

**Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФГБОУ ВПО «Уральский государственный лесотехнический  
университет»**

**Н.В. Куцубина  
А.А. Санников**

**ТЕОРИЯ ВИБРОЗАЩИТЫ  
И АКУСТИЧЕСКОЙ  
ДИНАМИКИ МАШИН**

**Учебное пособие**

**Екатеринбург  
2014**

УДК 676.5; 674.5

**Р е ц е н з е н т ы:**

д-р техн. наук, профессор  
Ижевского государственного технического  
университета **Ю.В. Турыгин**,  
д-р техн. наук, профессор  
Уральского государственного лесотехнического  
университета **Э.Ф. Герц**

Куцубина, Н.В., Санников, А.А. Теория виброзащиты и акустической динамики машин: учебное пособие / Н.В. Куцубина, А.А. Санников. – Екатеринбург: Уральск. гос. лесотехн. ун-т, 2014. - 167 с.

Учебное пособие предназначено для студентов механических специальностей и направлений, аспирантов, преподавателей вузов и техникумов и может быть полезно инженерно-техническим работникам отраслей лесного комплекса. В учебном пособии рассмотрены методы и средства виброзащиты технологических и транспортных машин. Особое внимание уделяется уравниванию и балансировке валов и роторов, виброизоляции, вибродемпфированию, динамическому виброгашению и другим методам, приводятся основы акустической динамики.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Уральского государственного лесотехнического университета.

ISBN 978-5-94984-495-3

© Уральский  
государственный  
лесотехнический  
университет, 2014  
© Авторы, 2014

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение .....</b>	<b>5</b>
<b>1. Параметры и нормирование вибрации .....</b>	<b>8</b>
1.1. Общие сведения о вибрации и ее параметрах .....	8
1.2. Нормирование вибрации .....	16
<b>2. Динамические воздействия на машины и оборудование .....</b>	<b>19</b>
2.1. Классификация динамических воздействий .....	19
2.2. Случайные динамические воздействия.....	25
2.3. Групповые динамические воздействия.....	33
2.4. Автофрикционные и самовозбуждающиеся колебания.....	36
2.5. Классификация методов виброзащиты машин и оборудования .....	41
<b>3. Моделирование вибрации механических систем .....</b>	<b>43</b>
3.1. Общие сведения о моделировании. Постановка задачи .....	43
3.2. Моделирование вибрации дискретной массы с одной степенью свободы при гармонических силовом и кинематическом возмущении .....	44
3.3. Моделирование вибрации линейных систем с двумя степенями свободы.....	53
<b>4. Уравновешивание и балансировка роторов.....</b>	<b>60</b>
4.1. Принцип уравновешивания подвижных масс механизмов .....	60
4.2. Неуравновешенность роторов. Основные понятия и определения .....	61
4.3. Нормирование неуравновешенности роторов.....	66
4.4. Особенности динамики и уравновешивания гибких и деформируемых жестких роторов .....	76
4.5. Методика диагностирования неуравновешенности роторов. Классификация методов диагностирования .....	79
4.6. Статическая балансировка роторов и деталей .....	85
4.7. Динамическая балансировка роторов .....	91
4.8. Станки для динамической балансировки роторов.....	96
4.9. Балансировка роторов на машине .....	103
4.10. Автоматическая балансировка роторов .....	106
<b>5. Виброизоляция, вибродемпфирование, динамическое виброгашение и другие методы виброзащиты.....</b>	<b>109</b>
5.1. Способы предотвращения резонансной вибрации при проектировании конструкций и вывода их из резонанса при эксплуатации.....	109
5.2. Вибродемпфирование .....	112
5.3. Применение нелинейных упругих элементов в конструкциях .....	118
5.4. Виброизоляция .....	120
5.5. Динамическое виброгашение.....	125
<b>6. Крутильно-вращательные колебания в машинных агрегатах .....</b>	<b>131</b>
6.1. Механическая характеристика рабочей машины и машины-двигателя .....	131

6.2. Крутильно-вращательные колебания одномассовых и двухмассовых систем .....	134
6.3. Крутильно-вращательные колебания приводов с двигателями постоянного тока и асинхронными переменного тока .....	138
6.4. Крутильные колебания валов.....	141
<b>7. Акустическая динамика машин.....</b>	<b>144</b>
7.1. Общие понятия о звуке и шуме .....	144
7.2. Волновые процессы в машинах и оборудовании.....	150
7.3. Продольные волны в стержнях.....	155
<b>Список литературы.....</b>	<b>164</b>

## ВВЕДЕНИЕ

В развитии машиностроения имеет место общая тенденция - повышение рабочих параметров машин, увеличение единичной мощности машинных агрегатов. Эта тенденция в полной мере присуща технологическим машинам и оборудованию отраслей лесного комплекса. Увеличение рабочих параметров оборудования, снижение его удельной металлоемкости приводит к увеличению его виброактивности. Надежность эксплуатации машин неразрывно связана с их виброактивным состоянием, поскольку повышенная вибрация увеличивает динамические нагрузки на конструктивные элементы, интенсифицирует износ и повреждение машин и поддерживающих конструкций, нередко отрицательно воздействует на качественные показатели продукции, например, на качество бумажного полотна, вырабатываемого на бумагоделательных машинах. Шум и вибрация, генерируемые оборудованием, воздействуют на обслуживающий персонал, приводя к профессиональным заболеваниям.

Общая генеральная цель исследований вибрационных процессов оборудования, заключающихся в выявлении основных причинно - следственных зависимостей, направлена на повышение эффективности и безопасности работы этого оборудования. Указанная цель достигается при проектировании, изготовлении и эксплуатации оборудования путем разработки и внедрения методов и средств его виброзащиты, а также вибрационной диагностики его технического состояния. При этом решаются следующие задачи:

выявление факторов, влияющих на вибрационную активность составных частей оборудования, и степени влияния этих факторов на параметры вибрации;

выявление возможности и областей применения различных методов и средств виброзащиты оборудования;

определение зависимостей параметров вибрации составных частей оборудования от структурных параметров их технического состояния.

Структура цели и задач виброзащиты приведена на рис.1.1.

Интенсивность вибрации составных частей оборудования в общем виде может быть выражена функцией  $V = \varphi (F, \eta, \delta, C)$ , где  $F$  - возбуждающие вибрацию силы;  $\eta$  - степень отстройки колеблющейся системы от резонансов;  $\delta$  - характеристика демпфирования системы;  $C$  - характеристика жесткости системы.

Основным фактором, определяющим параметры вибрации оборудования, являются возбуждающие силы. Остальные три фактора образуют группу условий, определяющих интенсивность проявления возбуждающих колебания сил  $V = \varphi (F, y)$ , где  $y$  - условие проявления возбуждающих вибрацию сил,  $y = \psi (\eta, \delta, C)$ .

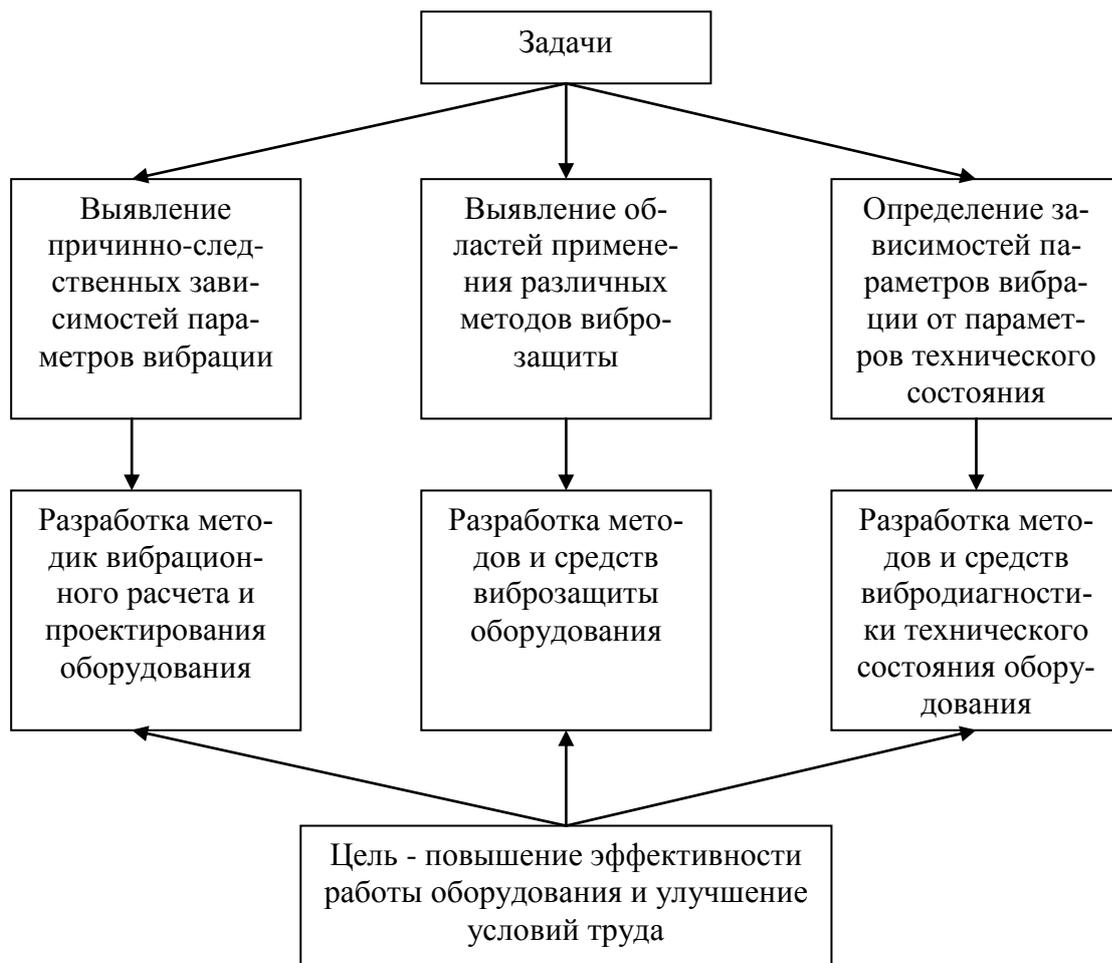


Рис. 1.1. Структура цели и задач виброзащиты оборудования

Задачей исследований вибраций оборудования является в общем случае выявление приведенных функциональных зависимостей.

Интенсивность вибрации зависит от правильности конструктивных решений оборудования, от качества его изготовления и монтажа, от технического состояния при эксплуатации. Вибрация является интегральным показателем качества и технического состояния машины. Виброзащита, под которой понимается комплекс мероприятий при проектировании, изготовлении, монтаже и эксплуатации оборудования, направленных на уменьшение его вибрации, является одной из актуальных проблем отраслей лесного комплекса. Решение этой проблемы повысит эффективность работы оборудования.

Значительных трудозатрат требует поддержание оборудования в технически исправном состоянии. Каждый третий работающий, например, на предприятиях целлюлозно-бумажной промышленности (ЦБП), занят техническим обслуживанием и ремонтом. Затраты на ремонт, отнесенные к стоимости основных фондов составляют 3-6 %. Значительный экономический ущерб приносят аварийные отказы оборудования. Задача совершен-

ствования технического обслуживания и ремонта оборудования ЦБП с целью повышения эффективности его работы, предотвращения аварийных отказов, сокращения затрат на поддержание оборудования в работоспособном состоянии весьма актуальна.

Одним из путей совершенствования технического обслуживания и ремонта оборудования является внедрение системы вибродиагностики. Основой для разработки методов и средств вибродиагностики являются теоретические основы виброзащиты машин.

Под виброзащитой понимается совокупность средств и методов уменьшения вибрации, воспринимаемой защищаемыми объектами. Причем под уменьшением вибрации понимают уменьшение значений каких-либо определенных величин, характеризующих вибрацию. Защищаемыми от вибрации объектами в рассматриваемом случае являются составные части и поддерживающие конструкции машин и оборудования. К поддерживающим конструкциям относятся фундаменты, постаменты, междуэтажные перекрытия и другие конструкции, на которое устанавливается оборудование.

Учебное пособие предназначено преимущественно для изучения дисциплины «Теория виброзащиты и акустической динамики машин» студентами, обучающимися по направлению «Технологические машины и оборудование». Оно может быть полезно для студентов (бакалавров и магистров) других специальностей и направлений механического профиля, а также для аспирантов, диссертационные исследования которых связаны с совершенствованием конструкций оборудования и его технической эксплуатацией.

Учебное пособие написано по итогам исследований, выполненным по госбюджетным работам [1,2], при использовании материалов, опубликованных в монографии [3] и монографических сборниках [4,5].

Термины и определения приняты в учебном пособии в соответствии с требованиями государственных стандартов [6,7], а обозначения физических величин – в соответствии с [8].

## 1. ПАРАМЕТРЫ И НОРМИРОВАНИЕ ВИБРАЦИИ

---

### 1.1. Общие сведения о вибрации

Вибрация - это механические колебания, характеризующиеся многократно повторяющимся отклонением физических тел от положения равновесия. Ввиду того, что понятия вибрации и колебательного процесса (колебаний) близки между собой, воспользуемся для дальнейшего изложения обоими терминами.

Вибрирующие машины, сооружения или их составные части являются колебательными системами. Одним из важнейших признаков колебательной системы является число степеней свободы, т.е. количество независимых числовых параметров, однозначно определяющих положение всех точек системы в пространстве в любой фиксированный момент времени  $t$ . Различают системы с конечным и бесконечным числами степеней свободы. Системы с конечным числом степеней свободы, состоящие из сосредоточенных масс, называются дискретными. Они описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями. Системы с бесконечным числом степеней свободы, имеющие распределенные массы, называются континуальными или распределенными. Эти системы описываются дифференциальными уравнениями в частных производных.

Колебательные системы могут совершать следующие виды вибрации:

по характеру возбуждения: свободную, вынужденную при кинематическом или силовом возбуждении, параметрическую и в виде автоколебаний;

по сложности: периодическую моно- и полигармоническую, импульсную (ударную);

по частотному составу;

по отношению к собственным частотам колебаний: дорезонансную, резонансную, зарезонансную;

по возможности аналитического описания: детерминированную и случайную.

В колебательных системах машин и сооружений возможны наложения свободных и вынужденных, параметрических, самовозбуждающихся и других колебаний.

Система, выведенная из состояния покоя и предоставленная самой себе, совершает свободные колебания. Важнейшей характеристикой свободных колебаний является собственная частота колебаний  $\omega_0$ , значение которой определяется величиной колеблющейся массы  $m$  и жесткости  $C$  системы:

$$\omega_0 = \sqrt{C/m}. \quad (1.1)$$

Собственных частот у системы множество. Их число определяется числом степеней свободы дискретных систем и равно бесконечности у распределенных систем. Увеличение массы приводит к снижению, а увеличение жесткости - к повышению собственных частот системы.

Если параметры колебаний  $x(t)$  системы повторяются через равные промежутки времени, что характерно при установившемся режиме работы машин и оборудования, то колебания называются периодическими. Периодические колебания удовлетворяют условию

$$x(t) = x(t + kT), \quad (1.2)$$

где  $k$  - любое число;  $T$  - период колебаний, с.

Величина, обратная периоду,  $f = \frac{1}{T}$ , называется частотой колебаний  $f$ , Гц, и измеряется числом колебаний в одну секунду.

Наиболее простой вид колебаний - гармонические, при которых масса колеблется по косинусоидальному или синусоидальному закону

$$S = S_a \cos(\omega t + \beta), \quad (1.3)$$

где  $S$  – виброперемещение объекта, м;  $S_a$  – амплитуда виброперемещений, м;  $\omega$  – угловая частота колебаний,  $\omega = 2\pi f$ , рад/с;  $\beta$  – угол сдвига фаз вибрации, рад;  $t$  – время, с.

Для моногармонической вибрации между амплитудами виброперемещений  $S_a$ , м, виброскорости  $V_a$ , м/с, и виброускорения  $a_a$ , м/с<sup>2</sup>, имеется "жесткая" связь

$$V_a = \omega S_a; \quad a_a = \omega^2 S_a = \omega V_a. \quad (1.4)$$

По виброперемещениям устанавливается взаимосвязь между колебаниями и точностью выполняемой операции, например, стабильностью натяжения бумаги, поддержанием постоянного давления между колеблющимися валами прессов, каландров и суперкаландров, неизменностью относительного положения частей и агрегатов, например, напорного ящика и грудного вала сеточного стола в бумагоделательных машинах. Ограничением виброперемещений предотвращается опасность задевания колеблющихся конструкций и их элементов, возможность раскрытия стыков и т.п. У колеблющихся конструкций машин напряжения зачастую пропорциональны амплитудам виброперемещений. По амплитудам виброперемещений можно оценивать напряжения в материале конструкций с учетом ее жесткости.

Для протяженных конструкций типа станин и фундаментов изгибные напряжения в элементах пропорциональны относительным амплитудам виброперемещений. Измерение амплитуд виброперемещений удобно при диагностике оборудования, возбуждающего моногармоническую вибра-

цию, например из-за неуравновешенности валов. И, наконец, амплитуда, и частота виброперемещений – наиболее доступные для понимания параметры гармонической вибрации.

Колебания, которые могут быть представлены в виде суммы двух или более гармонических колебаний называются полигармоническими

$$S = S_{a1} \cos \omega_1 t + S_{a2} \cos \omega_2 t, \quad (1.5)$$

где  $S_{a1}, S_{a2}$  - амплитуды виброперемещений гармонических составляющих соответственно с угловыми частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .

В общем случае периодические колебания могут быть выражены рядом Фурье в виде суммы гармонических колебаний с частотами, кратными основной частоте  $\omega$ , т.е.

$$S = \sum_{i=1}^{\infty} S_{ai} \cos(\omega t + \beta_i), \quad (1.6)$$

где  $S_{ai}, \beta_i$  - амплитуда и угол сдвига фаз  $i$ -ой гармонической составляющей виброперемещений.

Для полной характеристики полигармонических колебаний необходимо знать для каждой из составляющих вибрации амплитуду виброперемещения, угловую частоту и угол сдвига фаз, что зачастую невозможно сделать. Оценка вибрации по критерию виброскорости устраняет эти затруднения, ибо связывает два основных параметра - амплитуду виброперемещения и частоту.

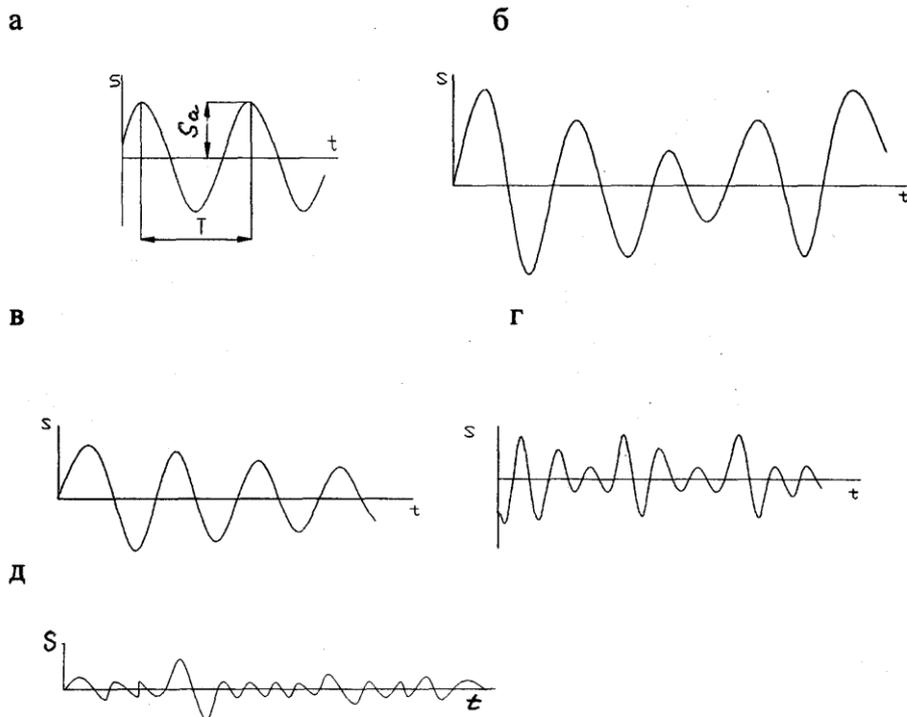


Рис 1.1. Виды вибрации: гармоническая (а), в форме биений (б), затухающая при одном импульсе (в), затухающая при повторяющихся импульсах (г), случайная (д)

Сложение двух гармонических колебаний (рис. 1.1,а) с близкими частотами образует колебания в форме биений (рис. 1.1,б). Случайные колебания представлены на рис. 1.1,д. Единичное импульсное (ударное) динамическое воздействие приводит к затухающим колебаниям (рис. 1.1,в), а при периодически повторяющихся импульсах – к периодически повторяющимся затухающим колебаниям (рис. 1.1,г).

Сложные полигармонические и гармонические колебания удобно представлять в виде средних квадратических значений (СКЗ) виброперемещения  $S_e$ , виброскорости  $V_e$  и виброускорения  $a_e$ .

СКЗ параметра вибраций  $x_e = S_e, V_e, a_e$  определяется по формуле

$$x_e = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} , \quad (1.7)$$

где  $x(t)$  - временная зависимость параметра вибраций;

$T$  - период времени, за который происходит усреднение сигнала.

Например, в соответствии с формулой (1.7) СКЗ виброскорости  $V_e$ , мм/с, определяется по формуле

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [V(t)]^2 dt} ,$$

где  $V(t)$  - мгновенное значение виброскорости, мм/с;

$T$  - период времени, за который определяется СКЗ виброскорости, с.

Выражение (1.7) можно интерпретировать как осредненное значение выпрямленной временной записи вибросигнала (рис.1.2).

При полигармонической вибрации СКЗ виброскорости равно

$$V_e = \sqrt{\frac{[V_{a1}^2 + V_{a2}^2 + \dots + V_{ai}^2 + \dots + V_{an}^2]}{2}} , \quad (1.8)$$

где  $V_{ai}$  - амплитуда виброскорости  $i$ -ой ( $i = 1 \dots n$ ) гармонической составляющей.

При моногармонической вибрации СКЗ виброскорости равно

$$V_e = \frac{\omega S_a}{\sqrt{2}} . \quad (1.9)$$

Для вибрации в форме биений (рис.1.1,б)

$$V_e = \sqrt{\frac{V_{e\max}^2 + V_{e\min}^2}{2}} = \sqrt{\frac{V_{a\max}^2 + V_{a\min}^2}{4}} . \quad (1.10)$$

Напряжения в конструкциях пропорциональны не только виброперемещениям, но также зависят от жесткости конструкций. С увеличением жесткости конструкции при неизменных виброперемещениях напряжения

возрастают. При резонансной вибрации напряжения в конструкциях любой жесткости пропорциональны виброскорости.

Виброускорение является характеристикой силового воздействия колебаний. Например, прибор или агрегат на колеблющемся основании испытывает силу инерции, амплитуда  $F_a$  которой пропорциональна амплитуде виброускорений  $a_a$ .

$$F_a = ma_a, \quad (1.11)$$

где  $m$  - масса вибрирующего объекта.

Напряжения в конструкциях пропорциональны не только виброперемещениям, но также зависят от жесткости конструкций. С увеличением жесткости конструкции при неизменных виброперемещениях напряжения возрастают. При резонансной вибрации напряжения в конструкциях любой жесткости пропорциональны виброскорости.

Сложные полигармонические и гармонические колебания удобно представлять в виде средних квадратических значений (СКЗ) виброперемещения  $S_e$ , виброскорости  $V_e$  и виброускорения  $a_e$ .

Среднее квадратическое значение параметра вибрации  $x_e = S_e, V_e, a_e$  определяется по формуле (1.12).

Выражение (1.12) можно интерпретировать как осредненное значение выпрямленной временной записи вибросигнала (рис. 1.2)

$$x_e = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt}. \quad (1.12)$$

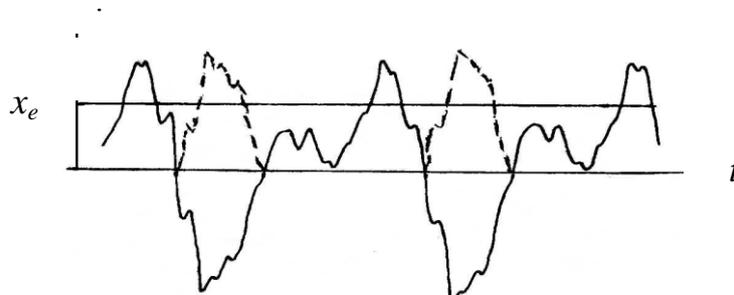


Рис. 1.2. Интерпретация СКЗ вибрации  $x$

При импульсном (ударном) возбуждении вибрация преимущественно высокочастотная, с частотами свободных колебаний конструкций, например, вибрация подшипниковых узлов от дефекта беговых дорожек качения. Виброперемещения и виброскорости в этих случаях обычно малы, а виброускорения из-за высокой частоты значительны. Поэтому при высокочастотной вибрации в качестве параметра целесообразно использовать СКЗ виброускорения  $a_e$ , а в области низких и инфранизких частот — СКЗ виброперемещений.

Параметры вибрации могут изменяться на несколько порядков. Поэтому в ряде случаев удобно пользоваться логарифмической шкалой, принимая за уровень вибрации десятичный логарифм отношения измеряемой величины к ее стандартному пороговому значению. Логарифмическая единица измерения называется белом (Б), а ее десятая часть - децибелом (дБ). Возрастание уровня вибрации на 1 Б означает, что параметр вибрации увеличился в 10 раз, а увеличение на 1 дБ - в  $10^{0,1} = 1,57$  раза. Логарифмический уровень параметра вибрации определяется по формуле

$$L_x = 201g \frac{x}{x_0}, \quad (1.13)$$

где  $x$  и  $x_0$  - измеренный параметр вибрации и его пороговое значение. Пороговые значения параметров вибраций: виброскорости -  $V_0 = 5 \cdot 10^{-8}$  м/с; виброускорения -  $a_0 = 3 \cdot 10^{-4}$  м/с<sup>2</sup>; виброперемещения -  $S_0 = 8 \cdot 10^{-12}$  м.

Соотношения между уровнями вибраций и их абсолютными значениями приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Соотношения между уровнями вибрации в децибелах и значениями этих величин в абсолютных величинах

Уровень, дБ	Виброперемещение, мкм	Виброскорость, мм/с	Виброускорение, м/с <sup>2</sup>
0	$8,0 \cdot 10^{-6}$	$5,0 \cdot 10^{-5}$	$3,0 \cdot 10^{-4}$
20	$8,0 \cdot 10^{-5}$	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$3,0 \cdot 10^{-3}$
50	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$9,5 \cdot 10^{-2}$
80	$8,0 \cdot 10^{-2}$	$5,0 \cdot 10^{-1}$	3,0
90	$2,5 \cdot 10^{-1}$	1,6	9,5
92	$3,2 \cdot 10^{-1}$	2,0	12,0
95	$4,5 \cdot 10^{-1}$	2,8	17,0
98	$6,6 \cdot 10^{-1}$	4,0	24,0
100	$8,0 \cdot 10^{-1}$	5,0	30,0
102	1,0	6,3	38,0
105	1,4	8,9	53,0
108	2,0	12,6	75,0
110	2,5	15,8	95,0
112	3,2	20,0	$1,2 \cdot 10^2$
115	4,5	28,0	$1,7 \cdot 10^2$
118	6,6	40,0	$2,4 \cdot 10^2$
120	8,0	50,0	$3,0 \cdot 10^2$
125	14,0	89,0	$5,3 \cdot 10^2$
130	25,0	$1,6 \cdot 10^2$	$9,5 \cdot 10^2$
140	80,0	$5,0 \cdot 10^2$	$3,0 \cdot 10^3$

Наиболее простым методом оценки виброактивности оборудования является оценка по амплитудам виброперемещений, виброскоростей или виброускорений при моногармонической вибрации или по общему уровню СКЗ виброперемещений, виброскоростей и виброускорений при моногармонической и полигармонической вибрации.

Возможности анализа вибрации расширяются, если ее представлять в определенных полосах частот.

Обычно выделяют четыре диапазона частот вибрации: инфранизкие (до 2 Гц), низкие (до 200 Гц), средние (от 200 Гц до 2 кГц), высокие (2 - 20 кГц), ультравысокие частоты (20 - 500 кГц и выше).

Среднее квадратическое значение гармонической вибрации:

$$S_e = S_a / \sqrt{2}. \quad (1.14)$$

Вибрация машин может иметь широкий спектр частот от нескольких герц до сотен килогерц. Для удобства измерения и анализа весь частотный диапазон вибрации делят на полосы частот. Верхняя и нижняя границы декадных полос отличаются в 10 раз, октавных полос в 2 раза, третьоктавных - в 1,26 раза. Весь диапазон частот может быть разбит на следующие декады: 1...10; 10... 100; 100... 1000 Гц и т.д. При разделении частотного диапазона на октавы результаты измерения относят к среднегеометрическим частотам  $f$ , которые находят из выражения

$$f = \sqrt{f_n f_s} = \sqrt{2} f_n. \quad (1.15)$$

Различные дефекты и повреждения проявляются в различных диапазонах частот. Поэтому вибрация во многих случаях представляется в виде спектров (рис. 1.3).

Спектр вибрации - это совокупность соответствующих гармоническим составляющим значений величины, характеризующей вибрацию, в которой указанные значения располагаются в порядке возрастания частот гармонических составляющих.

