



Е.П. Шавнина

# ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Екатеринбург  
2014

Электронный архив УГЛТУ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФБГОУ ВПО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра энергетики

Е.П. Шавнина

# **ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА**

Методические указания  
к самостоятельной работе по дисциплине  
«Электротехника и электроника»  
(раздел «Электрические цепи»)  
для студентов очной и заочной форм обучения  
по всем направлениям и специальностям

Екатеринбург  
2014

Печатается по рекомендации методической комиссии ИАТТС.  
Протокол № 2 от 21 октября 2013 г.

Рецензент- кандидат технических наук Звягин С.В.

Редактор Р.В. Сайгина  
Оператор компьютерной верстки Т.В. Упова

---

Подписано в печать 26.01.15		Поз. 92
Плоская печать	Формат 60×84 1/16	Тираж 10 экз.
Заказ №	Печ. л. 2,56	Цена руб. коп.

---

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ  
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	3
1. Общая характеристика дисциплины «Электротехника и электроника» ...	3
2. Рекомендуемая литература .....	3
3. Указания по оформлению контрольной (расчётно-графической) работы .....	5
4. Методические указания к задаче 1 «Анализ и расчёт сложной цепи постоянного тока» .....	5
4.1. Условие задачи 1 .....	5
4.2. Основные понятия и расчётные соотношения .....	6
5. Методические указания к задаче 2 «Анализ и расчёт последовательной цепи переменного тока» .....	16
5.1. Условие задачи 2 .....	16
5.2. Основные понятия и расчётные соотношения .....	16
6. Методические указания к задаче 3 «Анализ и расчёт трехфазной цепи»	29
6.1. Условие задачи 3 .....	29
6.2. Основные понятия и расчётные соотношения .....	29
Приложение 3. Исходные данные к задаче 1 .....	38
Приложение 2. Исходные данные к задаче 2 .....	40
Приложение 3. Исходные данные к задаче 3 .....	41

## **ВВЕДЕНИЕ**

Методические указания к самостоятельной работе студентов по дисциплине «Электротехника и электроника» для студентов очной и заочной форм обучения всех направлений и специальностей по разделу «Электрические цепи» разработаны так, чтобы ими могли пользоваться как студенты, так и преподаватели. Даны теоретические положения, необходимые и достаточные для решения основных типовых задач, относящихся к данному разделу дисциплины, что позволит самостоятельно осваивать учебный материал, в том числе выполнять расчётно-графические работы студентам очной формы обучения и контрольные работы студентам-заочникам, а также подготовиться к сдаче экзамена (зачёта). Преподаватели могут воспользоваться приведенными вариантами задач как при выдаче заданий студентам дневного отделения, так и при компоновке заданий для контрольных работ заочников.

### **1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЦИПЛИНЫ «ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА»**

Дисциплина «Электротехника и электроника» (ОПД.Ф.04 и ОПД.Ф.03) относится к группе профессиональных дисциплин, предусмотренных ФГОС ВПО. Целью дисциплины «Электротехника и электроника» является теоретическая и практическая подготовка выпускников в области электротехники и электроники в такой степени, чтобы они знали основные законы и принципы, лежащие в основе работы электротехнических и электронных устройств и электрических машин, имели представление о конструкциях и основных характеристиках электротехнических устройств, а также имели навыки контролирования безаварийной работы электротехнических устройств и выбора и эксплуатирования системы управления электроприводами.

### **2. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Иванов И.И., Соловьев Г.И., Фролов В.Я.. Электротехника и основы электроники – М.: Лань, 2012. - 736 с.
2. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника.- 12-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. - 544с.
3. Волынский Б.А., Зейн Е. Н., Шатерников В.Е. Электротехника. – М.: Энергоатомиздат, 1987. - 528 с.

### 3. УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ (КОНТРОЛЬНОЙ) РАБОТЫ

Контрольная работа состоит из трех задач. Вариант задачи, выполняемый студентом по каждой теме, определяется, исходя из первых букв его фамилии, имени и отчества (табл. 1).

Таблица 1

Данные для выбора вариантов задач

Буква	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К
Вариант задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Буква	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
Вариант задачи	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Буква	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Э	Ю	Я		
Вариант задачи	21	21	21	22	22	22	23	23		

Например, Петрова Татьяна Ивановна выполняет задачу 1 (расчет сложной цепи постоянного тока) по варианту 15 (фамилия начинается с «П»), задачу 2 - по варианту 18 (имя начинается с «Т»), задачу 3- по варианту 9 (отчество начинается с «И»). На титульном листе контрольной работы ниже названия дисциплины – «Электротехника и электроника» - должен быть указан номер зачетной книжки, и в круглых скобках шифр задания, в котором содержатся номера решаемых задач, например: (15 – 18 – 9). Работа оформляется в соответствии с методическими указаниями, действующими в УГЛТУ в момент выполнения работы. **Условие каждой задачи полностью приводится в тексте работы.** Далее выписываются цифровые данные для конкретного варианта задачи и вычерчивается в соответствии со стандартными обозначениями элементов схема цепи. Ниже приводится решение задачи с комментариями. Например: «Из уравнения первого закона Кирхгофа для узла «А» следует  $I_3 = I_1 + I_2$ ». Все формулы проверяются на соответствие размерностей физических величин. Векторные диаграммы строятся на миллиметровой бумаге с соблюдением масштаба, указанного на диаграмме, и затем вклеиваются или вшиваются в текст работы.

### 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «АНАЛИЗ И РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА»

#### 4.1. Условие задачи

**ЗАДАЧА 1.** При известных ЭДС источников и сопротивлениях резисторов цепи постоянного тока рассчитать токи в ее ветвях методом прямого применения законов Кирхгофа. Составить уравнение баланса мощностей.

Исходные данные приведены в прил. 1. В таблице указаны номера выключателей, которые нужно замкнуть, чтобы получить индивидуальный вариант схемы цепи.

## 4.2. Основные понятия и расчетные соотношения

4.2.1 Постоянный ток  $I$  - это ток, величина и направление которого не зависят от времени (рис. 4.1,а). Основная единица измерения тока в системе СИ – ампер ( $A$ ); производные единицы – килоампер ( $1 \text{ кА} = 10^3 A$ ), миллиампер ( $1 \text{ мА} = 10^{-3} A$ ), и т.д. Электродвижущая сила (ЭДС)  $E$  - основная характеристика источника ЭДС. Величина и направление постоянной э.д.с. не зависят от времени. ЭДС измеряется в вольтах ( $B$ ), киловольтах ( $\text{кВ}$ ), милливольтвах ( $\text{мВ}$ ) и т.д. Разность электрических потенциалов (электрическое напряжение)  $U$  возникает между двумя точками электрической цепи при наличии в составе цепи хотя бы одного источника электрической энергии. Единицы измерения напряжения такие же, как единицы измерения ЭДС.

4.2.2. Резистивный элемент  $R$  (резистор) – элемент цепи, основной характеристикой (параметром) которого является его сопротивление  $R$ , измеряемое в системе СИ в омах ( $\text{Ом}$ ), килоомах ( $1 \text{ кОм} = 10^3 \text{ Ом}$ ) и мегаомах ( $1 \text{ МОм} = 10^6 \text{ Ом}$ ). Наличие резистора в составе цепи свидетельствует о том, что в цепи происходят необратимые преобразования электрической энергии источника в другие виды энергии, например, в тепловую. Напряжение  $U$  между зажимами резистора, ток  $I$ , протекающий в резисторе, и параметр  $R$  связаны формулой закона Ома в её простейшем варианте (рис. 4.1,б):

$$I[A] = \frac{U[B]}{R[\text{Ом}]} \quad (4.1)$$

Эта формула может использоваться в расчетах цепей и в другом виде:

$$R[\text{Ом}] = \frac{U[B]}{I[A]} ; \quad \text{или} \quad U[B] = R[\text{Ом}]I[A] ; \quad (4.2)$$

При использовании формулы  $U[B] = R[\text{Ом}]I[A]$  величину  $U$  называют также падением напряжения на резистивном элементе (резисторе).

4.2.3. Простейшая цепь (рис. 4.1, в) состоит, по меньшей мере, из одного источника электрической энергии (генератора), ЭДС которого равна  $E$ , и одного приёмника энергии (потребителя), в данном случае представленного лампой накаливания. Для вычисления тока в этой одноконтурной цепи используется закон Ома. Однако, для того чтобы вычисление тока было точным, необходимо сначала заменить эту реальную цепь ее идеальной

моделью (схемой замещения), которая полностью отражает все свойства реальной цепи. Схема замещения реальной цепи, изображенной на рис. 4.1, в представлена на рис. 4.1, г. Она состоит из так называемых идеальных элементов, каждый из которых отражает только одно свойство (характеристику, параметр) реального элемента цепи. Таких свойств у отдельно взятого элемента реальной цепи может быть несколько. Пример идеального элемента, входящего в схему замещения (модель) реального источника ЭДС – идеальный источник ЭДС, который характеризуется единственным параметром – величиной ЭДС ( $E$ ). Однако, если просто заменить реальный источник ЭДС на идеальный источник ЭДС, то модель (схема замещения) реального источника ЭДС будет неадекватной, а именно: в модели не будет отражен тот факт, что реальный источник ЭДС нагревается при работе, т.е. часть электрической энергии реального источника в процессе его функционирования необратимо преобразуется в тепловую энергию. Так возникает необходимость в идеальном элементе схемы замещения, который позволяет отразить происходящие в реальной цепи необратимые процессы преобразования электрической энергии в другие виды энергии, в частности, в тепловую. Этим элементом является идеальный резистивный элемент, для полного описания которого необходимо и достаточно указать его единственный параметр – сопротивление  $R$  (рис. 4.1, г). Отметим ещё раз, что совокупность идеальных элементов, составляющих схему замещения реальной цепи, должна быть такой, чтобы **все** качества реальной цепи были отражены в схеме замещения. В схеме замещения (рис. 4.1, г) вместо лампы появился резистивный элемент  $R_n$  (сопротивление нагрузки), так как в лампе происходит процесс необратимого преобразования электрической энергии источника в тепловую и световую энергию. Кроме этого появились резистор  $R_{вн}$ , отражающий наличие внутреннего сопротивления у источника ЭДС, а также элемент  $R_l$  (сопротивление линии), который позволяет учесть необратимые потери энергии, происходящие при нагреве соединительных проводников при протекании в них тока. Так как включение элемента  $R_l$  в схему замещения уже позволило учесть сопротивление реальных соединительных проводников, то на самой схеме замещения соединительные проводники считаются уже идеальными, т.е. их сопротивления равны нулю, и эти проводники показывают только связи между элементами схемы замещения. После создания схемы замещения (модели) реальной цепи возможен точный расчёт исходной реальной цепи. Для расчёта тока, протекающего в цепи (рис. 4.1, г), используется следующая форма закона Ома (закон Ома для простейшей неразветвленной цепи):

$$I = \frac{E}{R_{вн} + R_l + R_n} \quad (4.3)$$

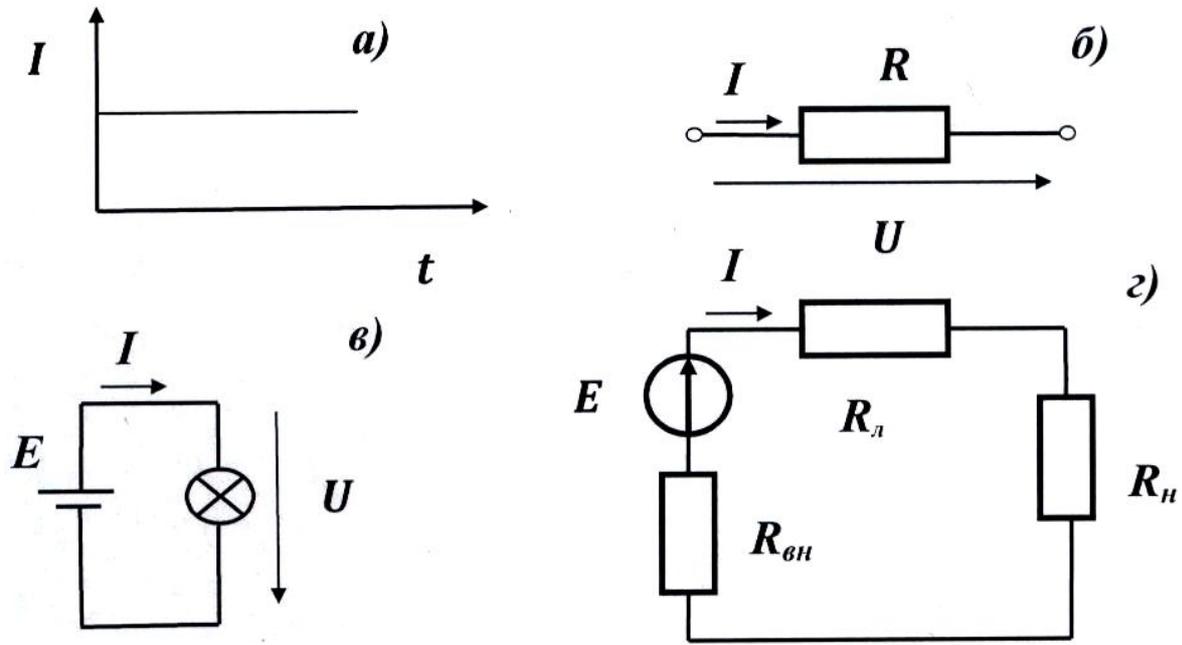


Рис. 4.1 Схема замещения цепи постоянного тока и сопутствующие понятия

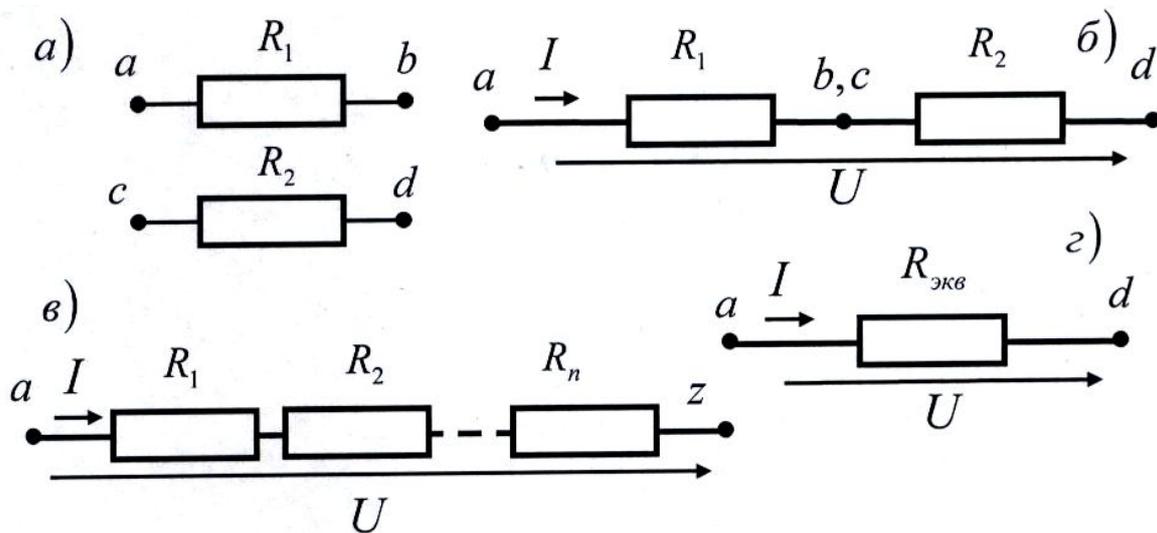


Рис. 4.2 Последовательное соединение элементов

4.2.4. Энергетические соотношения для цепи постоянного тока записываются с помощью так называемого уравнения баланса мощностей:

$$\sum EI = \sum RI^2 \quad \text{или} \quad \sum P_{ист} = \sum P_{номр} \quad (4.4).$$

Смысл этого уравнения состоит в том, что энергия, потребляемая в единицу времени всеми потребителями, входящими в состав цепи, т.е.

