

Рисунок 6 – Влияние частоты вращения инструмента на мощность резания

Выводы.

По результатам исследований можно сделать следующие выводы:

1. Разработанное математическое описание влияния средней толщины стружки, угла заострения режущего элемента, высоты срезаемого слоя и частоты вращения инструмента на мощность, затрачиваемую при фрезеровании ламинированных древесно-стружечных плит позволяющее установить режимы технологического процесса с наименьшими энергозатратами..

2. Анализ модели показывает, что наибольшее влияние на мощностной показатель оказывает средняя толщина стружки и частота вращения инструмента и практически незначительное – угол заострения резца и высота срезаемого слоя.

3. Рациональный режим работы оборудования можно устанавливать в сочетании с качественными показателями, которые позволяют выбирать среднюю толщину стружки и частоту вращения фрезерного инструмента.

Власов А.В. (ВятГУ, г. Киров, РФ) artjomv@gmail.com

ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ И ЧИСЛА ОБОРОТОВ КРУГЛОЙ ПИЛЫ НА ЕЁ ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ RELATIONS BETWEEN THICKNESS AND ROTARY SPEED OF CIRCULAR SAW AND ITS OWN VIBRATION FREQUENCY

Требуемые технико-экономические показатели круглых пил в значительной степени определяются их работоспособностью. От работоспособности круглой пилы зависят энергозатраты, качество распиловки, потери древесины в опил. Потеря работоспособности пильного диска связана с потерей динамической устойчивости (изгибными колебаниями) при минимальной критической частоте вращения. Таким образом, каждая круглая пила с заданными параметрами имеет предельно допустимую частоту вращения. Превышение предельно допустимой частоты вращения вызывает значительное отклонение пилы от плоского состояния, что приводит к ухудшению качества распи-

ловки, и может вывести диск из строя. Предельно допустимая частота вращения устанавливается частотой собственных колебаний пильного диска.

В работе определяется частота собственных поперечных колебаний пильного диска постоянной толщины, закреплённого по внутреннему контуру планшайбой. Предполагаем, что распределение напряжений в пиле от нагрева и центробежных сил инерции имеет осесимметричный характер. Рассматривая малые поперечные колебания пильного диска, пренебрегаем изменением напряжений в срединной плоскости пилы при колебаниях диска.

Дифференциальное уравнение малых поперечных колебаний пильного диска в цилиндрической системе координат [1]:

$$D\Delta\Delta w - h \cdot \left(\frac{\partial V_{об.сил}}{\partial r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_{об.сил}}{\partial \theta} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) -$$

$$- h \left[\sigma_r \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \sigma_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + 2\tau_{r\theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \cdot \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \right] +,$$

$$+ h\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

где r, θ – цилиндрические координаты;

$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ – оператор Лапласа в цилиндрических координатах [2];

$V_{об.сил} = -\frac{1}{2} \rho \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 r^2$ – удельная потенциальная энергия объемных сил;

σ_r и σ_θ – нормальные компоненты напряжения по осям r и θ ;

$\tau_{r\theta}$ – касательная компонента напряжения ($\tau_{r\theta} = 0$, т.к. напряженное состояние осесимметрично);

ρ – плотность материала диска пилы;

n – число оборотов диска пилы;

t – время;

w – прогиб пластинки;

$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость [2];

E – модуль упругости Юнга;

h – толщина диска;

ν – коэффициент Пуассона.

При определении частот собственных колебаний диска, в качестве внешних нагрузочных факторов действующих на диск рассматриваем центробежные и тепловые нагрузки.

Напряжения от действия центробежных сил определяем по следующим зависимостям [3]:

$$\begin{aligned} \sigma_r = & \frac{3+\nu}{8} \rho \cdot \left(\frac{\pi \cdot n}{30}\right)^2 \cdot b^2 - \\ & - \frac{\rho \cdot \left(\frac{\pi \cdot n}{30}\right)^2 \cdot a^2 \cdot [(3+\nu) \cdot (1-\nu) \cdot b^2 - (1-\nu^2) \cdot a^2]}{8 \cdot [a^2 \cdot (1-\nu) + b^2 \cdot (1+\nu)]} + \\ & + \frac{\rho \cdot \left(\frac{\pi \cdot n}{30}\right)^2 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot [(3+\nu) \cdot (1-\nu) \cdot b^2 - (1-\nu^2) \cdot a^2]}{8 \cdot r^2 \cdot [a^2 \cdot (1-\nu) + b^2 \cdot (1+\nu)]} - \\ & - \rho \cdot \left(\frac{\pi \cdot n}{30}\right)^2 \cdot r^2 \cdot \frac{3+\nu}{8} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = & \frac{3+\nu}{8} \rho \cdot \left(\frac{\pi \cdot n}{30}\right)^2 \cdot b^2 - \\ & - \frac{\rho \cdot \left(\frac{\pi \cdot n}{30}\right)^2 \cdot a^2 \cdot [(3+\nu) \cdot (1-\nu) \cdot b^2 - (1-\nu^2) \cdot a^2]}{8 \cdot [a^2 \cdot (1-\nu) + b^2 \cdot (1+\nu)]} + \\ & + \frac{\rho \cdot \left(\frac{\pi \cdot n}{30}\right)^2 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot [(3+\nu) \cdot (1-\nu) \cdot b^2 - (1-\nu^2) \cdot a^2]}{8 \cdot r^2 \cdot [a^2 \cdot (1-\nu) + b^2 \cdot (1+\nu)]} - \\ & - \rho \cdot \left(\frac{\pi \cdot n}{30}\right)^2 \cdot r^2 \cdot \frac{1+3 \cdot \nu}{8} \end{aligned} \quad (3)$$

где a – радиус планшайбы;

b – радиус пильного диска.

Для определения термомеханических напряжений сперва необходимо определить тепловое поле пильного диска.

Распределение температуры по радиусу диска пилы описывается зависимостью [4]:

$$t(r) = t_H + (t_H - t_B) \frac{K_1 \left(a \sqrt{\frac{2\alpha(a)}{h\lambda_m}} \right) \cdot I_0 \left(r \sqrt{\frac{2\alpha(r)}{h\lambda_m}} \right) + I_1 \left(a \sqrt{\frac{2\alpha(a)}{h\lambda_m}} \right) \cdot K_0 \left(r \sqrt{\frac{2\alpha(r)}{h\lambda_m}} \right)}{K_1 \left(a \sqrt{\frac{2\alpha(a)}{h\lambda_m}} \right) \cdot I_0 \left(b \sqrt{\frac{2\alpha(b)}{h\lambda_m}} \right) + I_1 \left(a \sqrt{\frac{2\alpha(a)}{h\lambda_m}} \right) \cdot K_0 \left(b \sqrt{\frac{2\alpha(b)}{h\lambda_m}} \right)}, \quad (4)$$

где I_0, K_0, I_1, K_1 – функции Бесселя соответственно первого и второго рода нулевого и первого порядка аргумента;

t_B – температура окружающей среды;

t_H – температура на наружном радиусе (b) диска;

λ_m – коэффициент теплопроводности материала диска круглой пил.

Коэффициент теплоотдачи от диска воздуху $\alpha(r)$, определяется по формуле [4]:

$$\alpha(r) = c \lambda_f \omega^\psi \nu_f^{-\psi} r^{2\psi-1}, \quad (5)$$

где ω – угловая скорость;

c и ψ – коэффициенты, зависящие от вида, параметров охлаждающей среды и условий охлаждения;

λ_f – коэффициент теплопроводности воздуха при температуре окружающей среды;
 ν_f – коэффициент кинематической вязкости воздуха при температуре окружающей среды.

Напряжения, возникающие от неравномерного нагрева диска пилы, в радиальном и тангенциальном направлениях $\sigma_r(r)$ и $\sigma_\theta(r)$ определяются по формулам [3]:

$$\sigma_r(r) = E\alpha_n \left[-\frac{1}{r^2} \int_a^r t(r) r dr - \frac{\int_a^b t(r) r dr}{b^2 \left[1 + \mu + (1 - \mu) \frac{a^2}{b^2} \right]} \right] \left[1 + \mu + (1 - \mu) \frac{a^2}{r^2} \right], \quad (6)$$

$$\sigma_\theta(r) = E\alpha_n \left[\frac{1}{r^2} \int_a^r t(r) r dr - t + \frac{\int_a^b t(r) r dr}{b^2 \left[1 + \mu + (1 - \mu) \frac{a^2}{b^2} \right]} \right] \left[1 + \mu - (1 - \mu) \frac{a^2}{r^2} \right], \quad (7)$$

где α_n – коэффициент линейного расширения материала круглой пилы.

