Раевская Л.Т. *(УГЛТУ, г. Екатеринбург, РФ)* raevskaya@usfeu.ru

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ
ANALYTICAL CALCULATIONS OF THE DESIGN PARAMETERS

Конструктивные параметры при проектировании каких–либо механизмов можно подбирать из данных натурного эксперимента, или рассчитывать с учетом поставленной задачи. Например, в предыдущей работе по оптимизации параметров ребра жесткости поршня пневмомотора серии ДАР [1] были приведены результаты аналитического расчета размеров ребра жесткости без тела поршня (трапецеидальное сечение ребра жесткости видно на рис.1). Правильно подобранные размеры ребра жесткости могут привести к уменьшению нормальных максимальных напряжений на 20%. В связи с необходимостью уточнения изложенных в статье [1] результатов в данной работе проведен расчет параметров ребра жесткости методом неопределенных множителей Лагранжа с учетом стенок поршня. Цель этого исследования – уменьшение изгибных деформаций стенок поршня.

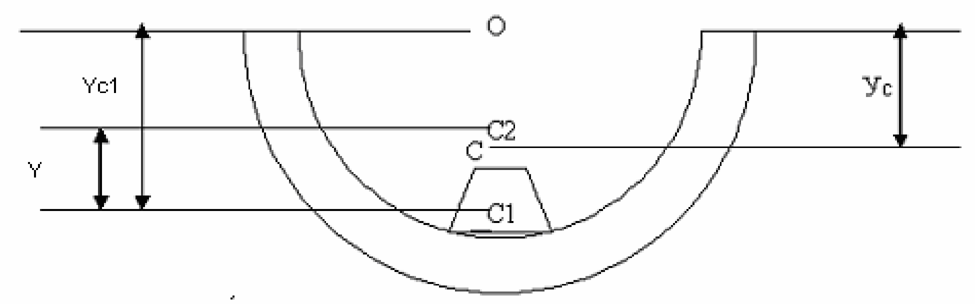

Рисунок 1 – Полное сечение поршня пневмомотора в средней его части

На рисунке 1 показано полное сечение поршня в той его части, где появляется наибольшая деформация изгиба в процессе эксплуатации; C_1 – центр тяжести трапеции, C_2 – центр тяжести полукольца, C - центр тяжести всего сечения, O – точка прохождения линии действия внешней силы P, Y – расстояние между центрами тяжестей частей составного сечения; Yc1, Yc – расстояния между соответствующими точками. В работе пренебрегали сегментом между трапецией и стенкой поршня. Обозначим больший и меньший радиусы полукольца – R, R_1, соответственно; верхнее основание трапеции – a, нижнее – b, высота трапеции – h, площади трапеции и полукольца S_1, S_2, соответственно. В этих обозначениях получаем

$$S_1 = (1/2)h(a + b);\ S_2 = (1/2)\pi\,(R^2-R_1^2);\ Yc_1 = (1/2)\sqrt{4R_1^{\,2} - b^2} -(1/3)h(2a+b)/(a + b). \quad (1)$$

Расстояние между точками O и C получается равным

$$Yc = (1/2)((1/2)(4R_1^2-b^2)^{1/2}-(1/3)h(2a+b)/(a + b))h(a + b)+(2/3)(R^2+RR_1+R_1^2)(R^2-R_1^2)/(R+R_1))/((1/2)h(a + b)+(1/2)\pi\,(R^2-R_1^2))\ . \quad (2)$$

Используя известные формулы для моментов инерции трапеции I_1и полукольца I_2 относительно своих центров тяжести:

$$I_1 = (h^3/36)(a^2+4ab+b^2)/(a+b)$$

$$I_2 = 0.110R^4-0.110R_1^4-0.283R^2R_1^2(R-R_1)/(R+R_1),$$ и

с учетом соотношений (1) и (2) получим выражение для момента инерции полного сечения относительно общего центра тяжести

$$I = I_1 + S_1(Yc_1 - Yc)^2 + I_2 + S_2(Y - Yc_1 + Yc)^2 \;; \qquad (3)$$

Соотношение (3) войдет в формулу для нормального максимального напряжения при внецентренном растяжении – сжатии. В свою очередь это напряжение будет выбрано в качестве целевой функции в процедуре оптимизации с ограничениями, налагаемыми на размеры оснований в виде a + b = k (значение параметра k выбирают в соответствии с конструктивными параметрами в существующем двигателе). Лагранжиан (Lagr) представляет собой целевую функцию и неопределенный множитель λ помноженный на уравнение связи между параметрами: a + b- k = 0.

$$\begin{gathered}
Lagr = P(1/((1/2)h(a + b)+(1/2)\pi(R^2-\\
R_1^2))+Y^2/(h^3(a^2+4ab+b^2)/(36a+36b)+(1/2)((1/2)(4R_1^2-b^2)^{1/2}-(1/3)h(2a + b)/(a + b)-\\
((1/2)((1/2)(4R_1^2-b^2)^{1/2}-(1/3)h(2a + b)/(a + b))h(a + b)+(2/3)(R^2+RR_1+R_1^2)(R^2-\\
R_1^2)/(R+R_1))/((1/2)h(a + b)+(1/2)\pi(R^2-R_1^2)))^2h(a + b)+0.110R^4-0.110R_1^4-\\
0.283R^2R_1^2(R-R_1)/(R+R_1)+(1/2)(((1/2)((1/2)(4R_1^2-b^2)^{1/2}-(1/3)h(2a + b)/(a + b))h(a +\\
b)+(2/3)(R^2+RR_1+R_1^2)(R^2-R_1^2)/(R+R_1))/((1/2)h(a + b)+(1/2)\pi(R^2-R_1^2)) -\\
(4/3)(R^2+RR_1+R_1^2) / (\pi (R+R1)))^2\pi(R^2-R_1^2)))+\lambda (a + b - k),
\end{gathered} \qquad (4)$$

где P – сила действующая на сечение в точке О, смещенная относительно центра тяжести полного сечения на величину Yc. Координата наиболее удаленной от нейтральной линии точки сечения будет равна, как и плечо силы P - Yc.

В результате совместного решения трех уравнений: первых производных (приравненных к нулю) от Лагранжиана (4) по параметрам a, b, λ, получаем решения для оптимальных параметров – оснований ребра жесткости. Они оказались следующими a = 9,8 мм, b = 14,2 мм. Существующие в двигателе ДАР-14М, например, параметры равны a = 8 мм, b = 16 мм. Казалось бы разница расчетных параметров и существующих в настоящее время незначительна. Однако исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) методами комплекса МКЭ ANSYS продемонстрировали значительное уменьшение всех характеристик НДС, особенно нормального максимального напряжения в модели с расчетными параметрами (до 20%). Поскольку в настоящей работе найдены более точные значения, их можно рекомендовать в качестве наиболее рациональных параметров при проектировании.

Библиографический список

1. Раевская Л.Т. Оптимизация ребра жесткости поршня пневмомотора /Л.Т.Раевская/ Известия вузов. Горный журнал, №6, 2008.-С. 90 – 94.