суммарная мощность потребителей (величина в правой части уравнения), должна быть равна энергии, которую могут выделить в единицу времени все источники, входящие в состав цепи, т.е. суммарной мощности всех источников цепи (левая часть уравнения). Таким образом, уравнение баланса мощностей восходит к закону сохранения и превращения энергии. Единица измерения мощности в системе СИ – ватт ( $Вт$ ), производные единицы мощности – киловатт ( $1кВт = 10^3Вт$ ), мегаватт ( $1МВт = 10^6Вт$ ), милливатт ( $1мВт = 10^{-3}Вт$ ). С практической точки зрения уравнение баланса мощностей полезно тем, что позволяет проверить правильность расчёта цепи. Если расчёт сделан неверно, то левая часть уравнения (4.4) не будет равна правой. Однако нужно учитывать, что при расчёте цепи некоторые величины могли округляться, из-за чего могли даже при правильно проведенном расчёте возникнуть незначительные расхождения (несколько процентов) между левой и правой частями уравнения баланса мощностей.

4.2.5. Элементы электрической цепи могут быть соединены друг с другом разными способами. Два элемента соединены последовательно, если они имеют только один общий зажим. Последовательно может быть соединено любое количество элементов (рис. 4.2, в), при этом ток в них будет одинаков. Цепь может быть заменена одним эквивалентным элементом такого же типа, что и исходные элементы, без изменения её режима, т.е. ток  $I$  в эквивалентном элементе останется таким же, каким он был в последовательно соединенных элементах, а напряжение  $U$  на его зажимах будет равно напряжению между крайними точками (а, з) исходной комбинации элементов. Такая замена комбинации элементов одним эквивалентным элементом называется эквивалентным преобразованием цепи. Однако для того, чтобы преобразование цепи было эквивалентным, в случае последовательного соединения необходимо выполнить условие:

$$R_{экв} = \sum_{k=1}^n R_k = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n, \quad (4.5)$$

где  $n$  – количество последовательно соединенных элементов.

Второй способ соединения элементов – параллельное соединение. Два элемента соединены параллельно, если они имеют два общих зажима (рис. 4.3, а, б). Признак параллельного соединения – одинаковая величина напряжения на зажимах параллельно соединенных элементов. Параллельно может быть соединено любое количество элементов (рис. 4.3, в). Ток в каждом из параллельно соединенных элементов вычисляется по закону Ома в соответствии с формулой (4.1), т.е. при различающихся величинах сопротивлений резисторов токи в них тоже различны:

$$I_k = \frac{U}{R_k}. \quad (4.6)$$

Цепь, состоящая из параллельно соединенных элементов, например из  $n$  резисторов (рис. 4.3, в), так же, как и последовательная цепь, может быть

заменена одним резистором, имеющим эквивалентное сопротивление  $R_{экв}$ , так, что режим цепи в целом не изменится. Однако в данном случае при вычислении  $R_{экв}$  придется использовать более сложную формулу, в которой применяется понятие проводимости. Проводимость отдельного резистора ( $g_k$ ), имеющего сопротивление  $R_k$ , есть величина, обратная его сопротивлению:

$$g_k = \frac{1}{R_k} . \quad (4.7)$$

Единицей измерения проводимости является сименс:  $[См] = [Ом^{-1}]$ . Знание величин  $g_k$  и  $U$  позволяет вычислить ток каждого из параллельных резисторов по формуле закона Ома, записанного с использованием понятия проводимости:

$$I_k = g_k U . \quad (4.8)$$

Проводимость совокупности параллельно соединенных резисторов, т.е. эквивалентная проводимость  $G_{экв}$  цепи, изображенной на рис. 4.3, в, равна сумме проводимостей всех составляющих её резисторов:

$$G_{экв} = \sum_{k=1}^n g_k = g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n . \quad (4.9)$$

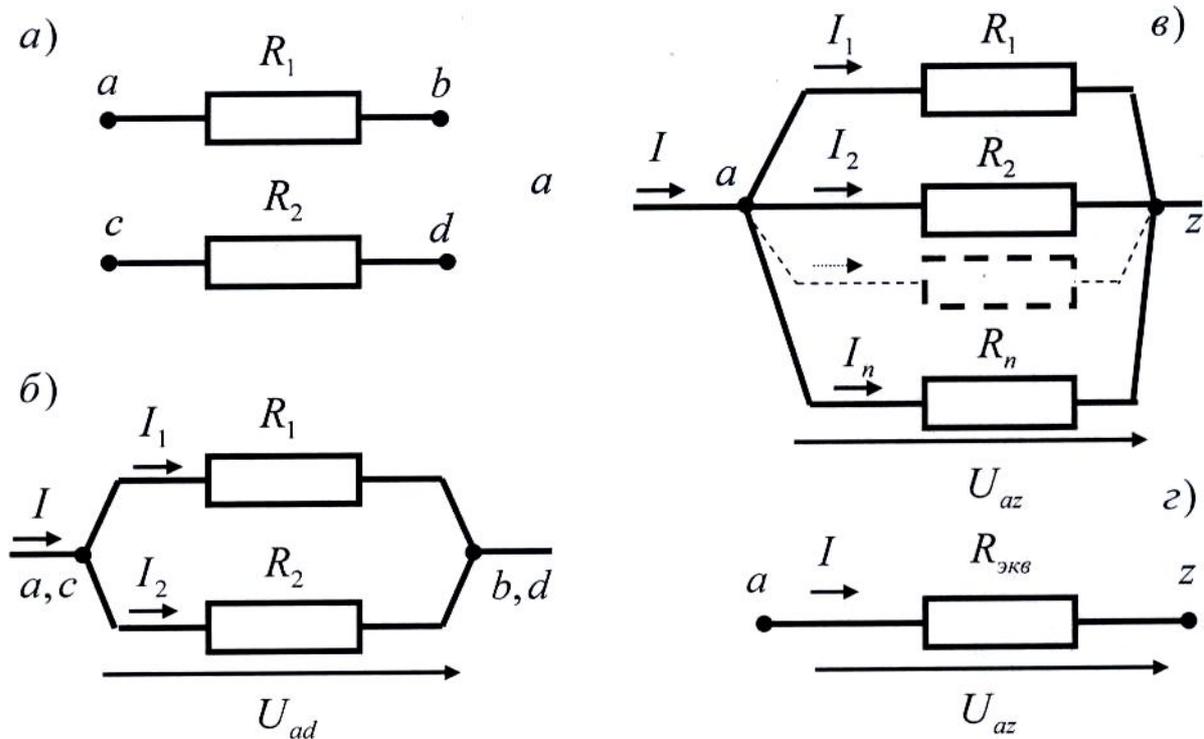


Рис. 4.3. Параллельное соединение элементов

Тогда ток в неразветвленной части цепи можно вычислить по формуле, аналогичной (4.8):

$$I = G_{\text{экв}} U . \quad (4.10)$$

Эквивалентное сопротивление цепи вычисляется затем по формуле:

$$R_{\text{экв}} = \frac{1}{G_{\text{экв}}} . \quad (4.11)$$

Ток в неразветвленной части цепи можно вычислить и по формуле:

$$I = \frac{U}{R_{\text{экв}}} . \quad (4.12)$$

Существуют и другие способы соединения элементов цепи, например, соединение звездой и треугольником. Информацию о соединении звездой можно найти в задаче 3.

4.2.6. Некоторые топологические понятия, рассматриваемые в теории электрических цепей. Очевидно, что для расчёта реальных электрических цепей нужно уметь анализировать их идеальные модели – схемы замещения, которые обсуждались в пункте 4.2.3. Схема замещения дает информацию о том, какие элементы имеются в цепи (состав цепи), как они соединены друг с другом (структура цепи), и каковы численные параметры этих элементов. Для последующего расчёта цепи нужно сначала научиться выделять в её структуре некоторые подструктуры (структурные составляющие).

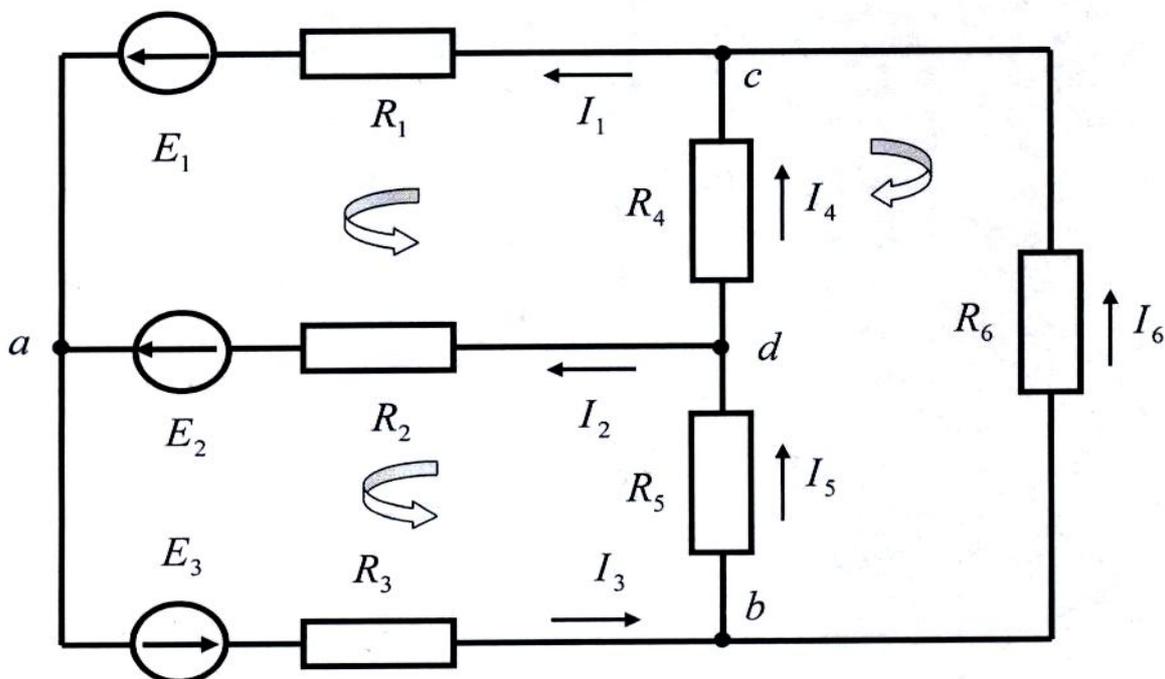


Рис. 4.4. Сложная цепь постоянного тока

4.2.6.1. Во-первых, в структуре цепи можно выделить ветвь – участок цепи, имеющий два зажима (полюса), в пределах которого элементы соединены только последовательно. Отсюда можно сделать вывод, что ток во всех элементах отдельной ветви одинаков. Примерами ветвей могут служить, например, участок с зажимами  $(a, d)$ , содержащий последовательно соединённые элементы  $E_2$  и  $R_2$  (рис. 4.4), или участок  $(a, c)$ , содержащий элементы  $E_1$  и  $R_1$  (рис. 4.4). Максимальное количество элементов ветви не ограничивается. Минимальное количество элементов – один (например, ветвь  $(c, d)$  на рис. 4.4, состоящая из одного резистора  $R_4$ , так как при отсутствии элемента уже нельзя говорить о протекающем в нём токе. Отметим специально ещё раз, что проводники схемы замещения показывают только наличие связи между элементами цепи, т.е. являются идеальными, поэтому их сопротивления равны нулю. Следовательно, участок цепи, представленный идеальным проводником, не может считаться элементом цепи и нельзя говорить о падении напряжения на этом участке.

4.2.6.2. Во-вторых, в структуре цепи можно выделить особые точки, в которых электрически соединены между собой более, чем два элемента цепи. Такие точки называются узловыми или просто узлами цепи. Очевидно, что каждый элемент, непосредственно примыкающий к узлу, принадлежит какой-либо ветви данной цепи, т.е. в этом элементе протекает ток этой ветви. Токи ветвей, соединяющихся в данном, отдельно взятом узле цепи, связаны первым законом Кирхгофа (пункт 4.2.7.1).

4.2.6.3. В-третьих, в структуре цепи можно выделить замкнутый контур, который представляет собой замкнутый путь, проходящий по ветвям цепи так, что он начинается и заканчивается в одной и той же точке. Таким образом, контур состоит из отдельных ветвей, разделённых узлами, и, что особенно важно, в каждой из этих ветвей протекает свой ток, т.е. контур не является частью цепи, характеризуемой каким-то одним значением тока. Единственным исключением является неразветвленная и поэтому одно-контурная цепь, ток во всех элементах которой одинаков (рис. 4.1, г). В пределах сложной цепи бывает возможно выделить несколько контуров. Контур называется независимым, если он отличается от всех ранее выделенных контуров хотя бы одной ветвью.

#### 4.2.7. Законы Кирхгофа

Для расчёта цепей постоянного тока применяются два закона Кирхгофа.

