчет среднего арифметического

Самым известным вошедшим в практику вариационно-статистическим элементом, характеризующим нормальный вариационный ряд, является среднее арифметическое или просто «среднее», которое для выборки, «очищенной» от грубых наблюдений, рассчитывается по формуле

$$\bar{y} = (y_1 + y_2 + \dots + y_n) / n, \quad (5)$$

где \bar{y} - среднее арифметическое;

y_1, y_2, \dots, y_n – элементы выборки;

n - число наблюдений в выборке.

Найденное \bar{y} называют также оценкой математического ожидания, или выборочным средним, в отличие от генерального среднего (или математического ожидания), которое можно найти из генеральной совокупности.

Задание 3. Расчет выборочного стандартного отклонения

Количественной оценкой величины случайных ошибок исследования являются выборочные стандартные отклонения (выборочный стандарт) S , а также выборочная дисперсия S^2 , которые выражаются в единицах того же наименования, что и среднее арифметическое.

Выборочный стандарт рассчитывается для «чистой» выборки по формуле (4), а выборочная дисперсия – по формуле (2).

Задание 4. Расчет коэффициента вариации

При решении вопроса об изменчивости того или иного свойства необходимо вычислить коэффициент вариации v , который характеризует относительное рассеивание случайной величины от выборочного среднего:

$$v = \frac{S}{\bar{y}} \cdot 100 \% \quad (6)$$

Задание 5. Расчет средней квадратической ошибки выборочного среднего

Величину среднего арифметического всегда находят из сравнительно небольшого количества наблюдений, так как измерить все отдельные значения интересующего свойства невозможно и не нужно. Поэтому необходимо иметь дополнительную характеристику, которая позволила бы по частному значению среднего арифметического судить об общей величине среднего арифметического изучаемого свойства. Такого рода характеристикой является средняя квадратическая ошибка среднего арифметического:

$$S_{\bar{y}} = S / \sqrt{n} \quad (7)$$

Зная среднее арифметическое и его среднюю квадратическую ошибку, можно судить о надежности полученной средней величины изучаемого признака.

Согласно теории вероятности при нормальном распределении и большом числе испытаний в 683 случаях из тысячи получается результат, изменяющийся в пределах $\bar{y} \pm S_{\bar{y}}$; в 954 случаях он будет колебаться в пределах $\bar{y} \pm 2 \cdot S_{\bar{y}}$; в 997 случаях он не будет выходить за пределы $\bar{y} \pm 3 \cdot S_{\bar{y}}$.

Задание 6. Расчет показателя точности среднего значения

Подобно вариационному коэффициенту, средняя квадратическая ошибка может быть выражена в процентах от соответствующего ей среднего арифметического. Полученная величина называется показателем точности среднего значения:

$$\xi = (S_{\bar{y}}/\bar{y})100 = v/\sqrt{n} . \quad (8)$$

Чем меньше показатель точности, тем надежнее результаты исследования. Принято считать, что в области лесной и деревообрабатывающей промышленности достаточная надежность будет обеспечена только в том случае, если показатель точности не превышает 5%.

Задание 7. Расчет доверительного интервала для математического ожидания

Выборочное среднее арифметическое \bar{y} представляет ценность постольку, поскольку по нему можно судить об истинном среднем, генеральном среднем или математическом ожидании M_y . Представляет интерес отыскание величины максимальной ошибки Δ , которую допускают, предполагая, что $M_y = \bar{y}$. Поэтому требуется найти величину Δ , при которой выполняется условие

$$\bar{y} - \Delta \leq M_y \leq \bar{y} + \Delta , \quad (9)$$

$$\Delta = t_{табл} S / \sqrt{n} . \quad (10)$$

Задание 8. Проверка нормальности распределения

В случае, когда изменчивость случайной величины вызвана её зависимостью от большого числа сравнительно незначительных и взаимно независимых факторов, делается вывод о том, что выборка этих величин подчиняется закону нормального распределения. Поэтому при обработке результатов экспериментов проводят проверку нормальности распределения выходной величины.

Приближённая проверка нормальности распределения проводится при помощи показателей асимметрии A и эксцесса E , рассчитываемых по формулам

$$A = (1/nS^3) \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^3, \quad (11)$$

$$E = (1/nS^4) \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^4 - 3. \quad (12)$$

Далее вычисляют среднее квадратическое отклонение для асимметрии σ_A и эксцесса σ_E по формулам

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}}, \quad (13)$$

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{24 \cdot n(n-2)(n-3)}{(n-1)^2(n+3)(n+5)}}. \quad (14)$$

Если хотя бы один из показателей A или E по абсолютной величине в 2 или более раз превосходит соответствующее квадратическое отклонение, то следует усомниться в нормальности распределения случайной величины и проведение дальнейших проверок выборок невозможно.