Спектр частот - это совокупность частот гармонических составляющих вибрации, расположенных в порядке их возрастания. В амплитудном спектре вибрации величинами, характеризующими гармонические составляющие, являются их амплитуды. Используются спектры амплитуд и СКЗ виброперемещений, виброскоростей и виброускорений.

Спектр в зависимости от полосы частот может быть с декадной, октавной, полуоктавной, третьоктавной полосами частот и узкополосный. Под полосой частот понимается совокупность частот в рассматриваемых пределах.

Отношение верхней граничной частоты к нижней равно: у декадной полосы частот 10, у октавной - 2, у полуоктавной -  $\sqrt{2}$ , у третьоктавной -  $\sqrt[3]{2}$ .

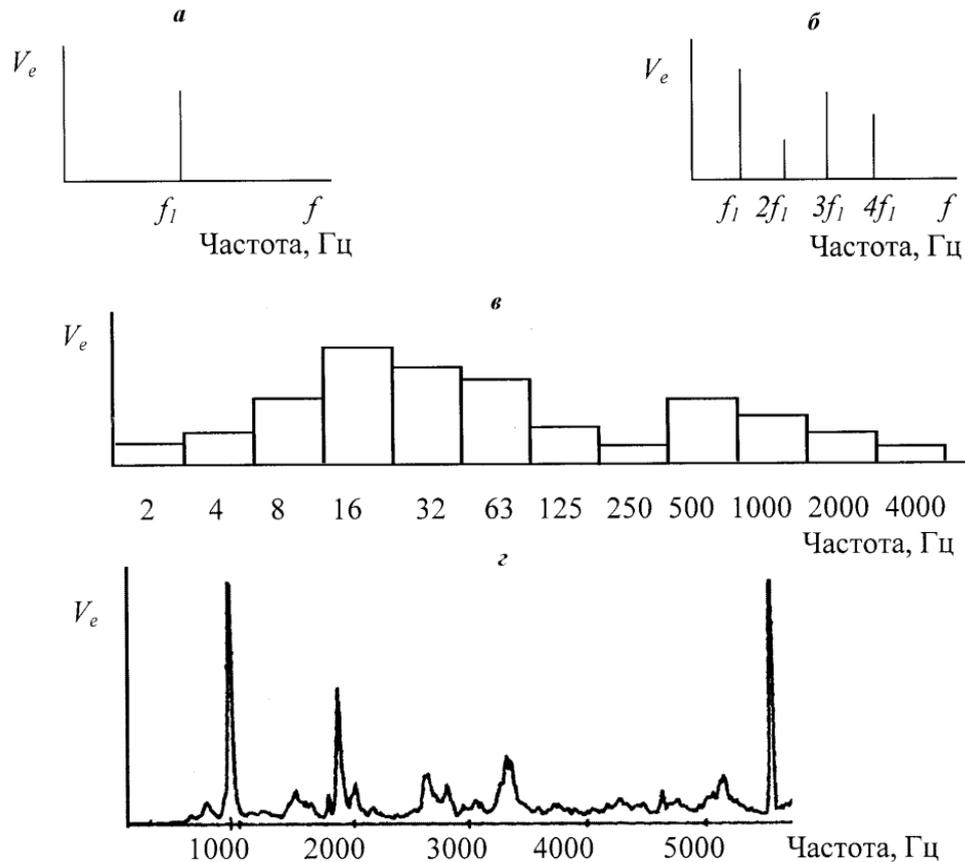


Рис. 1.3. Спектры вибрации: а - моногармонической; б - полигармонической; в - октавной; г - узкополосный

На практике широко используются приборы с октавной и третьоктавной полосами частот, а также с узкополосным анализатором частот. В узкополосных спектрах полосы частот принимают в пределах  $(1 \pm \varepsilon)f_{cp}$ , где  $f_{cp}$  - частота полосы,  $\varepsilon = 0,06; 0,03; 0,015$ .

Каждую полосу частот принято обозначать средним геометрическим значением её граничных частот, определяемым по формуле

$$f_{cp} = \sqrt{f_{\varepsilon} \cdot f_{\varepsilon}}, \quad (1.16)$$

где  $f_{\varepsilon}$  - верхняя, а  $f_{\varepsilon}$  - нижняя граничные частоты, Гц.

Например, для октавной полосы частот

$$f_{\varepsilon} = 2 \cdot f_{\varepsilon} \text{ и } f_{cp} = \sqrt{f_{\varepsilon} \cdot f_{\varepsilon}} = \sqrt{2 \cdot f_{\varepsilon}^2} = 1,41f_{\varepsilon}. \quad (1.17)$$

Граничные частоты стандартных октавных полос приведены в табл. 1.2.

При работе агрегатов из-за погрешностей изготовления и монтажа, неравномерности вращения роторов и множества других причин происходит размытие дискретных линий спектра полигармонических колебаний. Реальный спектр не линейчатый, а квазиполигармонический (рис.1.3,в).

Таблица 1.2

Граничные частоты стандартных октавных полос

Среднегеометрическая частота, Гц	Граничные частоты, Гц
2	1,4...2,8
4	2,8...5,6
8	5,6...11,2
16	11,2...22,5
32	22,5...45
63	45...90
125	90...180
250	180...360
500	360...720
1000	720...1400
2000	1400...2800
4000	2800...5600
8000	5600...11200

Он описывается следующей зависимостью:

$$S(t) = \sum_{i=1}^n S_{ai}(t) \cos(i\omega_1 t + \beta_i(t)) + S_{ш}(t),$$

где  $i\omega_1$  - средняя частота узкополосного процесса;  $S_{ai}(t)$  - случайная медленно изменяющаяся по сравнению с периодом колебаний огибающая узкополосного процесса;  $\beta_i(t)$  - случайная медленно изменяющаяся фаза;  $S_{ш}(t)$  - шумовая компонента вибрационного сигнала.

## 1.2. Нормирование вибрации

Различают гигиеническое, техническое и диагностическое нормирование вибрации.

*Гигиеническое нормирование* заключается в ограничении параметров вибрации, воздействующей на человека. При *техническом нормировании* устанавливаются расчетные параметры вибрации при проектировании оборудования, учитывается влияние вибрации на технологический процесс. При *диагностическом нормировании* устанавливаются зоны технического состояния оборудования: *A* – при приемке оборудования в эксплуатацию, *B* – при эксплуатации без ограничения срока, *C* – при эксплуатации до ближайших профилактических мероприятий. Зона *D* соответствует аварийному состоянию оборудования.

Для оборудования межотраслевого назначения диагностические нормы устанавливаются международными или национальными стандартами, в отдельных случаях – отраслевыми стандартами.

Вибрация по способу воздействия на человека подразделяется на общую и локальную. Общая вибрация передается на тело сидящего или

стоящего на вибрирующей поверхности машины, фундамента, конструкции человека через опорные части его тела.

По источнику возникновения общую вибрацию подразделяют на три категории [9]:

1) транспортная вибрация, воздействующая на операторов подвижных машин и транспортных средств при их движении по дорогам; на предприятиях лесопромышленного комплекса такую вибрацию создают, например, лесовозные автомобили, катера, внутривозовской транспорт;

2) транспортно-технологическая вибрация, воздействующая на операторов машин с ограниченным перемещением только по специально подготовленным поверхностям производственных помещений, промышленных площадок; ее создают краны, валочно-трелевочные машины, автопогрузчики, напольный производственный транспорт;

3) технологическая вибрация, воздействующая на операторов стационарных машин или передающаяся на рабочие места, не имеющие источников вибрации; возникает при эксплуатации деревообрабатывающего и бумагоделательного оборудования, электрических машин, насосов и вентиляторов.

Локальная вибрация передается человеку через руки. Она возникает при использовании ручных машин: на рукоятках, рычагах и других органах управления машин, агрегатов; при контакте рук рабочего с вибрирующим оборудованием. Вибрация, воздействующая на человека через его части тела, в широком диапазоне частот возбуждает колебания его тела и внутренних органов. При этом возможны резонансные колебания. Частоты собственных колебаний внутренних органов лежат в диапазоне от 3 до 6 Гц, частоты собственных колебаний плечевого пояса, бедер, головы в положении «стоя» составляют 4...6 Гц, головы относительно плеч в положении «сидя» - 25...30 Гц. Внешние колебания частотой менее 0,7 Гц образуют качку, нарушающую у человека нормальную деятельность вестибулярного аппарата.

Низкочастотные колебания и инфразвуковые волны (с частотой менее 16 Гц) угнетают нервную систему, вызывают чувство тревоги. Особенно опасны колебания с частотой 3...7 Гц, вызывающие резонанс внутренних органов. Длительное воздействие общей и локальной вибрации в широком диапазоне частот приводит к вибрационной болезни.

Гигиеническими характеристиками вибрации являются следующие нормируемые параметры: среднеквадратические значения виброскорости или виброускорения; логарифмические уровни виброскорости или виброускорения.

Нормы установлены в октавных полосах частот отдельно для вертикального и горизонтальных направлений, исходя из длительности воздействия 480 мин (8 ч).

Зависимость допустимых значений нормируемого параметра  $X$  от времени фактического воздействия вибрации  $t$ , не превышают 480 мин, определяют по формуле

$$X_t = X_{480} \sqrt{480/t},$$

где  $X_{480}$  – допустимое значение нормируемого параметра для длительности воздействия вибрации 480 мин.

Максимальное значение  $X_t$  на должно превышать значений, определяемых для  $t = 10$  мин в случае общей вибрации и  $t = 30$  мин для локальной вибрации.

Вибрация является интегральным показателем качества конструкции изготовления и монтажа, технического состояния при эксплуатации оборудования. Принятие мер по уменьшению вибрации оборудования повышает его надежность.

В качестве нормируемых параметров вибрации стандартом устанавливаются:

средние квадратические значения виброскорости в октавных полосах частот, мм/с;

пиковые значения виброперемещения (при гармонической вибрации – амплитуда виброперемещений), мкм.

Оборудование ЦБП и деревообрабатывающее оборудование имеют вибрацию в широком диапазоне частот от 1...2 Гц до 10...20 кГц. Но нормирование вибрации осуществляется лишь в низкочастотной области в пределах 1,4...360 Гц.

На наиболее высоких частотах величина вибрации одноименного оборудования в технически исправном состоянии имеет большой разброс из-за влияния на вибрацию конструктивных особенностей составных частей. Частотный диапазон нормируемой вибрации устанавливается для каждого вида оборудования, но в пределах октавных полос со среднегеометрическими частотами от 2 Гц до 250 Гц. Для ротационного оборудования наименьшее значение среднегеометрической частоты октавной полосы, в которой нормируется вибрация, устанавливается на наименьшей частоте вращения ротора (вала, цилиндра) оборудования, входящего в эту полосу частот. Рекомендованы для нормирования средних квадратических виброскоростей октавные полосы со среднегеометрическими частотами 2; 4; 8; 16; 31,5; 63; 125; 250 Гц.

Вибрационное состояние оборудования оценивают при установившемся рабочем режиме в трех взаимно перпендикулярных направлениях: вертикальном  $Z$ , горизонтально-продольном  $X$ , горизонтально-поперечном  $У$  по отношению к осям оборудования.

Допустимыми параметрами вибрации конкретного оборудования можно найти в стандартах, а также в книгах [10,11].

## 2. ДИНАМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ

При динамическом расчете машин, оборудования и сооружений решаются задачи определения напряжений, перемещений и других параметров деталей и конструкций при различных динамических воздействиях. Решение этих задач при линейных характеристиках конструкций выражаются следующими зависимостями [12,13]:

при детерминированных динамических воздействиях

$$x(\omega) = H(\omega)F(\omega) \leq [x(\omega)]; \quad (2.1)$$

при случайных динамических воздействиях

$$S_x(\omega) = |H(\omega)|^2 S_F(\omega) \leq [S_x(\omega)], \quad (2.2)$$

где  $x(\omega)$ - спектр напряжений  $\sigma(\omega)$ , виброскорости  $V(\omega)$  и других определяемых параметров;  $S_x(\omega)$ - плотность распределения определяемых параметров;  $H(\omega)$ - передаточная фракция рассматриваемой конструкции;  $S_F(\omega)$ - плотность вероятности динамических воздействий;  $[x(\omega)]$  – спектр предельных (допустимых) значений определяемых параметров;  $[S_x(\omega)]$  – спектр допустимых значений плотности вероятности определяемых параметров.

### 2.1. Классификация динамических воздействий

Конструкции машин, оборудования и сооружений совершают свободные, вынужденные при кинематическом и силовом возбуждении, параметрические и самовозбуждающиеся колебания в различных сочетаниях.

Силовые воздействия классифицируются по характеру действия - статические и динамические, групповые и единичные, движущие и сопротивления; по характеру приложения - внешние и внутренние (реакции в кинематических парах), поверхностные и массовые (объемные); по характеру протекания - периодические, импульсные, комбинированные; по виду - детерминированные и случайные. Аналогичным образом могут быть классифицированы кинематические и параметрические воздействия, кроме того, что по характеру воздействия они не могут быть статическими.

По виду и источнику возникновения динамические воздействия подразделяются следующим образом:

силовые технологические воздействия рабочих органов машин и оборудования, например, силы резания в деревообрабатывающих станках, в рубительных машинах;

динамические нагрузки от движения обрабатываемого материала, например баланса в корообдирочных барабанах, от движения жидкости или смешанных сред, например в трубопроводах;

силы инерции неуравновешенных масс механизмов;

центробежные силы неуравновешенных масс роторов машин;  
импульсные, кинематические и силовые воздействия, возникающие при несовершенстве, износе и повреждениях элементов кинематических пар, при дефектах монтажа и сборки;

параметрические воздействия из-за неоднородности упругих свойств сопрягаемых поверхностей валов и материала в «захватах» валов, непостоянства жесткости зубчатых зацеплений и подшипников качения;

гидравлические удары и пульсации давления, турбулентные и кавитационные явления в насосно-трубопроводных системах;

силы трения, являющиеся источником фрикционных автоколебаний.

В зависимости от характера неуравновешенных масс машины могут быть с конструктивно неуравновешенными и уравновешенными движущимися массами; имеющими гидравлическую неуравновешенность. К машинам с конструктивно неуравновешенными движущимися массами относятся вибрационные машины, сортировки щепы, машины с кривошипно-ползунными механизмами. Для этих машин динамические нагрузки детерминированы и определяются расчетом. К конструктивно уравновешенному оборудованию относятся роторные агрегаты.

Детерминированные динамические воздействия подразделяются на периодические и непериодические. Для периодических воздействий характерно повторение его параметров через определенный интервал времени, называемый периодом  $T$ ,

$$F(t) = F(t + kT), \quad (2.3)$$

где  $k$  - любое целое число.

При установившемся режиме работы оборудования динамические воздействия имеют преимущественно периодический характер. Периодические динамические воздействия, изменяющиеся по любому закону в течение периода, разлагаются в ряд Фурье

$$F(t) = F_c + \sum_{i=1}^{\infty} F_{ai} \cos\left(\frac{2\pi i t}{T} + \beta_i\right), \quad (2.4)$$

где  $F_c$  - постоянная составляющая силы;

$F_{ai}$  - амплитуда  $i$ -ой гармонической составляющей силы;

$\beta_i$  - начальная фаза  $i$ -ой гармонической составляющей силы.

Периодические воздействия делятся на непрерывно изменяющиеся, импульсные и смешанные. Импульсные воздействия представляют собой детерминированный поток периодически повторяющихся импульсов конечной продолжительности, описываемый выражением

$$F(t) = F_{au} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(t + kT), \quad (2.5)$$

где  $F_{au}$  - амплитуда импульса;

$T$  - период чередования импульсов;

$f(t)$  - функция, характеризующая форму одиночного импульса.

Поток импульсов любой формы, повторяющихся периодически, может быть также представлен рядом Фурье (2.4).

Непериодические динамические воздействия подразделяются на почти периодические (квазипериодические) с частотами, отличающимися от кратных, и переходные, возникающие в машинах при пуско-остановочных режимах работы.

Динамические воздействия на машины часто вызываются рядом случайных факторов. Например, силы резания при рубке щепы, ударные процессы при движении баланса в корообдирочном барабане и т. п. Для большинства технологических машин и оборудования при установившемся режиме работы случайные динамические воздействия являются стационарными и эргодическими. Резкой грани между детерминированными и случайными динамическими воздействиями не существует. Например, силы инерции неуравновешенных масс ротора детерминированы по частоте, а их амплитуды и фазы являются случайными величинами. Детерминированными являются только силы инерции масс рычажных и кулачковых механизмов.

При разработке методов виброзащиты одним из центральных является вопрос определения динамических нагрузок, поскольку качество динамического расчета конструкций в равной степени зависит от точности математической модели и от точности определения внешних нагрузок. При выборе модели внешней нагрузки могут быть два подхода.

Первый подход основан на посылке, что чем точнее функция  $F(t)$  описывает реальный процесс внешнего нагружения, тем точнее результаты расчета. Однако это положение справедливо лишь в том случае, когда погрешность математической модели меньше погрешности определения нагрузки.

При втором подходе модель нагрузки подбирается так, чтобы результаты расчета по выбранной математической модели совпадали с экспериментальными данными. При таком подходе даже при значительной погрешности в математической модели конструкции результаты моделирования с применением найденной нагрузки остаются приемлемыми.

Динамические нагрузки ротационного оборудования в большинстве случаев аналитически неопределимы по модулю, а частотный состав нагрузок доступен для определения.

Технологическое оборудование целлюлозно-бумажных и деревообрабатывающих производств относится к ротационному оборудованию с номинально уравновешенными, а фактически неуравновешенными роторами. Динамическая нагрузка, развиваемая машиной в ее нормальном состоянии, отвечающем техническим требованиям по эксплуатации, называется нормативной. В зависимости от величины неуравновешенной силы инерции  $F_{и}$ , возникающей при нормальном режиме работы, машины делятся на четыре категории: машины малой, средней, большой и очень большой дина-

мичности. По скорости вращения ротора машины делятся на низкочастотные (менее 400 об/мин), среднечастотные (400-2000 об/мин), высокочастотные (более 2000 об/мин) [14].

К машинам малой динамичности с амплитудой силы инерции до 0,1 кН относятся деревообрабатывающие станки, центробежные насосы массой до 50 кг, электромашины массой до 100 кг, валы бумагоделательных и отделочных машин шириной до 1600 мм и скоростью до 120 м/мин. Машинами средней динамичности с амплитудой силы инерции 0,1-1,0 кН являются электромашины массой 100-1000 кг, вентиляторы с массой ротора до 30 кг, узлоловители, щеполовки, вакуум-фильтры, сгустители, мельницы конические и дисковые с диаметром диска до 500 мм, валы бумагоделательных и отделочных машин шириной до 4200 мм и скоростью менее 400 м/мин.

Машины большой динамичности (сила инерции 1-10 кН): электромашины массой более 1000 кг, вентиляторы массой ротора 30-100 кг, дефибреры, рафинеры и дисковые мельницы с диаметром диска более 500 мм, валы бумагоделательных и отделочных машин шириной 4200 мм и более и скоростью более 400 м/мин, сортировки щепы, рубительные машины. Очень большую динамичность с амплитудами сил инерции более 10 кН имеют лесорамы, рафинеры с диаметром диска более 800 мм, вентиляторы и дымососы с массой ротора более 100 кг.

Ротационные машины, к которым относятся почти всё бумагоделательное оборудование, генерируют центробежные силы  $F_n$  и моменты сил  $M_n$  инерции неуравновешенных масс валов, цилиндров, роторов с частотой их вращения  $\omega$

$$F_n = m_e \omega^2 \cos \omega t; \quad M_n = I_{re} \omega^2 \cos \omega t, \quad (2.6)$$

где  $m_e$  и  $I_{re}$  – масса и центробежный момент инерции ротора.

Подробные сведения о центробежных силах и моментах сил инерции роторов приведены в разделе 3.

Механический смысл ряда Фурье заключается в представлении зависимости (2.4) в виде совокупности механических вибраторов, действующих на массу, вращающихся с частотами гармонического ряда с разными углами сдвига фаз.

Основной причиной параметрических колебаний оборудования является периодическое изменение жесткости одного или нескольких элементов колебательной системы, а колебаний, возбуждаемых кинематически относительное перемещение этих элементов. Параметрическое и кинематическое возбуждение вибрации наблюдается в подшипниках качения, зубчатых передачах, в контакте батарей валов. Только параметрические колебания возбуждаются в анизотропных валах из-за конструктивных особенностей или при появлении трещины.

Сопрягаемые валы могут иметь нецилиндричность рабочей поверхности (рис. 2.1), определяемую в общем случае по формуле

$$r = r_0 + \sum_{i=1}^K \Delta r_{ai} \cos(i\omega\varphi + \beta_i), \quad (2.7)$$

где  $r$  – текущее значение радиуса поверхности вала;  $r_0$  – среднее (номинальное) значение радиуса поверхности вала;  $i$  – номер гармоники отклонения радиуса вала от номинального значения,  $i = 1, 2, 3 \dots k$ ;  $\omega$  – частота вращения вала;  $\Delta r_{ai}$  – амплитуда отклонений радиуса вала от номинального значения  $i$ -ой гармоники;  $\varphi_i$  – угол поворота радиус-вектора рабочей поверхности вала от произвольной точки отчета;  $\beta_i$  – угол сдвига фаз  $i$ -ой гармоники отклонений радиуса вала.

При  $i = 1$  имеет место биение вала, при  $i = 2$  – овальность, при  $i > 3$  – волнистость поверхности вала.

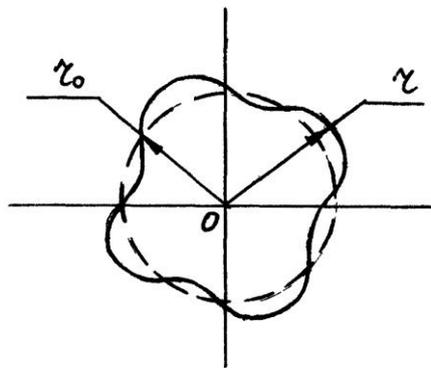


Рис. 2.1. Нецилиндричность рабочей поверхности вала

Нецилиндричность рабочей поверхности вала при его вращении с частотой  $\omega$  приводит к кинематическому возбуждению вибрации в виде перемещения  $S_0$  основания жесткостью  $C_0$ .

Причиной кинематического возбуждения может быть также неравномерная толщина материала, например сукна в прессах бумагоделательных машин

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \Delta d_{ai} \cos(i\omega_c t + \beta_i), \quad (2.8)$$

где  $\Delta b_{ai}$  – амплитуда  $i$ -ой гармоники отклонений толщины сукна от номинального значения;  $\omega_c$  – угловая частота пробегов сукна.

Распределенная жесткость  $C_0$  в контакте сопрягаемых валов в ряде случаев не является постоянной, а имеет периодически изменяющуюся часть, например, из-за неоднородности сукна или обрезинки валов прессовых частей

$$C_0 = C_{oc} + \sum \Delta C_{ai} \cos(i\omega t + \beta_i), \quad (2.9)$$

где  $C_{oc}$  – постоянная составляющая жесткости;  $\Delta C_{ai}$  – амплитуда  $i$ -ой гармоники переменной составляющей жесткости;  $\omega$  – основная круговая частота переменной составляющей жесткости.

Переменный коэффициент жесткости в контакте валов является причиной параметрических воздействий, являющихся источником параметрических колебаний прессовых валов.

В составных частях большинства машин при установившемся циклическом движении процессы возбуждения колебаний представляются в виде периодической последовательности импульсов определенной формы. Такое возбуждение имеет место в зубчатых механизмах, подшипниках качения и скольжения, в вентиляторах и центробежных насосах, в двигателях внутреннего сгорания и в других агрегатах.

Периодическая последовательность импульсов представляется выражением

$$F(t) = F_{au} f(t + kT), \quad (2.10)$$

где  $F_{au}$  – амплитуда импульса;  $T$  – период чередования импульсов;  $f(t)$  – функция, характеризующая форму одного импульса.

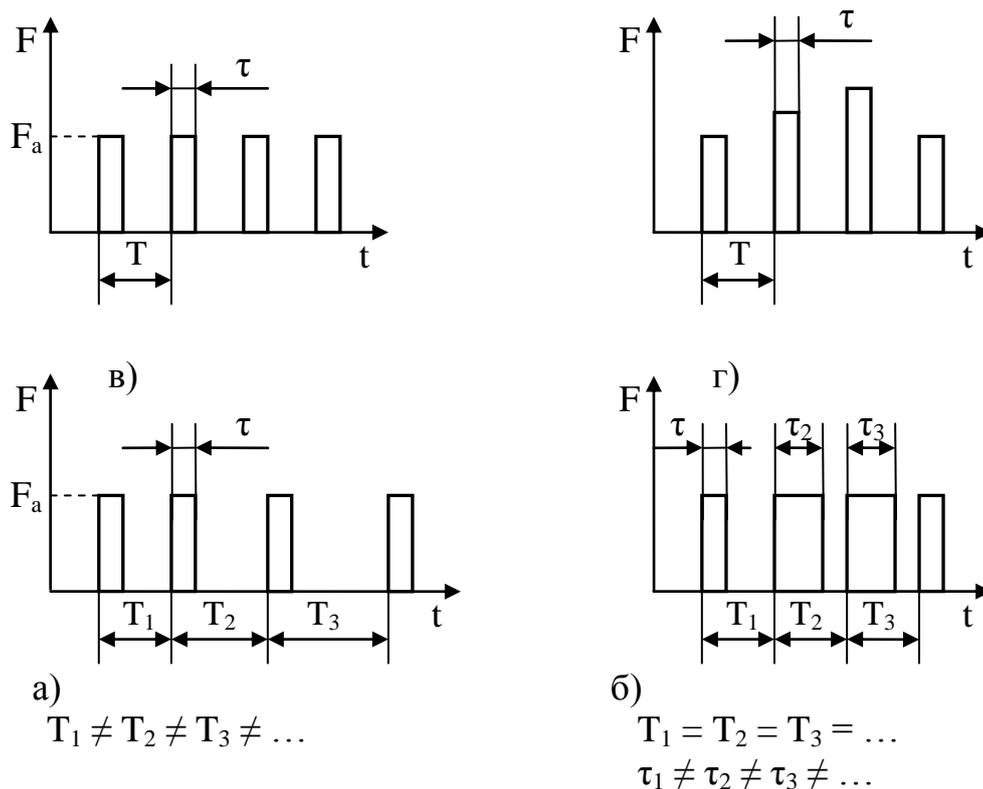


Рис. 2.2. Последовательность прямоугольных импульсов с длительностью  $\tau$ , периодом следования  $T$  и амплитудой  $F_a$ :

а) периодическая детерминированная последовательность; б) последовательность равноотстоящих импульсов с переменной амплитудой (амплитудно-импульсная модуляция); в) фазоимпульсная модуляция; г) частотно-импульсная модуляция

Функция  $F(t)$  может быть как детерминированной, так и случайной из-за случайности амплитуды импульса, его длительности и момента появления. Детерминированная последовательность импульсов показана на рис. 2.2,а.

Периодическая последовательность импульсов, модулированных по амплитуде при неизменной форме, длительности и частоте следования импульсов (рис. 2.2,б) наиболее часто встречается в агрегатах. Такой вид модуляции называется амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ).

Если импульсы, сохраняя свою форму и амплитуду, смещаются во времени на значение  $\Delta t$ , то имеет место временная импульсная модуляция, которая подразделяется на фазоимпульсную модуляцию (ФИМ), когда импульсы имеют постоянные длительность и амплитуду, а меняется их положение на оси времени от периода к периоду (рис. 2.2,в), и частотно-импульсную модуляцию (ЧИМ), когда импульсы сохраняют амплитуду и положение на оси времени, но меняется их длительность (рис. 2.2,г).

Итак, вибрация машин, оборудования их конструктивных элементов возбуждается детерминированными и случайными; гармоническими и полигармоническими; импульсными; силовыми, кинематическими и параметрическими воздействиями отдельно или в различных сочетаниях.

## 2.2. Случайные динамические воздействия

При решении задач виброзащиты возникает необходимость расчета параметров вибрации многих конструкций оборудования, возбуждаемой случайными динамическими воздействиями. В частности, такие задачи возникают при вибрационном проектировании фундаментов корообдирочных барабанов, трубопроводов массоподводящих систем бумагоделательных машин и тракта подачи щепы в котлы установок непрерывной варки целлюлозы, корпусов напорных ящиков от реактивного воздействия истекающего из напускной щели потока волокнистой суспензии, котлов периодической варки и гидролиз-аппаратов при выдувке соответственно целлюлозы и лигнина. Случайный характер имеет вибрация конструкций при дефектах и повреждениях элементов кинематических пар, лесотранспортных машин - из-за неровностей дороги.

Вопросы теории случайных процессов получили в последнее десятилетие широкое развитие, в том числе применительно к вибрации механических систем. С основами теории можно ознакомиться по книгам [15-17]. Здесь приводятся лишь сведения по теории случайных процессов, необходимых для решения конкретных задач вибрационного проектирования и виброзащиты технологического оборудования отраслей ЛПК.

Случайная (стохастическая) функция - это функция, которая при данном значении независимой переменной является случайной величиной.

Случайный процесс это случайная функция  $x(t)$ , независимой переменной в которой является время.

Случайное динамическое воздействие не может быть представлено графически наперед заданным, так как оно обусловлено процессом, содержащим элемент случайности. О случайном динамическом воздействии можно лишь сказать, какова вероятность того, что его величины входят в определенный интервал. Случайная величина характеризуется определенным законом распределения  $f(F, t)$ , представляющим собой отношение к  $dF$  вероятности того, что  $F(t)$  находится в пределах  $F, F+dF$ . Производная  $\frac{df(F)}{dF}$  называется плотностью распределения случайного процесса.