4.2.7.1. Первый закон Кирхгофа. Объектом рассмотрения в первом законе Кирхгофа служит связь между токами, протекающими в ветвях, которые имеют отношение **только к конкретному, отдельно взятому узлу цепи**. Закон утверждает, что алгебраическая сумма токов, связанных с конкретным узлом цепи, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (4.13)$$

Сумма – алгебраическая, так как ток может быть направлен как к узлу, так и от узла. Токи, имеющие **разное направление по отношению к выделенному узлу, должны иметь разные знаки**. Какой именно ток считать положительным – втекающий в узел или вытекающий из него – не имеет значения. Важно только, чтобы в пределах одной и той же задачи точка зрения не менялась: если, например, все втекающие в узлы токи считать положительными, то все вытекающие из узлов токи следует считать отрицательными, и наоборот. В пределах данного текста принят именно этот вариант задания знаков токов. Запишем, например, формулу (4.13) для узла  $d$  цепи, изображённой на рис. 4.4. В этом узле объединяется три ветви: ветвь  $(a, d)$ , содержащая элементы  $E_2$  и  $R_2$ , ветвь  $(c, d)$ , содержащая  $R_4$ , и ветвь  $(b, d)$ , содержащая  $R_5$ . Соответственно, в уравнении (4.13) должны участвовать только токи этих ветвей:  $I_2$ ,  $I_4$  и  $I_5$ . Ток  $I_5$  направлен к узлу  $d$ , поэтому будет положительным, а токи  $I_4$  и  $I_2$  – от узла, поэтому они будут иметь знак минус. Уравнение первого закона Кирхгофа для данного узла:

$$I_5 - I_2 - I_4 = 0 . \quad (4.14)$$

4.2.7.2. Второй закон Кирхгофа. Объектом рассмотрения в этом законе служит отдельный независимый замкнутый контур и отношения между ЭДС источников, входящих в его состав, и падениями напряжения на его элементах. Формулировка закона: «Алгебраическая сумма напряжений на участках замкнутого контура цепи равна алгебраической сумме ЭДС источников, входящих в состав этого контура».

«Алгебраическая сумма ЭДС источников, входящих в состав замкнутого контура цепи, равна алгебраической сумме падений напряжений на резистивных элементах этого же контура», или:

$$\sum U = \sum E . \quad (4.15)$$

$$\sum U + \sum RI = \sum E . \quad (4.16)$$

Формула (4.16) используется, когда на схеме цепи одновременно существуют участки, напряжения на которых известны, но неизвестен их элементный состав, и участки, содержащие резистивные элементы, для которых заданы их параметры  $R$ . Тогда падение напряжения  $U$  на резисторе может быть вычислено по формуле закона Ома (4.2):  $U = R I$ , где  $I$  – ток этого резистора. Правило знаков в случае второго закона Кирхгофа формулируется следующим образом. Сначала выбирается **произвольным образом** направление обхода контура – по часовой стрелке или против часовой стрелки. Затем, начиная с любой точки контура, в указанном направлении производится его последовательный обход так, чтобы не был пропущен ни один элемент контура. В каждом очередном встречающемся элементе анализируется условное положительное направление электрической величины –

тока, напряжения или ЭДС. Эти условные положительные направления показаны стрелками на схеме цепи. Если условное положительное направление электрической величины - ЭДС, напряжения или тока - совпадает с выбранным направлением обхода контура, то соответствующий член уравнения - ЭДС, напряжение или падение напряжения - берется со знаком плюс, в противном случае со знаком минус. Например, уравнение второго закона Кирхгофа для контура  $(a, d, c)$  на рис. 4.4 при условии его обхода против часовой стрелки можно записать следующим образом:

$$E_1 - E_2 = R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_4 I_4 . \quad (4.17)$$

4.2.8. Прямое применение законов Кирхгофа позволяет провести расчет цепи любой сложности. Рассмотрим алгоритм решения так называемой прямой задачи расчета цепи постоянного тока, когда заданными являются сопротивления всех резисторов и ЭДС. всех источников, входящих в состав цепи, а требуется найти величины всех токов цепи. Этот алгоритм состоит из семи пунктов, описанных ниже, и для примера применяется к расчёту в общем виде цепи, схема которой приведена на рис. 4.4.

- Определяется число узлов ( $Y$ ), имеющих в данной цепи; эти узлы обозначаются буквами или цифрами. В цепи, изображенной на рис. 4.4, имеется четыре узла, обозначенных буквами  $a, c, d, b$ , т.е.  $Y = 4$ .

- Определяется число уравнений, которые необходимо составить по первому закону Кирхгофа. Оно равно  $Y - 1$ , т.е. на одно меньше числа узлов цепи, что позволяет выполнить условие независимости уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа. Для данной цепи  $Y - 1 = 3$ .

- Определяется число ветвей ( $B$ ) цепи. Произвольным образом представляются с помощью стрелок условные положительные направления токов во всех ветвях (рис. 4.4). Перечислим ветви данной цепи, указав в квадратных скобках элементы каждой ветви: ветвь  $(a, d)$  [элементы  $E_2, R_2$ ], ветвь  $(a, c)$  [элементы  $E_1, R_1$ ]; ветвь  $(a, b)$  [элементы  $E_3, R_3$ ]; ветвь  $(c, d)$  [элемент  $R_4$ ]; ветвь  $(d, b)$  [элемент  $R_5$ ]; ветвь  $(c, b)$  [элемент  $R_6$ ]. Всего имеется шесть ветвей, в каждой из которых протекает ток определенной величины и направления:  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$ .

- Так как число неизвестных токов, которые требуется вычислить, равно числу ветвей цепи ( $B$ ), то для решения задачи требуется составить систему из ( $B$ ) независимых уравнений, которая будет иметь единственное решение. Из этих ( $B$ ) уравнений ( $Y-1$ ) уравнение составляется по первому закону Кирхгофа, а остальные [ $B - (Y-1)$ ] - по второму закону Кирхгофа. Для данной цепи число ветвей равно 6, следовательно система в целом будет содержать 6 уравнений, из них  $Y - 1 = 3$  - по первому закону Кирхгофа, а остальные [ $B - (Y - 1)$ ] = [6 - 3]= 3 - по второму закону Кирхгофа.

- Составляются уравнения по первому закону Кирхгофа (4.13):

$\sum_{k=1}^n I_k = 0$ . Так как число узлов на единицу больше необходимого числа уравнений, то выбираются любые  $(Y - 1)$  узлы, например  $a, c, d$ . Запишем ниже требуемые уравнения по первому закону Кирхгофа, считая, что все втекающие в узел токи положительны, а все вытекающие - отрицательны:

$$\text{Для узла } (a): I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$\text{Для узла } (c): -I_1 + I_4 + I_6 = 0 \quad (4.18)$$

$$\text{Для узла } (d): -I_2 - I_4 + I_5 = 0$$

- Составляются остальные три уравнения по второму закону Кирхгофа (4.15):  $\sum U = \sum E$ . Каждое из них описывает отдельный замкнутый независимый контур цепи. Напомним, что контуры являются независимыми, если каждый из них отличается от остальных хотя бы одной ветвью. Рассмотрим некоторые варианты комбинаций трех взаимно независимых контуров.

**Вариант 1:** контур  $(a, c, d)$ : [элементы  $E_2, R_2, R_4, R_1, E_1$ ];

контур  $(c, d, b)$ : [элементы  $R_4, R_6, R_5$ ];

контур  $(a, d, b)$ : [элементы  $E_2, R_2, R_5, R_3, E_3$ ]

Эти три контура взаимно независимы.

**Вариант 2:** контур  $(a, c, d)$  (описан в варианте 1);

контур  $(a, c, d, b)$  [элементы  $E_1, R_1, R_4, R_5, R_3, E_3$ ];

контур  $(c, d, b)$  (описан в варианте 1).

Указанные три контура также взаимно независимы.

**Вариант 3:** контуры  $(a, c, d), (a, d, b)$  (описаны выше);

контур  $(a, c, b)$  [элементы  $E_1, R_1, R_6, R_3, E_3$ ].

Эти три контура тоже взаимно независимы. Возможны и другие комбинации независимых контуров. Все варианты, выбранные так, что контуры остаются взаимно независимыми, равноправны, и для расчета может быть выбран любой из них.

Рассмотрим для примера составление уравнений по второму закону Кирхгофа для варианта 1. Напомним, что данный закон, т.е. формула (4.16), подразумевает алгебраическое суммирование слагаемых. Выберем, например, направление обхода контуров  $(a, c, d)$  и  $(a, d, b)$  против часовой стрелки, а контура  $(c, d, b)$  - по часовой стрелке. На самом деле направление обхода каждого контура можно выбирать любым - либо по часовой стрелке, либо против нее; соседние контуры совершенно необязательно должны иметь одинаковое направление обхода. Однако, когда задача решается в численном виде, то для удобства последующих расчетов стараются выбрать направление обхода данного контура таким, чтобы большая часть членов уравнения второго закона Кирхгофа имела положительные знаки.

$$\begin{aligned}
 \text{Для контура } (a, c, d): \quad & R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_4 I_4 = E_1 - E_2 . \\
 \text{Для контура } (c, d, b): \quad & R_4 I_4 + R_5 I_5 - R_6 I_6 = 0 . \\
 \text{Для контура } (a, d, b): \quad & R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_5 I_5 = E_2 + E_3 .
 \end{aligned}
 \tag{4.19}$$

• Любым известным из математики способом решается полученная система, состоящая из (В) уравнений [в данном случае из шести уравнений - трех по первому закону Кирхгофа в соответствии с формулами (4.13), (4.18) и трех - по второму закону Кирхгофа в соответствии с формулами (4.16), (4.1)].

Примечание: Если какой-либо ток в результате расчета получается отрицательным, то это означает, что его истинное направление будет противоположным выбранному в начале расчёта.

## 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ 2 «АНАЛИЗ И РАСЧЁТ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА»

### 5.1. Условие задачи

ЗАДАЧА 2. Цепь переменного синусоидального тока частотой  $f = 50 \text{ Гц}$  состоит из последовательно соединенных активных и реактивных элементов Э. Параметры элементов и действующее значение тока  $I$  цепи известны (прил. 2, табл. 2.1). Начертить схему цепи для конкретного варианта. Вычислить сопротивления участков цепи и полное сопротивление цепи  $Z$ . Вычислить напряжения на участках цепи и напряжение на входе цепи (действующие значения). Вычислить угол фазового сдвига  $\varphi$  между вектором тока цепи и вектором входного напряжения цепи, активную  $P$ , реактивную  $Q$  и полную  $S$  мощности цепи. Считая начальную фазу тока равной нулю, построить векторную диаграмму цепи.

### 5.2. Основные понятия и расчетные соотношения

5.2.1. Векторное и аналитическое представление синусоидальных электрических величин

Рассмотрим три вектора,  $\vec{I}_{1m}$ ,  $\vec{I}_{2m}$  и  $\vec{I}_{3m}$ , расположенные на декартовой плоскости координат  $XOY$  (рис. 5.1, а). Для полной характеристики каждого вектора нужно задать его длину, например,  $I_{1m}$ , и угол, под которым он находится по отношению к оси  $X$  (в данном случае, угол  $\psi_1$ ). Представим теперь, что векторы  $\vec{I}_{1m}$  и  $\vec{I}_{2m}$  вращаются вокруг начала координат  $O$  декартовой плоскости против часовой стрелки с угловой частотой  $\omega$  [рад/с]. Тогда проекции этих векторов на ось  $Y$ , а именно  $i_{1y}(t)$  и  $i_{2y}(t)$  - или, что то же самое, длины катетов  $AB$  и  $CD$  прямоугольных треугольников  $OAB$  и  $OCD$ , будут изменяться со временем по синусоидальному закону:

$$\begin{aligned} i_{1m_y}(t) &= I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1); \\ i_{2m_y}(t) &= I_{2m} \sin(\omega t + \psi_2), \end{aligned} \quad (5.1)$$

где  $i_{1m_y}(t)$  и  $i_{2m_y}(t)$  - мгновенные или текущие значения функций, т.е. значения функций в отдельно взятый момент времени;  $I_{1m}$  и  $I_{2m}$  - амплитуды функций, которые равны максимальным длинам проекций, т.е. фактически длинам векторов;  $(\omega t + \psi_1)$  и  $(\omega t + \psi_2)$  - аргументы функций, которые называются фазами функций и измеряются в радианах или градусах. Каждая фаза содержит зависящую от времени переменную составляющую  $\omega t$  и постоянную составляющую  $\psi$ , называемую начальной фазой. Для рассматриваемых функций начальные фазы равны  $\psi_1$  и  $\psi_2$  и представлены соответственно отрезками  $HO$  и  $KO$  на оси  $\omega t$  (рис. 5.1, б). Разность начальных фаз  $(\psi_2 - \psi_1)$  называется углом сдвига фаз данных функций и измеряется в угловых единицах (радианах или градусах). Она представлена отрезком  $KH = KO - HO = \psi_2 - \psi_1 = \psi_{21}$ . Из графиков функций  $i_{1m_y}(t)$  и  $i_{2m_y}(t)$  очевидна связь между параметрами векторов  $\vec{I}_{1m}$  и  $\vec{I}_{2m}$  и параметрами соответствующих синусоидальных функций времени: длина вектора равна амплитуде соответствующей синусоиды; частота вращения вектора  $\omega$  соответствует частоте синусоиды; угол вектора относительно оси  $X$  равен начальной фазе синусоиды. Кроме этого, очевидно, что угол  $\psi_{21}$  между векторами  $\vec{I}_{2m}$  и  $\vec{I}_{1m}$  на рис. 5.1, а равен углу сдвига фаз между соответствующими синусоидами. Сложение графиков функций  $i_{1m_y}(t)$  и  $i_{2m_y}(t)$  дает график функции  $i_{3m_y}(t)$ :

$$i_{3m_y}(t) = i_{1m_y}(t) + i_{2m_y}(t). \quad (5.2)$$

Функции  $i_{3m_y}(t)$  соответствует вращающийся вектор  $\vec{I}_{3m}$ , показанный на рис. 5.1, а. При этом амплитуда синусоиды  $I_{3m}$  равна длине вектора, а начальная фаза синусоиды, изображенная в виде отрезка  $LO$ , равна углу  $\psi_3$ , под которым вектор  $\vec{I}_{3m}$  находится по отношению к оси  $X$ . В то же время, из рис. 5.1, а следует, что отрезок  $OM$  является диагональю параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{I}_{1m}$  и  $\vec{I}_{2m}$  как на сторонах, т.е., что  $\vec{I}_{3m}$  является векторной суммой этих двух векторов:

$$\vec{I}_{3m} = \vec{I}_{1m} + \vec{I}_{2m}. \quad (5.3)$$

Отметим, что частота вращения вектора  $\vec{I}_{3m}$  равна частоте вращения векторов  $\vec{I}_{1m}$  и  $\vec{I}_{2m}$ , т.е. **все векторы неподвижны друг относительно друга**. При вращении векторов первым пересекает ось  $Y$  вектор  $\vec{I}_{2m}$ , затем  $\vec{I}_{3m}$ , и затем  $\vec{I}_{1m}$ . Соответственно вектор  $\vec{I}_{2m}$  называется опережающим по

фазе по отношению к вектору  $\vec{I}_{3m}$  на угол  $\psi_{23}$ , и опережающим по фазе по отношению к вектору  $\vec{I}_{1m}$  на угол  $\psi_{21}$ . В свою очередь, векторы  $\vec{I}_{3m}$  и  $\vec{I}_{1m}$  являются отстающими по фазе соответственно на углы  $\psi_{23}$  и  $\psi_{21}$  по отношению к вектору  $\vec{I}_{2m}$ . Вектор  $\vec{I}_{3m}$  является отстающим по фазе на угол  $\psi_{23}$  по отношению к вектору  $\vec{I}_{2m}$ , но опережающим по фазе на угол  $\psi_{31}$  (этому углу соответствует отрезок  $LH$  на рис. 5.1, б) по отношению к вектору  $\vec{I}_{1m}$ . В этих определениях термин «вектор» может быть заменен термином «функция», т.е. можно, например, сказать, что функция  $i_{2m}(t)$  является опережающей по фазе по отношению к функциям  $i_{3m}(t)$  и  $i_{1m}(t)$  на углы  $\psi_{23}$  и  $\psi_{21}$  соответственно. На рис. 5.1, б указанные углы фазовых сдвигов представляют собой соответственно отрезки  $KL$  и  $KH$  оси  $\omega t$ . Вышеописанные соотношения между вращающимися векторами и синусоидальными функциями времени положены в основу метода векторных диаграмм, который широко применяется в расчетах цепей синусоидального тока. Основная идея этого метода состоит в следующем. Математические операции над синусоидальными электрическими величинами – токами, ЭДС, напряжениями – можно заменить соответствующими операциями над их векторными изображениями. Результатом проведенной операции является также вектор, который, очевидно, будет вращаться с той же частотой  $\omega$ , что и первичные векторы, т.е. все векторы будут неподвижны друг относительно друга. Далее с помощью обратного преобразования с использованием рассмотренных выше соотношений результирующий вектор приводят обратно к виду синусоидальной функции времени. Например, трудоемкое аналитическое или графическое сложение синусоидальных функций, которое нужно осуществить при расчете некоторой цепи, можно заменить гораздо более простой операцией - сложением соответствующих векторов. В рассматриваемом на рис. 5.1 случае вместо трудоемкого построения графика функции  $i_{3m}(t)$  путем сложения графиков функций  $i_{1m}(t)$  и  $i_{2m}(t)$ , можно сложить соответствующие векторы  $\vec{I}_{1m}$  и  $\vec{I}_{2m}$  и получить результирующий вектор  $\vec{I}_{3m}$ , которому будет соответствовать синусоидальный ток  $i_{3m}(t)$ .