Наиболее эффективным методом решения дифференциального уравнения (1) является приближённый метод Бубнова–Галеркина. Для приближенного решения задачи по данному методу задаемся выражением для прогиба в виде суммы конечного числа членов:

$$w = w_1 + w_2$$

$$w_1 = a'(r - a)^2 \cdot (1 + B_1 \cdot r + B_2 \cdot r^2) \cdot \sin(\lambda\theta) \cdot \sin(\Omega \cdot t), \quad (8)$$

$$w_2 = a''(r - a)^2 \cdot (1 + A_2 \cdot r^2 + A_3 \cdot r^3) \cdot \sin(\lambda\theta) \cdot \sin(\Omega \cdot t)$$

где a', a'' – вариационные параметры;

λ – число узловых диаметров;

Ω – частота собственных колебаний диска пилы;

B_1, B_2, A_2, A_3 – безразмерные коэффициенты.

Функции (8) автоматически удовлетворяют граничным условиям на внутреннем контуре. На внутреннем радиусе диска, равном радиусу планшайбы ($r=a$), прогиб и угол поворота пластины равны нулю [4]:

$$w = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial w}{\partial r} = 0. \quad (10)$$

Безразмерные коэффициенты B_1, B_2, A_2, A_3 определяются из условия, что функции (8) удовлетворяют граничным условиям на внешнем контуре [4]:

$$M_r = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] = 0, \quad (11)$$

$$Q_r = \left[(1-\nu) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} (\Delta w) \right] = 0. \quad (12)$$

Подставляя функции (8) в дифференциальное уравнение (1) вариационное уравнение Бубнова–Галеркина примет вид:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_a^b \int_0^{2\pi} \left\{ D\Delta\Delta w - h \cdot \left(\frac{\partial V_{об.цил}}{\partial r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_{об.цил}}{\partial \theta} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) - \right. \\ \left. - h \left[\sigma_r \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \sigma_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] + h\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right\} \delta w r dr d\theta dt = 0 \quad (13)$$

В данном вариационном уравнении за начальный момент времени примем $t_1 = 0$, а за конечный момент времени – период рассматриваемого свободного колебания $t_2 = \frac{2\pi}{\Omega}$, тогда вариационное уравнение переписывается в виде:

$$\int_a^b \int_0^{2\pi} \left\{ D\Delta\Delta w - h \cdot \frac{\partial V_{\dot{a}\dot{a}, \dot{n}\dot{n}, \dot{e}\dot{e}}}{\partial r} \frac{\partial w}{\partial r} - h \left[\sigma_r \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \sigma_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{\lambda^2}{r^2} w \right) \right] - h\rho \cdot \Omega^2 w \right\} \delta w r dr d\theta = 0. \quad (14)$$

Вследствие независимости вариаций $\delta a'$ и $\delta a''$ множители при них должны обращаться в нуль. Это приводит к системе линейных уравнений относительно a' и a'' :

$$\begin{cases} S_1 \cdot a' + S_2 \cdot a'' = 0 \\ S_3 \cdot a' + S_4 \cdot a'' = 0 \end{cases} \quad (15)$$

где

$$S_1 = \int_a^b \int_0^{2\pi} \left\{ D\Delta\Delta w_1 - h \cdot \frac{\partial V_{\dot{a}\dot{a}, \dot{n}\dot{n}, \dot{e}\dot{e}}}{\partial r} \frac{\partial w_1}{\partial r} - h \left[\sigma_r \frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} + \sigma_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_1}{\partial r} - \frac{\lambda^2}{r^2} w_1 \right) \right] - h\rho \cdot \Omega^2 w_1 \right\} w_1 r dr d\theta = 0$$

$$S_2 = \int_a^b \int_0^{2\pi} \left\{ D\Delta\Delta w_2 - h \cdot \frac{\partial V_{\dot{a}\dot{a}, \dot{n}\dot{n}, \dot{e}\dot{e}}}{\partial r} \frac{\partial w_2}{\partial r} - h \left[\sigma_r \frac{\partial^2 w_2}{\partial r^2} + \sigma_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_2}{\partial r} - \frac{\lambda^2}{r^2} w_2 \right) \right] - h\rho \cdot \Omega^2 w_2 \right\} w_1 r dr d\theta = 0$$

$$S_3 = \int_a^b \int_0^{2\pi} \left\{ D\Delta\Delta w_1 - h \cdot \frac{\partial V_{\dot{a}\dot{a}, \dot{n}\dot{n}, \dot{e}\dot{e}}}{\partial r} \frac{\partial w_1}{\partial r} - h \left[\sigma_r \frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} + \sigma_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_1}{\partial r} - \frac{\lambda^2}{r^2} w_1 \right) \right] - h\rho \cdot \Omega^2 w_1 \right\} w_2 r dr d\theta = 0$$

$$S_4 = \int_a^b \int_0^{2\pi} \left\{ D\Delta\Delta w_2 - h \cdot \frac{\partial V_{\dot{a}\dot{a}, \dot{n}\dot{n}, \dot{e}\dot{e}}}{\partial r} \frac{\partial w_2}{\partial r} - h \left[\sigma_r \frac{\partial^2 w_2}{\partial r^2} + \sigma_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_2}{\partial r} - \frac{\lambda^2}{r^2} w_2 \right) \right] - h\rho \cdot \Omega^2 w_2 \right\} w_2 r dr d\theta = 0$$