Анализ случайных динамических воздействий может быть проведен с помощью функции плотности вероятности и других характеристик случайного процесса: средних величин (математических ожиданий), среднеквадратических величин и функций корреляции.

При установившемся режиме работы оборудования случайные динамические воздействия являются стационарными и эргодическими. Для таких процессов осреднение по реализации заменяется осреднением по времени. Математическое ожидание или среднее значение величины динамического воздействия определяется по формуле

$$\bar{F} = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) dt, \quad (2.11)$$

где  $F(t)$ - параметр динамического воздействия в Н или Н м;  $T$  - длительность реализации, выбираемая достаточной для получения стабильных значений  $\bar{F}$ .

Автокорреляционные или просто корреляционные функции динамического воздействия имеют вид

$$K_F(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} [F(t) - \bar{F}] [F(t + \tau) - \bar{F}] dt. \quad (2.12)$$

Заметим, что автокорреляционная функция представляет собой корреляцию между значениями случайного процесса  $F(t)$  в два различных момента времени  $t_1$  и  $t_2$ , отстоящего один от другого на величину  $\tau = t_2 - t_1$ .

Дисперсия случайной функции выражается формулой

$$D_F(t) = K_F(0) = \frac{1}{T} \int_0^T (F(t) - \bar{F})^2 dt. \quad (2.13)$$

Квадратный корень из дисперсии дает среднеквадратическое отклонение динамического воздействия

$$\sigma_F(t) = \sqrt{D_F(t)}. \quad (2.14)$$

Корреляционная функция (2.23) связана со спектральной функцией зависимостью

$$K_F(\tau) = \int_0^{\infty} S_F(\omega) \cos \omega \tau d\omega, \quad (2.15)$$

где  $S_F(\omega)$  - спектральная функция случайного процесса. Она представляет собой плотность распределения дисперсии по частоте.

Выполняя обратное преобразование зависимости (2.15), можно выразить спектральную функцию  $S_F(\omega)$  через корреляционную функцию

$$S_F(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_F(\tau) \cos \omega \tau d\tau. \quad (2.16)$$

Зависимость дисперсии от спектральной функции выражается формулой  $D_F(t) = \int_0^{\infty} S_F(\omega) d\omega$ , т.е. дисперсия равна площади графика спектральной функции.

Для вычисления спектральной функции по формуле (2.16) корреляционную функцию аппроксимируют каким-либо подходящим аналитическим выражением. В книгах [13,15,16] приведены таблицы наиболее распространенных аналитических зависимостей корреляционных функций и соответствующих им спектральных функций. Наиболее часто для аппроксимации опытной корреляционной функции используют выражение

$$K_F(\tau) = \sigma_F^2(t) e^{-\alpha(\tau)} \cos \beta \tau, \quad \alpha > 0, \quad (2.17)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  - параметры, подбираемые из условия наилучшего приближения к опытной зависимости.

Корреляционной функции (2.17) соответствует спектральная функция

$$S_F(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_F(\tau) \cos \omega \tau d\tau = \frac{\alpha \sigma_F^2(t)}{\pi} \frac{\omega^2 + \beta^2 + \alpha^2}{(\omega^2 - \beta^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2 \omega^2}. \quad (2.18)$$

Характер изменения функций (2.17, 2.18) показан на рис. 2.3. Аппроксимация случайных динамических воздействий этими зависимостями справедлива в тех случаях, когда зависимость динамических воздействий от частоты подобна форме амплитудно-частотной характеристики одно-массовой динамической системы (рис. 2.3).

В тех случаях, когда предполагается что энергия вибрации убывает с увеличением частоты, можно применить одну из следующих корреляционных и соответствующих им спектральных функций:

$$K_F(\tau) = \sigma_F^2(t) e^{-\alpha|\tau|}, \quad \alpha > 0, \quad S_F(\omega) = \frac{\sigma_F^2(t)}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}; \quad (2.19)$$

$$K_F(\tau) = \sigma_F^2(t) e^{-\alpha\tau^2}, \quad S_F(\omega) = \frac{\sigma_F^2(t)}{2\sqrt{\alpha\pi}} e^{-\frac{\omega^2}{4\alpha}}. \quad (2.20)$$

Характер изменений функций (2.19, 2.20) показан на рис. 2.3,б.

Во многих случаях удобно представить случайный процесс в виде "белого шума", для которого характерно равномерное распределение дисперсии по частотам. Но белый шум не может существовать реально при неограниченном значении частот, так как мощность процесса не может быть бесконечной. Поэтому используют постоянную плотность распределения в ограниченном диапазоне частот (ограниченный белый шум) (рис. 2.3,в). В этом случае функция корреляции выражается следующей зависимостью

$$K_F(\tau) = \sigma_F^2(t) \frac{\sin \omega_c \tau}{\omega_c \tau}, \quad (2.21)$$

где  $\omega_c$  - предельная частота, ограничивающая белый шум.

Спектральная плотность равна:

$$\text{при } 0 < \omega < \omega_c \quad S_F(\omega) = \frac{\sigma_F^2(t)}{2\omega_c}; \quad \text{при } \omega > \omega_c \quad S_F(\omega) = 0. \quad (2.22)$$

При представлении случайного процесса в виде белого шума в ограниченном диапазоне частот в практических расчетах спектральную плотность называют интенсивностью динамических воздействий.

В заключении укажем, что если на вход динамической системы, имеющей частотную характеристику  $H(\omega)$ , действует случайная сила со спектральной плотностью  $S_F(\omega)$ , то на выходе этой системы наблюдается стационарный случайный сигнал, например, виброперемещение со спектральной плотностью  $S_S(\omega) = [H(\omega)]^2 S_F(\omega)$ .

Следовательно, спектральная функция  $S_S(\omega)$  виброперемещения может быть найдена путем умножения спектральной функции динамических воздействий на квадрат передаточной функции  $[H(\omega)]^2$  (см формулу 2.2).

Рекомендуемые корреляционные и спектральные функции динамических воздействий могут быть использованы при решении задач виброзащиты вновь проектируемых объектов, для которых не известна фактическая плотность вероятности распределения динамических воздействий. При решении задач виброзащиты действующего оборудования статистические характеристики динамических воздействий определяется экспериментально.

При обработке экспериментальных данных строятся гистограммы и полиномы распределения динамических воздействий по величине, находятся размах, среднее арифметическое значение воздействий, медиана и мода распределений, коэффициент асимметрии и эксцесс [15].

При необходимости выявления распределения мощности динамических воздействий в частотной области определяются их фактические функции корреляции и спектральной плотности.

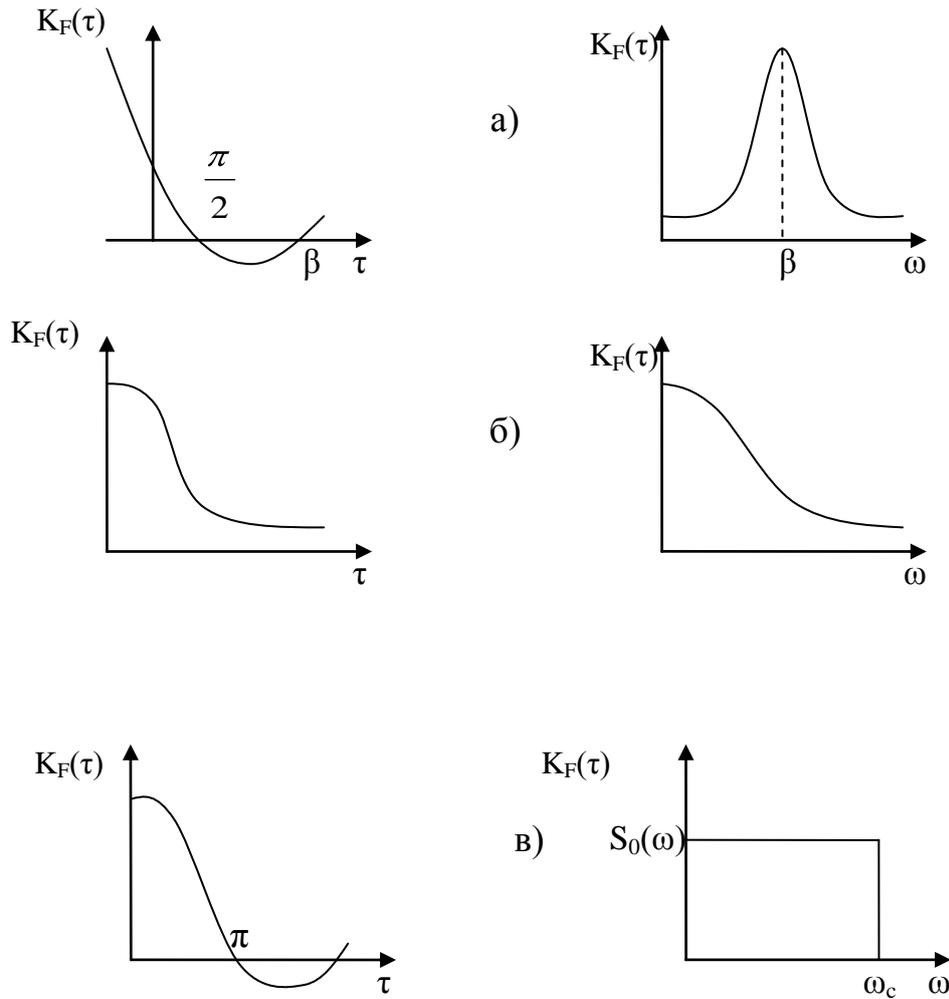


Рис. 2.3. Корреляционные функции и спектральные плотности стационарных случайных динамических воздействий

Эмпирическое распределение динамических воздействий представляется в виде ступенчатого графика, называемого гистограммой распределения (рис.2.4,а), в виде ломаной кривой, которая называется полигоном распределения (эмпирической кривой распределения), на рис. 2.4,а показана пунктиром. Высоты прямоугольников гистограммы равны частотам (частостям)  $n_i$ , а основание, - интервалам или разрядам, на которые разбиты измеренные значения  $F_i$ . Ширина интервалов должна быть, как правило, одинаковой.

Полигон распределения строится по ординатам, равным высотам прямоугольников гистограммы, т.е. частотам (частостям) распределения. Ординаты откладываются из середины интервалов значений  $F_i$  на оси абсцисс. При уменьшении интервалов до бесконечно малой величины гистограммы и полигоны распределения по форме приближаются к плотности распределения.

Характеристиками распределения являются меры положения, меры рассеивания и моменты распределения.

Меры положения определяют те центральные точки, около которых располагаются значения измеряемых величин. Такими точками являются выборочные среднее значение, медиана и мода.

Выборочное среднее значение определяется по формуле

$$\bar{F} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i, \quad (2.23)$$

где  $N$  – число измерений силы  $F_i$ .

Выборочной медианой  $M_e$  называют значение  $F_i$ , являющееся средним в ряде измеренных значений, упорядоченных по возрастанию или по убыванию. Выборочной модой  $M_0$  называют измеренное значение динамического воздействия  $F_i$ , которое соответствует наибольшей ординате полигона распределения (рис. 2.4,б).

Меры рассеивания характеризуют разброс значения динамического воздействия относительно меры положения. К мерам рассеивания относятся выборочное среднее квадратическое отклонение, коэффициент изменчивости выборки и размах выборки, под которым понимают разность между наибольшим и наименьшим значением амплитуд

$$F_p = F_{\max} - F_{\min}.$$

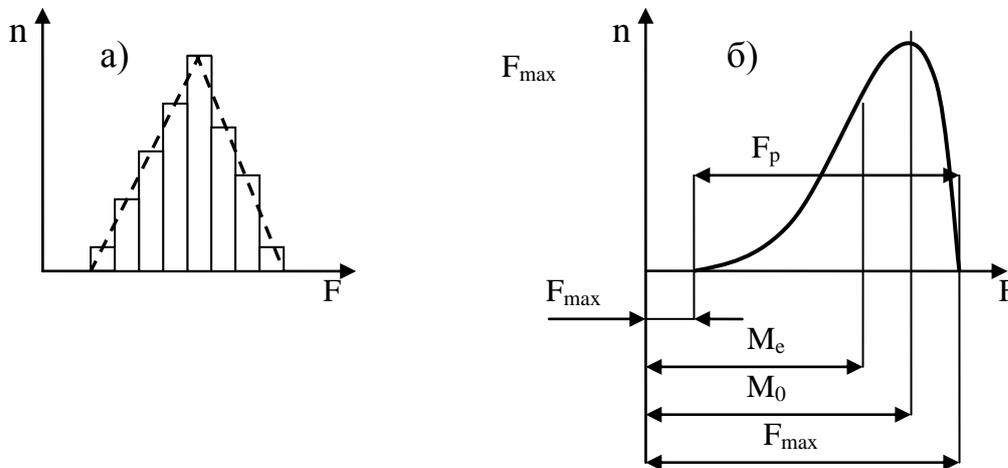


Рис. 2.4. Гистограмма (показано пунктиром) (а) и полигон (б) распределения меры положения измеряемой силы

Выборочное среднее квадратическое отклонение определяется по формуле

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (F_i - \bar{F})^2}. \quad (2.24)$$

Если  $N > 25$ , то в формуле (2.24) можно принять вместо  $(N - 1)$  значение  $N$ .

Теоретическим аналогом выборочного среднего квадратического отклонения является положительный корень из дисперсии по формуле (2.6).

Коэффициент изменчивости (вариации) выборки измерений определяют по формуле

$$K_V = \frac{100\sigma_F}{\bar{F}}. \quad (2.25)$$

Выборочные центральные моменты  $h$ -го порядка определяются по формуле

$$\mu_h = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (F_i - \bar{F})^h, \quad (2.26)$$

где  $h = 2, 3, 4$  - номер центрального момента.

Центральный момент третьего порядка

$$\mu_3 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (F_i - \bar{F})^3$$

используют для оценки степени асимметрии функции плотности распределения вероятностей. Обычно асимметрию оценивают с помощью безразмерного коэффициента асимметрии

$$K_a = \frac{\mu_3}{\sigma^3}. \quad (2.27)$$

Для симметричных распределений эта безразмерная величина равна нулю (рис. 2.5,а). Если асимметрия такова, что функция плотности  $P(F)$  в области значений  $F < \bar{F}$  более пологая, чем при  $F > \bar{F}$ , величина  $K_a < 0$  (отрицательна). Если имеет место обратная картина –  $K_a > 0$  (положительна).

При отрицательном коэффициенте асимметрии вероятность появления больших значений силы больше, чем малых, при положительном коэффициенте - наоборот.

Центральный момент четвертого порядка используют для оценки степени отклонения плотности распределения от нормального распределения вероятностей

$$\mu_4 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (F_i - \bar{F})^4.$$

Для этой цели определяют безразмерную величину, называемую эксцессом

$$E_K = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3. \quad (2.28)$$

Появление «тройки» в формуле (2.38) связано с тем, что для нормальных распределений  $E_K = 0$ , и эксцесс нормален. Для нормальных распределений  $\frac{\mu_4}{\sigma^4} = 3$ . При положительном эксцессе  $E_K > 0$  кривая плотности рас-

пределения имеет более острую и высокую вершину, чем кривые нормального распределения; при отрицательном эксцессе  $E_k < 0$  - более низкую и пологую, иногда с двумя вершинами (рис. 2.5,б). По этой причине эксцесс называют иногда вершинностью или мерой крутости.

Погрешности статистического анализа динамических воздействий определяются по формулам:

погрешность среднеарифметического значения  $m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$  ;

показатель точности среднеарифметического значения  $p_T = \frac{m}{F} 100\%$  ;

погрешность показателя асимметрии  $m_a = \sqrt{\frac{\sigma}{N}}$  ;

погрешность эксцесса  $m_E = \sqrt{\frac{2K_a}{N}}$  .

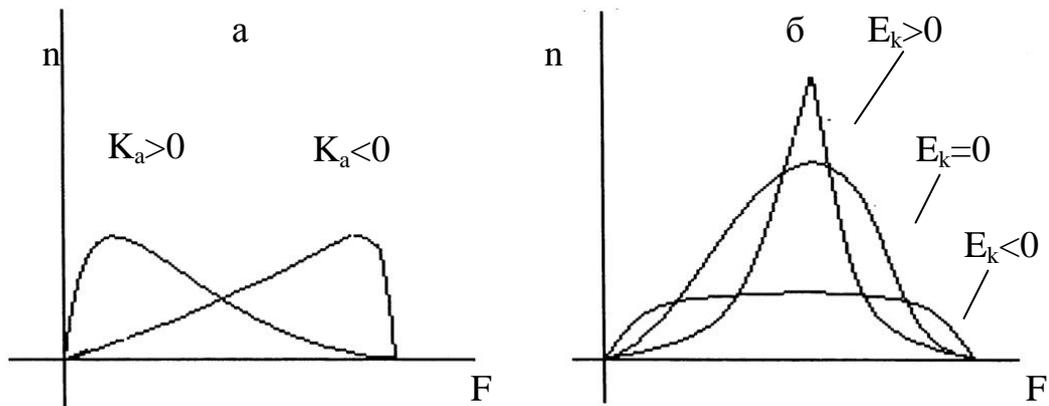


Рис. 2.5. Распределение динамических воздействий:  
а - асимметричное; б – эксцесс

Оценка характеристик случайных процессов основывается на анализе конечного числа реализаций конечной длины  $(0, T)$ . В общем случае эти оценки могут быть смещенными и отличаться от средних статистических. Случайные процессы, свойства которых не зависят от начала отсчета времени, а усреднение по ансамблю реализаций может быть заменено усреднением по времени, называются стационарными и эргодическими. Динамические воздействия при установившемся режиме работы агрегатов являются, как правило, стационарными и эргодическими. Автокорреляционные функции динамических воздействий выражаются зависимостью

$$K_\tau = \frac{1}{N - \tau} \sum_{i=1}^{N-\tau} (F_i - \bar{F})(F_{i+\tau} - \bar{F}), \quad (2.29)$$

где  $\tau$  – переменная разность времени  $\tau = t_1 - t_2$  изменяющегося динамического воздействия во время  $t_1$  и  $t_2$ . Значение  $\tau$  последовательно при-

нимается равным 0, 1, 2, 3, ..., т.е. выражается в числе принятых интервалов времени  $\Delta t$ .

Нормированная автокорреляционная функция

$$\hat{K}_\tau = \frac{K_\tau}{\sigma_F^2}. \quad (2.30)$$

Спектральная плотность динамических воздействий

$$S_F(\omega) = \sum_{\tau=0}^N \left(1 - \frac{\tau}{N}\right) \hat{K}_\tau \cos(\omega\tau), \quad (2.31)$$

где  $\omega$  – угловая частота изменения динамических воздействий.

### 2.3. Групповые динамические воздействия

Групповые динамические воздействия наблюдаются: на станины и фундаменты в многороторных агрегатах, например, в бумагоделательных машинах; на междуэтажные перекрытия при работе нескольких однотипных машин, например, дисковых мельниц или деревообрабатывающих станков; на грунтовое основание, а через него на конструкции зданий и сооружений от фундаментов однотипных агрегатов, например, корообдирочных барабанов, лесопильных рам.

В зависимости от характера группового воздействия различают [10]:

системы неуравновешенных роторов с одной частотой вращения со случайными начальными фазами, не изменяющимися с течением времени. К такой системе относятся сушильные цилиндры бумагоделательных машин с кинематической связью между ними паразитным приводом;

системы неуравновешенных роторов с одной частотой вращения со случайными начальными фазами, изменяющимися с течением времени. К такой системе относятся системы валов одного диаметра, связанных между собой кинематически посредством гибкой упругой связи (сетки, сукна), допускающей проскальзывание, например, сукноведущие валы прессовой и сушильной частей, сетководущие валы формующей части, сушильные цилиндры, приводимые сеткой;

системы однотипных агрегатов с синхронным электроприводом, имеющие одинаковые частоты вращения, но случайные фазы, изменяющиеся при каждом запуске агрегатов;

системы неуравновешенных роторов однотипных агрегатов с незначительно отличающимися случайными частотами вращения, например, система однотипных машин с асинхронным приводом на междуэтажном перекрытии или на фундаментах, расположенных на единой промышленной площадке;

системы неуравновешенных роторов с существенно отличающимися частотами вращения, например, валы прессов.

Во всех случаях простое суммирование амплитуд всех гармонических нагрузок на основе принципа суперпозиции приводит к значительному и ничем не оправданному завышению расчетных амплитуд колебаний станин и поддерживающих конструкций. Чтобы учесть это обстоятельство при расчете станин и поддерживающих конструкций оборудования, необходимо применение вероятностных методов.

Для первой, второй и третьей систем роторов с равными частотами вращения  $\omega$  и со случайными фазами  $\beta_i$ , равновероятностно распределенными на отрезке  $[-\pi; \pi]$ , динамическое воздействие, приведенное к какой-либо точке динамической системы, представляет собой сумму независимых детерминированных функций

$$F = \sum_{i=1}^N F_{ai} \cos(\omega t + \beta_i), \quad (2.32)$$

где  $F_{ai}$  - амплитуда центробежной силы  $i$ -го неуравновешенного ротора;  
 $N$  - количество роторов в системе.

Согласно центральной предельной теореме Ляпунова [18] закон распределения суммы случайных чисел с одинаковым распределением при неограниченном увеличении числа слагаемых приближается к нормальному. Центральной предельной теоремой можно пользоваться и в тех случаях, когда суммируется небольшое число случайных величин, но при этом снижается точность вероятностных расчетов. Плотность вероятности распределения возмущающей силы  $S(F)$  по такому закону

$$S(F) = \frac{1}{\sigma_F \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(F - \bar{F})^2}{2\sigma_F^2}}, \quad (2.33)$$

где  $\bar{F}$  - среднее арифметическое значение случайной величины  $F$ ;  
 $\sigma_F$  - среднее квадратическое отклонение величины  $F$ .

Вероятность нахождения случайной величины  $F$  между значениями  $F_1$  и  $F_2$  определяется интегралом

$$\text{Вер}(F_1 < F < F_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_F} \int_{F_1}^{F_2} e^{-\frac{(F - \bar{F})^2}{2\sigma_F^2}}. \quad (2.34)$$

В том случае, когда приведенные силы от каждого ротора системы равны между собой  $F_{ai} = F_o$  формула (2.32) приобретает вид

$$F = NF_o \sum_{i=1}^N \cos(\omega t + \beta_i). \quad (2.35)$$

При равновероятном распределении  $\beta_i$  в интервале  $[-\pi; \pi]$  из решения (2.35) вытекает, что с вероятностью, равной 0,997 при числе цилиндров или валов 20 и более (нахождение силы в интервале  $\pm 3\sigma_F$ ) амплитуда эквивалентной гармонической силы не превысит следующего значения [18]:

$$F_3 = 2,4\sqrt{N}F_0. \quad (2.36)$$

Заметим, что зависимость (2.36) рекомендована ГОСТ 26563-85 [19] для определения расчетной динамической нагрузки на поддерживающие конструкции от центробежных сил инерции валов и цилиндров бумагоделательных машин. При числе цилиндров или валов меньше 20 вероятность определенного по формуле (2.36) значения  $F_3$ , уменьшается.

Для однотипных машин с асинхронным электроприводом характерны случайные частоты, подчиняющиеся нормальному закону распределения вероятностей и случайные начальные фазы, равновероятные в диапазоне  $[-\pi; \pi]$ . Причем случайные частоты  $\omega_i$  и случайные фазы  $\beta_i$  некоррелированы между собой. В этом случае вся нагрузка, действующая на динамическую систему, представляется в виде

$$F = \sum_{i=1}^N F_{ai} \cos(\omega_i t + \beta_i). \quad (2.37)$$

Вследствие разброса параметров машин и их двигателей, непостоянства сил технологического сопротивления, угловые скорости агрегатов не равны между собой и непостоянны для каждой машины в отдельности. Они являются случайными функциями времени. Вероятность самосинхронизации машин на перекрытии пренебрежимо мала, частоты агрегатов взаимонезависимы. Отклонение угловых скоростей от номинальных зависит от коэффициентов скольжения ротора электродвигателя. Плотность распределения угловых скоростей

$$P(\omega_i) = \frac{1}{\sigma_\omega \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\omega_i - \overline{\omega}_c]^2}{2\sigma_\omega^2}}, \quad (2.38)$$

где  $\overline{\omega}_c$  - математическое ожидание угловой скорости;

$\sigma_\omega$  - среднее квадратическое отклонение угловой скорости.

Вследствие случайности  $\omega_i$ , колебания, описываемые формулой (2.37), имеют формулу биений с периодом, теоретически равным бесконечности. При биениях частота достаточно мало отклоняется от некоторого среднего значения, и колебания могут быть представлены как случайная величина, меняющаяся по почти периодическому закону с постоянной частотой  $\omega$ , случайной амплитудой  $F_a(t)$  и случайной фазой  $\beta$ . Причем амплитуда и фаза являются функциями времени, медленно изменяющимися во времени по сравнению с  $F$ .

$$F = F_a(t) \cos[\omega t + \beta(t)] \quad (2.39)$$

Распределение нагрузки  $F$  принимается по нормальному закону. Фаза  $\beta(t)$  равновероятна в области от 0 до  $2\pi$ . Для таких функций плотность вероятности амплитуд нагрузки соответствует распределению Рэлея

$$S(F) = \frac{F}{\sigma^2} e^{-\frac{F}{2\sigma^2}}, \quad (2.40)$$

где  $\sigma$  - среднеквадратичное отклонение величины  $F$ .

Плотность вероятности по Рэлею удовлетворительно подтверждается экспериментальными данными при наличии 4 - 8 источников при  $2F_{ак\max} < \sum_{i=1}^N F_{ai}$  [10], где  $F_{ак\max}$  - наибольшая из амплитуд динамических воздействий агрегатов.

Вероятность величины силы  $F$  в интервале от  $F_1$  до  $F_2$

$$Вер(F_1 < F < F_2) = \frac{1}{\sigma^2} \int_{F_1}^{F_2} F e^{-\frac{F}{2\sigma^2}} dF. \quad (2.41)$$

В случае, когда при биениях амплитуда силы всегда больше нуля (это имеет место при  $2A_{к\max} > \sum A_i$ ), плотности вероятности наиболее полно удовлетворяет нормальный закон (2.38).

Вероятность нахождения амплитуд силы в интервале от  $F_1$  до  $F_2$  при  $F_1 \geq F_{min}$  определяется по формуле (2.41).

В тех случаях, когда роторы имеют существенно отличающиеся частоты вращения, колебания станин и фундаментов определяются от динамического воздействия каждого ротора отдельно. Для оценки вибрации определяются средние квадратические значения виброскорости

$$V_e = \sqrt{\sum_{i=1}^N (S_{ai}\omega_i)^2}, \quad (2.42)$$

где  $S_{ai}$  - расчетная амплитуда виброперемещения станины или поддерживающей конструкции от  $i$ -го ротора;  
 $\omega_i$  - угловая частота вращения  $i$ -го ротора.

#### 2.4. Автофрикционные и самовозбуждающиеся колебания

Отдельный класс динамических воздействий представляют собой автоколебания – периодические колебания, возбуждаемые источником, не обладающим собственными колебательными свойствами, и управляемые самим движением системы. В технологическом оборудовании нередко возникают проблемы, обусловленные автоколебаниями, в частности, автофрикционными и самовозбуждающимися.

К автофрикционным относятся колебания под воздействием сил трения между звеньями механизмов из-за неравенства сил трения и покоя, из-за зависимости сил трения от относительных скоростей сопрягаемых звеньев. Особую группу автофрикционных колебаний образуют колебания при импульсном воздействии срывного характера в механизмах с избыточными фрикционными связями.

По автофрикционным колебаниям имеется обширная литература [19-21 и др.]. Между трением и вибрацией существует тесная связь: трение способно возбуждать вибрацию, а вибрация влияет на трение.

В машинах довольно часто встречаются автофрикционные колебания типа автоколебаний маятника Фроуда [22]. Сущность этих колебаний заключается в следующем. На равномерно вращающийся с угловой скоростью  $\omega$  вал посажена втулка с закрепленной на ней неуравновешенной массой  $m$  в виде маятника (рис. 2.6, а). При малой частоте вращения втулка под действием момента сил трения покая поворачивается совместно с валом на угол  $\varphi$ , при котором момент силы тяжести маятника достигнет момента трения покая. Маятник останавливается. Под действием разности моментов сил веса и трения движения маятник повернется в направлении, обратном направлению вращения вала, до угла, при котором момент сил трения движения превысит момент сил веса, маятник останавливается и процесс повторяется.