### 5.2.2. Понятие о векторной диаграмме цепи

Запишем аналитические выражения для синусоидальных ЭДС, напряжения и тока:

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e) ; \quad (5.4)$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u) ; \quad (5.5)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) ; \quad (5.6)$$

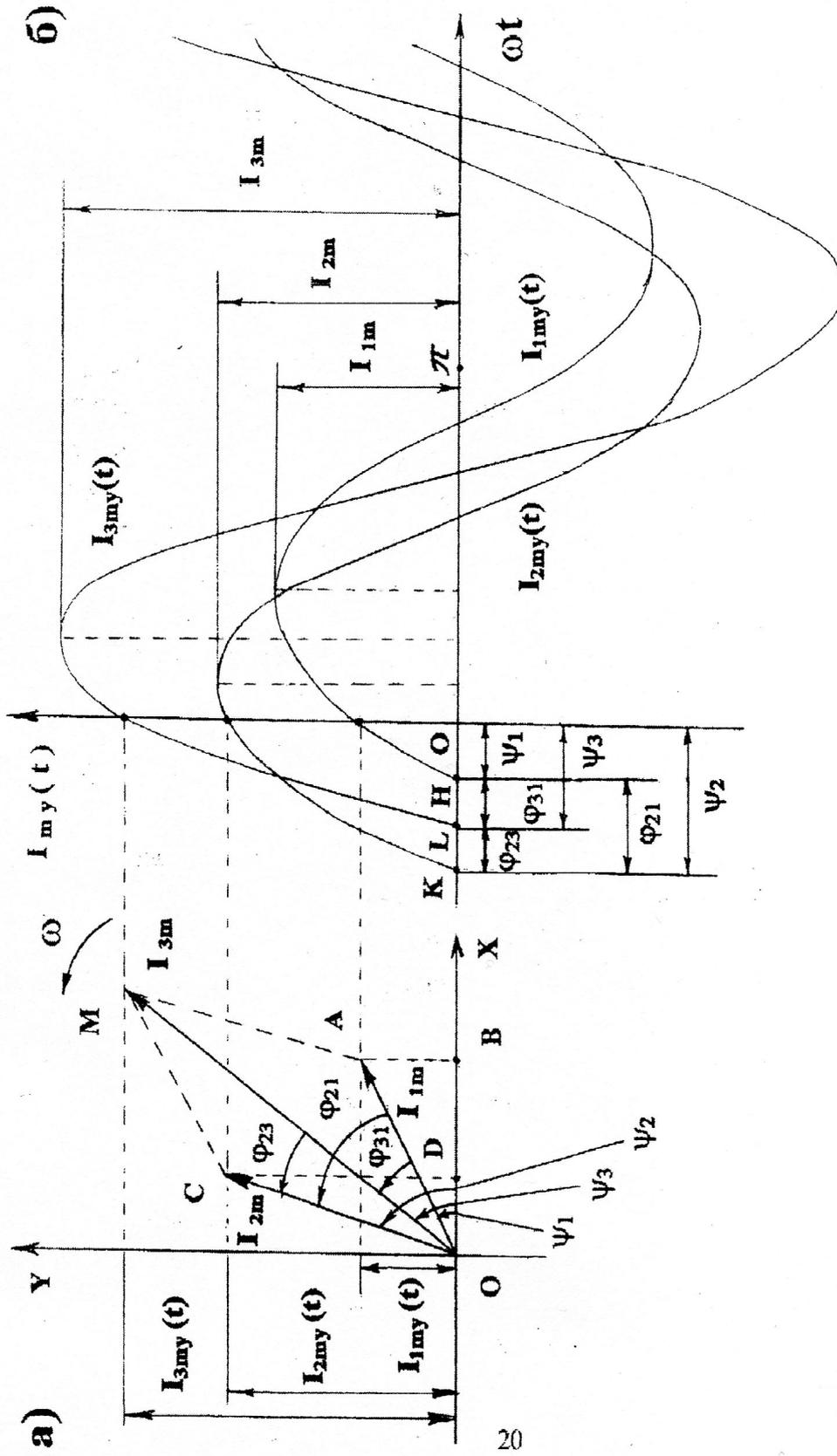


Рис. 5.1. Связь между вращающимися векторами и синусоидальными функциями времени (пояснения в тексте)

где  $e(t)$ ,  $u(t)$  и  $i(t)$  – мгновенные значения ЭДС, напряжения тока в соответствующих единицах - в вольтах в случае ЭДС и напряжения, и в амперах в случае тока, а  $E_m$ ,  $U_m$  и  $I_m$  - максимальные (амплитудные) значения функций, выраженные в соответствующих единицах. Величины  $(\omega t + \psi_e)$ ,  $(\omega t + \psi_u)$  и  $(\omega t + \psi_i)$ , – фазы, а  $\psi_e$ ,  $\psi_u$  и  $\psi_i$  - начальные фазы соответствующих синусоидальных электрических величин.

Важным для практики является знание величины угла сдвига фаз между напряжением на входе цепи и её током, так как этот угол фигурирует в формулах активной и реактивной мощности, потребляемой электротехническим устройством (см. ниже пункт 5.2.5.). По этой причине для этого угла используется не стандартное обозначение  $\psi$ , указанное выше в пункте 5.2.1, а специальный символ  $\varphi$ , значение которого вычисляется по формуле  $\varphi = \psi_u - \psi_i$  (см. ниже раздел 5.2.3). Угловая частота  $\omega$  ( $rad/c$ ) связана с частотой  $f$ , выражаемой в герцах ( $Гц$ ), следующим соотношением:  $\omega = 2\pi f$ . Стандартному значению  $f = 50$   $Гц$  (промышленная частота) соответствует  $\omega = 314$  ( $rad/c$ ). Величина  $f$ , в свою очередь, связана с важной характеристикой синусоиды - ее периодом  $T$  - наименьшим отрезком времени, через который значения функции повторяются:  $f[Гц] = 1/T [c]$ . При измерении и в расчетах часто используют так называемые действующие значения синусоидальных ЭДС ( $E$ ), напряжения ( $U$ ) и тока ( $I$ ), связь которых с их амплитудными значениями задается формулами:

$$E_m = \sqrt{2}E, \quad U_m = \sqrt{2}U, \quad I_m = \sqrt{2}I. \quad (5.7)$$

В соответствии с пунктом 5.2.1, синусоидальные электрические величины – ЭДС, напряжения и токи - также могут быть представлены в виде вращающихся векторов на декартовой плоскости координат. Совокупность таких векторов, изображающих синусоидальные величины, относящиеся к одной и той же электрической цепи, называется векторной диаграммой цепи. Так как на диаграмме сосуществуют векторы, изображающие величины разной размерности (например, токи и напряжения), то для величины каждой размерности выбирается свой масштаб. Отметим, что часто длины векторов на диаграммах выбираются равными не амплитудным, а действующим значениям величин. В этом случае символы векторов на диаграмме не будут содержать индекса  $m$ , т.е., например, вместо вектора  $\vec{I}_{1m}$  на диаграмме появится вектор  $\vec{I}_1$ , длина  $I_1$  которого в  $\sqrt{2}$  раз меньше длины  $I_{1m}$  вектора  $\vec{I}_{1m}$ , т.е.  $I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}$ . Примеры векторных диаграмм рассмотрены в последующих разделах текста.

### 5.2.3. Понятие о реактивных элементах

В схеме замещения (см. о схеме замещения раздел 4.2.3) цепи переменного тока, помимо идеального источника ЭДС (тока) и идеального

резистора  $R$  используются реактивные идеальные элементы - катушка индуктивности  $L$  и конденсатор  $C$  (рис. 5.2 а, б, в). Основным параметром катушки - ее индуктивность  $L$ , измеряемая в генри ( $Гн$ ), миллигенри ( $1 мГн = 10^{-3} Гн$ ) и т.д., а основным параметром конденсатора - его емкость  $C$ , измеряемая в фарадах ( $\Phi$ ), микрофарадах ( $1 мкф = 10^{-6} \Phi$ ) и т.п. Сопротивления  $L$  и  $C$ - элементов, измеряемые в омах или производных от ома единицах обозначаются символами  $X_L$  и  $X_C$  и называются соответственно реактивным индуктивным (или просто индуктивным) и реактивным емкостным (или просто емкостным) сопротивлениями, в отличие от активного сопротивления  $R$  - элемента, и вычисляются по следующим формулам:

$$X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (5.8)$$

Величины  $X_L$  и  $X_C$  получаются в омах, если  $L$  и  $C$  взяты в генри и фарадах соответственно.

Поведение  $L$  и  $C$  элементов в цепи переменного тока имеет ряд особенностей по сравнению с поведением  $R$  - элемента. Из формулы (5.8) следует, во-первых, что индуктивное сопротивление катушки  $X_L$  пропорционально параметру  $L$ , в то время как емкостное сопротивление конденсатора  $X_C$  обратно пропорционально параметру  $C$ , и, во-вторых, что, в отличие от сопротивления  $R$ -элемента, которое всегда равно  $R$  и не зависит от частоты приложенного напряжения, эти сопротивления являются частотно-зависимыми. Закон Ома в модульном виде для элементов  $R$ ,  $L$  и  $C$  можно записать так:

$$I = \frac{U}{R}; \quad I = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{\omega L}; \quad I = \frac{U}{X_C} = \omega C U, \quad (5.9)$$

где  $U[B]$  - действующее значение синусоидального напряжения, приложенного к зажимам соответствующего базового элемента;

$I[A]$  - действующее значение синусоидального тока, протекающего в элементе при действии данного синусоидального напряжения.

Второе существенное отличие реактивных элементов  $L$  и  $C$  от активного  $R$  -элемента заключается в том, что они обладают фазосдвигающими свойствами, в то время как  $R$  - элемент ими не обладает. На рис. 5.2 г, д, е приведены соответственно векторные диаграммы элементов  $R$ ,  $L$  и  $C$  при предположении, что ток в элементах одинаков, т.е. во всех трех случаях одинаковы его амплитудные (действующие) значения, его частоты  $\omega$ , и начальные фазы. Для простоты начальная фаза тока взята равной нулю, поэтому вектор тока ориентирован по оси  $X$ , а соответствующая синусоида тока на рис. 5.2, ж проходит через начало координат; кроме этого длины  $U_R$  и  $U_C$  взяты равными по величине, что в общем случае не так. (Примечание: масштабы по току и напряжению кривых рис. 5.2, ж отличаются от соответствующих масштабов диаграмм 5.2 г, д, е и 5.3, б, в). Совпадение направлений векторов  $\vec{U}_R$  и  $\vec{I}$  для  $R$  -элемента означает, что изменения

мгновенного значения тока  $i(t)$  будут происходить одновременно с изменениями входного напряжения  $u_R(t)$  - без опережения и без запаздывания, т.е. графики тока и напряжения  $R$ -элемента будут пересекать ось  $\omega t$  в одни и те же моменты времени. Это соответствует случаю  $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$  [рад, град]. Напротив, для реактивных элементов цепи характерно наличие сдвига фаз  $\varphi$  между напряжением и током. Так, для  $L$ -элемента (рис. 5.2 д, ж) фазовый сдвиг  $\varphi$  равен  $(+\frac{\pi}{2}$  [рад]). Это означает, что изменение напряжения на катушке  $u_L(t)$  происходит раньше, чем изменение протекающего в ней тока. Другими словами, напряжение является опережающим по фазе по отношению к току на угол  $\frac{\pi}{2}$  [рад].