Приравнявая к нулю определитель системы (15):

$$S_1 \cdot S_4 - S_2 \cdot S_3 = 0$$

находим частоту собственных колебаний пильного диска.

Рассмотрим пример расчета частоты собственных колебаний для пильного диска диаметром $2b=1000$ мм, диаметром планшайбы $2a=160$ мм. В расчёте принимаем следующие параметры материала пилы (сталь 9ХФ): модуль упругости Юнга $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; коэффициент Пуассона $\nu=0,27$; плотность материала $\rho = 7850$ г/см³;

коэффициент линейного расширения материала круглой пилы $\alpha_{\varepsilon} = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Температура окружающей среды $t_B = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$; температура на наружном радиусе (b) диска $t_H = 90 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Коэффициенты, зависящие от вида и параметров охлаждающей среды и условий охлаждения $s = 0,0287$ и $\psi = 0,8$; коэффициент теплопроводности воздуха при температуре окружающей среды $\lambda_f = 0,0259 \text{ Вт/(м}^2 \text{ }^{\circ}\text{C)}$; коэффициент теплопроводности материала диска круглой пилы $\lambda_m = 44,7 \text{ Вт/(м}^2 \text{ }^{\circ}\text{C)}$; коэффициент кинематической вязкости воздуха при температуре окружающей среды $\nu_f = 15,06 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$. Расчет ведем для дисков толщиной от 2 мм до 5 мм с шагом 0,5 мм и числом оборотов от 750 об/мин до 1550 об/мин с шагом 50 об/мин.

Результаты расчетов представлены в графическом виде на рисунках 1 и 2, отображающих зависимость частоты собственных колебаний рассматриваемого пильного диска от его числа оборотов и толщины для одного ($\lambda = 1$) и двух ($\lambda = 2$) узловых диаметров.

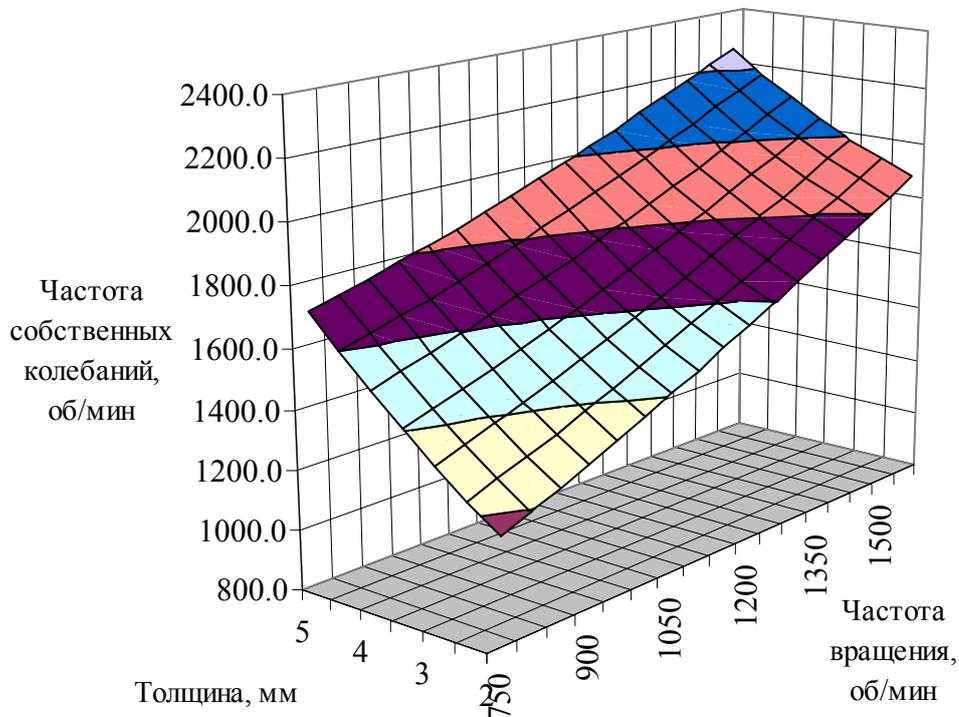


Рисунок 1 – Зависимость частоты собственных колебаний с одним узловым диаметром от толщины и частоты вращения пильного диска

Расчет пильных дисков, рассмотренных в примерах, так же был проведен с использованием метода конечных элементов в программном комплексе ANSYS, который показал расхождение результатов не более 5%.