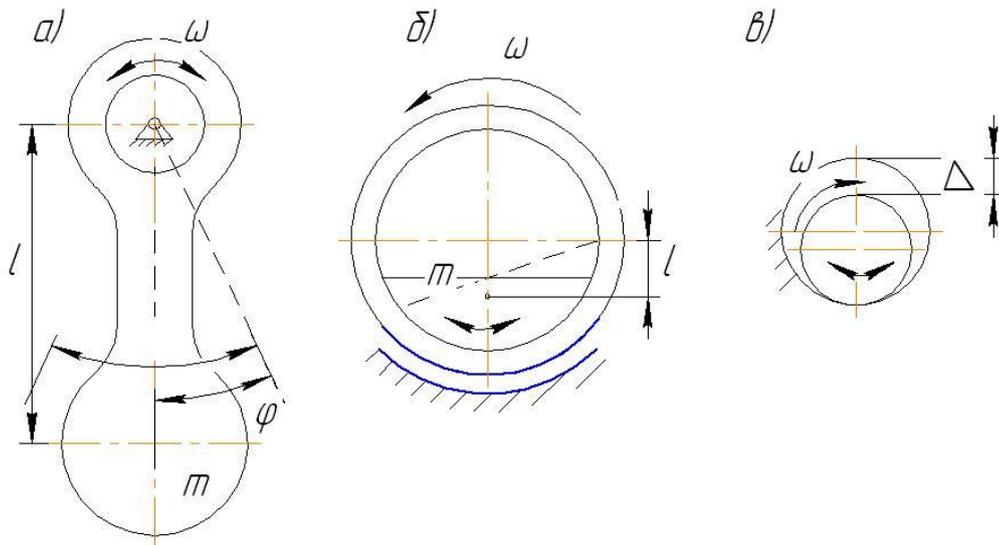


Рис 2.6. Схема маятниковых автофрикционных колебаний: маятник Фроуда (а); груз внутри вращающегося цилиндра (б); цапфы в подшипниках с радиальным зазором (в)

Собственная частота автоколебаний маятника определяется по формуле

$$\omega_{\text{ом}} = \sqrt{\frac{mgl}{\Theta}}, \text{ рад/с} \quad (2.43)$$

где  $\Theta$  - момент инерции маятника относительно оси вращения;

$l$  - расстояние от центра масс маятника до оси вращения.

Во многих практических случаях  $\Theta = ml^2$ . В этом случае

$$\omega_{\text{ом}} = \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (2.44)$$

Маятниковые автофрикционные колебания совершает груз, находящийся внутри вращающегося барабана (рис. 2.6, б), где  $l$  – расстояние от центра масс груза до оси вращения барабана.

Аналогичные колебания имеют, в частности, сегмент окариваемого баланса в корообдирочном барабане, размалываемый материал во вращающихся мельницах, конденсат во вращающихся сушильных цилиндрах.

Маятниковые автофрикционные колебания имеют валы, вращающиеся в подшипниках скольжения (а также в подшипниках качения) с гарантированным радиальным зазором  $\Delta$  (рис 2.6, в), где  $O_n$  и  $O_v$  – оси окружностей подшипника и цапфы. Собственная частота маятниковых колебаний вала в подшипниках определяется по формулам (2.43) и (2.44), где длина маятника принимается равной половине радиального зазора  $l = \Delta/2$ .

Следующая причина автофрикционных колебаний связана с наличием в механической системе избыточных фрикционных связей. Рассмотрим сущность этих колебаний на примере перемещения груза  $1$  на катках  $2$  и  $3$  (рис. 2.7) с отличающимися диаметрами. Катки связаны между собой зубчатой передачей с передаточным отношением, равным единице.

Степень подвижности механизма определяется по формуле П.Л. Чебышева, как для плоского механизма [23]

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (2.45)$$

где  $n=4$  – число подвижных звеньев механизма;

$p_5=4$  – число кинематических пар пятого класса (в т. А, Б, В, Г);

$p_4=4$  – число кинематических пар четвертого класса (в т. Д, Е, Ж, З),

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 1 \cdot 4 = 0.$$

Избыточные связи превращают механизмы в статически неопределимые системы. Отклонение в размерах избыточных связей приводит к упругой деформации звеньев механизма, дополнительной нагруженности элементов кинематических пар, что требует дополнительных затрат энергии и приводит к повышенному износу подшипников и звеньев. Положение усугубляется, когда дополнительными являются фрикционные связи.

В рассматриваемом примере избыточную фрикционную связь образует один из катков и перемещаемое изделие.

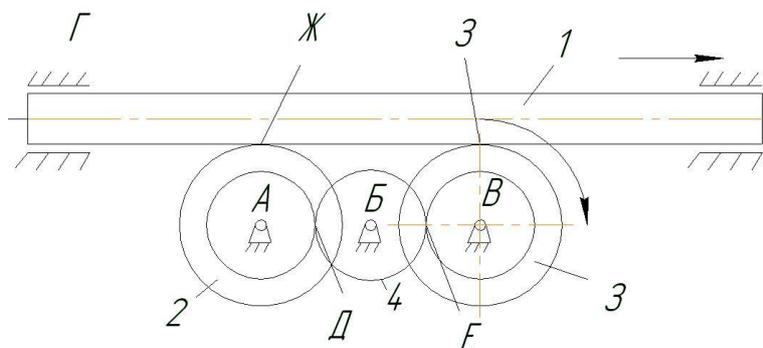


Рис. 2.7. Схема механизма с избыточной фрикционной связью

В зоне контакта катка и изделия возникает сила трения, максимальное значение которой определяется коэффициентом трения покоя. При достижении окружного усилия на катке, зависящего от приводного момента и приведенного момента упругих сил, превышающего силу трения покоя, происходит разрыв фрикционной связи «каток-изделие» с последующим проскальзыванием катка. Такой срыв происходит регулярно, в механизме и приводе возбуждаются автофрикционные колебания.

В системах с избыточными фрикционными связями с периодическим проскальзыванием изменяется структура механизма. Для описания колебаний с переменной структурой, зависящей от контакта катков с изделием, должны использоваться дифференциальные уравнения с изменяющейся структурой.

Автофрикционные колебания могут возникать в машинах везде, где имеется трение скольжения: в подшипниках скольжения с зазором и в подшипниках жидкостного трения; в муфтах сцепления и в тормозах; в направляющих суппортов металлорежущих станков и прижимных балок станков для продольной резки бумаги; во фрикционных передачах и в контакте валов батарейных агрегатов: прессов бумагоделательных машин, каландров и суперкаландров, в отделочных машинах. Автофрикционный характер имеют колебания окариваемого баланса в корообдирочных барабанах; в зубчатых муфтах при относительном перемещении зубьев полумуфт, вызванных перекосом сопрягаемых валов; резцов при резании металла на токарных станках и др.

Самовозбуждающиеся колебания возникают из-за наличия гистерезиса, периодически повторяющихся остаточных деформаций, ассиметричной жесткости контакта, при движении или резании «по следу» и других причин. Особенностью самовозбуждающихся колебаний является быстрое нарастание во времени интенсивности вибрации без изменения ее частоты.

В работе [24] Л.А. Сосновский самовозбуждающиеся колебания объясняет следующим образом. В силовой системе «ролик-вал» при тяжелых режимах качения без проскальзывания на дорожке качения образуются остаточные волнообразные деформации. Вибрация и шум резко возрастают. Деформационные процессы протекают в упругопластической зоне. Волны набиваются на изделия, имеющем меньший коэффициент жесткости поверхности (вал или ролик). Волнообразные деформации объясняются как специфический случай *Troppy Phenomenon*.

Рассмотрим причины появления самовозбуждающейся вибрации в системе: несущий вал-рулон продольно-резательного станка (рис. 2.8).

Наблюдения за работой продольно-резательных станков показали, что при намотке рулонов бумаги нередко проявляется нестабильность вибрации по мере изменения диаметра рулона при неизменной скорости самого станка. При достижении определенных диаметров рулона вибрация не-

ожиданно возникает и также неожиданно исчезает. При дальнейшем увеличении диаметра рулона вибрация может возникнуть вновь.

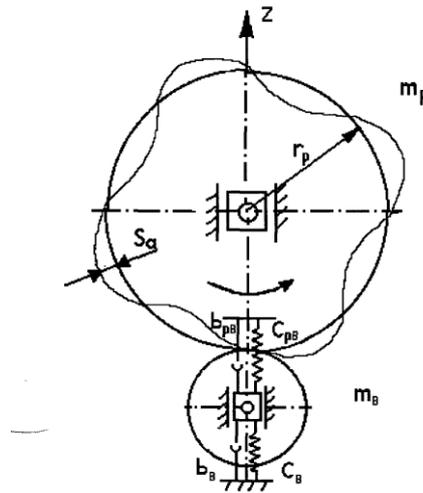


Рис. 2.8. Динамическая модель самовозбуждающейся вибрации несущего вала и рулона продольно-резательного станка:  $m_p$  – масса рулона бумаги радиусом  $r_p$ ;  $m_b$  – масса несущего вала;  $S_a$  – амплитуда волны на поверхности рулона;  $b_b$ ;  $C_b$ ;  $b_{pb}$ ;  $C_{pb}$  – коэффициенты неупругих и упругих сопротивлений соответственно вала и в контакте вала и рулона

Неоднородность упругих свойств рулона или нецилиндричность его поверхности, воздействие профильной поверхности несущих валов приводит к возникновению колебаний несущих валов на собственных частотах. Эти колебания вследствие пластической деформации бумаги в рулоне оставляют на поверхности рулона маркировку, которая проявляется в виде волны с периодичностью, зависящей от скорости станка  $V$  и от собственной частоты колебаний несущего вала  $f$ . Длина волны определяется по формуле  $L = V/(60f)$ . В тех случаях, когда длина окружности рулона окажется кратной длине волны, последняя совпадает по фазе с вибрацией несущего вала, что приводит к усилению его вибрации. Волнистость поверхности рулона начинает возрастать, параметры вибрации вала также увеличиваются. Возникает самовозбуждающаяся вибрация высокой интенсивности.

Например, возникновение самовозбуждающейся вибрации на продольно-резательном станке при его скорости  $V=1200$  м/мин; собственной частоте колебаний несущих валов  $f = 38$  Гц и длине волны на поверхности рулона  $L = 1200/(60 \cdot 38) = 0,53$  м возможно при диаметрах рулона  $d$ , близких к значениям: 0,34; 0,5; 0,67; 0,84; 1,0; 1,17; 1,34; 1,5 м.

Самовозбуждающаяся вибрация может возникнуть также и в том случае, когда оба несущих вала абсолютно идентичны и расстояние по дуге окружности между точками контакта рулона и несущих валов кратны длине волны. Наиболее опасные колебания следует ожидать, когда периметр

рулона одновременно кратен длине волны и расстоянию по дуге окружности между точками контакта рулона и несущих валов.

Самовозбуждающиеся колебания довольно часто проявляются в агрегатах бумагоделательных, картоноделательных и отделочных машин. Волны «набиваются» на обрешиненной поверхности валов, на сукнах прессовых частей, на поверхностях валов каландров и суперкаландров, на рулонах бумаги накатов бумагоделательных и отделочных машин.

## **2.5. Классификация методов виброзащиты машин и оборудования**

Как уже отмечалось, под виброзащитой понимается комплекс мероприятий, направленных на уменьшение вибрации объектов защиты до допустимых уровней.

Методы виброзащиты подразделяются:

по этапу воздействия - на конструктивные, технологические и эксплуатационные;

по применяемым средствам виброзащиты - на методы с применением и без применения средств виброзащиты;

по способам (путям) реализации.

При проектировании и модернизации оборудования реализуются следующие методы виброзащиты, регламентируемые для технологического оборудования ЦБП ГОСТ 26563-85 [25]. Эти же методы приемлемы для уменьшения вибрации деревообрабатывающего оборудования.

Для технологического оборудования применяются следующие методы виброзащиты:

уравновешивание валов, цилиндров, роторов (далее валов);

выбор и изменение параметров конструктивных элементов составных частей оборудования и их фундаментов, обеспечивающих виброзащиту их составных частей;

отстройка от резонансов путем введения конструктивных элементов с регулируемой жесткостью;

виброизоляция;

вибродемпфирование и динамическое виброгашение;

установление предельных значений структурных параметров технического состояния (дефектов, отклонений), являющихся источниками вибрации составных частей оборудования.

Конструктивные методы виброзащиты включают:

выбор параметров конструктивных элементов оборудования и их фундаментов, при которых параметры вибрации составных частей оборудования не превысят допустимых значений;

отстройку конструктивных элементов оборудования и их фундаментов от резонанса.

При этом следует определять:

низшие собственные частоты колебаний валов (критические частоты вращения), станин и фундаментов, междуэтажного перекрытия, на которое устанавливается оборудование;

параметры вынужденной вибрации валов, станин, фундаментов и междуэтажного перекрытия.

Параметры вынужденной вибрации должны быть меньше допустимых значений, а абсолютное значение разности между собственной частотой вибрации конструктивного элемента  $\omega_0$  и частотой вибрации источника  $\omega$  - не менее 30% собственной частоты вибрации, т.е.

$$|\omega_0 - \omega| \geq 0,3\omega_0. \quad (2.46)$$

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИБРАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

---

#### 3.1. Общие сведения о моделировании, постановка задачи

Для решения задач виброзащиты при проектировании и эксплуатации машин, оборудования и сооружений следует иметь зависимости параметров вибрации их конструкций, возбуждаемой детерминированными и случайными динамическими воздействиями. Для этого согласно зависимостям (2.1) и (2.2) необходимо определение передаточных функций  $H(\omega)$ . При этом расчетная модель конструкций может быть принята дискретной или распределенной (континуальной), линейной или нелинейной.

Дискретная модель характеризуется тем, что все массы конструкции заменяются несколькими сосредоточенными массами, распределенные и диссипативные свойства конструкции также заменяются сосредоточенными элементами жесткости и неупругих сопротивлений. Динамика дискретных моделей описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями. Континуальные модели имеют распределенные массы, упругие и неупругие сопротивления. Динамика континуальных систем описывается дифференциальными уравнениями с частными производными.

Зависимости (2.1) и (2.2) представлены в частотной форме. Во временном представлении связь между воздействием  $F(t)$  на входе системы и реакции  $X(t)$  на выходе выражается посредством системного оператора  $L$  в виде  $X(t) = L F(t)$ . Системный оператор дискретных систем выражается в виде обыкновенных дифференциальных уравнений, а распределенных систем – в виде дифференциальных уравнений в частных производных.

Систему называют линейной, если справедливы равенства

$$L(F_1 + F_2) = LF_1 + LF_2; \quad L(\alpha F) = \alpha LF, \quad (3.1)$$

где  $\alpha$  – произвольное число.

Условие (3.1) выражает принцип суперпозиции, заключающийся в том, что гармонический сигнал, проходя через линейную систему, остается неизменным по форме, приобретая лишь другую амплитуду и начальную фазу. В линейной системе воздействие с частотой  $\omega$  вызывает отклик на той же частоте. Результат воздействия нескольких сил равняется сумме результатов воздействия от каждой силы в отдельности.

В нелинейных системах равенства (3.1) не соблюдаются, воздействие с частотой  $\omega$  вызывает появление новых частот.

В этом разделе рассмотрено моделирование простейших линейных дискретных систем, необходимое и достаточное для понимания методов виброзащиты машин, оборудования и сооружений, изложенных в следую-

щих разделах. Классификация методов виброзащиты приведена в конце раздела.

### 3.2. Моделирование вибрации дискретной массы с одной степенью свободы при гармоническом силовом и кинематическом возмущении

Одномассовые конструкции, например, массивные фундаменты машин, корпуса транспортных средств: автомобилей, вагонов, судов и т.п. обладают шестью степенями свободы (рис.3.1) и имеют поступательные колебания вдоль координатных осей:  $OZ$  (вертикальные колебания),  $OX$  (горизонтально-продольные колебания),  $OY$  (горизонтально-поперечные колебания); поворотные колебания относительно осей:  $OZ$  (колебания «рыскания»),  $OX$  (колебания «боковой качки»),  $OY$  (колебания «галопирования»). В общем случае эти колебания взаимозависимы и описываются шестью взаимосвязанными дифференциальными уравнениями. В частном случае, когда центр масс тела и центр жесткости опорных конструкций находятся на одной вертикальной оси, система из шести дифференциальных уравнений сводится к системе из трех взаимонезависимых дифференциальных уравнений, описывающих вертикальные (по оси  $OZ$ ) и горизонтально-вращательные (в плоскостях  $ZOY$  и  $ZOX$ ) колебания. В этом подразделе рассматриваются вертикальные и горизонтально-вращательные колебания жесткого тела на упругодемпфирующем основании.

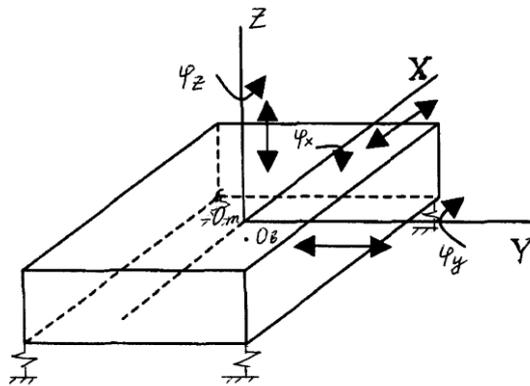


Рис. 3.1. Пространственные колебания жесткого тела:  
 $O_m$  – центр масс;  $O_b$  – центр жесткости виброизоляторов

Рассмотрим колебательную систему с одной степенью свободы в виде массы  $m$  (рис.3.2,а), связанной с неподвижным основанием невесомой линейной пружиной с коэффициентом жесткости  $C$  и элементом, учитывающим рассеивание энергии колебаний в виде вязкого трения с коэффициентом неупругого сопротивления  $b$ .

Под коэффициентом жесткости  $C$ , Н/м понимается отношение силы, прилагаемой к телу, к упругому перемещению, вызываемому этой силой.

Под коэффициентом неупругого сопротивления  $b$ , Нс/м, понимается величина неупругого сопротивления, действующего на тело, перемещающееся со скоростью 1 м/с. В линейной постановке задачи коэффициенты  $C$  и  $b$  принимаются постоянными.

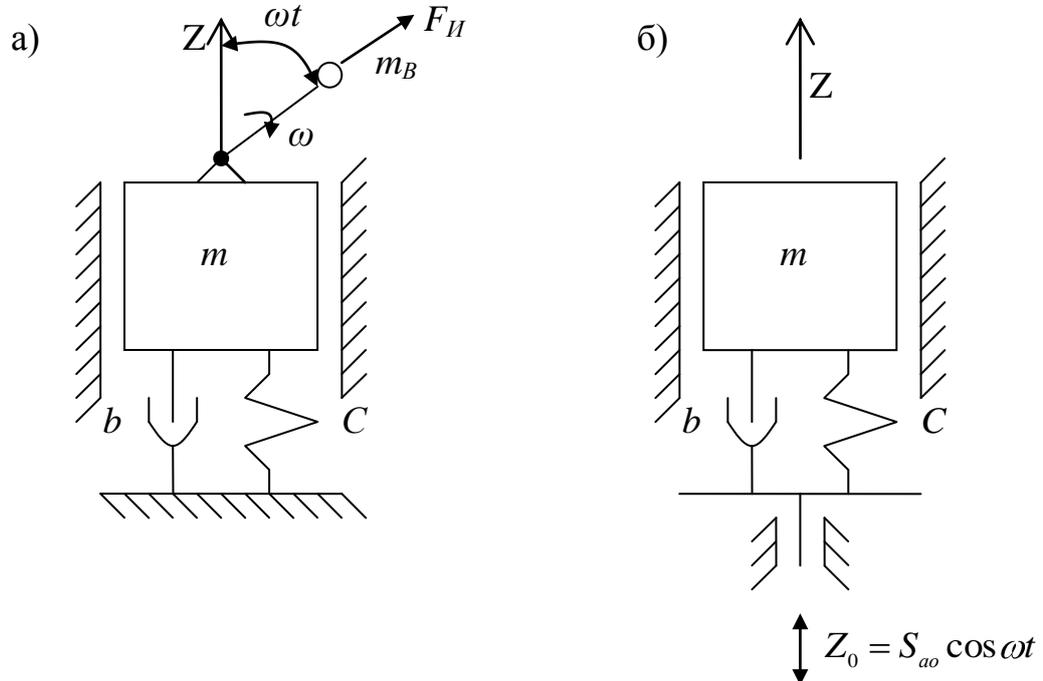


Рис. 3.2. Динамическая модель одномассовой системы при силовом (а) и кинематическом (б) возбуждении вибрации

На массу  $m$  действует сила инерции неуравновешенной массы  $m_B$

$$F_u = m_B e \omega^2 \cos \omega t ,$$

где  $m_B$  - масса ротора машины, кг;

$e$  - удельный дисбаланс ротора, численно равный расстоянию центра масс ротора от оси его вращения, м;

$\omega$  - угловая скорость вращения ротора, рад/с.

На массу  $m$  при ее смещении из положения равновесия на величину  $Z$  действуют следующие силы:

$m\ddot{Z}$  - сила инерции массы  $m$ ;

$b\dot{Z}$  - сила неупругого сопротивления;

$CZ$  - сила упругого сопротивления.

Из равновесия системы с учетом принципа Даламбера получим дифференциальное уравнение, описывающее колебания массы:

$$m\ddot{Z} + b\dot{Z} + CZ = m_B e \omega^2 \cos \omega t . \quad (3.3)$$

Разделим все члены уравнения на  $m$  и обозначим:

$$\omega_0^2 = \frac{C}{m}; \quad 2\varepsilon = \frac{b}{m}; \quad \nu = \frac{m_B e}{m} , \quad (3.4)$$

где  $\omega_0$  - частота свободных колебаний системы;  
 $\varepsilon$  - коэффициент демпфирования;  
 $\nu$  - мера уровня возбуждающих колебания сил, численно равная амплитуде виброперемещений массы, свободной от связей.  
 После преобразований получим

$$\ddot{Z} + 2\varepsilon \dot{Z} + \omega_0^2 Z = \nu \omega^2 \cos \omega t. \quad (3.5)$$

В случае равенства нулю правой части уравнения имеем однородное линейное дифференциальное уравнение, решение которого имеет вид:

$$Z = e^{-\varepsilon t} \left[ Z_0 \left( \cos \omega_{OD} t + \frac{\varepsilon}{\omega_{OD}} \sin \omega_{OD} t \right) + \frac{\dot{Z}_0}{\omega_{OD}} \sin \omega_{OD} t \right], \quad (3.6)$$

где  $Z_0, \dot{Z}_0$  - начальные смещения и скорость массы;  
 $\omega_{OD}$  - частота свободных колебаний массы при наличии неупругих сопротивлений,

$$\omega_{OD} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2}{\omega_0^2}}. \quad (3.7)$$

Частота свободных колебаний линейной системы не зависит от амплитуды виброперемещений и является основной динамической характеристикой системы. С возрастанием коэффициента демпфирования колебаний частота свободных колебаний уменьшается, период колебаний возрастает. Но для большинства машиностроительных и строительных конструкций  $\frac{\varepsilon^2}{\omega_0^2} \ll 1$ , поэтому принимают частоту свободных колебаний реальных систем, равной их собственной частоте колебаний без затухания, т.е.

$$\omega_{OD} \approx \omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m}}. \quad (3.8)$$

В вертикальном направлении низшая собственная частота колебаний может быть определена также по формуле

$$\omega_{OD} \approx \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{Z_C}}, \quad (3.9)$$

где  $g$  - ускорение свободно падающего тела;  
 $Z_C$  - упругое перемещение массы под действием собственного веса.

Амплитуды виброперемещений затухающих колебаний не являются постоянными, они убывают в связи с наличием множителя  $e^{-\varepsilon t}$  в уравнении (3.6). Кривая свободных затухающих колебаний массы показана на рис. 3.3. Амплитуды виброперемещений уменьшаются по закону геометрической прогрессии. Величиной, характеризующей интенсивность зату-

хания, служит логарифмический декремент, равный натуральному логарифму отношения двух последовательных амплитуд  $S_{an}$  и  $S_{a(n+1)}$

$$\Lambda = \ln \frac{S_{an}}{S_{a(n+1)}}. \quad (3.10)$$

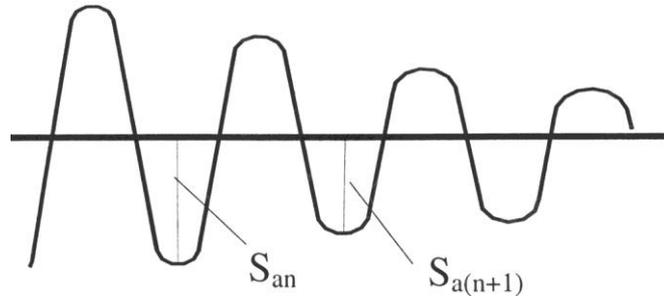


Рис. 3.3. Свободные затухающие колебания

Общее решение уравнения (3.5) состоит из решения (3.6) однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения

$$Z = S_a \cos(\omega t - \beta), \quad (3.11)$$

где  $S_a$  - амплитуда виброперемещений вынужденных колебаний;

$\beta$  - угол сдвига фаз вынужденных колебаний относительно возбуждающей колебания силы.

Частное решение неоднородного уравнения (3.5) общеизвестно. Тем не менее, приведем один из методов его решения подробно, так как в последующем этот метод гармонических коэффициентов применяется для решения задач колебаний многомассовых систем со многими степенями свободы.

Представим решение (3.11) в виде

$$Z = S_{a1} \cos \omega t + S_{a2} \sin \omega t, \quad (3.12)$$

где  $S_{a1}$  и  $S_{a2}$  – гармонические коэффициенты.

Связь амплитуды виброперемещений массы и угла сдвига фаз с гармоническими коэффициентами представляется зависимостями:

$$S_a = \sqrt{S_{a1}^2 + S_{a2}^2}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{S_{a2}}{S_{a1}} \quad (3.13)$$

и показана графически на рис. 3.4.

Подставив решение (3.12) и его производные:

$$\dot{Z} = -S_{a1} \omega \sin \omega t + S_{a2} \cos \omega t;$$

$$\ddot{Z} = -S_{a1} \omega^2 \cos \omega t - S_{a2} \sin \omega t$$

в дифференциальное уравнение (3.5), получим следующее тригонометрическое уравнение:

$$[(\omega_0^2 - \omega^2)S_{a1} + 2\varepsilon \omega S_{a2}] \cos \omega t + (\omega_0^2 - \omega^2)S_{a2} - 2\varepsilon \omega S_{a1}] \sin \omega t = v \omega^2 \cos \omega t. \quad (3.14)$$

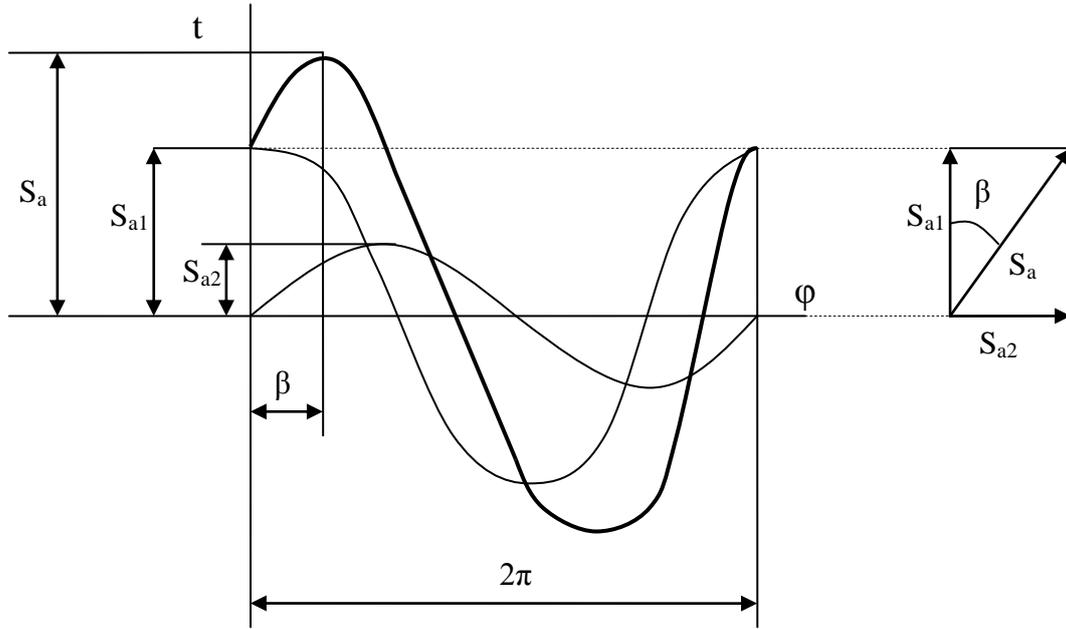


Рис. 3.4. Графическое представление зависимостей (3.12) и (3.13)

Уравнение (3.14) удовлетворяется тождественно, т.е. при любых значениях  $\omega t$ . Приняв в этом уравнении поочередно  $\omega t=0$  и  $\omega t=\frac{\pi}{2}$ , получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}(\omega_0^2 - \omega^2)S_{a1} + 2\varepsilon\omega S_{a2} &= \nu\omega^2; \\ (\omega_0^2 - \omega^2)S_{a2} - 2\varepsilon\omega S_{a1} &= 0\end{aligned}$$

или в матричном виде:

$$\begin{vmatrix}(\omega_0^2 - \omega^2) & 2\varepsilon\omega \\ -2\varepsilon\omega & (\omega_0^2 - \omega^2)\end{vmatrix} \times \begin{vmatrix}S_{a1} \\ S_{a2}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}\nu\omega^2 \\ 0\end{vmatrix},$$

откуда находятся коэффициенты  $S_{a1}$  и  $S_{a2}$ :

$$S_{a1} = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad S_{a2} = \frac{\Delta_2}{\Delta},$$

где  $\Delta$  – главный определитель алгебраических уравнений;

$\Delta_{1,2}$  – дополнительные определители,

$$\Delta = (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\varepsilon\omega)^2;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix}\nu\omega^2 & 2\varepsilon\omega \\ 0 & (\omega_0^2 - \omega^2)\end{vmatrix} = \nu\omega^2(\omega_0^2 - \omega^2);$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} (\omega_0^2 - \omega^2) & \nu\omega^2 \\ -2\varepsilon\omega & 0 \end{vmatrix} = \nu\omega^2 2\varepsilon\omega ;$$

$$S_{a1} = \nu\omega^2 \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\varepsilon\omega)^2} ; S_{a2} = \nu\omega^2 \frac{2\varepsilon\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\varepsilon\omega)^2} .$$

Подставив значение  $S_{a1}$  и  $S_{a2}$  в формулы (3.13), получим:

$$S_a = \nu \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\varepsilon\omega)^2}} ; \operatorname{tg}\beta = \frac{2\varepsilon\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} . \quad (3.14)$$

Разделим числитель и знаменатель выражений (3.14) на  $\omega_0^2$  и обозначим

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0} , \quad (3.15)$$

где  $\eta$  – частотное отношение или отношение частоты возбуждающих колебания сил к собственной частоте колебаний массы.