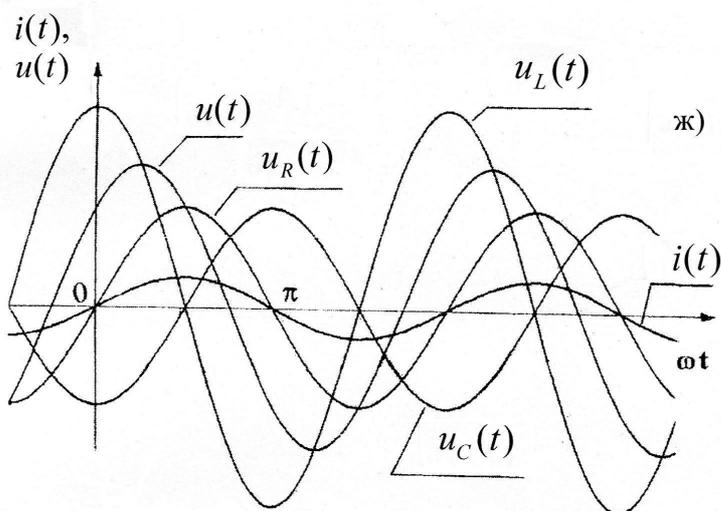
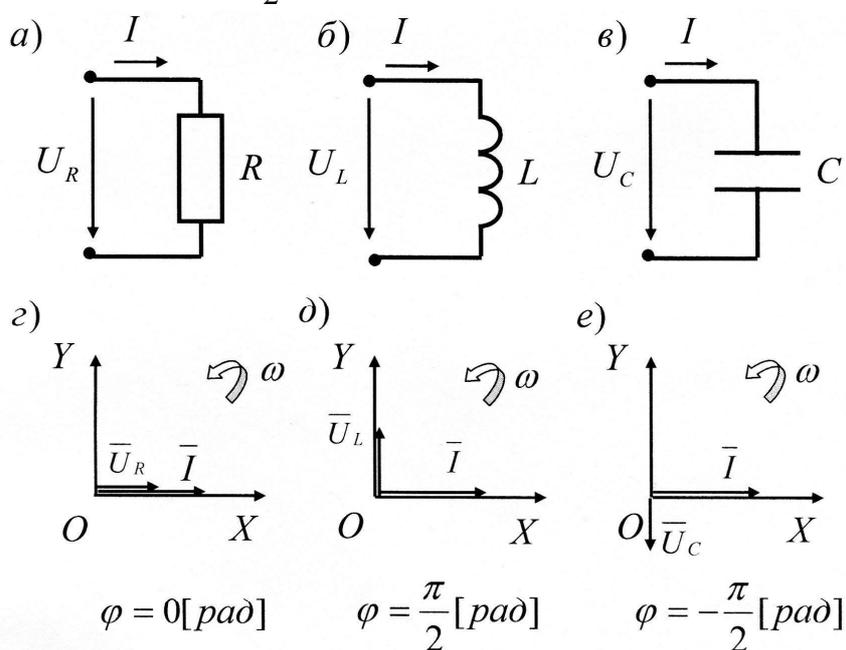


Рис. 5.2. Базовые элементы цепи переменного тока, их векторные диаграммы и кривые синусоидальных электрических величин

Для  $C$  - элемента (рис. 5.2, е, ж) сдвиг фаз  $\varphi$  между напряжением и током равен ( $-\frac{\pi}{2}$  [рад]), т.е. сначала происходит изменение тока конденсатора, и только затем - изменение напряжения  $u_C(t)$  между обкладками конденсатора. Это означает, что ток является опережающим по фазе по отношению к напряжению на угол  $\frac{\pi}{2}$  [рад]. В электротехнике принято считать угол сдвига фаз  $\varphi = \psi_u - \psi_i$  между напряжением и током положительным, если вектор напряжения является опережающим по отношению к вектору тока, и отрицательным, если вектор тока является опережающим по отношению к вектору напряжения, независимо от того, какими были начальные фазы этих напряжения и тока. Поэтому для катушки всегда сдвиг фаз между напряжением и током положителен ( $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ ), а для конденсатора - всегда отрицателен ( $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ ), поэтому реактивная мощность  $Q$  катушки индуктивности всегда положительна, а конденсатора - отрицательна (см. раздел 5.2.5).

#### 5.2.4. Второй закон Кирхгофа для цепи переменного тока

##### Понятие о полном сопротивлении цепи

Рассмотрим цепь переменного тока, состоящую из последовательно соединенных элементов  $R$ ,  $L$  и  $C$  (параметры которых заданы), к зажимам которой приложено синусоидальное напряжение с действующим значением  $U$  (рис. 5.3, а). Очевидно, что ток во всех элементах одинаков, т.е. одинаков закон его изменения со временем. Будем считать, что график именно этого тока  $i(t)$  изображен на рис. 5.2, ж. Данная цепь может рассматриваться как одноконтурная, для которой справедлив второй закон Кирхгофа: «Сумма мгновенных значений напряжений на элементах замкнутого контура электрической цепи равна сумме мгновенных значений ЭДС источников, имеющихся в этом же контуре»:

$$\sum u(t) = \sum e(t) . \quad (5.10)$$

Правило знаков остается таким же, как в разделе 4.2.7. Допустим, что обход контура происходит по часовой стрелке, а условные положительные направления напряжений на участках контура показаны стрелками. Так как ЭДС в явном виде на схеме не присутствует, то левая часть уравнения (5.10) в данном случае равна нулю, и второй закон Кирхгофа записывается так:

$$u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) - u(t) = 0 . \quad (5.11)$$

Тогда входное напряжение цепи можно определить по формуле:

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) , \quad (5.12)$$

т.е. получить его сложением графиков напряжений  $u_R(t)$ ,  $u_L(t)$  и  $u_C(t)$  на участках цепи, как это сделано на рис. 5.2, ж.

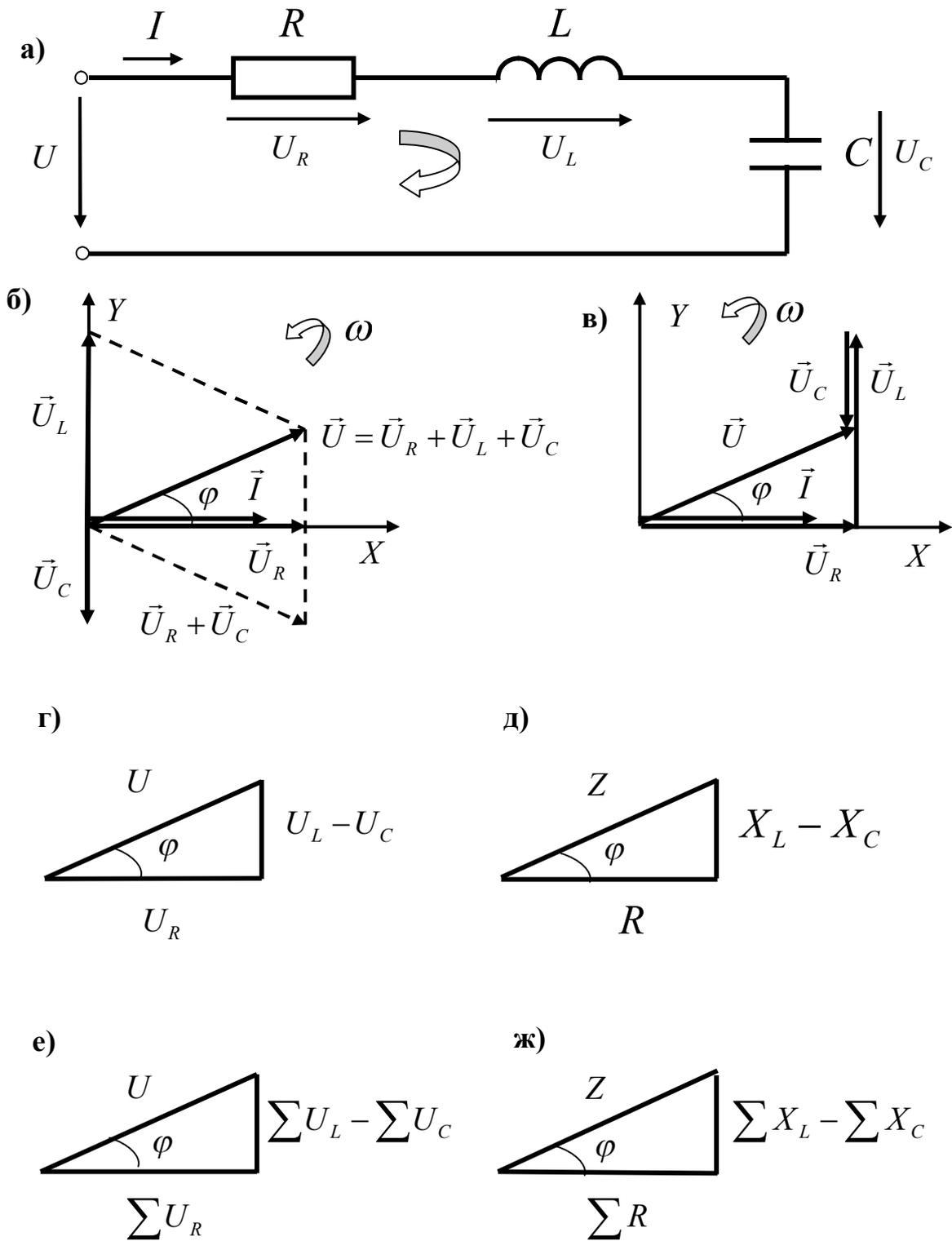


Рис. 5.3. Последовательная цепь переменного тока  
(пояснения в тексте)

В разделе 5.2.1 показано, что суммирование таких функций можно заменить более простым суммированием соответствующих векторов.

Сформулируем второй закон Кирхгофа применительно к векторам: «Векторная сумма напряжений на элементах замкнутого контура электрической цепи равна векторной сумме ЭДС источников, входящих в этот контур» (правило знаков сохраняет силу):

$$\sum \vec{U} = \sum \vec{E} . \quad (5.13)$$

(длины векторов взяты равными действующим значениям соответствующих функций).

Для цепи рис. 5.3, а:

$$\vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C - \vec{U} = 0 , \quad \vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C . \quad (5.14)$$

Соотношение (5.14) лежит в основе построения векторной диаграммы последовательной цепи. Построение любой диаграммы начинается с выбора ее опорного вектора, в качестве которого выбирается вектор, изображающий синусоидальную электрическую величину, одинаковую для всех участков цепи. Для последовательной цепи этим вектором является вектор тока  $\vec{I}$ . Так как начальная фаза тока равна нулю, то вектор тока направлен по оси  $X$  (рис. 5.3, б). Далее в соответствии с формулами (5.8) и (5.9) вычисляются соответственно сопротивления элементов цепи и падения напряжения (действующие значения) на элементах цепи:

$$\begin{aligned} X_L = \omega L ; \quad X_C = \frac{1}{\omega C} ; \quad U_R = RI ; \quad U_L = X_L I = \omega LI ; \\ U_C = X_C I = \frac{1}{\omega C} I . \end{aligned} \quad (5.15)$$

После этого векторы, имеющие длины  $U_R$ ,  $U_L$  и  $U_C$ , строятся на диаграмме 5.3, б с учетом их ориентировки по отношению к опорному вектору  $\vec{I}$ . Так, направление вектора  $\vec{U}_R$  совпадает с направлением вектора тока  $\vec{I}$ , так как резистор не является фазосдвигающим элементом. Вектор напряжения на  $L$ -элементе, т.е.  $\vec{U}_L$ , является опережающим по отношению к вектору тока  $\vec{I}$ , а именно  $\varphi = \psi_u - \psi_i = \frac{\pi}{2} > 0$  [рад]. Вектор напряжения на  $C$ -элементе, т.е.  $\vec{U}_C$ , - отстаёт от вектора тока  $\vec{I}$  на угол  $\frac{\pi}{2}$ , т.е.  $\varphi = \psi_u - \psi_i = -\frac{\pi}{2} < 0$  [рад] (см. раздел 5.2.3).

Далее в соответствии с формулой (5.14) производится суммирование векторов. На рис. 5.3, б для получения вектора  $\vec{U}$  использовалось суммирование по методу параллелограмма. Этот же самый результат получен на рис. 5.3, в суммированием по методу многоугольника.

В методе многоугольника сложение векторов производится следующим образом. Все складываемые векторы путем параллельного переноса

группируются в цепочку так, что начало каждого последующего вектора цепочки соединяется с концом предыдущего вектора. Суммой всех векторов является вектор, начало которого совпадает с началом первого вектора цепочки, а конец - с концом ее последнего вектора. Как метод параллелограмма, так и метод многоугольника дают одинаковые результаты.

Из всего вышесказанного очевидно, что если преобразовать полученный вектор  $\vec{U}$  обратно к виду синусоидальной функции по правилам, описанным в разделе 5.2.1, то получится именно функция  $u(t)$ , изображенная на рис. 5.2, ж. Как из диаграммы (рис. 5.3 б, в), так и из рис. 5.2, ж, можно определить величину угла сдвига фаз  $\varphi$  между входным напряжением  $\vec{U}$  и током цепи  $\vec{I}$ . Полученные диаграммы 5.3 б, в можно привести к виду так называемого треугольника напряжений (рис. 5.3, г). Из диаграмм следует, что результирующий вектор напряжения  $\vec{U}$  может быть представлен как сумма его активной и реактивной составляющих. Активная составляющая  $\vec{U}_R$  (отрезок  $AC$ ) совпадает по направлению с вектором тока  $\vec{I}$ . Реактивная составляющая состоит из двух компонент  $-\vec{U}_L$  и  $\vec{U}_C$ . Эти две компоненты реактивной составляющей перпендикулярны вектору  $\vec{I}$ , но ориентированы по отношению друг к другу в противоположных направлениях, т.е. угол между ними составляет  $\pi$  радиан. Поэтому результирующая реактивная составляющая вектора  $\vec{U}$  представляет собой отрезок  $BC$ , длина которого фактически равна разности длин компонент  $\vec{U}_L$  и  $\vec{U}_C$ , т.е.  $U_L - U_C$ . Фигура  $ABC$  (рис. 5.3, г) и есть искомый треугольник напряжений. Использование этого треугольника позволяет аналитически вычислить действующее значение входного напряжения цепи  $U$  через действующие значения напряжений на участках цепи  $U_R$ ,  $U_L$  и  $U_C$ , по теореме Пифагора:

$$U = \sqrt{(U_R)^2 + (U_L - U_C)^2} . \quad (5.16)$$

Угол сдвига фаз  $\varphi$  между входным синусоидальным напряжением цепи  $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ , изображённым на диаграмме в виде вектора  $\vec{U}$ , и синусоидальным током цепи  $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ , изображённым в виде вектора  $\vec{I}$ , вычисляется по любой из нижеприведённых формул:

$$\varphi = \arcsin \frac{U_L - U_C}{U} = \arccos \frac{U_R}{U} = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R} = \text{arcctg} \frac{U_R}{U_L - U_C} \quad (5.17)$$

Результаты вычисления  $U$  и  $\varphi$  по формулам (5.16) и (5.17) должны совпадать с результатами их графического определения с помощью диаграмм 5.3 б, в.

Формулы (5.16) и (5.17) допускают обобщение на случай произвольного количества элементов в цепи:

$$U = \sqrt{(\sum U_R)^2 + (\sum U_L - \sum U_C)^2}, \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \arcsin \frac{\sum U_L - \sum U_C}{U} = \arccos \frac{\sum U_R}{U} = \\ &= \arctg \frac{\sum U_L - \sum U_C}{\sum U_R} = \operatorname{arccctg} \frac{\sum U_R}{\sum U_L - \sum U_C}, \end{aligned} \quad (5.19)$$

где  $\sum U_R$ ,  $\sum U_L$  и  $\sum U_C$  есть соответственно суммы действующих значений напряжений на всех  $R$ ,  $L$  и  $C$  - элементах цепи, причем порядок следования элементов цепи может быть любым. Обобщенный треугольник напряжений показан на рис. 5.3, е.

Результаты вычисления  $U$  и  $\varphi$  по формулам (5.16) и (5.17) должны совпадать с результатами их графического определения с помощью диаграмм 5.3 б, в.

