

УДК 630.* 524.37

С. В. Соколов

(Уральская государственная лесотехническая академия)

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ФОРМЫ СТВОЛОВ СОСНОВЫХ ДРЕВОСТОЕВ УРАЛА

На основе большого фактического материала проведено исследование формы сосновых древостоев Урала в зависимости от различной таксационной характеристики и зонального расположения древостоев. Установлена математическая многофакторная модель формы стволов сосны модальных древостоев, которую можно использовать при дальнейших исследованиях строения и роста сосняков региона.

Исследование проведено на материале 11 постоянных и 152 временных пробных площадей и 826 модельных и учетных деревьев в модальных сосняках Урала. В работе приводятся результаты исследований коэффициентов в зависимости от высот стволов древостоев типов леса сосняка разнотравного, ягодникового и бруничникового южной, средней и северной тайги Зауралья. Материалы обработаны на ЭКВМ «Электроника БЗ-34» по программам, разработанным автором.

Для выявления различий в коэффициентах формы q_2 все модельные и учетные деревья были распределены по классам высот и коэффициентам формы в пределах лесорастительных зон и типов леса. В результате сравнения полученных рядов установлено, что строением по коэффициентам формы модальные сосняки по зонам и типам леса различаются несущественно: показатели существенности различий t от 0,250 до 0,080 < 3. Поэтому дальнейшие исследования проводились в целом для всей совокупности модельных и учетных деревьев по району исследований, т. е. все 826 стволов распределены по классам коэффициентов формы и высот.

На основании средних данных по классам высот для суммарного ряда строили график зависимости коэффициентов формы от высот стволов. Анализ этой зависимости показал, что для последующего аналитического выравнивания данных наиболее подходит уравнение

$$q_2 = a + b \cdot h^{-c},$$

где $c = 2 \cdot \lg t : (\lg x_3 - \lg x_1)$; $t = (y_3 - y_2) : (y_2 - y_1)$.

Для нахождения показателя «с» опытные данные предварительно выравнивали графически. Коэффициент корреляции между графически выравненными и средними опытными коэффициентами формы по классам высот составил 0,99. При этом среднее значение

коэффициентов формы q_2 стволов древостоев типов леса сосняка разнотравного, ягодникового и брусничникового может быть принято равным 0,606, коэффициент изменчивости – 3,03%. На графике выбирали две точки: одну в начале, а другую в конце кривой с ординатами соответственно $x_1(h_1)$, $y_1(q_{2_1})$, $x_3(h_3)$, $y_3(q_{2_3})$. Затем вычисляли $x_2(h_2) = \sqrt{x_1 \cdot x_3}$ и по ней определяли $y_2(q_{2_2})$. Пользуясь этими координатами, определяли t , $\lg t$, $\lg x_1$, $\lg x_3$, а следовательно, и «с». По фактическим данным графика найдено значение показателя «с» = $2 \cdot (-0.5553) : (1.5185 - 0.7853) = -1.5147$ при $x_1 = 6.10$ м, $y_1 = 0.960$; $x_3 = 32.90$ м, $y_3 = 0.640$; $x_2 = \sqrt{x_1 \cdot x_3} = 14.17$, м $y_2 = 0.710$; $t = 0.2784$. Затем по способу наименьших квадратов найдены и остальные параметры уравнения

$$q_2 = 0.604 + 5.6411 \cdot h^{-1.5147}.$$

Однако проверка его на материале 826 модельных и учетных деревьев показала, что выравненные q_2 существенно отличаются от фактических ($t = 20.3 > 3$).

Для последующей отработки методики выравнивания опытных данных нами рассчитано несколько вариантов кривых $q_2 = a + b \cdot h^{-c}$:

1) с учетом веса наблюдений по укрупненным классам высот при показателе «с» = -0.7632; -1.0000; -1.3389; -1.4000; -1.5147;

2) с учетом веса наблюдений по мелким классам высот в 1 м при «с» = -1.3389;

3) без учета веса наблюдений, т. е. на основании только средних данных по укрупненным классам высот при «с» = -1.5147 и -1.0000;

4) на основании только средних данных по мелким классам высот при «с» = -1.5147 для общей совокупности стволов.

Методика расчета указанных уравнений показана на примере одного из рассмотренных вариантов исследований (табл. 1).

$$\begin{array}{l} a \cdot 826 + b \cdot 78.5790 = 549.728 \\ a \cdot 78.5790 + b \cdot 7.6970 = 52.5410 \end{array} \pm \begin{cases} a + b \cdot 0.0951 = 0.6655 \\ a + b \cdot 0.0980 = 0.6686 \end{cases}$$

$$q_2 = 0.561 + 1.1021 \cdot h^{-0.7632}.$$

По аналогичной методике было рассчитано 9 вариантов уравнений. Такое количество их взято с целью отработки методики выравнивания по указанному уравнению. Основанием для выбора окончательного уравнения служили: 1) наименьшие величины ошибок, которые дает уравнение в результате проверки его на фактическом материале; 2) наименьшая величина показателя достоверности различия между выравненными и опытными данными, с учетом их массы; 3) наибольшая величина коэффициента корреляции между