Амплитуда виброперемещений и угол сдвига фаз вынужденных колебаний определяется по формулам:

$$S_a = \frac{\nu\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + \eta^2\left(\frac{2\varepsilon}{\omega_0}\right)^2}} ; \operatorname{tg}\beta = \eta \frac{2\varepsilon}{\omega_0(1-\eta^2)} . \quad (3.16)$$

Первая формула (3.16) может быть представлена в виде  $S_a = \mathcal{G}\mathfrak{a}$ , где  $\mathfrak{a}$  - коэффициент динамичности,

$$\mathfrak{a} = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + \eta^2\left(\frac{2\varepsilon}{\omega_0}\right)^2}} . \quad (3.17)$$

При частотном соотношении  $\eta = 1,0$  возникает состояние резонанса, при котором амплитуда виброперемещений равна

$$S_{ap} = \nu \mathfrak{a}_p , \quad (3.18)$$

где  $\mathfrak{a}_p$  – коэффициент динамического усиления колебаний при резонансе, равный отношению амплитуды виброперемещений при резонансе к мере уровня возбуждающих колебания сил.

Этот коэффициент характеризует рассеивание энергии колебаний в системе и является, как и собственная частота колебаний  $\omega_0$ , динамической характеристикой колеблющейся системы. Он связан следующими зависимостями с коэффициентами неупругих сопротивлений  $b$ , демпфирования  $\varepsilon$ , а также с логарифмическим декрементом затухания  $\Lambda$  и коэффициентом внутреннего трения  $\gamma$ :

$$\mathfrak{a}_p = \frac{\omega_0 m}{b} = \frac{\omega_0}{2\varepsilon} = \frac{\pi}{\Lambda} = \frac{1}{\gamma} \quad . \quad (3.19)$$

Формулы (3.16) с учетом (3.19) приобретают вид:

$$S_a = \frac{\nu \eta^2}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + \frac{\eta^2}{\mathfrak{a}_D^2}}}; \quad (3.20)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\eta}{\mathfrak{a}_p (1 - \eta^2)}. \quad (3.21)$$

На рис. 3.5,а зависимости (3.20) и (3.21) представлены графически. Причем зависимость (3.20) называется амплитудно-частотной характеристикой, а зависимость (3.21) - фазочастотной характеристикой колеблющейся системы.

В тех случаях, когда вибрация массы возбуждается гармонической силой

$$F = F_a \cos \omega t ,$$

где  $F_a$  - амплитуда гармонической силы, амплитуда виброперемещений массы определяется по формуле

$$S_a = \frac{F_a}{C} \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta)^2 + \frac{\eta^2}{\mathfrak{a}_p^2}}}. \quad (3.22)$$

Отношение  $F_a/C$  дает амплитуду перемещений массы под действием силы  $F_a$  в предположении, что эта сила действует статически.

При кинематическом возбуждении колебаний (рис. 3.2,б), когда колебания основания описываются формулой

$$Z_0 = S_{a0} \cos \omega t , \quad (3.23)$$

дифференциальное уравнение (3.3) приобретает вид

$$m\ddot{Z} + b(\dot{Z} - \dot{Z}_0) + C(Z - Z_0) = 0. \quad (3.24)$$

Произведя преобразования, подобные преобразованиям уравнения (3.3) получим:

$$\ddot{Z} + 2\varepsilon\dot{Z} + \omega_0^2 Z = \omega_0^2 S_{a0} \cos \omega t - 2\varepsilon\omega S_{a0} \sin \omega t. \quad (3.25)$$

Решение уравнения (3.25) сводится к следующей матрице:

$$\begin{vmatrix} (\omega_0^2 - \omega^2) & 2\varepsilon\omega \\ -2\varepsilon\omega & (\omega_0^2 - \omega^2) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} S_{a1} \\ S_{a2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \omega_0^2 S_{a0} \\ -2\varepsilon\omega S_{a0} \end{vmatrix} \quad . \quad (3.26)$$

При кинематическом возбуждении колебаний систем со слабым демпфированием при расчетах часто учитывают только упругие воздейст-

вия. В этом случае свободным членом  $-2\varepsilon\omega S_{ao}$  в системе уравнений (3.26) пренебрегают. Амплитуда виброперемещений массы  $S_a$  определяется по формуле

$$S_a = S_{ao} \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + \frac{\eta^2}{\varepsilon^2 P^2}}}. \quad (3.27)$$

Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики абсолютной вибрации одномассовой системы при кинематическом возбуждении показаны на рис. 3.5,б.

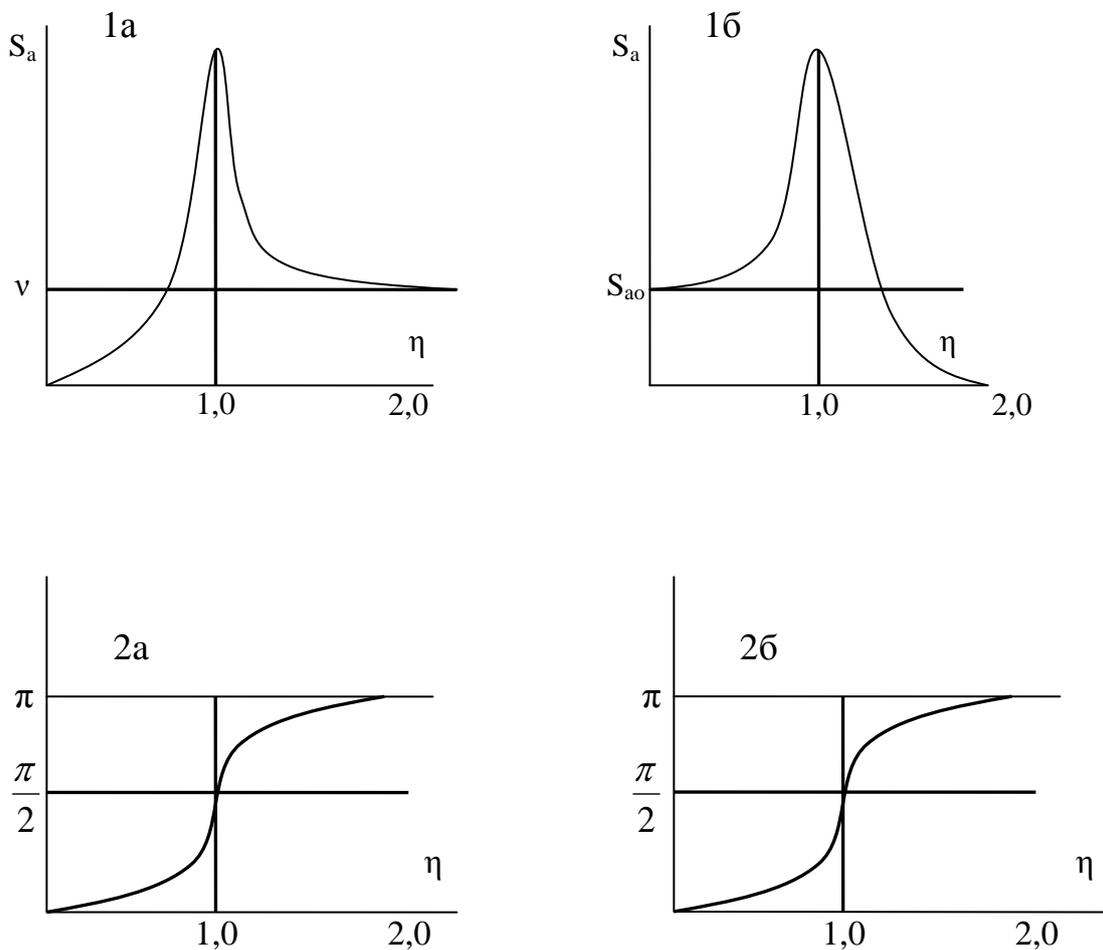


Рис. 3.5. Амплитудно-частотная (1) и фазочастотная (2) характеристики при силовом (а) и кинематическом (б) возбуждении вибрации

Колебания массы, возбуждаемые гармонической силой или колебаниями основания, являются также гармоническими, но сдвинутыми по фазе на угол  $\beta$ .

Вынужденные колебания с частотой  $\omega$ , меньшей частоты  $\omega_0$  ( $\eta < 1,0$ ), называются дорезонансными, а конструкции жесткими. Угол сдвига

фаз дорезонансных колебаний меньше  $90^\circ$ . При  $\omega > \omega_0$  ( $\eta > 1,0$ ), вынужденные колебания зарезонансные. Угол сдвига фаз таких колебаний находится в интервале  $90 \dots 180^\circ$ . Для большинства конструкций этот угол около  $180^\circ$ , т.е. гибкие конструкции колеблются в противофазе относительно возбуждающих колебания сил. Колебания с частотным отношением  $0,7 \leq \eta \leq 1,3$  называются околорезонансными.

Амплитуды виброперемещений зависят от меры уровня возбуждающих колебания сил  $\mathcal{S}$ , от частотного отношения  $\eta$  и от коэффициента динамического усиления колебаний при резонансе  $\mathfrak{a}_p$ . С увеличением частотного отношения от нуля до единицы амплитуды виброперемещений увеличиваются от нуля до максимального значения при резонансе  $S_{ap}$ . При дальнейшем увеличении частотного отношения амплитуды уменьшаются, асимптотически приближаясь к мере уровня возбуждающих колебания сил.

При кинематическом возбуждении колебаний амплитуды виброперемещений массы в зарезонансном режиме увеличиваются от величины амплитуд вибрации колеблющегося основания  $S_{ao}$  до максимальной величины при резонансе. В зарезонансном режиме амплитуды виброперемещений уменьшаются, асимптотически приближаясь к нулю при большом частотном отношении.

При расчете сейсмических вибропреобразователей важно знать относительные виброперемещения корпуса прибора, жестко связанного с колеблющимся объектом и сейсмической массой. Обозначим относительное перемещение корпуса прибора и сейсмической массы  $y = Z - Z_0$ , откуда  $\ddot{Z} = \ddot{y} - \ddot{Z}_0 = \ddot{y} + S_{ao}\omega^2 \cos \omega t$ . При этом уравнение (3.24) приобретает вид

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + c\ddot{y} = -mS_{ao}\omega^2 \cos \omega t.$$

По аналогии с (3.25) имеем:

$$\ddot{y} + 2\varepsilon\dot{y} + \omega_0^2 y = -S_{ao}\omega^2 \cos \omega t. \quad (3.28)$$

Решение уравнения (3.28) дает следующие амплитуду и угол сдвига фаз относительных колебаний сейсмической массы и корпуса прибора:

$$S_a = S_{ao} \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + \frac{\eta^2}{\mathfrak{a}_p^2}}}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\eta}{\mathfrak{a}_p(1-\eta^2)}. \quad (3.29)$$

Амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики колебаний сейсмической массы относительно корпуса подобны характеристикам, представленным на рис. 2.7,а, но взамен меры уровня возбуждающих колебаний сил  $\nu$  следует принять амплитуду виброперемещений  $S_{ao}$  основания. Из амплитудно-частотной характеристики вытекает, что при  $\eta \gg 1,0$  амплитуда виброперемещений сейсмической массы относительно корпуса приближается к амплитуде колебаний основания. Это обстоятельство используют при проектировании вибро- и акселерометров.

Следует отметить, что передаточные функции одномассовых систем подобны амплитудно-частотным характеристикам, но при  $\nu = 1$  и  $S_{ao} = 1$ .

### 3.3. Моделирование вибрации линейных систем с двумя степенями свободы

Моделирование вибрации систем с двумя степенями свободы рассмотрим на примере двух масс, упруго связанных между собой и со стойкой и совершающих движение вдоль одной оси (рис. 3.6), и на примере сосредоточенной массы на упругом основании, совершающей поступательные и поворотные перемещения в одной плоскости (рис. 3.7). Первая модель позволяет описать виброизоляцию и динамическое виброгашение машин, вторая модель - горизонтально-вращательные колебания массивных фундаментов.

#### *Колебания двухмассовой системы*

Рассмотрим систему из двух масс (рис. 3.6). Пусть массы  $m_1$  и  $m_2$  связаны между собой упругодемпфирующей связью с коэффициентами: жесткости  $C_{12}$  и неупругого сопротивления  $b_{12}$ , а масса  $m_2$  связана со стойкой связью с соответствующими коэффициентами  $C_2$  и  $b_2$ . На массы в общем случае действуют гармонические возбуждающие силы:

$$F_1 = m_{\delta 1} e_1 \omega_1^2 \cos \omega_1 t; \quad F_2 = m_{\delta 2} e_2 \omega_2^2 \cos \omega_2 t,$$

где  $m_{\delta 1}$ ,  $m_{\delta 2}$  - неуравновешенные массы с удельными дисбалансами соответственно  $e_1$ ,  $e_2$ ;

$\omega_1$ ,  $\omega_2$  - угловые частоты вращений неуравновешенных масс.

Под действием этих сил массы  $m_1$  и  $m_2$  совершают колебания вдоль оси Z, дифференциальные уравнения которых имеют вид:

$$m_1 \ddot{z}_1 + b_{12}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + C_{12}(z_1 - z_2) = m_{\delta 1} e_1 \omega_1^2 \cos \omega_1 t; \quad (3.30)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 + b_2 \dot{z}_2 + b_{12}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + C_2 z_2 + C_{12}(z_2 - z_1) = m_{\delta 2} e_2 \omega_2^2 \cos \omega_2 t.$$

Обозначив  $\mathcal{A}_{1,2} = \frac{m_{\delta 1,2} e_{1,2}}{m_{1,2}}$ ;  $\mu = \frac{m_1}{m_2}$ ;  $\lambda_1^2 = \frac{C_{12}}{m_1}$ ;  $\lambda_2^2 = \frac{C_{12} + C_1}{m_2}$  и приняв

в соответствии с (3.19),  $\alpha_{p1} = \frac{\lambda_1 m_1}{b_{12}}$ ;  $\alpha_{p2} = \frac{\lambda_2 m_2}{b_{12} + b_2}$ ,

где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  - парциальные собственные частоты колебаний масс  $m_1$  и  $m_2$  или собственные частоты колебаний одной массы при условно закрепленной второй массе;

$\nu_1$ ,  $\nu_2$  - меры уровня возбуждающих колебания сил парциальных систем;

$\alpha_{p1}$ ,  $\alpha_{p2}$  - коэффициенты динамического усиления колебаний парциальных систем при резонансах;

$\mu$  - отношение масс,

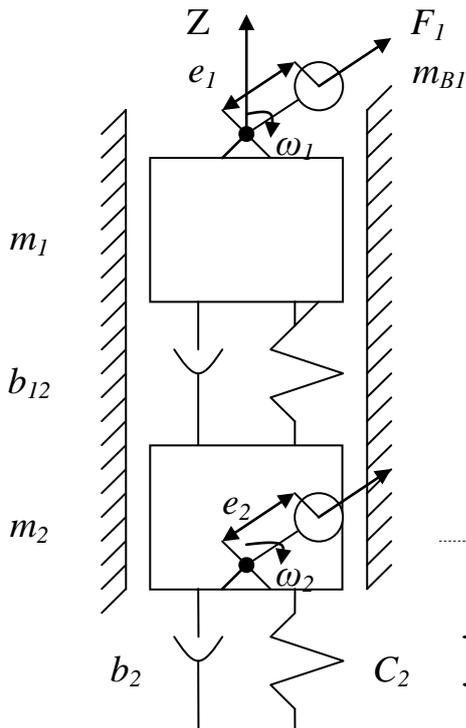


Рис. 3.6. Динамическая модель двухмассовой колебательной системы

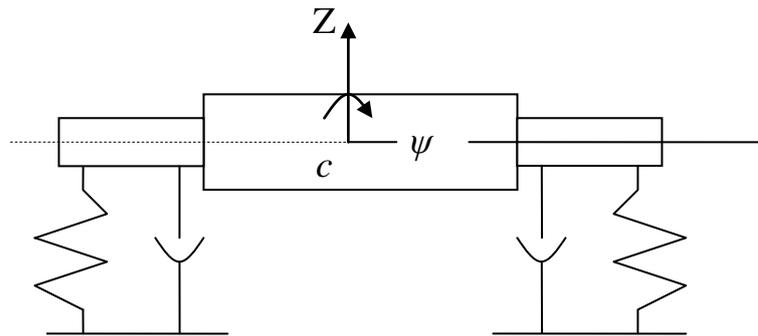


Рис. 3.7. Жесткий вал на упругих опорах

получим дифференциальные уравнения (3.30) в виде:

$$\ddot{z}_1 + \frac{\lambda_1}{\alpha_{p1}}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + \lambda_1^2(z_1 - z_2) = v_1 \omega_1^2 \cos \omega_1 t; \quad (3.31)$$

$$\ddot{z}_2 + \frac{\lambda_2}{\alpha_{p2}} \dot{z}_2 - \frac{\lambda_1}{\alpha_{p1}} \mu \dot{z}_1 + \lambda_2^2 z_2 - \lambda_1^2 \mu z_1 = v_2 \omega_2^2 \cos \omega_2 t.$$

Собственные частоты колебаний системы находим из однородной части дифференциальных уравнений (3.31) без учета рассеивания энергии, т.е. при  $v_1, v_2 = 0$  и  $\alpha_{p1} = \alpha_{p2} = \infty$

$$\ddot{z}_1 + \lambda_1^2(z_1 - z_2) = 0; \quad \ddot{z}_2 + \lambda_2^2 z_2 - \lambda_1^2 \mu z_1 = 0. \quad (3.32)$$

Решение уравнений (3.32) ищем в виде

$$z_1 = S_{a1} \cos \omega_0 t; \quad z_2 = S_{a2} \cos \omega_0 t, \quad (3.33)$$

где  $S_{a1}, S_{a2}$  - амплитуды виброперемещений масс  $m_1$  и  $m_2$ ;

$\omega_0$  - собственная частота колебаний системы.

Подставив решение (3.33) в (3.32) и полагая, что уравнение (3.32) удовлетворяется тождественно, приняв  $\omega_0 t = 0$ , получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} (\lambda_1^2 - \omega_0^2) S_{a1} - \lambda_1^2 S_{a2} &= 0; \\ -\lambda_1^2 \mu S_{a1} + (\lambda_2^2 - \omega_0^2) S_{a2} &= 0. \end{aligned}$$

Из равенства нулю главного определителя этой системы уравнений находятся собственные частоты колебаний системы:

$$\omega_{0,2} = \frac{\lambda_1^2(1+\mu) + \lambda_2^2}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{\lambda_1^2(1+\mu) + \lambda_2^2}{2}\right]^2 - \lambda_1^2\lambda_2^2}. \quad (3.34)$$

Низшая форма  $\omega_{01}$  меньше каждой из парциальных частот и соответствует форме колебаний, когда движение обеих масс совпадают по направлению (колебания синфазны). Высшая частота  $\omega_{02}$  - колебания масс противофазны.

Решение вынужденных колебаний системы находится отдельно от каждого источника ( $F_1$  и  $F_2$ ) в виде:

$$z_1 = S_{11} \cos \omega t + S_{12} \sin \omega t; \quad z_2 = S_{21} \cos \omega t + S_{22} \sin \omega t, \quad (3.35)$$

где  $\omega$  - частота возбуждающих колебания сил,  $\omega = \omega_1$  или  $\omega = \omega_2$ , или:

$$z_1 = S_{a1} \cos(\omega t + \beta_1); \quad z_2 = S_{a2} \cos(\omega t + \beta_2), \quad (3.36)$$

где  $S_{a1}, S_{a2}$  - амплитуды виброперемещений масс  $m_1$  и  $m_2$ ;

$\beta_1, \beta_2$  - углы сдвига фаз между векторами возбуждающих колебания сил и колебаниями масс,

$$S_{a1} = \sqrt{S_{11}^2 + S_{12}^2}; \quad S_{a2} = \sqrt{S_{21}^2 + S_{22}^2};$$

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{S_{12}}{S_{11}}; \quad \operatorname{tg} \beta_2 = \frac{S_{21}}{S_{22}}.$$

Подставив (3.35) в уравнения (3.31), получим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{pmatrix} (\lambda_1^2 - \omega^2) & \frac{\lambda_1 \omega}{\mathfrak{a}_{p1}} & -\lambda_1^2 & -\frac{\lambda_1 \omega}{\mathfrak{a}_{p1}} \\ -\frac{\lambda_1 \omega}{\mathfrak{a}_{p1}} & (\lambda_1^2 - \omega^2) & \frac{\lambda_1 \omega}{\mathfrak{a}_{p1}} & -\lambda_1^2 \\ \lambda_1^2 \mu & -\frac{\lambda_1 \omega}{\mathfrak{a}_{p1}} \mu & (\lambda_2^2 - \omega^2) & \frac{\lambda_2 \omega}{\mathfrak{a}_{p2}} \\ \frac{\lambda_1 \omega}{\mathfrak{a}_{p1}} \mu & -\lambda_1^2 \mu & -\frac{\lambda_2 \omega}{\mathfrak{a}_{p2}} & (\lambda_2^2 - \omega^2) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ S_{21} \\ S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \omega^2 \\ 0 \\ v_2 \omega^2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.37)$$

из которых определяются амплитуды  $S_{a1}$  и  $S_{a2}$  и углы сдвига фаз  $\beta_1$  и  $\beta_2$  колебаний.

Системой с двумя степенями свободы является также жесткий вал на упругих опорах, который хотя и имеет одну массу, но для описания ее движения требуется две независимые координаты  $z$  и  $\psi$  (рис.3.7), где  $C_o$  - центр масс вала.

С увеличением числа масс системы и с увеличением независимых координат их движения увеличивается число дифференциальных уравнений системы, подобной (3.30), увеличивается число частот и форм свободных

колебаний, достигая бесконечно большого значения в системах с распределенными массами.

### Горизонтально-поворотные колебания массы

Динамическая модель горизонтально-поворотных колебаний массы приведена на рис. 3.8, где обозначено:

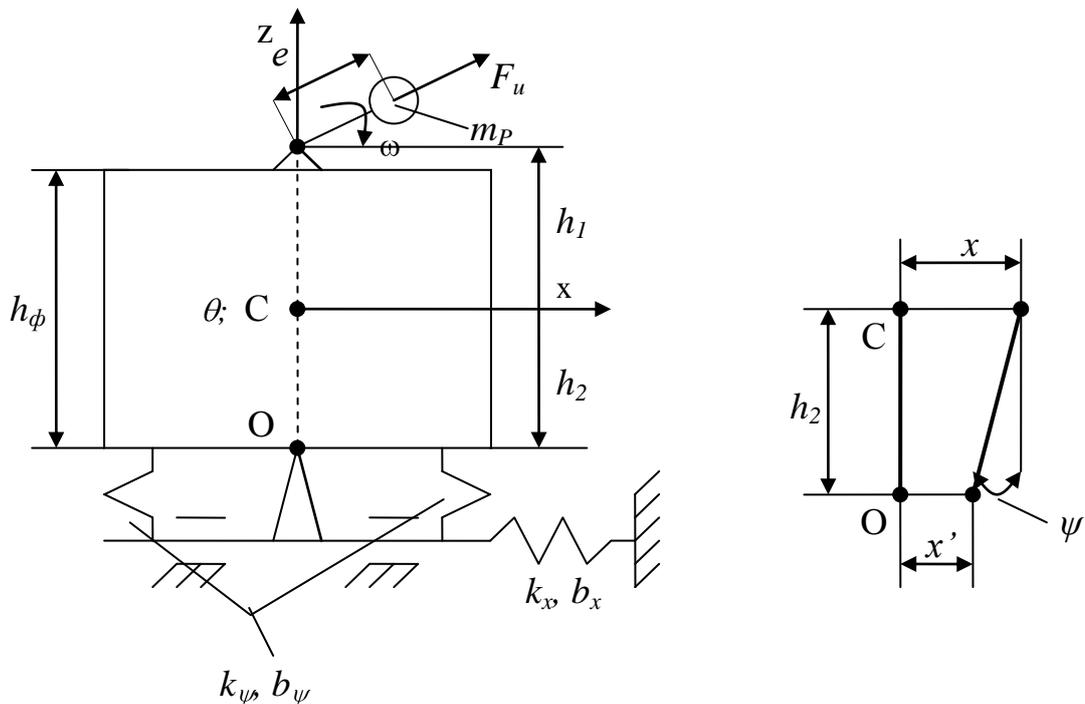


Рис. 3.8. Динамическая модель массы, совершающей горизонтально-поворотные колебания

$\omega$  - частота вращения ротора машины, рад/с;  $m_{pe}$  - приведенный дисбаланс ротора, кг м;  $m$  - масса установки, кг;  $\theta$  - момент инерции масс относительно центра масс  $C$  установки, кгм<sup>2</sup>;  $h_2$  - расстояние по вертикали от центра масс до центра жесткости опоры, м;  $h_1$  - расстояние по вертикали от центра масс установки до оси вращения ротора, м;  $h_\phi$  - высота установки, м;  $x$  - горизонтальное перемещение центра масс, м;  $\psi$  - поворотное перемещение массы, рад;  $K_x, b_x$  - коэффициенты соответственно жесткости опоры и неупругих сопротивлений при горизонтальном перемещении центра жесткости опоры, Н/м, Н с/м;  $K_\psi, b_\psi$  - коэффициенты соответственно жесткости опоры и неупругих сопротивлений при повороте массы, Н м/рад, Нм с/рад;  $O$  - ось, относительно которой масса совершает поворотные колебания.

Колебания массы возбуждаются центробежными силами инерции машины. Приведенная к оси ротора машины центробежная сила инерции определяется по формуле  $F_{ax} = m_{pe}\omega^2 \sin \omega t$ .

Совместим начало координат с центром масс установки (рис.3.8). Под действием сил инерции масса совершает плоскопараллельные колебания в плоскости  $xSz$ . Движение установки определяется обобщенными координатами: смещениями центра масс  $x$  и углом поворота  $\psi$  фундамента относительно центра масс.

Смещения центра поворота массы фундамента

$$x_1 = x - h_1 \sin \psi = x - h_1 \psi .$$

На фундамент относительно центра масс действует момент силы инерции

$$M_u = F_x h_2 = m_{pe}\omega^2 h_2 \sin \omega t .$$

Реакция опоры на фундамент при горизонтальном перемещении подошвы

$$R_x = -K_x(x - h_1 \psi) .$$

Момент реакции  $R_x$  относительно центра масс

$$M = R_x h_1 = K_x h_1 (x - h_1 \psi) .$$

Реактивный момент грунта от поворота подошвы фундамента

$$M_\psi = -K_\psi \psi .$$

Кроме сил и моментов сил инерции, упругой реакции опоры на массу действуют также силы неупругих сопротивлений  $b_x(\dot{x} - h_1 \dot{\psi})$ ;  $b_\psi \dot{\psi}$ .

Дифференциальные уравнения колебаний массы:

$$m\ddot{x} + b_x(\dot{x} - h_1 \dot{\psi}) + k_x(x - h_1 \psi) = m_{pe}\omega^2 h_2 \sin(\omega t); \quad (3.38)$$

$$\ddot{\psi} + b_\psi \dot{\psi} - b_x h_1 (\dot{x} - h_1 \dot{\psi}) + k_\psi \psi - k_x h_1 (x - h_1 \psi) = m_{pe}\omega^2 h_2 \sin(\omega t) .$$

Уравнения (3.38) взаимосвязаны. Разделим все члены первого уравнений на массу  $m$ , а второе уравнение - на момент инерции масс  $\theta$  и обозначим:

$$\frac{b_x}{m} = 2\varepsilon_x; \quad \frac{b_\psi}{m} = 2\varepsilon_\psi; \quad \frac{k_x}{m} = \omega_{ox}^2; \quad \frac{k_\psi}{m} = \omega_{o\psi}^2;$$

$$v_z = \frac{m_{pe}}{m}; \quad r^2 = \frac{\theta}{m}; \quad \alpha_c = \frac{k_x}{k_\psi},$$

где  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_\psi$  - коэффициенты демпфирования парциальных горизонтальных и поворотных колебаний фундамента;

$\omega_{ox}$ ,  $\omega_{o\psi}$  - собственные частоты парциальных колебаний фундамента а горизонтальных и поворотных,

$r$  - радиус инерции масс фундамента,

$v$  - коэффициент, характеризующий меру уровня возбуждающих

колебания сил инерции неуравновешенных масс ротора.