Если все стороны треугольников напряжений (рис. 5.3 г, е) разделить на одну и ту же величину - действующее значение тока цепи  $I$ , который протекает во всех ее элементах, то получатся соответствующие треугольники сопротивлений (рис. 5.3 д, ж), сторонами которых служат величины сопротивлений элементов разного типа, имеющих в цепи. На рис. 5.3, д показан треугольник сопротивлений для простейшей последовательной цепи, представленной на рис. 5.3, а. Катет  $DF$  представляет собой активную составляющую сопротивления ( $R$ ) в полном сопротивлении цепи, представленную в данном случае сопротивлением единственного  $R$ -элемента. Катет  $EF$  представляет собой реактивную составляющую ( $X$ ) полного сопротивления цепи. Вклад в эту реактивную составляющую дают оба реактивных элемента, т.е. и  $L$  - элемент, и  $C$  - элемент. Однако, так как сдвиги фаз между напряжением и током в этих элементах имеют разные знаки (см. раздел 5.2.3), то результирующая реактивная составляющая  $X$  полного сопротивления цепи равна не сумме, а разности сопротивлений  $L$  и  $C$  - элементов, т.е.  $X = X_L - X_C$ . Длина гипотенузы  $DE$  равна полному сопротивлению цепи  $Z$ , которое вычисляется по теореме Пифагора следующим образом:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}. \quad (5.20)$$

Очевидно, что треугольник сопротивлений (рис. 5.3, д) подобен треугольнику напряжений (рис. 5.3, г), т.е. для вычисления сдвига фаз между напряжением и током цепи, показанной на рис. 5.3, а, можно использовать оба эти треугольника. Из рис. 5.3, д следует:

$$\varphi = \arcsin \frac{X_L - X_C}{Z} = \arccos \frac{R}{Z} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \operatorname{arccctg} \frac{R}{X_L - X_C}. \quad (5.21)$$

Обобщенному треугольнику напряжений (рис. 5.3, е) соответствует подобный ему обобщенный треугольник сопротивлений (рис. 5.3, ж). Все сопротивления  $R$  - элементов складываются вместе, независимо от мест

расположения элементов  $R$  в цепи, образуя катет  $LN$ , т.е. результирующую активную компоненту полного сопротивления ( $\sum R$ ). Сопротивления катушек индуктивности складываются вместе, образуя реактивную индуктивную составляющую  $\sum X_L$  полного сопротивления цепи, а сопротивления конденсаторов образуют реактивную емкостную составляющую  $\sum X_C$  этого сопротивления. Разность  $X = \sum X_L - \sum X_C$ , т.е. катет  $MN$ , есть результирующая реактивная составляющая полного сопротивления цепи. Тогда гипотенузу  $LM$  (полное сопротивление цепи  $Z$ ) можно вычислить по следующей обобщенной формуле:

$$Z = \sqrt{(\sum R)^2 + (\sum X_L - \sum X_C)^2}, \quad (5.22)$$

а сдвиг фаз между входным напряжением и током цепи по формуле:

$$\begin{aligned} \varphi &= \arcsin \frac{\sum X_L - \sum X_C}{Z} = \arccos \frac{\sum R}{Z} = \\ &= \operatorname{arctg} \frac{\sum X_L - \sum X_C}{\sum R} = \operatorname{arctg} \frac{\sum R}{\sum X_L - \sum X_C}. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Таким образом, существуют принципиальные отличия формул, по которым вычисляется эквивалентное сопротивление цепи переменного тока, от аналогичных формул для цепи постоянного тока. При одновременном наличии в составе цепи переменного тока фазосдвигающих элементов, таких, как  $L$  и  $C$  – элементы, и элементов  $R$ , которые не обладают фазосдвигающими свойствами, результирующее сопротивление цепи не может вычисляться простым сложением сопротивлений составляющих цепь элементов по формуле (4.5); вместо этого используются формулы (5.20) и (5.22). Аналогично действующее значение входного напряжения цепи  $U$  не является простой суммой действующих значений напряжений на участках цепи, а должно вычисляться с использованием формул (5.16) и (5.18), либо же определяться из диаграммы с учетом ее масштаба.

Полное сопротивление цепи  $Z$  связано с действующими значениями входного напряжения цепи и тока цепи законом Ома:

$$Z = \frac{U}{I}. \quad (5.24)$$

### 5.2.5. Активная, реактивная и полная мощности цепи однофазного переменного тока

Мощность, потребляемая электротехническим устройством при его работе, является одной из его важнейших практических характеристик. Ниже приведены без вывода формулы мощностей цепи однофазного переменного тока (формулы мощностей цепи трёхфазного переменного тока – см. ниже в задаче 3):

Активная мощность [Вт, кВт]:  $P = UI \cos \varphi$ .

Реактивная мощность [Вар, кВар]:  $Q = UI \sin \varphi$ . (5.25)

Полная мощность однофазной цепи  $[B \cdot A, кВ \cdot A]$ :  $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$ , где  $U[B]$ ,  $I[A]$  - действующие значения входного напряжения и тока цепи соответственно;

Вт (ватт) - единица измерения активной мощности  $P$ ; 1 киловатт  $[кВт] = 10^3 [Вт]$ ;

Вар (вольт-ампер реактивный) - единица измерения реактивной мощности  $Q$ ; 1 киловар  $[кВар] = 10^3 [Вар]$ ;

Вольт-ампер  $[B \cdot A]$  - единица измерения полной мощности  $S$ ; 1  $кВ \cdot A = 10^3 [B \cdot A]$ ;

$\varphi [рад, град]$  – величина угла фазового сдвига между входным напряжением и током цепи.

Кроме этого, важной характеристикой цепи является так называемый коэффициент мощности  $\lambda = \cos \varphi = \frac{P}{S}$  - величина, показывающая, какую долю активная мощность  $P$  составляет в полной, т.е. максимально возможной для данной цепи мощности  $S$ , иными словами, какая доля электрической энергии источника претерпевает необратимые преобразования, и может быть использована для совершения работы, например, если речь идет об электрическом двигателе.

## 6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ 3 «АНАЛИЗ И РАСЧЁТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ»

### 6.1. Условие задачи

ЗАДАЧА 3. К трехфазной линии с линейным напряжением  $U_L [B]$  подключен трехфазный приемник, соединенный по схеме «звезда» с нейтральным проводом. Активные и реактивные сопротивления фаз приемника соответственно равны  $R_a, X_a, R_b, X_b, R_c, X_c$ . Начертить схему цепи для конкретного варианта. Определить токи в фазах приемника, в линейных проводах и нейтральном проводе. Построить векторную диаграмму цепи. Вычислить активную  $P$ , реактивную  $Q$  и полную  $S$  мощности приемника.

Примечание: числовые данные к задаче приведены в табл. 2.1 прил. 2. Знак плюс перед числовым значением реактивного сопротивления элемента указывает на то, что это  $L$  – элемент, а знак минус – что это  $C$  – элемент. Качественное решение задачи для варианта 0 дано в разделе 6.2.3.

### 6.2. Основные понятия и расчетные соотношения

6.2.1. Трехфазная система ЭДС - совокупность трех синусоидальных ЭДС, вырабатываемых одновременно одним и тем же электрическим генератором и имеющих одинаковые амплитуды и частоты, но разные начальные фазы:

$$e_A(t) = E_{A_m} \sin \omega t$$

$$e_B(t) = E_{B_m} \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) ; \quad (6.1)$$

$$e_C(t) = E_{C_m} \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) ;$$

где  $E_{A_m} = E_{B_m} = E_{C_m}$ ;  $E_A = E_B = E_C$ .

Таким образом, между каждыми двумя фазными э.д.с. генератора существует фазовый сдвиг величиной  $2\pi/3$  [rad] или  $120^\circ$ .

На рис. 6.1, а условно изображена трехфазная цепь, содержащая трехфазный генератор (источник) и трехфазный приемник. Трехфазный генератор состоит из трех конструктивно одинаковых частей (фаз), имеющих одинаковые электрические параметры (одинаковые полные сопротивления фаз). Таким образом, термин «фаза» в электротехнике имеет два существенно разных смысла. Ранее в данном тексте этот термин использовался для обозначения аргумента синусоидальной электрической величины в формулах типа  $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ . Каждая фаза генератора (во втором смысле слова «фаза») имеет два зажима, называемые началом и концом фазы, и изображается на схемах в виде идеального источника ЭДС. На рис. 6.1, б слева изображен трехфазный генератор, начала фаз которого обозначены буквами  $A, B, C$ , концы - буквами  $X, Y, Z$ , а действующие значения ЭДС фаз генератора обозначены соответственно символами  $E_A, E_B, E_C$ . На рис. 6.1, б справа изображен трехфазный приемник, так же, как и генератор, состоящий из трех частей (фаз). Начала фаз обозначены строчными буквами  $a, b, c$ , а их соответствующие концы - буквами  $x, y, z$ . На рис. 7.1, б в фазах приемника показаны условные элементы в виде прямоугольников. На самом деле каждая фаза приемника в общем случае может представлять собой совокупность базовых элементов  $R, L, C$ -типа, поэтому для каждой фазы можно определить ее обобщенный параметр  $Z_\phi$  (полное сопротивление фазы), имеющий размерность сопротивления. На Рис. 6.1, б использованы символы  $Z_a, Z_b$  и  $Z_c$  для обозначения этого обобщенного параметра каждой из трех фаз приемника. Фазы приемника на указанном рисунке пока не имеют связи между собой.

#### 6.2.2. Способы соединения фаз генератора (приемника)

Существует два основных способа соединения между собой фаз генератора (приемника): звезда и треугольник. В данном тексте рассматривается только первый способ. При соединении звездой концы фаз генератора (приемника) соединяются электрически в одну точку, называемую нулевой или нейтральной точкой генератора (приемника) - соответственно точки  $N$  и  $n$  на рис. 6.2, а. Начала фаз генератора соединяются с началами соответствующих фаз приемника линейными проводами. Такая цепь называется трехпроводной. В фазах генератора, так же, как и в фазах приемника, протекают фазные токи генератора (приемника), а в линейных проводах - линейные токи. Действующие значения линейных токов обозначены на

схеме символами  $I_A, I_B, I_C$ , а фазных токов приемника - символами  $I_a, I_b, I_c$ . Условные положительные направления линейных и фазных токов обозначены стрелками на схеме цепи. В трехфазной цепи выделяют два вида напряжений: линейные и фазные. Линейные напряжения  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$  - это напряжения между соответствующими линейными проводами -  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$  и  $C$  и  $A$ . Действующие значения линейных напряжений всегда равны между собой, и поэтому для их обозначения используется обобщенный символ  $U_L$ . Каждое из трех фазных напряжений приемника - это напряжение между началом и концом отдельной фазы. При соединении фаз приемника звездой, когда концы фаз приемника  $x, y$  и  $z$  соединены в нулевой точке  $n$ , фазные напряжения приемника  $U_a, U_b, U_c$  - это фактически напряжения между началами фаз  $a, b, c$  и точкой  $n$ . Условные положительные направления линейных и фазных напряжений показаны стрелками. Трехфазный приемник может быть симметричным или несимметричным. Симметрия приемника означает, что электрические параметры его фаз полностью одинаковы, т.е. выполняются соотношения:

$$Z_a = Z_b = Z_c; \quad \varphi_a = \varphi_b = \varphi_c \quad (6.2)$$

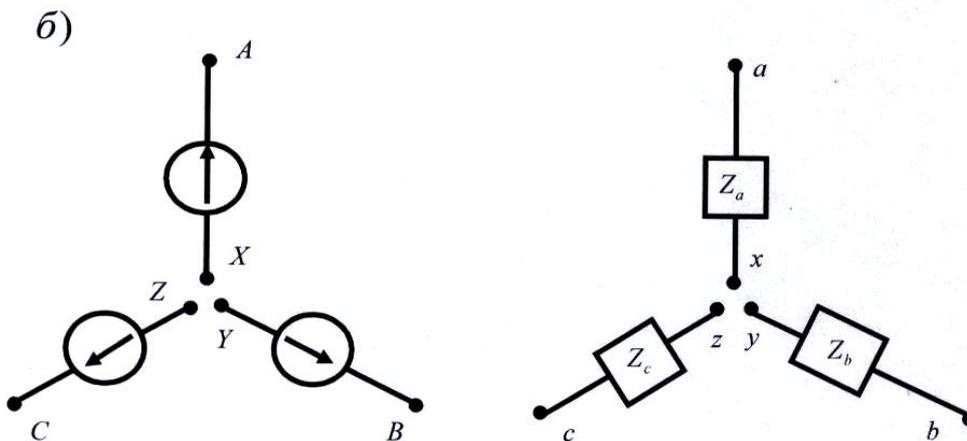
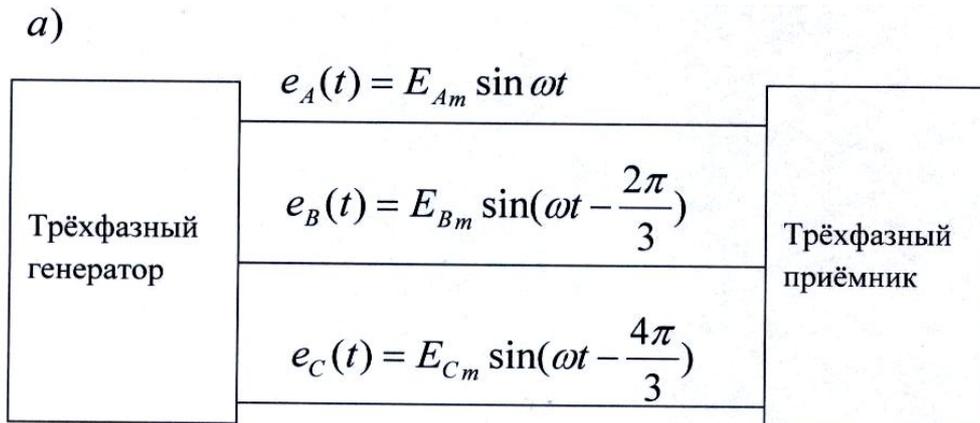