Задание 9. Проверка гипотезы об однородности двух дисперсий

Выборочные дисперсии S_1^2 и S_2^2 , являющиеся характеристиками двух выборок, называются однородными, если они являются оценками одной и той же генеральной дисперсии, а различие между ними объясняется влиянием случайных ошибок. В противном случае различие между выборочными дисперсиями значимо.

а) Если $n_1 \neq n_2$, то рассчитывается критерий Фишера по следующей формуле:

$$F_{расч.} = S_{max}^2 / S_{min}^2, \quad (15)$$

где S_{max}^2 – наибольшая по абсолютному значению дисперсия;

S_{min}^2 - наименьшая по абсолютному значению дисперсия.

Далее для уровня значимости q вычисляют числа степеней свободы дисперсий $f_1 = n_1 - 1$ и $f_2 = n_2 - 1$ из табл. 2 распределения Фишера (см. приложение) находят величину $F_{табл.}$. Если $F_{расч.} \leq F_{табл.}$, то принимается гипотеза об однородности дисперсий.

б) Если $n_1 = n_2$, рассчитывают G -критерий Кохрена:

$$G_{расч} = S_{max}^2 / \sum_{i=1}^m S_i^2, \quad (16)$$

где m - количество выборочных дисперсий, однородность которых проверяется;

S_i^2 – проверяемая дисперсия.

Далее по уровню значимости q , числу степеней свободы выборок

$f_i = n_i - 1$ и по количеству выборок m из табл. 3 приложения находят величину $G_{табл.}$. Если $G_{расч.} < G_{табл.}$, то можно принять гипотезу об однородности дисперсий. В противном случае она отвергается.

Задание 10. Проверка однородности средних арифметических

Данная процедура позволяет установить, вызвано ли расхождение между средними арифметическими выборок случайными ошибками изменения или оно связано с влиянием каких-либо неслучайных факторов. Проверка производится с применением t - критерия Стьюдента.

а) Если $n_1 \neq n_2$ и дисперсии S^2_1 и S^2_2 однородны, то расчетный критерий Стьюдента определяется по формуле

$$t_{расч} = \frac{|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \left[\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \right]}}. \quad (17)$$

Табличное значение $t_{табл}$ находят из табл. 1 распределения Стьюдента при заданном уровне значимости q и числе степеней свободы $f = n_1 + n_2 - 2$ (см. приложение). Если $t_{расч} > t_{табл}$, то расхождение между средними значимо. В противном случае принимают гипотезу об однородности средних арифметических.

б) Если $n_1 = n_2$ и дисперсии S^2_1 и S^2_2 однородны, то $t_{расч}$ определяют по формуле

$$t_{расч} = |\bar{y}_1 - \bar{y}_2| / \sqrt{(S_1^2 + S_2^2) / n}. \quad (18)$$

в) Если $n_1 \neq n_2$ и дисперсии S^2_1 и S^2_2 неоднородны, то $t_{расч}$ определяют по формуле

$$t_{расч} = |\bar{y}_1 - \bar{y}_2| / \sqrt{(S_1^2 / n_1 + S_2^2 / n_2)}. \quad (19)$$

Число степеней свободы определяют в этом случае по формуле

$$f = \frac{(S_1^2 / n_1 + S_2^2 / n_2)^2}{\frac{(S_1^2 / n_1)^2}{n_1 + 1} + \frac{(S_2^2 / n_2)^2}{n_2 + 1}} - 2. \quad (20)$$

Задание 11. Расчет коэффициента корреляции

Если между входными (x) и выходными (y) случайными величинами имеется статистическая связь, то при изменении одной из них меняется

распределение другой. Для оценки статистической связи по данным эксперимента широко используется выборочный коэффициент корреляции, который рассчитывается по формуле

$$r_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)S_x S_y} \quad (21)$$

Если $0 < r_{xy} \leq 1$, то можно предполагать, что с возрастанием входной случайной величины выходная в среднем тоже возрастает. При $-1 \leq r_{xy} < 0$ существует обратная линейная зависимость между данными случайными величинами. Чем ближе величина коэффициента корреляции к +1 или -1, тем больше степень линейной зависимости между рассматриваемыми случайными величинами. $r_{xy} = 0$ свидетельствует об отсутствии линейной статистической связи между x и y , а случайные величины являются некоррелированными.

Для решения вопроса о коррелируемости признаков x и y вычисляют критерий Стьюдента:

$$t_{расч} = |r_{xy}| \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{xy}^2}} \quad (22)$$

Если $t_{расч} \geq t_{табл}$, то принимается гипотеза о значимости r_{xy} , т.е. между x и y существует линейная статистическая связь. Табличное значение критерия Стьюдента $t_{табл}$ определяется для уровня значимости $q = 0,05$ и числа степеней свободы $f = n - 2$.