Заметим, что коэффициенты демпфирования связаны с коэффициентами динамического усиления колебаний при резонансе  $\alpha_{xp}$  и  $\alpha_{\psi p}$  следующими соотношениями:

$$2\varepsilon_x := \frac{\omega_{ox}}{\alpha_{xp}}; \quad 2\varepsilon_{\psi} := \frac{\omega_{o\psi}}{\alpha_{\psi p}}.$$

Дифференциальные уравнения (3.38) приобретают вид:

$$\ddot{x} + \left(\frac{\omega_{ox}}{\alpha_{px}}\right)(\dot{x} - h_1\dot{\psi}) + \omega_{ox}^2(x - h_1\psi) = v_z\omega^2 \sin \omega t; \quad (3.39)$$

$$\ddot{\psi} + \left(\frac{\omega_{o\psi}}{\alpha_{p\psi}}\right)\dot{\psi} + \left(\frac{\omega_{ox}}{r^2\alpha_{\delta\delta}}\right)h_1(\dot{x} - h_1\dot{\psi}) + \omega_{o\psi}^2\psi - \left(\frac{\omega_{ox}^2}{r^2}\right)h_1(x - h_1\psi) = \left(\frac{v_z}{r^2}\right)h_2 \sin \omega t.$$

Главные собственные частоты горизонтально-поворотных колебаний фундамента определим из следующей однородной части дифференциальных уравнений (3.39):

$$\ddot{x} + \omega_{ox}^2(x - h_1\psi) = 0; \quad \ddot{\psi} + \omega_{o\psi}^2\psi - \left(\frac{\omega_{ox}^2}{r^2}\right)h_1(x - h_1\psi) = 0. \quad (3.40)$$

При этом решение ищем в виде:

$$x = S_{ax} \sin \omega_0 t; \quad \psi = S_{a\psi} \sin \omega_0 t.$$

Подставив решение в систему уравнений (3.40), получим следующие алгебраические уравнения:

$$\begin{aligned} -S_{ax}\omega_0^2 + \omega_{ox}^2(S_{ax} - h_1S_{a\psi}) &= 0; \\ -S_{a\psi}\omega_0^2 + \omega_{o\psi}^2S_{a\psi} - \left(\frac{\omega_{ox}^2}{r^2}\right)h_1(S_{ax} - h_1S_{a\psi}) &= 0. \end{aligned}$$

Главный определитель системы алгебраических уравнений:

$$\begin{vmatrix} (\omega_{ox}^2 - \omega_0^2) & -\omega_{ox}^2 h_1 \\ -\frac{\omega_{ox}^2}{r^2} h_1 & \omega_{o\psi}^2 - \omega_0^2 + \frac{\omega_{ox}^2}{r^2} h_1^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Из равенства нулю определителя находится частотное уравнение горизонтально вращательных колебаний фундамента, откуда определяются главные собственные частоты горизонтально-поворотных колебаний:

$$\omega_{01,2}^2 = \frac{1}{2} \left[ \omega_{ox}^2 \left(1 + \frac{h_1^2}{r^2}\right) + \omega_{o\psi}^2 \right] \mp \sqrt{\left(\frac{1}{4} \left[ \omega_{ox}^2 \left(1 + \frac{h_1^2}{r^2}\right) + \omega_{o\psi}^2 \right]^2 - \omega_{ox}^2 \omega_{o\psi}^2 \right)}. \quad (3.41)$$

Вынужденные горизонтально-поворотные колебания фундамента ищем в виде:

$$x = S_{ax1} \sin \omega t + S_{ax2} \cos \omega t; \quad \psi = S_{a\psi1} \sin \omega t + S_{a\psi2} \cos \omega t. \quad (3.42)$$

Подстановка решения (3.42) в дифференциальные уравнения (3.39) приводит к следующей системе алгебраических уравнений, представленной в матричной форме:

$$\begin{vmatrix} (1-\eta_x^2) & \frac{\eta_c}{\mathfrak{a}_{px}} & -h_1 & \frac{\eta_x}{\mathfrak{a}_{px}} h_1 \\ \frac{\eta_x}{\mathfrak{a}_{px}} & (1-\eta_x^2) & \frac{\eta_x}{\mathfrak{a}_{px}} h_1 & -h_1 \\ 0 & -\alpha_c h_1 \left( \frac{\eta_\psi}{\mathfrak{a}_{px}} + \alpha_c \eta^2 \right) & (1-\eta_x^2) & \eta_\psi \left( \alpha_c h_1^2 - \frac{1}{\mathfrak{a}_{px}} \right) \\ \alpha_c h_1 \left( \frac{\eta_\psi}{\mathfrak{a}_{px}} - \alpha_c \eta^2 \right) & 0 & \eta_\psi \left( \alpha_c h_1^2 + \frac{1}{\mathfrak{a}_{px}} \right) & (1-\eta_x^2) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} S_{ax1} \\ S_{ax2} \\ S_{a\psi1} \\ S_{a\psi2} \end{vmatrix} = v_2 \eta_\psi^2 \frac{h_2}{r_2}, \quad (3.43)$$

где  $\eta_x, \eta_\psi$  - частотные отношения,

$$\eta_x = \frac{\omega}{\omega_{0x}}; \quad \eta_\psi = \frac{\omega}{\omega_{0\psi}}.$$

Амплитуды горизонтальных колебаний центра масс поворотных колебаний относительно центра масс определяются по формулам:

$$S_{ax} = \sqrt{S_{ax1}^2 + S_{ax2}^2}; \quad S_{a\psi} = \sqrt{S_{a\psi1}^2 + S_{a\psi2}^2}. \quad (3.44)$$

Амплитуда горизонтальных виброперемещений оси ротора машины равна:

$$S_{apx} = \sqrt{(S_{ax1} + S_{a\psi1} h_2)^2 + (S_{ax2} + S_{a\psi2} h_2)^2}. \quad (3.45)$$

## 4. УРАВНОВЕШИВАНИЕ И БАЛАНСИРОВКА РОТОРОВ

### 4.1. Принцип уравнивания подвижных масс механизмов

Силы инерции подвижных масс механизмов, определение которых рассмотрено в разделе 2.3, можно уменьшить уравнивающими массами (противовесами) или применением самоуравнивающихся механизмов. При проектировании самоуравнивающихся механизмов и подборе масс противовесов обеспечивается неподвижность центра масс подвижных звеньев механизма. Иначе, принцип уравнивания сил инерции звеньев механизма заключается в обеспечении неподвижности суммарного центра масс всех звеньев механизма. Рассмотрим применение этого принципа на примерах уравнивания кривошипно-ползунного механизма (рис.4.1,а) и шарнирного четырехзвенника (рис.4.1,б). Пусть  $m_1$ ;  $m_2$ ;  $m_3$  – массы звеньев;  $C_1$ ;  $C_2$ ;  $C_3$  – центры масс звеньев;  $l_1$ ;  $l_2$ ;  $l_3$  – размеры звеньев;  $l_{C1}$ ;  $l_{C2}$ ;  $l_{C3}$  – размеры, характеризующие положения центров масс звеньев;  $m_{np1}$ ;  $m_{np2}$  – массы противовесов;  $\rho_1$ ;  $\rho_2$  – размеры, характеризующие положения центров масс противовесов.

Центры масс звеньев механизмов будут неподвижными и силы инерции масс подвижных звеньев механизмов будут уравновешены при следующих статических моментах противовесов:

кривошипно-ползунного механизма

$$m_{np2} \rho_2 = m_2 l_{C2} + m_3 l_2; m_{np1} \rho_1 = m_1 l_{C1} + (m_2 + m_3 + m_{np2}) l_1; \quad (4.1)$$

шарнирного четырехзвенника

$$m_{np1} \rho_1 = m_1 l_{C1} + m_2 \left(1 - \frac{l_{C2}}{l_2}\right) l_1; m_{np2} \rho_2 = m_3 l_{C3} + m_2 \frac{l_{C2}}{l_2} l_3. \quad (4.2)$$

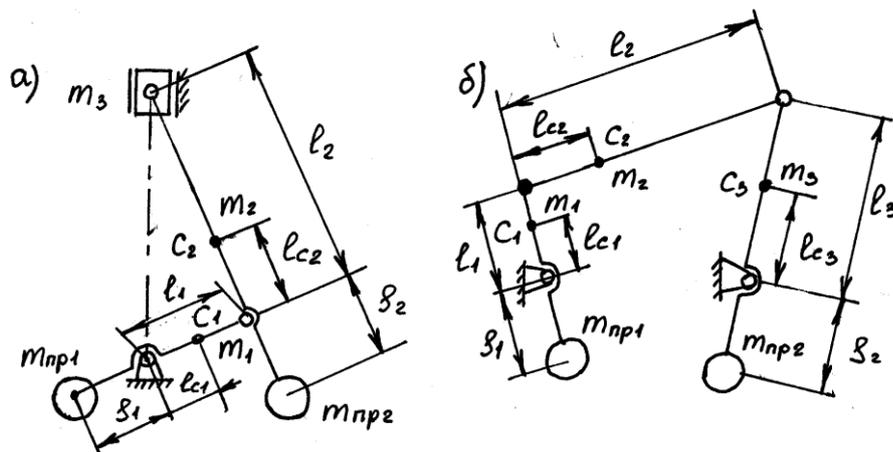


Рис. 4.1. Уравнивание масс кривошипно-ползунного механизма (а) и шарнирного четырехзвенника (б)

Следует отметить, что при рассмотренном уравнивании механизмов не будут уравновешены моменты сил инерции звеньев. Подробные сведения о полном уравнивании рычажных механизмов можно найти в книге В.А. Щепетильникова [26].

#### **4.2. Неуравновешенность роторов. Основные понятия и определения**

Основными рабочими органами большинства машин и оборудования для производства бумаги, картона, целлюлозы, деревообрабатывающих станков являются валы, цилиндры, роторы (далее роторы). Бумагоделательные, картоноделательные, сушильные и отделочные машины, машины для производства древесных плит имеют в своем составе сотни валов, цилиндров и валиков, т.е. являются многороторными. Валы и цилиндры этих машин – межопорные с распределенными массами. Рубительные машины, дефибреры, мельницы, вентиляторы, центробежные насосы, электродвигатели, генераторы электрического тока являются однороторными. Роторы этого оборудования имеют сосредоточенные массы в виде дисков, крылаток, камней и т.п. Сосредоточенные массы располагаются между опорами или консольно.

Из-за неточности изготовления и сборки, неоднородности материала, деформации деталей ротора при эксплуатации и износа подшипниковых узлов, температурных деформаций всякий ротор имеет неуравновешенность. Неуравновешенность является одной из основных причин вынужденных колебаний отдельных деталей и всей машины вместе с фундаментом.

Неуравновешенность ротора – это состояние, характеризующееся таким расположением его масс, которое во время вращения вызывает переменные нагрузки на опорах ротора и его динамический прогиб. Различают по взаимному расположению оси вала и его главной центральной оси инерции статическую, моментную и динамическую неуравновешенности. При статической неуравновешенности ротора его ось вращения и главная центральная ось инерции параллельны. При моментной неуравновешенности оси пересекаются в центре масс ротора, при динамической неуравновешенности оси пересекаются не в центре масс или перекрещиваются (рис. 4.2).

Для надежной работы валов, цилиндров, снижения вибрационных нагрузок на подшипниковые узлы, снижения уровня шума в производственных помещениях необходимо проводить их балансировку при изготовлении, эксплуатации и после ремонта, так как происходит нарушение весовой симметрии (перешлифовка, замена цапф и т.п.).

В балансировочной технике применяются термины из различных областей науки, техники, производства. Единая терминология способствует

правильному пониманию решаемых задач при балансировке и уравнивании роторов.

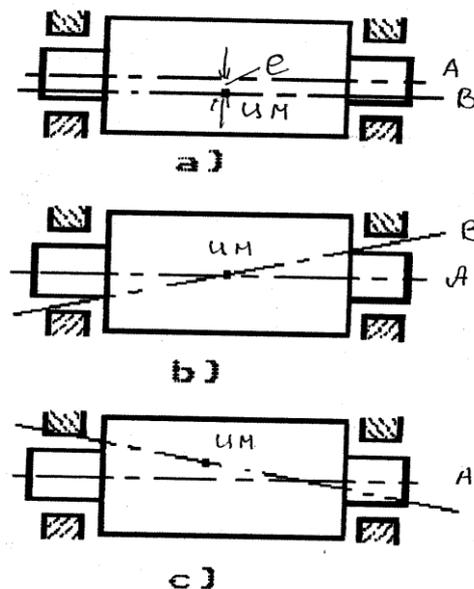


Рис. 4.2. Неуравновешенность ротора: а - статическая; б - моментная; с - динамическая

Термины, применяемые при балансировке, определяются ГОСТ 19534-74 “Балансировка вращающихся тел. Термины”. Приведем основные из них.

Ротор – тело, которое при вращении удерживается своими несущими поверхностями в опорах.

Межопорный ротор – двухопорный ротор, существенная часть массы которого расположена между опорами.

Консольный ротор – ротор, существенная часть массы которого расположена за одной из крайних опор.

Дисбаланс – векторная величина, равная произведению неуравновешенной массы на ее эксцентриситет.

Вектор дисбаланса перпендикулярен оси ротора, проходит через центр неуравновешенной массы и вращается вместе с ротором. Направление вектора дисбаланса совпадает с направлением эксцентриситета неуравновешенной массы. Дисбаланс полностью определяется значением и углом.

Угол дисбаланса – угол, определяющий положение вектора дисбаланса в системе координат, связанной с осью ротора.

Начальный дисбаланс – дисбаланс в рассматриваемой плоскости, перпендикулярной оси ротора до корректировки масс.

Остаточный дисбаланс – дисбаланс в рассматриваемой плоскости, перпендикулярной оси ротора, который остается в ней после корректировки его масс.

Допустимый дисбаланс – наибольший остаточный дисбаланс в рассматриваемой плоскости, перпендикулярной оси ротора, который считается приемлемым.

Главный вектор дисбалансов – вектор, перпендикулярный оси ротора, проходящий через центр его масс и равный произведению массы ротора на ее эксцентриситет.

Удельный дисбаланс – отношение модуля главного вектора дисбалансов к массе ротора.

Допустимый удельный дисбаланс – наибольший удельный дисбаланс, который считается приемлемым.

Балансировка ротора – процесс определения значений и углов дисбалансов ротора и уменьшение их корректировкой его масс

Статическая балансировка – балансировка, при которой определяется и уменьшается главный вектор дисбалансов ротора, характеризующий его статическую неуравновешенность.

Статическую балансировку проводят в одной плоскости коррекции. Корректирующую массу иногда удобно разносить в несколько параллельных плоскостей.

Моментная балансировка – балансировка, при которой определяется и уменьшается главный момент дисбалансов ротора, характеризующий его моментную неуравновешенность.

Моментную балансировку проводят не менее чем в двух плоскостях коррекции.

Динамическая балансировка – балансировка, при которой определяются и уменьшаются дисбалансы ротора, характеризующие его динамическую неуравновешенность. При динамической балансировке уменьшается как статическая, так и моментная неуравновешенность одновременно.

Роторы в зависимости от отношения максимальной частоты вращения и низшей собственной частоты колебаний (критической частоты) подразделяются на гибкие (деформируемые) и жесткие (недеформируемые).

К жестким валам в соответствии с [27] следует относить роторы, у которых отношение максимальной рабочей частоты к первой критической частоте не превышает 0,4, к гибким роторам – если это отношение равно или больше 0,4.

Как уже отмечалось, здесь мы принимаем другую терминологию. К гибким относим роторы с частотным отношением  $\eta > 1,0$ . Роторы с частотным отношением  $\eta \leq 0,4$  относим к жестким недеформируемым, а с частотным отношением  $1,0 > \eta > 0,4$  – к жестким деформируемым.

Статическая неуравновешенность ротора проявляется статически. Ротор на опорах или на специальных призмах под действием статического момента поворачивается тяжелой стороной вниз (рис. 4.3,а). При вращении статически неуравновешенного жесткого ротора на него действует центробежная сила инерции, определяемая по формуле:

$$F_u = m_p e \omega^2, \quad (4.3)$$

где  $m_p$  – масса ротора;

$e$  – удельный дисбаланс, численно равный расстоянию от центра масс ротора до оси его вращения;

$\omega$  – угловая частота вращения ротора.

Вектор центробежной силы инерции вращается вместе с ротором, нагружая обе опоры силами, совпадающими по направлению в межопорном роторе (рис. 4.3,а) и противоположными по направлению в консольном роторе (рис. 4.3,б). Величина сил, действующих на опоры, определяется по формулам:

в межопорном роторе

$$F_A = F_u \left(1 - \frac{l_c}{l}\right); \quad F_B = F_u \frac{l_c}{l};$$

в консольном роторе

$$F_A = F_u \frac{l_k}{l}; \quad F_B = F_u \left(1 - \frac{l_k}{l}\right).$$

Размеры  $l$ ,  $l_c$  и  $l_k$  ясны из рис. 4.3,а и 4.3,б.

Статическая балансировка роторов заключается в подборе корректирующего груза, прикрепляемого со стороны, противоположной вектору неуравновешенности (с “легкой” стороны) или в удалении части материала со стороны вектора неуравновешенности (с “тяжелой” стороны). В результате статической балансировки ротор должен находиться в состоянии равновесия в любом его положении при проворачивании.

Статическая неуравновешенность может быть явной и неявной. При явной неуравновешенности ротор поворачивается тяжелой стороной вниз. При неявной неуравновешенности момент сил трения в опорах больше статического момента от неуравновешенности, и неуравновешенность ротора в статике не обнаруживается, а выявляется только при вращении ротора подобно выявлению моментной и динамической неуравновешенности.

Моментная неуравновешенность не выявляется в статике, так как центр масс ротора совпадает с осью вращения. При вращении ротора возникает центробежный момент инерции масс ротора, пропорциональный квадрату частоты его вращения. Например, при трубчатом неравностенном роторе центр масс совпадает с осью вращения, а левая и правая половины имеют удельные дисбалансы. В случае асимметричного относительно опор ротора пара сил инерции образует момент центробежных сил инерции, определяемый по формуле (рис. 4.3,в)

$$M_u = \frac{m}{2} e_n a \omega^2,$$

где  $a$  – плечо пары сил.

При торцевом биении диска при его перекосе относительно оси ротора образуется пара центробежных сил инерции верхней и нижней половины диска (рис. 4.3,г).

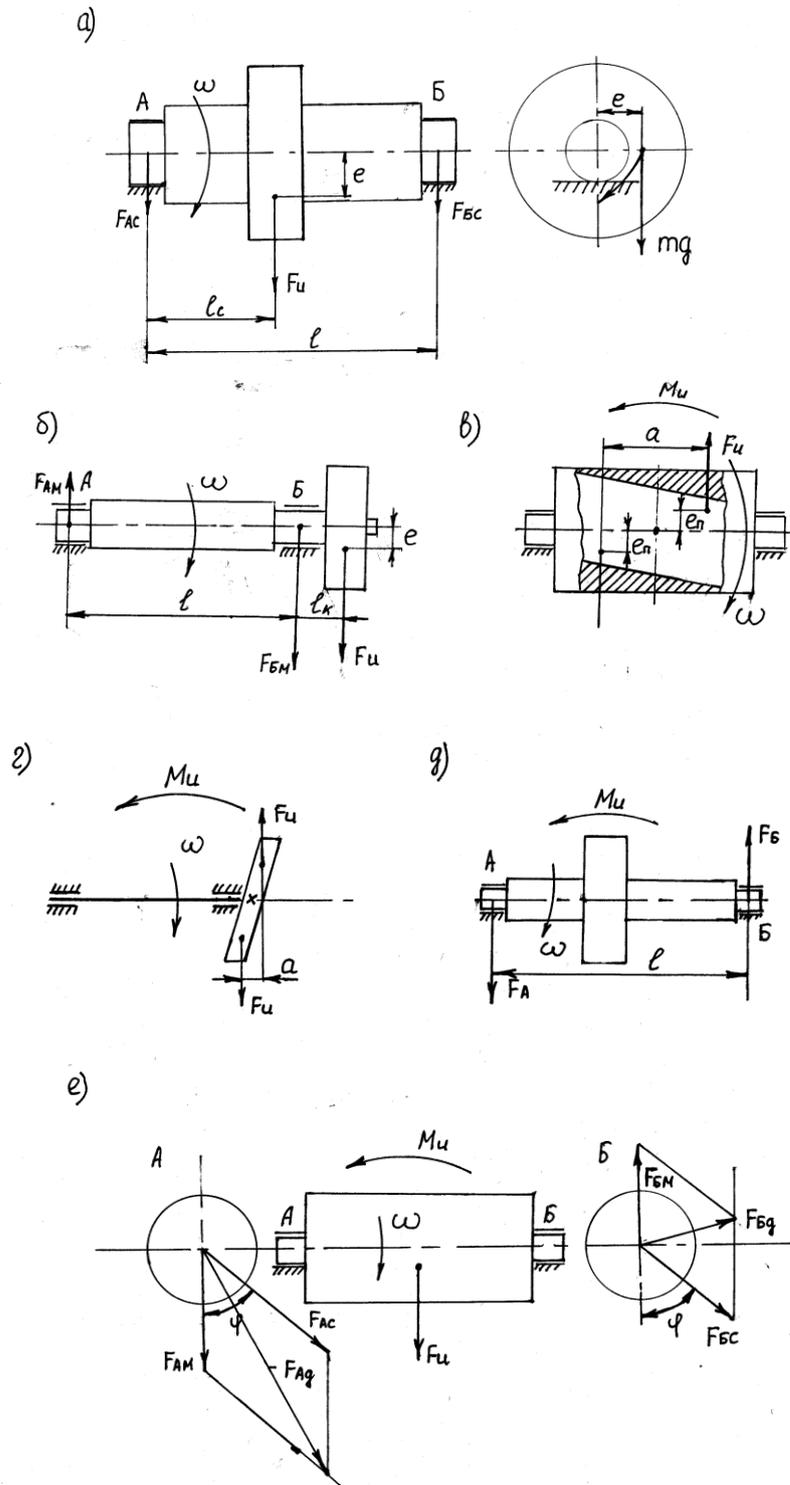


Рис. 4.3. Нагрузки на опоры ротора со статической (а, б), моментной (в, г, д) и динамической (е) неуравновешенностью

При моментной неуравновешенности обе опоры ротора нагружаются силами, равными по величине,  $F=M/l$  (рис. 4.3, д), но обратными по направлению.

Реальные роторы имеют одновременно статическую и моментную неуравновешенности. Причем векторы статической и моментной неуравновешенности в общем случае лежат в различных плоскостях, равновероятно расположенных друг относительно друга под углом  $\varphi$ , лежащем в пределах  $0 \dots 2\pi$  рад. Роторы, имеющие статическую и моментную неуравновешенности, называются динамически неуравновешенными.

Пусть векторы статической и моментной неуравновешенностей лежат в плоскостях, проходящих через ось вращения ротора и отстоящих одна от другой на угол  $\varphi$  (рис. 4.3,е). Причем плоскость, в которой действует вектор моментной неуравновешенности, лежит в плоскости листа. Суммарная нагрузка на опоры определяется путем геометрического сложения векторов нагрузок от статической и моментной неуравновешенностей

$$\vec{F}_{A\delta} = \vec{F}_{Ac} + \vec{F}_{Am}; \vec{F}_{B\delta} = \vec{F}_{Bc} + \vec{F}_{Bm}.$$

Из (рис. 4.3,е) видно, что динамически неуравновешенный ротор нагружает опоры силами, не равными по величине и несовпадающими по направлению. Динамическая неуравновешенность ротора может быть представлена в виде дисбалансов, отнесенных к опорам. Эти дисбалансы связаны с динамическими нагрузками на опоры следующим образом:

$$D_A = F_{A\delta} / \omega^2; D_B = F_{B\delta} / \omega^2.$$

Для разгрузки опор от динамических воздействий неуравновешенного ротора достаточно в плоскостях исправления поставить балансировочные грузы таким образом, чтобы центробежные силы инерции этих грузов, приведенные к опорам, были бы равны и противоположны динамическим нагрузкам на опоры от неуравновешенного ротора. Таким образом, для уравновешивания динамически неуравновешенного жесткого ротора необходимо и достаточно иметь два балансировочных груза, расположенных в двух произвольно выбранных плоскостях исправления (коррекции).

### 4.3. Нормирование неуравновешенности роторов

Как уже отмечалось, неуравновешенность ротора оценивается различными параметрами:

удельным дисбалансом  $e$ ,

дисбалансом  $me$ , под которым понимается произведение массы ротора  $m$  на удельный дисбаланс  $e$ . Дисбаланс для валов и цилиндров распределяется по плоскостям исправления (по торцам валов с лицевой и приводной сторон машины);

динамическим прогибом в середине пролета ротора;

окружной скоростью центра масс  $e\omega$ , равной произведению удельного дисбаланса  $e$  на максимальное значение угловой частоты вращения вала  $\omega$ ; массой  $m_R$ , отнесенной к радиусу наружной поверхности вала, к радиусу диска или в процентах к массе ротора  $\delta_R$ .

Уравновешивание роторов – это один из наиболее распространенных методов виброзащиты машин в источнике. Виброзащита методом уравновешивания роторов включает:

обеспечение конструктивной уравновешенности роторов при проектировании оборудования;

установление классов точности балансировки роторов;

определение допустимых дисбалансов в плоскостях коррекции жестких и гибких роторов;

определение допустимых значений динамического прогиба гибких роторов при максимальной эксплуатационной частоте его вращения;

выбор методов и средств балансировки роторов при изготовлении и эксплуатации оборудования, обоснование класса точности средств балансировки (балансировочных станков).

Конструктивная неуравновешенность роторов обеспечивается при конструировании оборудования с симметричным расположением детали и конструктивных элементов ротора относительно оси вращения и назначением соответствующих допусков на размеры деталей ротора: радиального и торцевого биения, допусков на размеры посадочных поверхностей, несоосностей и т.п.

Критерием нормирования дисбалансов жестких роторов является система классов точности балансировки роторов установленная ГОСТ 22061 – 76 “Машины и технологическое оборудование. Система классов точности балансировки. Основные положения” [27]. По этой системе все роторы оборудования разбиваются на 11 классов точности балансировки. Для каждого класса точности установлено максимальное значение произведения удельного дисбаланса  $e$  на максимальную эксплуатационную частоту вращения ротора  $\omega$  (табл. 4.1). Величины произведения  $[e\omega]$  смежных классов отличаются на 2 нормочисла (в  $1,6^2 = 2,5$  раза).

В вышеупомянутом стандарте рекомендовано для роторов конкретного оборудования устанавливать конкретные классы точности балансировки. В частности, классы точности балансировки валов и относительные динамические прогибы их, равные отношению максимального динамического прогиба оси вала к расстоянию между опорами, установлены для оборудования ЦБП в стандарте [25] (табл. 4.2), а для деревообрабатывающего оборудования - в методических рекомендациях [28] (табл. 4.3). Там же приведены методики определения допустимых дисбалансов валов в плоскостях коррекции и допустимых динамических прогибов валов.

Для некоторых машин, не вошедших в табл. 4.2 и 4.3, но эксплуатирующихся в отраслях лесопромышленного комплекса, можно пользоваться приближенными значениями классов точности балансировки роторов, принятыми по данным рекомендуемого приложения к ГОСТ 22061 – 76 [27] и приведенными в табл. 4.4.

Таблица 4.1

Классы точности балансировки

Класс точности балансировки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$[e\omega]$ , мм рад/с	0,4	1,0	2,5	6,3	16	40	100	250	630	1600	4000

Таблица 4.2

Классы точности балансировки валов оборудования ЦБП

Наименование оборудования	Класс точности балансировки	Наибольшие значения $[e\omega]$ , мм.рад.с <sup>-1</sup>	Относительный динамический прогиб роторов, $e_0$ , мкм/м
1	2	3	4
Грудные, формующие, прессовые, вакуум-пересасывающие, валы каландров и суперкаландров, гауч-валы, сушильные и холодильные цилиндры, барабаны наката бумагоделательных машин* при скорости машины: до 500 м/мин 500-1000 м/мин св.1000 м/мин	4 3 2	6,3 2,5 1,0	10
укно- и сетководущие валы прессовых и сушильных частей бумагоделательных машин при скорости машины: до 500 м/мин 500-1000 м/мин св. 1000 м/мин	4 3 2	6,3 2,5 1,0	25
Тамбурные валы	4	6,3	25
Валы продольно-резательных станков, бумагорезательных машин и прочих отделочных станков при скорости станка: до 1500 м/мин св. 1500 м/мин	4 3	6,3 2,5	25

Продолжение табл. 4.

1	2	3	4
Регистровые, сетководущие и бумаговедущие валы бумагоделательных машин при скорости машины: до 500 м/мин св. 500 м/мин	3 2	2,5 1,0	16
Роторы рубительных машин и дезинтеграторов, пильные валы слешеров	4	6,3	
Роторы дефибреров, мельниц рафинеров, гидроразбивателей, центробежных сортировок и циркуляционных устройств	4	6,3	
Барабаны корообдирочные	7	100	
Роторы центробежных технологических насосов, вакуумных насосов, кроме смесительных и массных	4	6,3	
Роторы массных и смесительных насосов Роторы вентиляторов теплорекуперационных агрегатов и установок	2 4	1,0 6,3	

\*Примечание: в таблице под бумагоделательными машинами понимаются также картоноделательные машины, сушильные машины (пресспаты), машины для производства товарной древесной массы.

Таблица 4.3

### Классы точности балансировки роторов деревообрабатывающего оборудования

Оборудование и его роторы	Класс точности балансировки	Наибольшее значение произведение $[e\omega]$ , мм рад/с
Роторы круглопильных, строгальных, фрезерных, луцильных и шипорезных станков	3	2,5
Шкивы шлифовальных и ленточнопильных станков	4	6,3
Шкивы привода лесопильных рам	7	100
Роторы рубительных машин, стружечных станков и дробилок	4	6,3

\*Примечание: в таблице классы точности балансировки валов и цилиндров поточных линий для производства древесно-стружечных и древесно-волокнистых плит могут быть приняты по аналогии с классами точности валов и цилиндров бумагоделательных машин при их скорости, меньшей 500 м/мин.