Рис. 6.1 Элементы трёхфазной цепи

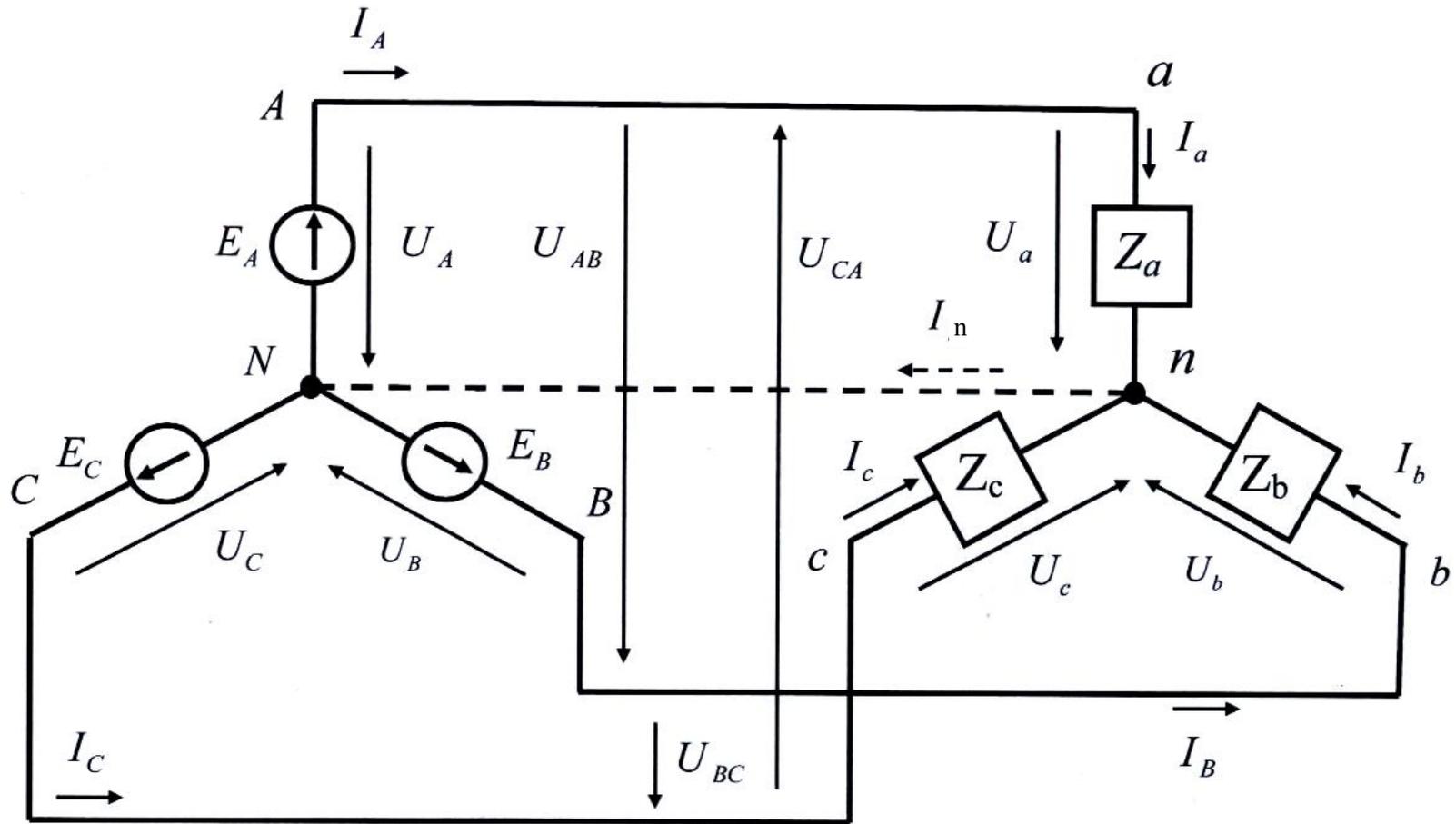


Рис. 6.2. Соединение элементов трёхфазной цепи звездой

Так как каждая фаза генератора соединена последовательно с соответствующим линейным проводом, а тот, в свою очередь, соединен последовательно с соответствующей фазой приемника, то справедливо следующее соотношение между **соответствующими** фазными и линейными токами:

$$I_{\phi} = I_{л} . \quad (6.3)$$

Это соотношение справедливо для любого приемника, соединенного звездой - независимо от того, является он симметричным или нет.

Для трехфазного генератора, фазы которого соединены звездой, всегда выполняется соотношение между линейными и фазными напряжениями:

$$U_{лген} = \sqrt{3}U_{фген} . \quad (6.4)$$

Если приемник является симметричным, то действующие значения его фазных напряжений равны между собой, причем фазное напряжение приемника равно фазному напряжению генератора, что позволяет использовать для их обозначения общий символ  $U_{\phi}$ . Для симметричного приемника также выполняется соотношение (6.4) между линейными и фазными напряжениями:

$$U_{лген} = \sqrt{3}U_{\phiпр} \quad (6.5)$$

Если приемник несимметричный, то соотношение (6.5) не выполняется, что означает, что напряжения фаз будут отличаться друг от друга. Если напряжение питания однофазного приемника отличается от номинального, т.е. предусмотренного заводом-изготовителем, то это может привести либо к необратимому повреждению приемника, либо к плохому его функционированию. Выравнивание фазных напряжений осуществляется введением в трехпроводную цепь четвертого, так называемого нулевого (нейтрального) провода, который соединяет между собой нулевые точки  $N$  и  $n$  (рис. 6.2, б). За счет протекания в этом проводе тока  $I_n$  происходит выравнивание фазных напряжений приемника, и соотношение (6.5) снова выполняется.

При расчете трехфазного приемника, соединенного звездой с нулевым проводом, каждая фаза рассматривается как отдельная однофазная цепь с последовательным соединением элементов, в общем случае содержащая элементы всех трех типов -  $R$ ,  $L$ , и  $C$ . Рассмотрим пример расчета цепи модульным методом по варианту 0 (табл. 3.1, прил. 3). Схема цепи приведена на рис. 6.3.

Сначала вычислим фазные напряжения приемника. Он является несимметричным, но, благодаря наличию нулевого провода, его фазные напряжения имеют равные действующие значения, которые вычисляются по формуле (6.5):

$$U_a = U_b = U_c = U_{\phiпр} = U_{фген} = \frac{U_{лген}}{\sqrt{3}} = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}} \quad (6.6)$$

Фаза «а» представлена последовательно соединенными конденсатором с емкостным сопротивлением  $X_a$  и резистором с сопротивлением  $R_a$ .

### 6.2.3. Пример расчета трехфазной цепи модульным методом

Вычислим действующее значение тока  $I_a$  по закону Ома для фазы «а», используя формулы (5.24) и (5.23):

$$I_a = \frac{U_a}{Z_a} = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}Z_a} = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}\sqrt{R_a^2 + (-X_a)^2}}. \quad (6.7)$$

Вычислим угол фазового сдвига между векторами  $\vec{U}_a$  и  $\vec{I}_a$  в соответствии с формулой (5.22):

$$\varphi_a = \arccos \frac{R_a}{Z_a}.$$

Знак  $\varphi_a$  отрицателен, так как из-за наличия конденсатора в фазе вектор тока  $\vec{I}_a$  является опережающим по фазе по отношению к вектору фазного напряжения  $\vec{U}_a$ .

Приведем далее вычисления фазных токов и углов фазового сдвига для фаз «b» и «с»:

$$I_b = \frac{U_b}{Z_b} = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}Z_b} = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}\sqrt{R_b^2 + X_b^2}},$$

$$\varphi_b = \arccos \frac{R_b}{Z_b}. \quad (6.8)$$

Знак  $\varphi_b$  положителен, так как из-за наличия  $L$  – элемента в фазе «b» вектор тока  $\vec{I}_b$  является опережающим по фазе по отношению к вектору фазного напряжения  $\vec{U}_b$ .

$$I_c = \frac{U_c}{Z_c} = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}Z_c} = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}R_c}; \quad \varphi_c = \arccos \frac{R_c}{Z_c} = \arccos \frac{R_c}{R_c} = 0[\text{rad}]. \quad (6.9)$$

Угол  $\varphi_c$  равен нулю, так как резистор не является фазосдвигающим элементом, поэтому вектор тока  $\vec{I}_c$  совпадает по направлению с  $\vec{U}_c$ .

При построении векторной диаграммы в качестве опорных выбирают векторы фазных напряжений приемника  $\vec{U}_a, \vec{U}_b$  и  $\vec{U}_c$ . Они расположены друг относительно друга под углом  $2\pi / 3$  [rad] или  $120^\circ$ , и имеют равные длины, связанные с действующим значением линейного напряжения формулой (6.6).

Из трех векторов фазных напряжений опережающим по фазе является вектор  $\vec{U}_a$ , за ним следуют  $\vec{U}_b$  и  $\vec{U}_c$ , отстающие от него по фазе соответственно на  $120^\circ$  и  $240^\circ$  (рис. 6.4, а, б). Далее строятся векторы фазных токов

$\vec{I}_a, \vec{I}_b, \vec{I}_c$ , расположенные каждый под соответствующим углом ( $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$ ) к опорным векторам  $\vec{U}_a, \vec{U}_b$  и  $\vec{U}_c$ .

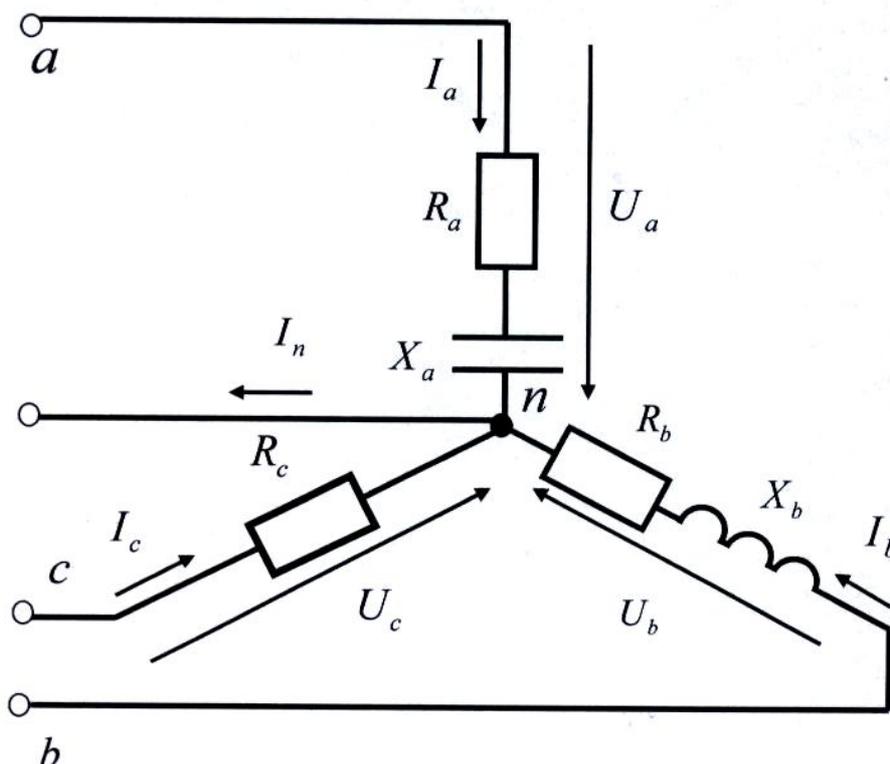


Рис. 6.3. – Схема трёхфазной цепи для расчёта модульным методом

Ток  $\vec{I}_n$  в нулевом проводе определяется на основании первого закона Кирхгофа для цепи переменного тока: «векторная сумма токов в узле электрической цепи равна нулю»:

$$\sum \vec{I} = 0 . \quad (6.10)$$

Правило знаков (раздел 4.2.7) остается в силе, т.е. токи, втекающие в узел цепи, и токи, вытекающие из узла, должны иметь разные знаки.

В соответствии с формулой (6.10) векторы  $\vec{I}_a, \vec{I}_b, \vec{I}_c$  используются для построения вектора  $\vec{I}_n$  (тока в нулевом проводе)

$$\vec{I}_n = \vec{I}_a + \vec{I}_c + \vec{I}_b . \quad (6.11)$$

На рис. 6.4, а суммирование векторов проведено по правилу параллелограмма, а на рисунке 6.4, б – по правилу многоугольника. Как и следовало ожидать, результаты суммирования оказались одинаковыми. Так как от перемены мест слагаемых результат суммирования не зависит, то суммирование векторов может производиться в любом порядке.

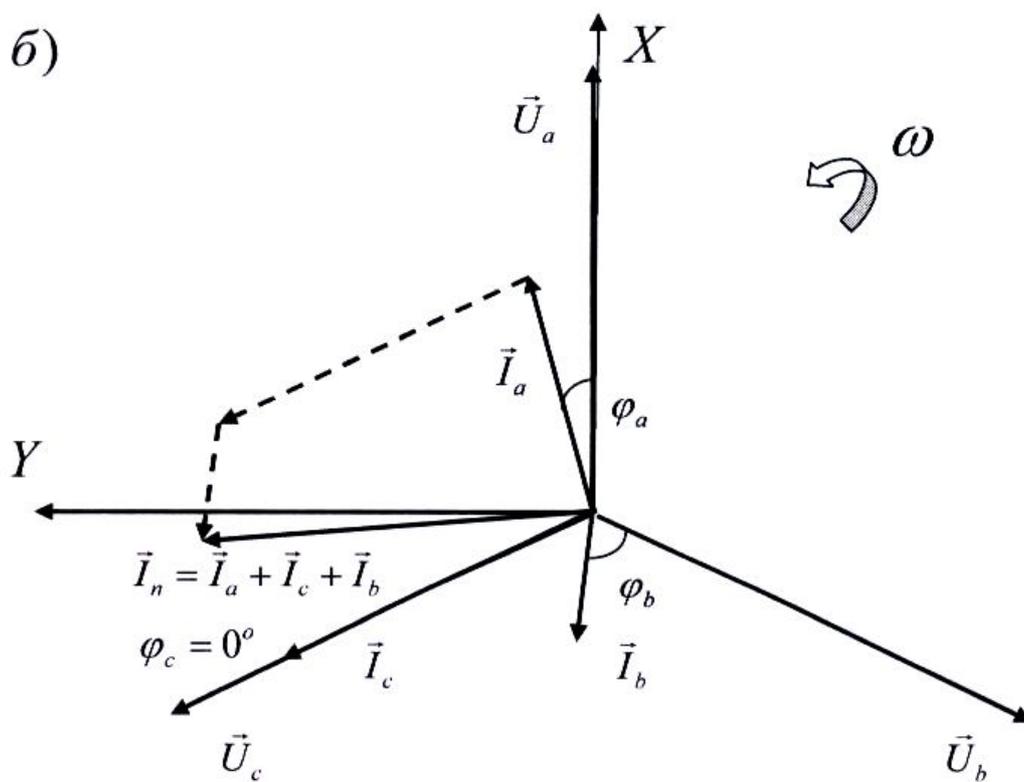
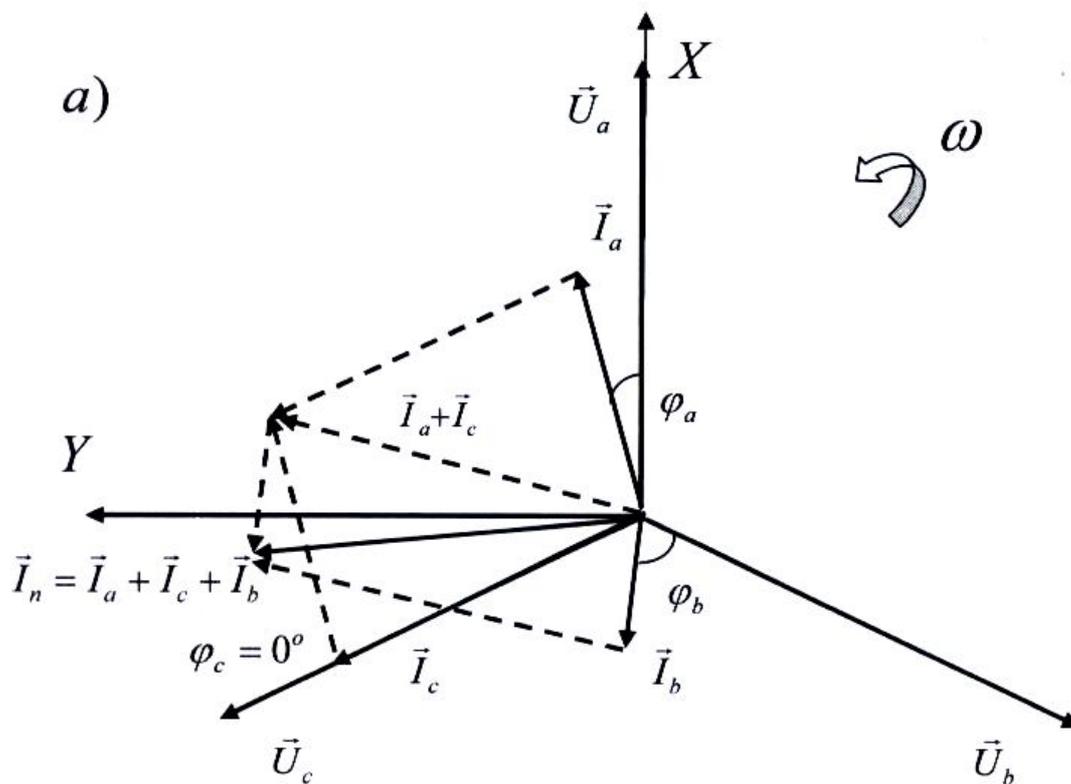