Таблица 1

Вычисление корреляционного уравнения вида $q_2 = a + b \cdot h^{-0,7632}$ по способу наименьших квадратов с учетом веса наблюдений

Средние по классам высот стволов	коэффициент формы q_2	Число наблде- ний n	$\lg h$	$-0,7632 \lg h$	$h^{-0,7632} = x$	x^2	$хп$	$x^2 n$	$q_2 n$	$x \cdot q_2 n$
6,10	0,960	1	0,7853	1,4007	0,2516	0,0633	1,2516	0,0633	0,960	0,2415
10,00	0,810	2	1,0000	1,2147	0,1725	0,0298	0,3450	0,0595	1,620	0,2795
12,55	0,705	33	1,0986	1,1373	0,1450	0,0210	4,7850	0,6938	23,265	3,3734
16,28	0,681	75	1,2116	1,0485	0,1189	0,0141	8,9175	1,0603	51,075	6,0728
20,37	0,675	213	1,3090	2,9720	0,1002	0,0100	21,3426	2,1385	143,775	14,4062
24,04	0,663	345	1,3809	2,9156	0,0883	0,0078	30,4773	2,6924	228,735	20,2063
27,52	0,640	150	1,4396	2,8695	0,0797	0,0063	11,9520	0,9524	96,000	7,6493
31,10	0,614	7	1,4928	2,8277	0,0726	0,0053	0,5080	0,0369	4,298	0,3119
Итого	—	826	—	—	—	—	78,5790	7,6970	549,728	52,5410

выравненными и опытными данными. Методика расчетов указанных критериев показана в табл. 2 и 3.

Таблица 2

Проверка результатов выравнивания коэффициентов формы по уравнению $q_2 = 0,561 + 1,1021 \cdot h^{-0,7632}$ на опытном материале модельных деревьев

1,1021 · h ^{-0,7632}	Коэффициенты формы		Отклонения по классам высот стволов, %			
	выравненные	опытные	выравненных коэффициентов формы от опытных		с исключением систематической ошибки	
			а	а · п	α	α ² · п
0,2773	0,838	0,960	-12,7083	-12,6848	-12,00	160,9042
0,1901	0,751	0,810	-7,2840	-14,5680	-7,2605	105,4297
0,1598	0,720	0,705	+2,1277	+70,2141	+2,1042	146,1127
0,1310	0,692	0,681	+1,6153	+121,148	+1,5918	190,0370
0,1104	0,671	0,675	-0,5326	-126,224	-0,5691	68,9853
0,0974	0,658	0,663	-0,7541	-260,165	-0,7305	181,1024
0,0878	0,649	0,640	+1,4062	+210,930	+1,3827	286,7789
0,0800	0,641	0,614	+4,3974	+30,782	+4,3739	133,9170
Итого	-	-	-	+19,4088	-	1276,267

Таблица 3

Вычисление коэффициента корреляции между выравненными по уравнению $q_2 = 0,561 + 1,102 \cdot h^{-0,7632}$ и опытными данными

Коэффициенты формы q ₂		Отклонения			
выравненные	опытные	q _{2,оп} - q _{2,сп} = α	α ²	q _{2,выр} - q _{2,оп} = а	а ²
0,838	0,960	+0,242	0,0586	-0,122	0,01488
0,751	0,810	+0,092	0,0085	-0,059	0,00348
0,720	0,705	-0,013	0,0002	-0,015	0,00023
0,692	0,681	-0,037	0,0014	+0,011	0,00012
0,671	0,675	-0,043	0,0018	-0,004	0,00002
0,658	0,663	-0,055	0,0030	-0,005	0,00003
0,649	0,640	-0,078	0,0061	+0,009	0,00008
0,641	0,614	-0,104	0,0108	+0,027	0,00073
Итого q _{2,сп} = 0,718		-	0,0903	-	0,01957

$$r = \sqrt{(0.0903 - 0.01957) : 0.0903} = 0.8851.$$

Вспомогательные вычисления к таблице: $M = + 19.4088 : 826 = + 0.0235\%$; $G = \sqrt{1276,2672} : 826 = \pm 1.243\%$; $m = 1.243 : \sqrt{826} = \pm 0.0433\%$; $t = 0.0235 : 0.0433 = 0.543 < 3$. При вычислении уравнения $q_2 = 0.561 + 1.1021 \cdot h^{-0.7632}$ средние значения высот по классам взяты из табл. 1. Из этой же таблицы взято и число наблюдений по классам высот для расчета ошибок в табл. 2. Для контроля правильности исключения систематической ошибки была найдена сумма произведений $\alpha \cdot p$ по классам высот, которая оказалась близкой к нулю, что подтверждает правильность этих расчетов. По методике, представленной в табл. 2 и 3, произведены вычисления критериев правильности выравнивания коэффициентов формы по классам высот для 9 вариантов.