Допустимые дисбалансы роторов в плоскостях коррекции и допустимые динамические прогибы роторов следует определять в зависимости соответственно от наибольших значений произведения  $e\omega$  и относительного динамического прогиба  $\varepsilon_d$  по следующей методике.

Наибольшие допустимые значения удельного остаточного дисбаланса  $e$  роторов, устанавливаемых при балансировке на станках, на цапфах ротора или в собственных подшипниках, а также на месте установки ротора на оборудовании, определяют в зависимости от рабочей частоты вращения по формуле

$$e = \frac{[e\omega]}{\omega} = \frac{9,55 \cdot [e\omega]}{n}, \text{мм}, \quad (4.4)$$

где  $n$  – наибольшая рабочая частота вращения ротора, об/мин.

Таблица 4.4

Классы точности балансировки прочего оборудования

Наименование оборудования	Класс точности балансировки	Наибольшие значения произведения $[e\omega]$ , мм рад./с
1	2	3
Узел коленчатого вала высокооборотного дизеля с шестью и более цилиндрами. Бензиновые и дизельные двигатели в сборе для легковых и грузовых автомобилей.	7	100
Колеса легковых автомобилей, ободы колес, бандажи, приводные валы, тормозные барабаны автомобилей, колесные пары железнодорожных вагонов.	6	40
Карданные валы, отдельные части бензиновых и дизельных двигателей легковых и грузовых автомобилей.	5	16
Части технологического оборудования. Роторы обычных электродвигателей. Барабаны центрифуг. Вентиляторы, маховики. Крыльчатки центробежных насосов. Части станков и машин общего назначения. Отдельные детали двигателей внутреннего сгорания.	4	6,3

1	2	3
Турбокомпрессоры, приводы металлообрабатывающих станков, роторы небольших электродвигателей, роторы средних и крупных электродвигателей со специальными требованиями.	3	2,5
Приводы шлифовальных станков, роторы небольших электродвигателей специального назначения.	2	1,0
Шпиндели, шлифовальные круги и роторы электродвигателей прецизионных шлифовальных станков. Гироскопы.	1	0,4

Примечание: 1. Узел коленчатого вала включает коленчатый вал, маховик, муфту сцепления, гаситель крутильных колебаний, части масс шатунов, приведенные к осям шатунных шеек коленчатого вала и т.д.

2. Двигатель в сборе включает все массы коленчатого вала и цилиндропоршневой группы.

3. Высокооборотным считается двигатель со скоростью поршня более 9 м/с.

Допустимые остаточные дисбалансы роторов  $D_1$  и  $D_2$ , г мм, в плоскостях коррекции I ( $D_1$ ) и II ( $D_2$ ), расположенных между опорами и по разные стороны от центра масс (рис.4.4), определяют по формулам:

$$D_1 = (l_2 - l_c)/(l_2 - l_1)me; \quad D_2 = (l_c - l_1)/(l_2 - l_1)me, \quad (4.5)$$

где  $m$  – масса ротора, кг;

$l_c$  – расстояние от середины левой опоры А до центра масс ротора С, мм;

$l_1, l_2$  – расстояние от середины левой опоры А до плоскостей коррекции I, II, мм.

При симметричном расположении плоскостей коррекции относительно центра масс роторов допустимые остаточные дисбалансы в обеих плоскостях коррекции

$$D_1 = D_2 = 0,5me. \quad (4.6)$$

В случае одной плоскости коррекции допустимый дисбаланс

$$D = me. \quad (4.7)$$

Наибольший допустимый динамический прогиб межопорных гибких роторов  $y_{\partial}$ , мкм, на рабочей частоте вращения ротора определяют в зависимости от расстояния между опорами  $l$ , м, по наибольшему допустимому значению относительного динамического прогиба  $\varepsilon_{\partial}$ , мкм/м, по формуле

$$y_{\partial} = \varepsilon_{\partial} l. \quad (4.8)$$

При консольном роторе допустимые остаточные дисбалансы в плоскостях коррекции также определяются по формуле 4.4, а схема расположения плоскостей коррекции показана на рис 4.5.

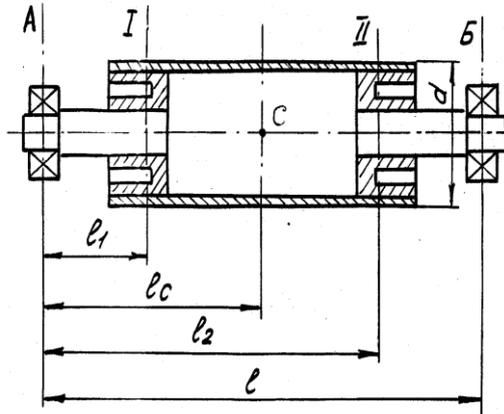


Рис. 4.4. Схема расположения плоскостей коррекции I-I и II-II межопорного ротора

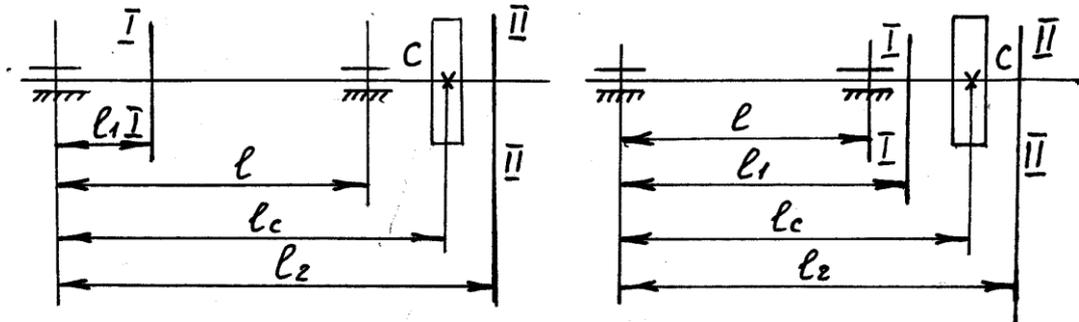


Рис 4.5. Схема расположения плоскостей коррекции I-I и II-II консольного ротора

Рассмотрим пример расчета допустимых остаточных дисбалансов и допустимого динамического прогиба сукноведущего вала бумагоделательной машины, которая имеет наибольшую рабочую скорость  $V=800$  м/мин. Расстояние между опорами вала  $l=8$  м, масса его  $m=1600$  кг, диаметр  $d=430$  мм.

Наибольшая рабочая частота вращения вала диаметром 430 мм

$$n = 1000 \text{ V} / \pi d = 1000 \cdot 800 / 3,14 \cdot 430 = 592 \text{ об/мин.}$$

Первая критическая частота вращения вала  $n_{кр} = 960$  об/мин.

Отношение наибольшей частоты вращения ротора к первой критической частоте вращения

$$\eta = n / n_{кр} = 592 / 960 = 0,62 > 0,4.$$

Следовательно, вал необходимо балансировать как жесткий деформируемый.

По табл. 4.2 значение относительного динамического прогиба  $\varepsilon_d = 25$  мкм/м и наибольшее допустимое значение  $e\omega = 2,5$  мм рад/с По формуле (4.4) находим  $e = 40$  мкм.

Вал симметричный, поэтому допустимые остаточные дисбалансы в каждой из плоскостей коррекции определяются по формуле (4.6) и составляют  $D_1 = D_2 = 32 \cdot 10^3$  г мм.

Допустимый динамический прогиб определяется по формуле (4.8) и равен  $y_d = 200$  мкм.

Положение плоскостей коррекции, способы компенсации дисбаланса ротора, допустимые дисбалансы в плоскостях коррекции указываются на рабочих чертежах. Для гибких межопорных роторов на рабочих чертежах дополнительно указывается допустимый динамический прогиб на максимальной эксплуатационной частоте вращения ротора.

Расчетные значения допустимых остаточных дисбалансов ротора  $D_1$ ,  $D_2$  и допустимого динамического прогиба  $y_d$  округляют с сохранением не менее двух значащих цифр.

При эксплуатации оборудования силы и моменты сил инерции от неуравновешенности роторов возрастают, так как к остаточным дисбалансам в плоскостях опор после балансировки добавляются технологические и эксплуатационные дисбалансы [29,31], что приводит к необходимости балансировать роторы не только при изготовлении на заводах, но также при эксплуатации и ремонте на предприятиях лесопромышленного комплекса. Необходимость балансировки роторов на предприятиях обуславливается еще и тем, что некоторые роторы поступают с заводов и фирм недостаточно отбалансированными или совсем неотбалансированными.

Итак, дисбалансы роторов в условиях эксплуатации складываются из трех групп дисбалансов:

$$\bar{D}_p = \bar{D}_{ост} + \sum \bar{D}_{mi} + \sum \bar{D}_{эi} \leq [D], \quad (4.9)$$

где  $\bar{D}_p$  - дисбаланс ротора при установившейся рабочей скорости машины;  $\bar{D}_{ост}$  - дисбаланс ротора после его балансировки на балансировочном станке (остаточный дисбаланс);  $\sum \bar{D}_{mi}$  - сумма технологических дисбалансов, возникающих при присоединении дополнительных элементов к ротору (после его уравнивания);  $\sum \bar{D}_{эi}$  - эксплуатационные дисбалансы.

сы, дополнительно возникающие в процессе работы;  $\bar{P}_-$  - предельно допустимый эксплуатационный дисбаланс.

Сумма технологических дисбалансов обусловлена рядом факторов

$$\Sigma \bar{D}_{mi} = \bar{D}_{nn} + \Sigma \bar{D}_{c\bar{b}i} + \bar{D}_{нс}, \quad (4.10)$$

где  $\bar{D}_{nn}$  - дисбаланс, вызванный посадкой подшипников качения;  $\Sigma \bar{D}_{c\bar{b}i}$  - суммарный дисбаланс, возникающий при присоединении к валу после его балансировки деталей, включая технологические детали, например, ножи рубительных машин или деревообрабатывающих станков;  $\bar{D}_{нс}$  - фиктивный дисбаланс от несоосного соединения вала с приводом.

Дисбаланс, возникающий при присоединении по отдельной поверхности детали или сборочной единицы, например, зубчатого колеса привода сушильного цилиндра или полумуфты приводного вала, определяется по формуле

$$D_{c\bar{b}i} = m_{\partial} \sum_{i=1}^n \frac{\delta_{Ri}}{2} + \frac{(D^4 - d^4)}{32D} D \sum_{j=1}^2 (\delta_{торj} / 2), \quad (4.11)$$

где  $m_{\partial}$  - масса детали;  $D, d$  - соответственно наружный и внутренний диаметры детали;  $\delta_{Ri}$  - поле допуска диаметра  $i$ -ой цилиндрической поверхности или поле допуска радиального биения относительно базирующих осей или поверхностей вала к втулке;  $\delta_{торj}$  - биение  $j$ -го торца на диаметре  $D$ .

Дисбаланс, вызванный посадкой подшипников качения, может быть определен по формуле

$$D_{nn} = m_B \{ (\delta_{1A} + \delta_{2A} + S_A) + (\delta_{1B} + \delta_{2B} + S_B) \}, \quad (4.12)$$

где  $m_B$  - масса вала;  $S_A, S_B$  - радиальные зазоры в подшипниках качения;  $\delta_{1A}, \delta_{2A}, \delta_{1B}, \delta_{2B}$  - соответственно радиальные биения отклонений формы посадочных поверхностей подшипников качения в месте посадки кольца, соприкасающегося с валом для опор А и В и биение дорожек колец подшипников, вращающихся вместе с валом.

Эксплуатационные дисбалансы разделяются на дисбалансы, возникновение которых обусловлено вращением ротора  $D_{\partial\omega}$  из-за динамического прогиба валов и упругой податливости опор; длительной эксплуатации  $D_{\partial t}$ , например, из-за ослабления посадок, стыков, из-за износа посадочных мест, из-за изменения размеров при перешлифовках; неравномерного нагрева валов  $D_{\partial тем}$ . Следовательно,

$$\sum_{i=1}^n D_{\partial i} = D_{\partial\omega} + D_{\partial t} + D_{\partial тем} + \dots \quad (4.13)$$

Балансировка валов может производиться непосредственно на машине на месте их установки, а также на стендах при снятии вала с машины. Ба-

лансировку валов, снятых с машины, можно проводить, установив цапфы на подшипники скольжения или в люнетах балансировочного станка, в собственных подшипниках качения с последующим их демонтажем или в собственных подшипниках и корпусах подшипников без последующего их демонтажа. Балансировка валов может производиться со всеми деталями вала и без некоторых деталей, например, сушильный цилиндр без зубчатого колеса.

Требования к точности балансировки и предельно допустимым дисбалансам валов зависят от выбранного метода балансировки.

При балансировке вала на месте установки на машине в зависимости от методов измерений и применяемого привода вала могут учитываться все или большинство факторов, определяющих значение остаточного дисбаланса. При использовании собственного привода и измерениях без изменения динамических характеристик системы “вал в сборе - станина” в полностью рабочем состоянии величина полученного остаточного дисбаланса может быть равна или меньше допустимого  $D_{ост} \leq [D]$ .

В случае использования специального привода при снятии отдельных элементов с вала при изменении его динамических характеристик с целью повышения величины информативного сигнала значение остаточного дисбаланса должно быть меньше допустимого:

$$\bar{D}_{ост} \leq [\bar{D}] - \Delta D_1, \quad (4.14)$$

где  $\Delta D_1$  – величина, учитывающая возникновение дополнительных дисбалансов при приведении вала в рабочее положение.

На величину  $\Delta D_1$  влияет нагрузка на вал от натяжения одежды, особенно при вылегчивании вала одеждой, когда изменяется режим работы подшипников.

При балансировке вала на подшипниках скольжения или люнетах балансировочного станка будут проявляться лишь некоторые дисбалансы

$$\bar{D}_1 = \bar{D}_{ост} + \bar{D}_{изг} + \bar{D}_{нос} + \bar{D}_{креп} + \bar{D}_{изн} + \bar{D}_{сист}, \quad (4.14)$$

где  $D_{изг}$  – дисбаланс от изгиба на балансировочном станке;

$D_{нос}$  – дисбаланс, возникающий из-за ослабления посадок;

$D_{креп}$  – дисбаланс от смещения крепежных и других деталей;

$D_{изн}$  – дисбаланс от неравномерного износа посадочных мест и рабочих поверхностей, в том числе от перешлифовок, без учета износа посадочных мест подшипника;

$D_{сист}$  – дисбаланс, вносимый: погрешностями колебательно-измерительной системы, посадочных мест, привода.

В этом случае после установки вала на машину дисбаланс больше полученного при балансировке, так как здесь проявятся неучтенные дисбалансы. Остаточный дисбаланс вала должен быть меньше допустимого за счет неучтенных дисбалансов  $\Delta D_2$

$$D_{ост} \leq [D] - \Delta D_2. \quad (4.16)$$

Балансировка вала в собственных подшипниках увеличивает число учтенных дисбалансов

$$\bar{D}_2 = \bar{D}_{ост} + \bar{D}_2 + \bar{D}_{сб} + \bar{D}_{ин} + \bar{D}_{изг} + \bar{D}_{нос} + \bar{D}_{креп} + \bar{D}_{изм} + \bar{D}_{сист}. \quad (4.17)$$

Установка вала в собственном корпусе позволит учесть почти все дисбалансы, кроме дисбалансов, вызванных приводом, статическими нагрузками на вал и несоответствием упругих динамических характеристик станка и конструкций машины, на которые устанавливается вал.

Таким образом, балансировку в условиях эксплуатации предпочтительней производить на машине на месте установки валов. При балансировке на специальных станках следует отдать предпочтение балансировке валов в сборе с собственными подшипниковыми узлами, используя при этом станки с колебательными системами, наиболее близкими по своим характеристикам к условиям работы вала на машине.

При балансировке вала в других условиях надо повысить точность уравнивания, чтобы дисбаланс вала на месте установки не превысил нормируемое значение.

#### 4.4. Особенности динамики и уравнивания гибких и деформируемых жестких роторов

У гибких и деформируемых жестких роторов отношение частоты вращения к низшей собственной частоте колебаний (к критической частоте)  $\eta = \omega / \omega_0 \geq 0,4$ . Рассмотрим основные закономерности работы деформируемого ротора на простейшей модели в виде невесомого межопорного вала со статически неуравновешенным диском по середине пролета без учета неупругих сопротивлений (рис.4.6,а).

Под действием центробежных сил инерции неуравновешенной массы диска вал упруго деформируется (прогибается) на величину  $y_\partial$ . Центр масс диска переместится относительно оси вращения на величину  $(e + y_\partial)$ . Центробежная сила инерции диска будет равна  $F_u = m(e + y_\partial)\omega^2$ .

Вектор силы инерции вращается совместно с валом. Вращение вала с изогнутой осью проявляется в форме биения (боя). Центробежной силе инерции диска противодействует сила упругости деформированного вала

$$F_y = C y_\partial,$$

где  $C$  – коэффициент жесткости вала.

$$m(e + y_\partial)\omega^2 = C y_\partial.$$

Имея в виду, что  $C/m = \omega_0^2$ , где  $\omega_0$  – собственная частота колебаний ротора, и введя частотное отношение  $\eta = \omega / \omega_0$ , получим следующую зависимость для определения динамического прогиба вала

$$y_{\partial} = e \frac{\eta^2}{1-\eta^2}. \quad (4.18)$$

График этой зависимости приведен на рис.4.6,б.

При учете неупругих сил сопротивления, возникающих при рассеивании энергии колебаний в опорах и частично в материале вала, зависимость упругого прогиба вала и угла сдвига фаз вектора прогиба относительно вектора неуравновешенности диска приобретает вид, подобный виду (3.20) и (3.21), полученному ранее для описания колебаний одномассовой системы при силовом возбуждении колебаний. Отличается только тем, что взамен меры уровня возбуждающих колебаний сил  $\nu$  в эти формулы необходимо подставить величину удельного дисбаланса  $e$ .

Амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики упруго деформируемого ротора подобны амплитудно-частотным и фазочастотным характеристикам одномассовой системы с силовым возбуждением (рис.3.20), но при  $\nu = e$ .

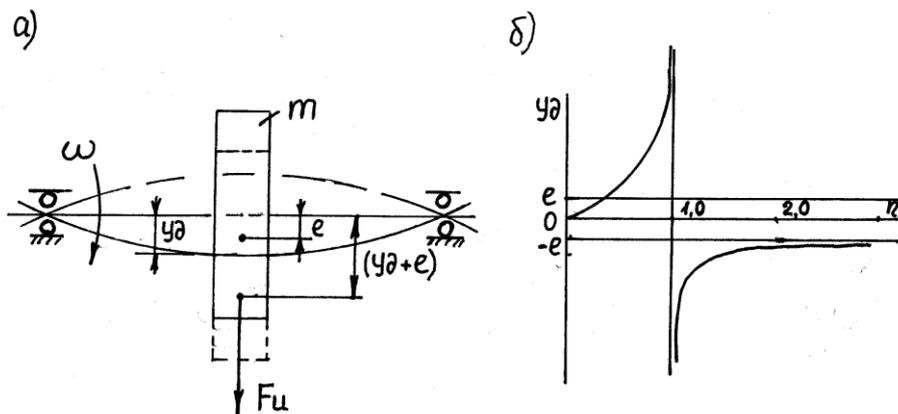


Рис. 4.6. Схема динамического прогиба упруго деформируемого ротора (а) и его амплитудно-частотная характеристика (б)

При увеличении частоты вращения ротора в дорезонансном режиме ( $\eta < 1,0$ ) динамический прогиб увеличивается, достигая максимального значения при резонансе (без учета диссипативных сил - бесконечности). С учетом диссипативных сил динамический прогиб при резонансе достигает величины  $y_{\partial p} = e \alpha_p$ , где  $\alpha_p$ - коэффициент динамического усиления колебаний при резонансе, достигающий величины  $\alpha_p = 30 \dots 50$ . Вектор динамического прогиба без учета диссипативных сил совпадает с вектором удельного дисбаланса. С учетом диссипативных сил угол сдвига фаз динамического прогиба и удельного дисбаланса, определяемый по формуле (3.16), увеличивается от нуля до  $90^0$  при резонансе.

В зарезонансном режиме ( $\eta > 1,0$ ) с увеличением частоты вращения ротора динамический прогиб уменьшается, асимптотически приближаясь к

величине удельного дисбаланса. Вектор динамического прогиба без учета диссипативных сил направлен в сторону, противоположную вектору удельного дисбаланса. С учетом диссипативных сил угол между векторами динамического прогиба и удельного дисбаланса увеличивается с  $90^0$  при резонансе, асимптотически приближаясь к  $180^0$ . Таким образом, в зарезонансном режиме ротор под действием центробежных сил инерции неуравновешенных масс изгибается в сторону, противоположную удельному дисбалансу (рис. 4.7). При этом центр масс ротора при увеличении частоты вращения асимптотически приближается к оси вращения. Иначе, гибкий ротор, колеблющийся в зарезонансном режиме, обладает свойством самоуравновешивания.

Свойством самоуравновешивания роторов широко пользуются при проектировании быстроходных роторов, в частности при проектировании роторов турбоагрегатов. При этом зарезонансный режим работы роторов обеспечивается, как правило, не снижением жесткости вала, а понижением жесткости опор, например их виброизоляцией.

В гибких роторах из-за самоуравновешивания уменьшаются центробежные силы инерции, передающиеся на подшипниковые опоры, но возникает из-за динамического прогиба биение ротора, которое не всегда приемлемо. Кроме того, при пуске и остановке агрегата возникают проблемы пуско-остановочного резонанса. Пути решения этой проблемы рассмотрены в разделе 5.

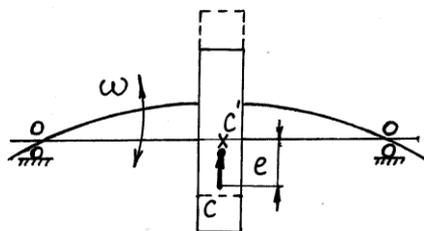


Рис. 4.7. Динамический прогиб зарезонансного ротора

Как уже отмечалось, при динамическом прогибе ось ротора вращается в изогнутом состоянии. Вал под действием центробежных сил инерции изгибается, как изгибался бы под действием статической нагрузки. Вал при биениях не испытывает переменных напряжений, рассеивающих энергию колебаний. Рассеивание энергии колебаний в материале вала и в конструктивных соединениях меньше, чем в неподвижной балке аналогичной конструкции, колеблющейся при силовых воздействиях. Коэффициент динамического усиления колебаний при резонансе в балке всегда меньше, чем во вращающемся валу.

Для балансировки деформируемых валов уже недостаточно иметь два балансировочных груза, расположенных в двух плоскостях исправления.

Число балансируемых грузов и плоскостей исправления при балансировке деформируемых роторов определяется по формуле

$$n_{2p} = 2 + K_{\delta},$$

где  $K_{\delta}$  – число полуволн деформации или номер формы колебаний ротора.

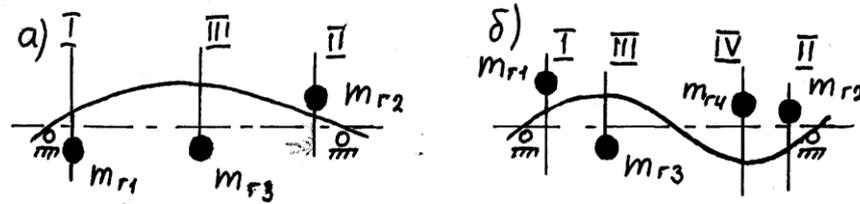


Рис. 4.8. Схемы размещения плоскостей исправления (I...IV) и балансирующих грузов ( $m_{r1} \dots m_{r4}$ ) динамически деформируемого ротора по первой (а) и второй (б) формам

Если ротор колеблется по первой форме (рис.4.8,а), то требуется для балансировки три балансирующих груза: один груз, расположенный в зоне максимального прогиба ротора – для устранения биений вала, два других груза, расположенных в плоскостях исправления около опор – для разгрузки опор от динамических нагрузок. При колебаниях ротора по второй форме (рис. 4.8,б) требуется четыре балансирующих груза: два для устранения биений, два – для разгрузки опор.

#### 4.5. Методика диагностирования неуравновешенности роторов. Классификация методов балансировки

При изготовлении все роторы должны балансироваться до достижения допустимой величины дисбалансов и динамических прогибов, определяемых по степени точности их балансировки. Здесь обсуждается вопрос принятия решения о балансировке роторов машин, находящихся в эксплуатации.

Измерение дисбалансов роторов может быть осуществлено на балансирующей станке при снятии вала с машины для ремонта. В этом случае измеренное значение дисбаланса  $D$  в  $г/см$  нужно пересчитать по формулам (4.5) и (4.8) в  $мм \text{ рад}^{-1}$  и получить значение  $[e\omega]$  в соответствии с требуемым классом точности балансировки. Если неуравновешенность ротора превышает допустимое значение дисбаланса хотя бы в одной плоскости исправления, ротор нужно балансировать. На балансирующей станке контролируется также упругий прогиб (биение) вала в середине пролета. Он не должен превышать значений, приведенных в табл. 4.2-4.4.

Измерение дисбалансов валов на машине - сложная задача, соизмеримая по сложности с балансировкой. Поэтому это измерение только с целью оценки их неуравновешенности проводить не следует. Обобщенным критерием неуравновешенности валов, наиболее доступным для измерения в условиях эксплуатации оборудования, является вибрация конструкций. Параметры вибраций являются достаточно полным диагностическим признаком неуравновешенности роторов. Причем наибольшую доступную для измерения информацию о неуравновешенности валов несет вибрация подшипниковых узлов валов.

### *Диагностирование неуравновешенности роторов*

Силы инерции неуравновешенного вала возбуждают вибрацию оборудования преимущественно с частотой вращения вала (оборотной частотой). Встречаются случаи, когда неуравновешенный вал возбуждает вибрацию, кратную оборотной частоте (супергармонические колебания) и с частотой, равной доле частоты вращения (субгармонические колебания). Причиной появления таких колебаний является нелинейность упругих свойств конструкций вала или опор. Но в любом случае колебания с оборотной частотой проявляются. Причем на оборотной частоте сосредотачивается 60...70% и более энергии колебаний. Поэтому неуравновешенность роторов оборудования при его эксплуатации рекомендуется оценивать по параметрам вибрации подшипниковых опор на частотах вращения роторов при рабочей скорости машины. Вибрацию следует измерять в трех направлениях: вертикальном  $Z$ , горизонтально-продольном  $X$ , горизонтально-поперечном  $Y$  относительно оси машины; для валов на рычагах – в направлении  $\tau$ , касательном к траектории движения оси вала. Если параметры вибрации подшипниковых опор не превышают допустимые значения, то вал балансировать не следует.

Допустимые параметры вибрации некоторых машин приведены в разделе 1.1. Допустимые параметры вибрации корпусов подшипниковых опор оборудования целлюлозно-бумажных производств регламентируются ГОСТ 26493 – 85, [29] а оборудование деревообрабатывающих производств – отраслевыми методическими рекомендациями [28].

Для идентификации вибрации на оборотной частоте следует иметь в виду, что биение рабочих поверхностей валов может быть выявлено с помощью индикаторной головки или другого измерителя перемещений при медленном проворачивании вала. Кроме того, влияние биений на вибрацию подшипниковых опор можно исключить применительно к прессам и каландрам, вылегчивая валы. Вибрация, возбуждаемая центробежными силами инерции неуравновешенных масс роторов, резко возрастает с увеличением скорости машины в тех случаях, когда ротор вращается в дорезонансном режиме. В тех случаях, когда ротор вращается в зарезонансном режиме, интенсивность вибрации при увеличении частоты вращения рото-

ра уменьшается. Следовательно, дополнительным признаком неуравновешенности ротора является существенная зависимость параметров вибрации подшипниковых опор на оборотной частоте от частоты вращения ротора.

Еще одним признаком неуравновешенности ротора является отличие амплитуд виброперемещений корпусов подшипников друг от друга на оборотной частоте в плоскостях наибольшей и наименьшей жесткости корпусов подшипников или опорных конструкций. В направлении наименьшей жесткости вибрация обычно больше, чем в направлении наибольшей жесткости.

При превышении допустимых параметров вибрации рекомендуется при останове машины повторно измерить вибрацию при разгоне до рабочей скорости одного вала, если он приводной, или одной секции машины (для исключения влияния смежных секций), и результаты измерения снова сравнить с нормативными значениями. При этом следует иметь в виду, что причинами вибрации подшипниковых опор на оборотной частоте вращения вала, кроме неуравновешенности масс, могут быть несоосность роторов; внутренняя несоосность и кривошипный эффект муфт, биение рабочих поверхностей сопрягаемых валов, поперечные трещины в валах.

При ослаблениях крепления корпусов подшипников роторов, корпусов электрических двигателей («мягкая» лапа), малой жесткости опорных рам, ослаблений болтовых стыков и фундаментных болтов и при прочих проявлениях слабины даже при незначительной неуравновешенности ротора, не превышающей допустимых значений, может возникать интенсивная вибрация корпусов подшипников на оборотной частоте. Это может привести к ошибкам при принятии решений о балансировке роторов. Проблемно также принятие решений о балансировке роторов по параметрам вибрации роторов, вращающихся в резонансном и в околорезонансном режимах.