Рис. 6.4. Векторные диаграммы четырехпроводной трёхфазной цепи (пояснения в тексте)

Отметим, что вычислять линейные токи не требуется, так как в соответствии с формулой (6.3) они равны соответствующим фазным токам.

Примечание: так как на диаграммах 6.4 а,б присутствуют одновременно векторы, изображающие разноимённые электрические величины – напряжение и ток, то необходимо указать оба масштаба.

Определим мощности приемника по формулам (5. 25):

Активные мощности фаз [ $Bm$ ,  $кВm$ ]:

$$P_a = U_a I_a \cos \varphi_a; P_b = U_b I_b \cos \varphi_b; P_c = U_c I_c \cos \varphi_c.$$

Реактивные мощности фаз [ $Var$ ,  $кVar$ ]:

$$Q_a = U_a I_a \sin \varphi_a; Q_b = U_b I_b \sin \varphi_b; Q_c = U_c I_c \sin \varphi_c.$$

Результирующая активная мощность трехфазного приемника  $P$  равна сумме активных мощностей его фаз:  $P = P_a + P_b + P_c$ , а его результирующая реактивная мощность  $Q$  равна **алгебраической** сумме реактивных мощностей его фаз:  $Q = Q_a + Q_b + Q_c$ . Для данной задачи сразу можно утверждать, что  $Q_c = 0$ ,  $Q_a < 0$  (так как  $\varphi_a < 0$ ),  $Q_b > 0$  (так как  $\varphi_b > 0$ ), поэтому, в зависимости от конкретных числовых данных, реактивная мощность  $Q$  данного приемника может оказаться положительной, отрицательной или равной нулю.

Полная мощность трёхфазного приемника [ $B \cdot A$ ,  $кВ \cdot A$ ]:  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ .

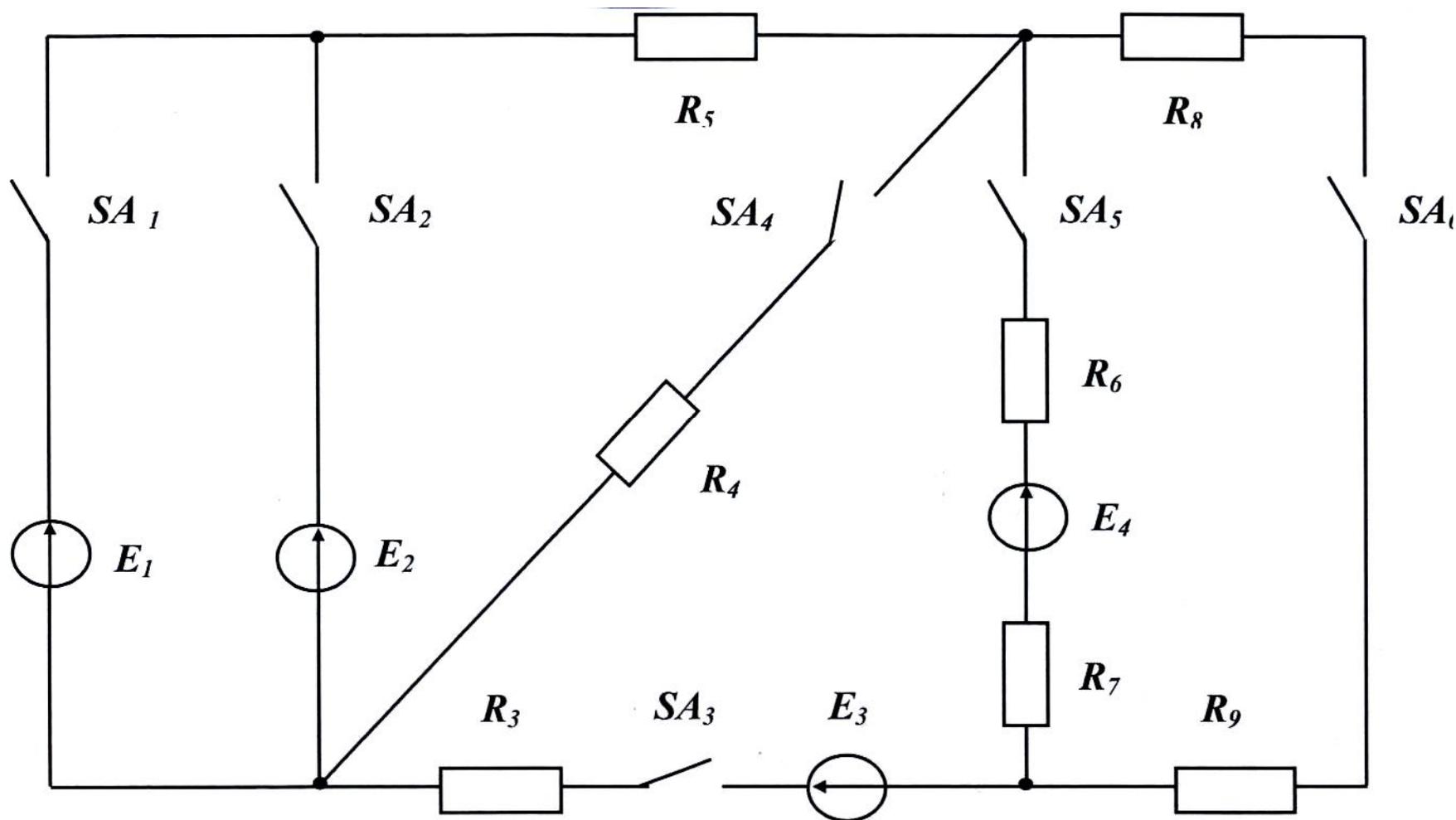


Рис. 1.1 – Исходный вариант цепи постоянного тока

Таблица 1.1

Данные к Задаче 1

Данные к задаче	Номер варианта							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$R_1, Ом$	4	4	3	5	6	8	3	2
$R_2, Ом$	5	5	6	8	3	4	2	4
$R_3, Ом$	2	3	5	6	8	3	4	3
$R_4, Ом$	5	5	6	8	3	4	2	5
$R_5, Ом$	4	8	3	4	2	5	2	6
$R_6, Ом$	3	3	4	2	5	2	4	8
$R_7, Ом$	5	4	2	5	2	4	3	3
$R_8, Ом$	6	2	5	2	4	3	5	4
$R_9, Ом$	5	5	2	4	3	8	6	2
$R_{10}, Ом$	3	2	4	3	5	6	8	5
$E_1, В$	110	120	100	80	60	120	100	120
$E_2, В$	90	100	120	70	80	90	80	130
$E_3, В$	130	70	60	100	120	100	60	80
$E_4, В$	80	60	80	120	100	60	50	110
Замкнуты выключатели	1,2, 3,6	1,2, 3,5	1,3, 5,6	1,2, 4	2,3, 5,6	1,3, 4,5	2,3, 5,6	1,3, 4,6

Продолжение табл. 1.1

Данные к задаче	Номер варианта							
	9	10	11	12	13	14	15	16
$R_1, Ом$	4	4	3	5	6	8	3	2
$R_2, Ом$	5	5	6	8	3	4	2	4
$R_3, Ом$	2	3	5	6	8	3	4	3
$R_4, Ом$	5	5	6	8	3	4	2	5
$R_5, Ом$	4	8	3	4	2	5	2	6
$R_6, Ом$	3	3	4	2	5	2	4	8
$R_7, Ом$	5	4	2	5	2	4	3	3
$R_8, Ом$	6	2	5	2	4	3	5	4
$R_9, Ом$	5	5	2	4	3	8	6	2
$R_{10}, Ом$	3	2	4	3	5	6	8	5
$E_1, В$	110	120	100	80	60	120	100	120
$E_2, В$	90	100	120	70	80	90	80	130
$E_3, В$	130	70	60	100	120	100	60	80
$E_4, В$	80	60	80	120	100	60	50	110
Замкнуты выключатели	3,4, 5,6	2,3, 4,6	1,2, 3,6	1,2, 3,5	1,3, 5,6	1,2, 4	2,3, 5,6	1,3, 4,5

Окончание табл. 1.1

Данные к задаче	Номер варианта							
	17	18	19	20	21	22	23	24
$R_1, Ом$	4	4	3	5	6	8	3	2
$R_2, Ом$	5	5	6	8	3	4	2	4
$R_3, Ом$	2	3	5	6	8	3	4	3
$R_4, Ом$	5	5	6	8	3	4	2	5
$R_5, Ом$	4	8	3	4	2	5	2	6
$R_6, Ом$	3	3	4	2	5	2	4	8
$R_7, Ом$	5	4	2	5	2	4	3	3
$R_8, Ом$	6	2	5	2	4	3	5	4
$R_9, Ом$	5	5	2	4	3	8	6	2
$R_{10}, Ом$	3	2	4	3	5	6	8	5
$E_1, В$	110	120	100	80	60	120	100	120
$E_2, В$	90	100	120	70	80	90	80	130
$E_3, В$	130	70	60	100	120	100	60	80
$E_4, В$	80	60	80	120	100	60	50	110
Замкнуты выключатели	2,3, 5,6	1,3, 4,6	1,2, 3,6	1,2, 3,5	1,3, 5,6	1,2, 4	1,3, 4,5	2,3, 5,6

**Приложение 2. Исходные данные к задаче 2**

Таблица 2.1.

Данные к задаче 2

Номер варианта	Параметры элементов цепи					$I, А$
	$\mathcal{E}1$	$\mathcal{E}2$	$\mathcal{E}3$	$\mathcal{E}4$	$\mathcal{E}5$	
0	$R=15$	$L=16$	$R=6$	$C=350$		4,0
1	$R=5$	$L=127$	$R=10$	$C=100$		4,5
2	$R=10$	$L=32$	$R=12$	$C=250$		5,0
3	$R=30$	$L=32$	$R=5$	$C=320$		3,0
4	$C=300$	$R=30$	$L=55$	$R=15$	$L=127$	5,0
5	$C=400$	$R=40$	$L=10$	$C=150$		4,5
6	$C=230$	$R=30$	$L=15$	$R=10$		5,5
7	$C=300$	$R=20$	$L=127$	$R=5$		4,0
8	$C=350$	$R=35$	$L=127$	$R=15$		5,0
9	$R=15$	$C=150$	$R=10$	$L=16$	$C=50$	5,5
10	$L=32$	$C=230$	$R=15$	$C=100$		6,0
11	$C=100$	$R=32$	$L=16$	$C=240$		3,0
12	$C=300$	$R=32$	$L=32$	$C=150$	$R=25$	4,0
13	$C=200$	$R=15$	$L=25$	$C=50$		4,5
14	$R=30$	$L=32$	$R=5$	$C=240$	$R=15$	5,0
15	$R=20$	$L=32$	$R=15$	$C=320$	$R=20$	3,0

Окончание табл. 2.1

16	$R=30$	$L=16$	$R=5$	$C=250$	$L=127$	5,0
17	$R=25$	$L=32$	$R=15$	$C=300$	$R=15$	4,5
18	$R=30$	$L=16$	$R=10$	$C=150$	$C=250$	5,5
19	$R=30$	$C=240$	$L=32$	$R=5$		4,0
20	$R=30$	$L=127$	$R=5$	$C=250$	$R=24$	5,0
21	$R=15$	$L=32$	$R=10$	$C=300$	$R=15$	5,5
22	$R=20$	$L=127$	$R=15$	$R=5$	$C=250$	6,0
23	$R=20$	$C=240$	$L=32$	$C=240$		3,0
24	$R=20$	$L=32$	$R=15$	$C=110$	$R=20$	3,7

**Примечание:** значения параметров элементов  $R, L, C$  даны соответственно в омах, миллигенри и микрофарадах

### Приложение 3. Исходные данные к задаче 3

Таблица 3.1

Данные к задаче 3

Номер варианта	Сопротивления элементов цепи, Ом						$U_{л}, В$
	$R_a$	$X_a$	$R_b$	$X_b$	$R_c$	$X_c$	
0	$R_a$	$X_a$	$R_b$	$X_b$	$R_c$		$U_{л}$
1	10		3	4		-12	380
2	10	8	4	-3	12	9	220
3	11		6	8	18	-24	380
4	19		8	-6	24	18	220
5	20	-15	12	16	18	24	380
6	20		16	-12	9		220
7	22		10	9	15		380
8	38		8	-9	6	8	220
9	20	10	18	24	4	-10	380
10	19		25	-16	3	8	220
11	10	5	7	9		-12	380
12	10	8	4	-8	12	9	220
13	11	4	6	8	18	-24	380
14	19	5	8	-6	24	15	220
15	20	4	12	16	18	-24	380
16	20	10	16	-12	5		220
17	22	15	22	9	12		380
18	38	10	8	-8	6	10	220
19	10	5	18	24	4	8	380
20	19		24	-18	4	10	220
21	8		15	-10	6	4	380
22	11	4		-8	3	8	220