Из всех проверенных на материале 826 модельных деревьев уравнений наименьшую случайную ошибку имеет уравнение

$$q_2 = 0.561 + 1.1021h^{-0.7632} \quad (G = \pm 1.243\%).$$

Однако систематическая ошибка (+ 0.0236), а следовательно, и $t = M : m$ этого уравнения не является наименьшей из всех рассчитанных. В то же время ее можно внести в уравнение в виде поправки с обратным знаком:

$$q_2 = (0.5607 + 1.1021 \cdot h^{-0.7632}) \times \\ \times \frac{(0.5607 + 1.1021 \cdot h^{-0.7632})0.0235}{100,0235\%} = (0.5607 + 1.1021 \cdot h^{-0.7632}) \times \\ \times \left(1 - \frac{0.0235}{100,0235}\right) = 0.560568 + 1.101841 \cdot h^{-0.7632}.$$

Скорректированное таким образом на систематическую ошибку уравнение вновь проверено на исходном материале модельных деревьев. Систематическая ошибка стала самой наименьшей из рассчитанных (-0.0036%), т. е. практически незначимой, случайная ошибка и средняя для всех случаев получились те же, что и раньше, что свидетельствует о правильности предыдущих расчетов; показатель достоверности различия также стал наименьшим из рассчитанных ($t = M : m = 0.083 < 3$). Следовательно, за окончательное принимается откорректированное уравнение $q_2 = 0.5606 + 1.1018 \cdot h^{-0.7632}$, как наиболее соответствующее исходному материалу модельных деревьев.

Приведенные в табл. 4 расчеты показывают, что наиболее целесообразно вести исследования коэффициентов формы с учетом веса наблюдений по более крупным классам высот в 4 м.

Уравнение Вейзе $h \cdot q_2 = a \cdot H + b$ или то же самое $q_2 = a + bh^{-1.0}$ может быть использовано лишь для ориентировочных расчетов.

В большинстве же случаев величина показателя «с» = -1,0, следовательно, при выравнивании коэффициентов формы в зависимости от высот стволов необходимо использовать уравнение более общего вида, т. е. $q_2 = a + bh^{-c}$. Это уравнение систематически завышает результаты на +0,01...0,02%.

Таблица 4

Уравнения и величины ошибок, показателей достоверности различия и коэффициентов корреляции между выравненными и опытными коэффициентами формы

Полученные уравнения	Число классов	Ошибки, %			Коэффициент корреляции	Показатель достоверности различия
		систематические	случайные	для всех случаев		
1. Уравнения с учетом веса наблюдений						
$q_2 = 0,561 + 1,102 \cdot h^{-0,7632}$	8	0,024	$\pm 1,243$	$\pm 0,043$	0,855	0,54
$q_2 = 0,571 + 2,045 \cdot h^{-1,0000}$	8	+0,007	$\pm 1,434$	$\pm 0,050$	0,967	0,14
$q_2 = 0,611 + 3,291 \cdot h^{-1,3389}$	8	+0,021	$\pm 1,251$	$\pm 0,044$	0,961	0,48
$q_2 = 0,613 + 3,156 \cdot h^{-1,3389}$	25	—	—	—	0,934	—
$q_2 = 0,616 + 3,655 \cdot h^{-1,4000}$	8	—	—	—	0,962	—
$q_2 = 0,622 + 4,527 \cdot h^{-1,5147}$	8	-0,006	$\pm 1,317$	$\pm 0,046$	0,965	0,14
2. Уравнения без учета веса наблюдений						
$q_2 = 0,538 + 2,545 \cdot h^{-1,0000}$	8	—	—	—	0,986	—
$q_2 = 0,604 + 5,641 \cdot h^{-1,5147}$	25	—	—	—	0,987	20,30
$q_2 = 0,610 + 5,238 \cdot h^{-1,5147}$	8	-1,029	$\pm 1,390$	$\pm 0,048$	0,954	21,28

Результаты аналитического выравнивания видовых чисел и коэффициентов формы q_2 позволяют сопоставить их друг с другом. При этом оказывается, что разница $s = q_2 - F$ с изменением высоты не остается постоянной: она увеличивается от 0.099 при высоте 3 м до 0.214 - 27 м. Приближенно можно принять: при высоте более 11 м $s = 0.21$; 7...11 м - $s = 0.20$ и менее 7 м - $s = 0.20...0.10$. По данным проф. Д. И. Товстолеса (1931), проф. В. К. Захарова (1956, 1958), эта разница установлена для сосны постоянной (0.20) при высоте 18 м и более. Следовательно, в условиях Урала соотношение между видовыми числами и коэффициентами формы хотя и незначительно, но отличается от общепринятого для сосны, особенно при небольших высотах стволов.

Зная выравненные высоты по десятилетиям сосновых древостоев и установленные нами зависимости между коэффициентами формы q_2 и высотами этих древостоев, можно установить q_2 по десятилетиям древостоев, т. е. динамику q_2 по типам леса. Следова-

тельно, установленная по результатам исследований математическая модель формы стволов сосны модальных сосновых древостоев может быть использована при дальнейших исследованиях строения и роста сосняков и при проведении производственных лесоинвентаризационных работ в сосняках данного района, что позволит значительно сократить объем полевых работ и повысить точность их проведения.