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Задание 12. Планирование многофакторного эксперимента

Планирование эксперимента – это постановка опытов по некоторой заранее составленной схеме с целью получения максимума информации при необходимости экономии средств и сокращения числа опытов.

Построить матрицу заданного плана, указав, какому плану она соответствует, и дав при этом все необходимые пояснения.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Пижурин, А.А. Научные исследования в деревообработке. ОНИ [Текст] /А.А. Пижурин. – М., 1999. – 140 с.
2. Пижурин, А.А. Исследования процессов деревообработки [Текст] / А.А. Пижурин, М.С. Розенблит. – М., 1984. – 231 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Значения t – критерия Стьюдента
(q – уровень значимости, f – число степеней свободы)

f	q	q
	0,05	0,01
1	12,71	63,66
2	4,30	9,92
3	3,18	5,84
4	2,78	4,60
5	2,57	4,03
6	2,45	3,71
7	2,36	3,50
8	2,31	3,36
9	2,26	3,25
10	2,23	3,17
15	2,13	2,95
20	2,09	2,85
30	2,04	2,75
40	2,02	2,70
50	2,01	2,68
60	2,00	2,66
80	1,99	2,64
100	1,98	2,63
120	1,98	2,62
200	1,97	2,60
500	1,96	2,59
∞	1,96	2,58

Таблица 2

Значения F – критерия Фишера

(f₁ – число степеней свободы большей дисперсии, f₂ – число степеней свободы меньшей дисперсии)

f ₂	f ₁											
	q = 0,05											
	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,40	19,43	19,45	19,46	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,94	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,24	2,09	2,01	1,92	1,71
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51

Продолжение табл. 2

f ₂	f ₁											
	q = 0,05											
	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,02	1,91	1,75	1,66	1,55	1,25
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00
q = 0,01												
1	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5982	6056	6157	6209	6261	6366
2	98,50	99,0	99,17	99,25	99,30	99,33	99,37	99,40	99,43	99,45	99,47	99,50
3	34,12	30,82	29,46	28,71	28,42	27,91	27,49	27,23	26,87	26,69	26,50	26,13
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,80	14,55	14,20	14,02	13,84	13,46
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,29	10,05	9,72	9,55	9,38	9,02
6	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,10	7,87	7,56	7,40	7,23	6,88
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,84	6,62	6,31	6,16	5,99	5,65
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,03	5,81	5,52	5,36	5,20	4,86
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,47	5,26	4,96	4,81	4,65	4,31
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,06	4,85	4,56	4,41	4,25	3,91
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,56	3,37	3,23	3,09	2,94	2,42
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,17	2,98	2,70	2,55	2,39	2,01

Таблица 3

Значения G – критерия Кохрена

(f – число степеней свободы выборки, m – количество выборок)

m	f									
	q = 0,05									
	1	2	3	4	5	10	16	36	144	∞
2	0,99	0,98	0,94	0,91	0,88	0,79	0,73	0,66	0,58	0,50
3	0,97	0,87	0,80	0,75	0,71	0,60	0,55	0,47	0,40	0,33
4	0,91	0,77	0,68	0,63	0,59	0,49	0,44	0,37	0,31	0,25
5	0,84	0,68	0,60	0,54	0,51	0,41	0,36	0,31	0,25	0,20
6	0,78	0,62	0,53	0,48	0,44	0,36	0,31	0,26	0,21	0,17
7	0,73	0,56	0,48	0,43	0,40	0,32	0,28	0,23	0,18	0,14
60	0,17	0,11	0,09	0,09	0,07	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02
120	0,10	0,06	0,05	0,04	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01
q = 0,01										
2	0,99	0,99	0,98	0,96	0,94	0,85	0,79	0,71	0,61	0,50
3	0,99	0,94	0,88	0,83	0,79	0,67	0,61	0,52	0,42	0,33
4	0,97	0,86	0,78	0,72	0,68	0,55	0,49	0,41	0,33	0,25
5	0,93	0,79	0,70	0,63	0,59	0,47	0,41	0,34	0,26	0,20
6	0,88	0,72	0,63	0,56	0,52	0,41	0,35	0,29	0,22	0,17
7	0,84	0,66	0,57	0,51	0,47	0,36	0,31	0,25	0,19	0,14
60	0,22	0,14	0,11	0,09	0,08	0,06	0,05	0,03	0,02	0,02
120	0,12	0,08	0,06	0,05	0,04	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01

Таблица 4

Значения критерия χ^2
(k – число степеней свободы)

k	q	
	0,05	0,01
1	3,84	6,63
2	5,99	9,21
3	7,81	11,3
4	9,49	13,3
5	11,1	15,1
10	18,3	23,2
15	25,0	30,6
20	31,4	37,6
25	37,7	44,3
30	43,8	50,9
40	55,8	63,7
50	67,5	76,2