Максимальное число оборотов пильного диска определяется по зависимости[5]:

$$n = 0,85 \cdot n_{кр}, \quad (16)$$

где $n_{кр} = \frac{30\Omega}{\pi}$.

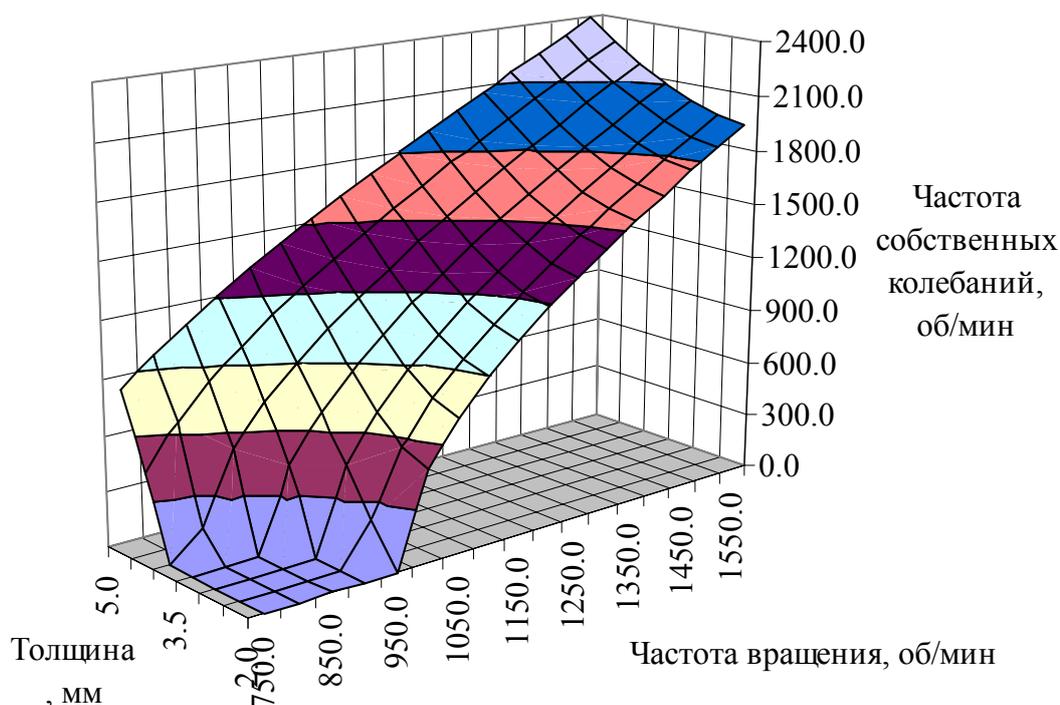


Рисунок 2 – Зависимость частоты собственных колебаний с двумя узловым диаметрами от толщины и частоты вращения пильного диска

Таким образом, на основании представленной модели найдены зависимости частоты собственных колебаний диска пилы от его толщины и числа оборотов, используя которые, возможно определить наиболее рациональные толщину и число оборотов пильного диска с точки зрения его устойчивости.

Библиографический список

1. Жодзишский Г.А. Влияние напряжений от неравномерного нагрева, проковки и центробежных сил инерции на частоты свободных колебаний круглых пил: диссертация ... кандидата технических наук.- ЛТА, 1958.
2. С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер Пластинки и оболочки / пер. с англ.; под ред. Г. С. Шапиро. - Изд. 3-е, М.: Наука, 1966 - 635 с. ил, табл.; 22 см.
3. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости: Пер. с англ./Под ред. Г.С. Шапиро. – 2-е изд. – М.: Наука, 1979, 560 с.
4. Пашков В.К. Теплофизика резания древесины круглыми пилами: монография. Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2007,311с. ISBN 978-5-94984-144-0.
5. Стахийев Ю.М. Работоспособность плоских круглых пил. – М.: Лесн. пром-сть, 1989. – 384 с. ISBN 5 – 7120 – 0197 – 7.