При несоосности соединяемых муфтами роторов, а также при внутренней несоосности муфт, возбуждается вибрация подшипниковых опор на оборотных частотах и на частотах, кратным оборотным. Но в отличие от вибрации, возбуждаемой центробежными силами инерции, вибрация от несоосности более интенсивно возбуждается на второй и более высоких гармонических составляющих. При этих дефектах возбуждается вибрация подшипниковых опор обоих роторов, соединенных муфтой. Причем опоры с левой и правой стороны от муфты колеблются в противофазах. Вибрация опор вблизи муфты существенно больше вибрации опор вдали от муфты. В некоторых случаях несоосность валов и внутренняя несоосность муфт выявляются по перемещениям удаленного от муфты корпуса подшипника с ослабленными болтовыми соединениями при медленном проворачивании ротора. И, наконец, параметры вибрации от несоосности роторов изменяются слабо при изменении частоты вращения роторов.

При кривошипном эффекте муфты, возникающем при неравномерном распределении передаваемого момента между дискретными элементами муфты, возбуждается вибрация корпусов подшипников с обеих сторон от муфты на оборотной и кратной оборотной частотах. Например, во втулочно-пальцевой муфте кривошипный эффект возникает из-за неравномерного распределения передаваемого момента между пальцами. Параметры вибрации при кривошипном эффекте муфты зависят от величины передаваемого момента.

При появлении поперечной трещины в валу возбуждаются параметрические колебания ротора и его подшипниковых узлов с частотами, оборотными и кратными оборотным. Причем гармонические составляющие оборотных частот в большинстве случаев преобладают по интенсивности над оборотными составляющими. Характерным диагностическим признаком развивающейся трещины является быстрое нарастание параметров вибрации во времени. Параметры же вибрации на оборотной частоте от других дефектов, в частности от неуравновешенности роторов, практически стабильны во времени.

Динамический прогиб ротора выявляется по его биениям при работе агрегата в случае отсутствия статического прогиба, выявляемого при медленном проворачивании ротора.

До окончательного решения о необходимости балансировки ротора необходимо устранить все перечисленные выше дефекты, вновь измерить параметры вибрации, сравнить эти параметры с допустимыми значениями и при превышении допустимых значений вибрации принять решения о необходимости балансировки роторов. Заметим, что в производственной практике нередки случаи, когда на балансировку отправляется ротор по результатам измеренной вибрации, возбуждаемой другими дефектами, а не центробежными силами неуравновешенных масс ротора.

В некоторых случаях возникает необходимость выявления вида неуравновешенности роторов: статической или динамической. Диагностическим признаком статической неуравновешенности являются синфазные колебания обеих подшипниковых опор межопорного ротора или противофазных колебаний подшипниковых опор консольного ротора. При динамической неуравновешенности вибрация подшипниковых опор отличается по фазе, находящейся в пределах  $0...2\pi$  рад.

В табл. 4.5 приведены для примера допустимые параметры вибрации опор валов бумагоделательных машин, определяемые в соответствии с требованиями ГОСТ 26493-85 [29].

Для оценивания неуравновешенности валов из табл. 4.5 следует брать среднеквадратическое значение виброскорости, соответствующее частоте вращения вала.

Если измеряется виброперемещение, то допустимая амплитуда виброперемещений  $[S_a]$ , *мкм*, подшипниковых опор на частоте вращения вала определяется по формуле

$$S_a = 1,35 \cdot 10^4 V_e / n, \text{ мкм}, \quad (4.19)$$

где  $V_e$  - среднеквадратическое значение виброскорости, *мм/с*, определяемое по данным табл. 4.5;

$n$  - частота вращения вала, *об/мин*.

Таблица 4.5

Допустимые параметры вибрации опор валов

Валы	Направление	Среднеквадратическое значение виброскорости, $\text{мм с}^{-1}$ , при частоте вращения вала, об/мин		
		<170	170...340	>340
Формующих частей	Z	1,12	1,80	2,80
	X	1,80	2,80	4,50
	Y	2,80	4,50	7,10
Прессовой части, кроме вакуум-пересасывающих и прижимных, валы и цилиндры сушильной части. Нижний вал каландра, цилиндр наката	Z	1,12	1,80	2,80
	X,Y	2,80	4,50	7,10
Сетконатяжные и вакуум-пересасывающие в направлении движения	$\pm\tau$	2,18	4,50	7,10
Прижимные прессы в плоскости, проходящей через оси сопряженных валов	$\tau$	1,80	2,80	4,50
Подвижные валы каландров	Z	1,80	2,80	4,50

Итак, перед балансировкой необходимо устранить выявленные при диагностировании источники вибрации ротора на оборотной частоте, которыми могут быть:

- плохая установка машины на фундаменте;
- дефекты подшипника (разностенность внутреннего кольца, упругая деформация и одиночное выкрашивание внешнего кольца, и т.п.);
- искривление оси ротора из-за несимметричного нагрева или несимметричного охлаждения;
- ослабление соединений и смещение элементов относительно друг друга;

несоосность опор, смещение оси вращения ротора относительно оси балансировки. Несовпадение осей у составных роторов;  
 внутренняя несоосность муфт и кривошипный эффект муфт;  
 неидентичность аэродинамических и гидродинамических характеристик лопастей винтов (вентиляторы, насосы, турбины).

Кроме того, следует проверить:

наличие смазки и ее соответствие требованиям эксплуатации оборудования;

отсутствие посторонних предметов (веществ, льда, отложений и т.п.), смещающих центр масс ротора;

отсутствие видимых изменений поверхности (сильный износ в отдельных местах). В этом случае балансировка выполняется после проведения ремонтных работ.

Необходимо также обеспечить стабильную равномерность вращения ротора. Коэффициент неравномерности вращения ротора не должен превышать 0,01. Заметим, что коэффициент неравномерности вращения ротора при балансировке определяется по формуле

$$\delta = \frac{2(\omega_{\max} - \omega_{\min})}{\omega_{\max} + \omega_{\min}},$$

где  $\omega_{\max}$  и  $\omega_{\min}$  – максимальная и минимальная частоты вращения.

Следует также перед балансировкой исключить маятниковый резонанс подшипниковых опор. Для этого нужно воспользоваться формулой

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{2g/\Delta}, \text{ Гц},$$

где  $g = 9,81$  - ускорение свободного падения,  $\text{м/с}^2$  ;

$\Delta$  - рабочий зазор подшипника,  $\text{м}$ ,

и сдвинуть рабочий режим от резонанса путем изменения зазора подшипников или частоты вращения ротора.

### ***Методы балансировки. Классификация***

Методы балансировки классифицируются по ряду признаков:

по назначению – балансировка деталей, жестких, квазигибких (деформируемых дорезонансных) и гибких роторов (деформируемых зарезонансных) в сборе, роторов на месте установки;

по частоте вращения ротора при балансировке – без вращения детали (статическая), низкочастотная и высокочастотная балансировки при вращении ротора;

по числу плоскостей коррекции – одно-, двух- и многоплоскостная балансировки;

по измеряемому параметру – с измерениями амплитуды, фазы, амплитуды и фазы перемещения, виброскорости, виброускорения, усилия в опорах, напряжений в роторе;

по числу измеряемых параметров – один, два, более двух параметров;

по способу корректировки масс – добавлением, уменьшением или перемещением корректирующих масс;

по способу нахождения зависимости дисбалансов в плоскостях коррекции от измеряемых параметров – экспериментальный (метод пробных пусков), расчетный, экспериментально-расчетный;

по степени автоматизации технологических процессов балансировки – простейшее неавтоматизированное измерение вибрации и расчеты по определению величины и места расположения корректирующих масс, автоматизированные с использованием программных средств методы балансировки; автоматическая (без участия человека) балансировка.

Существует ряд критериев балансировки, но наиболее общими являются следующие: сведение к минимуму реакций опор, неуравновешенных сил и моментов, сведение к минимуму прогибов ротора и кинетической энергии при колебаниях системы. Чаще всего балансировку роторов технологических машин и оборудования отраслей лесопромышленного комплекса производят с целью уменьшения нагрузки на подшипниковые опоры, уменьшение динамических прогибов и, как следствие, уменьшение вибрации оборудования.

#### 4.6. Статическая балансировка роторов и деталей

Статическая балансировка заключается в уменьшении вектора статической неуравновешенности. Статическая балансировка может производиться при использовании силы веса при не вращающемся роторе и при использовании центробежных сил инерции при вращающемся роторе, иначе в динамическом режиме. В настоящем подразделе рассматривается лишь балансировка роторов при помощи сил веса невращающегося ротора. Статическая балансировка в динамическом режиме мало отличается от динамической одноплоскостной балансировки.

Статическую балансировку при не вращающемся роторе производят в собственных подшипниках или на простейших балансировочных приспособлениях.

При эксплуатации машин нередко возникает потребность в статической балансировке роторов без их демонтажа, непосредственно на машине в собственных подшипниках.

Процесс балансировки зависит от величины неуравновешенности ротора. Пусть  $m$  – масса ротора;  $e$  – удельный дисбаланс,  $M_m$  – момент трения в подшипниках.

При явной неуравновешенности, когда статический момент от неуравновешенности превышает момент трения в подшипниках ( $mge > M_m$ ), ро-

тор под действием статического момента поворачивается «тяжелой» стороной вниз. При неявной неуравновешенности ( $mge \leq M_m$ ) ротор находится в равновесии в любом положении.

При явной неуравновешенности ротор выводят из положения равновесия и после его остановки наносят на вертикальном радиусе, направленном вниз, отметку 1 (рис.4.9,а). Затем ротор поворачивают на  $90^\circ$  из положения равновесия и свободно отпускают. После его остановки на том же радиусе наносят отметку 2. Затем ротор поворачивают на  $90^\circ$  в противоположном направлении и аналогично наносят отметку 3. Положение плоскости центра масс определит отметка 4, расположенная посередине между отметками 2 и 3. Отметка 5, диаметрально противоположная отметке 4 и расположенная на радиусе 2, является местом установки балансировочного груза. Для определения величины груза ротор поворачивается в направлении вращения при работе машины так, чтобы плоскость отметок 4 и 5 стала горизонтальной (рис. 4.9,б). На отметке 5 закрепляется пробный груз, масса которого  $m_{zn}$  подбирается так, чтобы цилиндр повернулся в направлении вращения на  $10-20^\circ$ . Затем ротор поворачивается на  $180^\circ$  (рис. 4.9,в), подбирается дополнительный груз  $\Delta m_2$  так, чтобы ротор совершил поворот также на  $10-20^\circ$  в том же направлении. Требуемая масса балансировочного груза равна

$$m_2 = m_{zn} + \frac{\Delta m_2}{2} \quad (4.20)$$

Для создания единообразных условий балансировки поворот ротора следует производить в одном направлении, например, в направлении его вращения при работе машины.

При неявной неуравновешенности окружность установки пробных грузов разбивают на 6 равных частей (4.10,а). Размещая поочередно каждую из 6 отметок в горизонтальной плоскости, подбирают пробные грузы так, чтобы под действием его статического момента ротор повернулся на  $10-20^\circ$  в направлении вращения при работе.

Далее строятся зависимости массы пробных грузов от положения отметок (рис. 4.10,б). Балансировочный груз массой  $m_2 = \frac{(m_{zn\max} - m_{zn\min})}{2}$  следует установить в плоскости расположения наибольшего по массе пробного груза.

При статической балансировке решается задача отыскания двух неизвестных: массы и положения балансировочного груза. Решение этой задачи можно получить с использованием меньшего шести числа пробных грузов, например, четырех или пяти, но при этом увеличится погрешность решения. Принципиально задачу можно решить, используя только три пробных груза, расположенных равномерно по окружности через  $120^\circ$ . Методика подбора масс пробных грузов аналогична рассмотренной ранее.

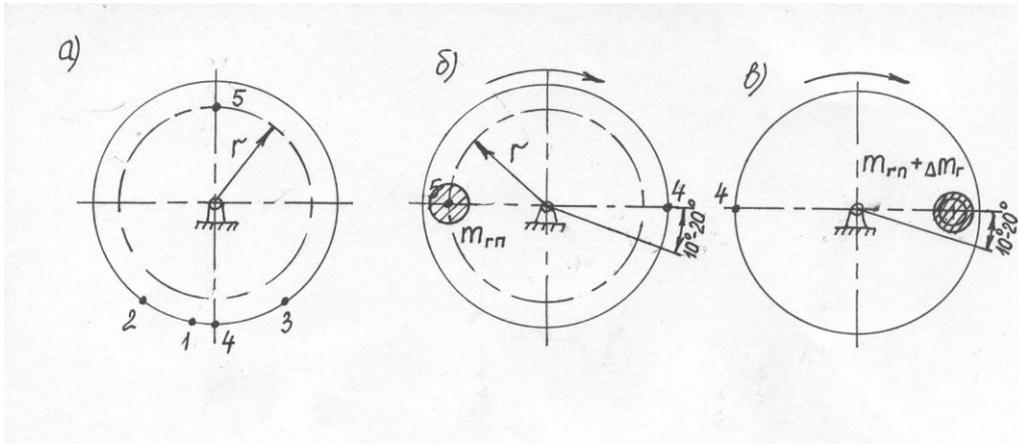


Рис. 4.9. Статическая балансировка ротора в собственных подшипниках

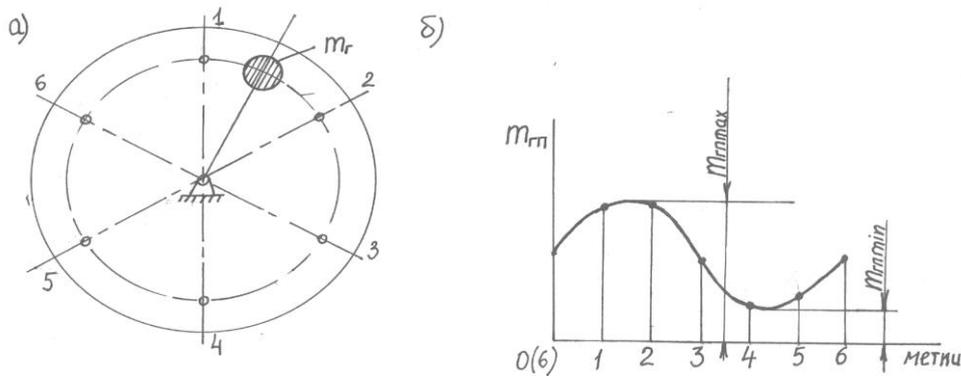


Рис. 4.10. Статическая балансировка ротора при неявной неуравновешенности с пробными грузами

Пусть статические моменты масс пробных грузов на отметках 1, 2, 3 на радиусе  $r$  (рис. 4.10) равны  $x_1$ ;  $x_2$  и  $x_3$ , вектор статического момента неуравновешенности ротора характеризуется величиной  $x_H$  и углом  $\alpha$  относительно вектора  $x_1$ . Равнодействующие статических моментов ротора и пробных грузов при каждой их установке определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1^2 &= x_1^2 + x_H^2 + 2x_1x_H \cos \alpha ; \quad \bar{x}_2^2 = x_2^2 + x_H^2 + 2x_2x_H \cos(120^\circ - \alpha); \\ \bar{x}_3^2 &= x_3^2 + x_H^2 + 2x_3x_H \cos(240^\circ - \alpha). \end{aligned} \quad (4.21)$$

Из решения системы уравнений (4.21) получим следующие зависимости для определения статического момента неуравновешенности ротора:

$$x_H = \frac{x_1^2 - x_2^2}{(2x_1 + x_2) \cos \alpha - \sqrt{3}x_2 \sin \alpha} ; \quad (4.22)$$

$$x_H = \frac{x_1^2 - x_3^2}{(2x_1 + x_3) \cos \alpha - \sqrt{3}x_3 \sin \alpha}. \quad (4.23)$$

Приравняв правые части уравнений (4.22) и (4.23), получим следующую формулу для определения угла  $\alpha$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-a_{12} + a_{13} + 2a_{23}}{\sqrt{3}(a_{12} + a_{13})}, \quad (4.24)$$

$$\text{где } a_{12} = \left(\frac{x_1}{x_2} - \frac{x_2}{x_1}\right); a_{13} = \left(\frac{x_1}{x_3} - \frac{x_3}{x_1}\right); a_{23} = \left(\frac{x_2}{x_3} - \frac{x_3}{x_2}\right). \quad (4.25)$$

При установке пробных грузов на одном радиусе  $r$  в формуле взамен статических моментов следует принимать массы пробных грузов, т.е.

$$m_{n1} \equiv x_1; \quad m_{n2} \equiv x_2; \quad m_{n3} \equiv x_3; \quad m_H \equiv x_H.$$

Масса балансировочного груза  $m_2$  равна  $m_2 = m_H$  и расположена в диаметрально противоположном направлении массы  $m_H$

$$m_2 = \frac{m_{n2}^2 - m_{n1}^2}{(2m_{n1} + m_{n2}) \cos \alpha - \sqrt{3}m_{n2} \sin \alpha} \quad (4.26)$$

или

$$m_2 = \frac{m_{n3}^2 - m_{n1}^2}{(2m_{n1} + m_{n3}) \cos \alpha - \sqrt{3}m_{n3} \sin \alpha}. \quad (4.27)$$

При маркировке отметок положений пробных грузов целесообразно за первую отметку принимать положение наиболее легкого пробного груза.

Рассмотрим пример для случая, когда массы пробных грузов равны:  $m_{n1} = 4 \text{ кг}; m_{n2} = 6 \text{ кг}; m_{n3} = 10 \text{ кг}$ .

Коэффициенты  $a_{12}; a_{13}; a_{23}$ , определенные по формулам (4.25) равны:

$$a_{12} = \frac{4}{6} - \frac{6}{4} = -\frac{5}{6}; \quad a_{13} = \frac{4}{10} - \frac{10}{4} = -\frac{21}{10}; \quad a_{23} = \frac{6}{10} - \frac{10}{6} = -\frac{16}{15}.$$

Угол  $\alpha$ , определяемый по формуле (4.24)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\frac{5}{6} - \frac{21}{10} - \frac{32}{15}}{\sqrt{3}\left(-\frac{5}{6} - \frac{21}{10}\right)} = 0,67; \quad \alpha = 34^\circ.$$

Требуемая масса балансировочного груза, определяемая по формулам (4.26) и (4.27). По формуле (4.26)

$$m_2 = \frac{6^2 - 4^2}{(8+6) \cos 34^\circ - \sqrt{3} \cdot 6 \sin 34^\circ} = 3,5 \text{ кг}.$$

По формуле (4.27)

$$m_2 = \frac{10^2 - 4^2}{(8+10) \cos 34^\circ - \sqrt{3} \cdot 10 \sin 34^\circ} = 3,5 \text{ кг}.$$

Решение по обеим формулам совпадают, что свидетельствует об их достоверности.

Статическую балансировку роторов при их съеме с машины производят на простейших балансировочных приспособлениях – станках для статической балансировки (СБС) различного типа и конструктивного исполнения. Например, станки СБС-1 предназначены для балансировки роторов и деталей на оправках. Принцип действия станков этого типа заключается в повороте неуравновешенного ротора в опорах станка под действием статического момента. Опоры выполняются в виде балансировочных параллелей цилиндрической или ножевой формы (рис. 4.11,а), роликов (рис.4.11,б), дисков (рис.4.11,в), на которые опираются цапфы ротора.

Балансировка ротора на станках типа СБС-1 подобна балансировке роторов в собственных подшипниках. При балансировке на параллелях предъявляются высокие требования к горизонтальности параллелей. Предельное отклонение от горизонтальности и параллельности не должны превышать 40...60 мкм на длине 1000мм.

Для балансировки дискообразных деталей, для деталей, не имеющих собственных несущих поверхностей, например, крылаток насосов, рабочих колес вентиляторов, зубчатых колес, звездочек, маховых масс применяются станки типа СБС-2, СБС-3. Схема одного из станков подобного типа показана на рис. 4.11,г.

На сферической опоре 1 подвешена подвижная система станка, состоящая из рабочего стола 2 с приспособлением для центрирования балансируемой детали 3, траверсы 4 с грузом 5, который можно перемещать вдоль стержня траверсы. Демпфер 6 служит для гашения колебаний подвижной части станка.

Величина и направление угла поворота подвижной части станка с неуравновешенной деталью характеризуют величину и вектор дисбаланса. Поворот подвижной части измеряют прецизионным сферическим уровнем.

Перемещением груза 5 обеспечивается устойчивое положение системы. Для уменьшения трения в опоре взамен шарового шарнира используют опору в виде стержня с заостренным концом с малым радиусом кривизны. При тарировке станка устанавливают эталонную тщательно отбалансированную деталь. «Тяжелое» положение эталонной детали создается контрольным (тарированным) грузом. Перемещением груза 5 обеспечивают заданное угловое отклонение  $\gamma$  подвижной части станка. Так определяют зависимость угла  $\gamma$  от дисбаланса детали. Контроль остаточных дисбалансов, оставшихся после статической балансировки деталей и роторов осуществляют следующим образом.

В «тяжелое» место отбалансированной детали устанавливают контрольный груз массой  $m_2$  и отсчитывают число делений на шкале индика-

тора дисбаланса  $A_1$  например сферического уровня. Переставляют индикатор в «легкое» место и отсчитывают число делений  $A_2$  на индикаторе. Главный вектор остаточного дисбаланса определяют по формуле

$$D_{ост} = m_2 r \frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2}.$$

Более точное определение вектора остаточной неуравновешенности дает метод кругового обхода, заключающийся в следующем. Окружность детали или ротора делят на 6...8 равных частей. Последовательно в каждую точку окружности устанавливают контрольный груз  $m_2$  на радиусе  $r$  и фиксируют показания индикатора дисбаланса.

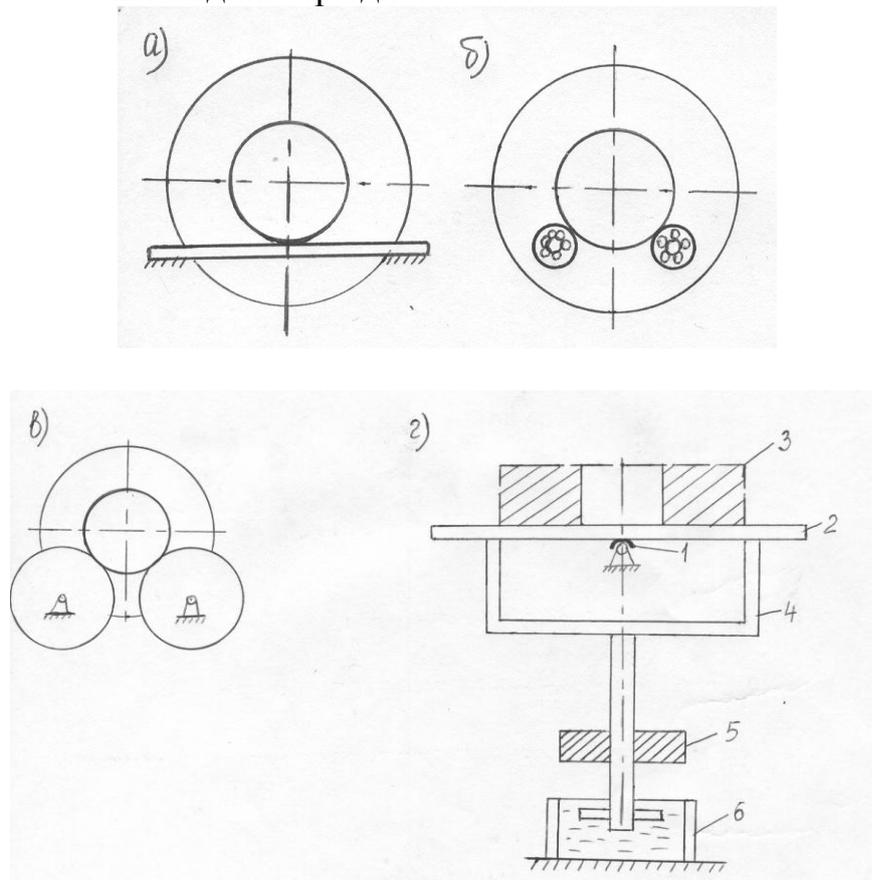


Рис.4.11. Схемы станков для статической балансировки деталей и роторов: на параллелях (а), на роликах (б), на дисках (в), для деталей типа дисков (г)

Находят максимальное  $A_{max}$  и минимальное  $A_{min}$  показания индикатора и определяют значение остаточного дисбаланса по формуле

$$D_{ост} = m_2 r \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}}. \quad (4.28)$$

Подробнее о статической балансировке можно прочитать в книге [30].

#### 4.7. Динамическая балансировка роторов

Теория и практика балансировки хорошо разработана. Роторы балансируются на балансировочных станках, на месте установки, существуют автоматические методы балансировки.

Для компенсации дисбаланса ротора проводится его динамическая балансировка: для жестких роторов — в двух плоскостях коррекции, для гибких роторов — в трех плоскостях коррекции. Допускается для жестких роторов производить только статическую балансировку, если максимальная эксплуатационная частота вращения не превышает  $2 \text{ об/с}$  и если отношение осевого размера основной массы ротора к его диаметру меньше  $0,2$  при любой частоте вращения. Динамическая балансировка применяется для уменьшения динамической неуравновешенности, а также только статической неуравновешенности.

Частота вращения при динамической балансировке должна быть равна эксплуатационной частоте его вращения. Допускается жесткие роторы балансировать на любой частоте. Минимальная частота вращения при балансировке определяется порогом чувствительности балансировочного станка по значению дисбаланса.

Балансировка роторов может быть одноплоскостной и двухплоскостной. В первом случае расчет корректирующих масс производится последовательно для каждой плоскости коррекции, во втором — одновременно. По параметрам измерений при динамической балансировке различаются методы амплитуд и фаз, применяемые при одноплоскостной балансировке, и метод с одновременным измерением амплитуд и фаз, применяемый как при одноплоскостной, так и при двухплоскостной балансировке с использованием балансировочных станков или без установки роторов на станки.

#### Методы амплитуд

Реализация этих методов требует измерения амплитуд  $S_{a0}$  начальной вибрации при пуске ротора без пробной массы и амплитуд  $S_{ai}$  при пусках с пробными массами, устанавливаемыми в определенных положениях на роторе.

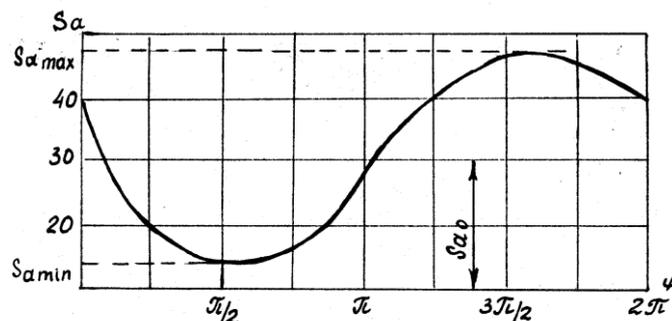


Рис.4.12. Зависимость амплитуды вибрации от угла установки пробного груза

По методу кругового обхода строят зависимость  $S_{ai}$  от положения пробной массы  $m_n$  (рис. 4.12). Корректирующая масса  $m_k$  ставится в положение  $S_{amin}$ .

Величина корректирующей массы определяется по формулам:

$$m_k = m_n \frac{S_{amax} + S_{amin}}{S_{amax} - S_{amin}} \text{ при } S_{ao} = \frac{1}{2}(S_{amax} - S_{amin}) \quad (4.29)$$

или

$$m_k = m_n \frac{S_{amax} - S_{amin}}{S_{amax} + S_{amin}} \text{ при } S_{ao} < \frac{1}{2}(S_{amax} - S_{amin}). \quad (4.30)$$

Измерение дисбаланса таким методом потребует не менее 9 пусков ротора.

Один из вариантов метода амплитуд – метод трех пробных пусков заключается в измерении амплитуд  $S_{ao}$ ,  $S_{a1}$ ,  $S_{a2}$  и  $S_{a3}$  (с пробной массой  $m_n$ , переставляемой последовательно под углом  $120^\circ$ ) и  $S_{a\delta}$  при четвертом пуске с пробной массой  $m_\delta < m_n$ , установленной в найденной плоскости дисбаланса  $OO_1$  (рис. 4.13) на стороне «легкого места» ротора. По величинам  $S_{a1}$ ,  $S_{a2}$ ,  $S_{a3}$  в полярных координатах с началом  $O$  строят треугольник  $ABC$ , для которого находят центр описанной окружности  $O_1$ . Отрезок  $OO_1$  лежит в плоскости дисбаланса. «Легкое место» расположено со стороны точки  $O$ .  
Корректирующая масса

$$m_k = m_\delta S_{ao} / (S_{ao} - S_{a\delta}). \quad (4.31)$$

При измерении дисбалансов методом двух пробных пусков определяются амплитуды  $S_{ao}$ ,  $S_{a1}$  и  $S_{a2}$  для двух положений пробной массы  $m_n$ , расположенной под углом  $180^\circ$ . Затем строят треугольник  $ABC$  (рис. 4.14), длины которого  $AC = 2S_{ao}$ ,  $AB = S_{a1}$ ,  $BC = S_{a2}$ .

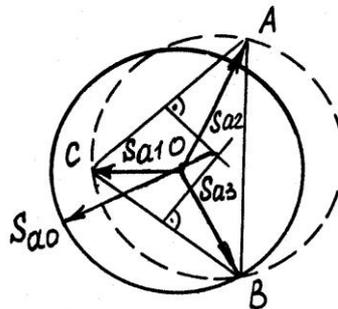


Рис. 4.13. Схема балансировки по методу трех пусков

Длина медианы  $BO$  равна амплитуде колебаний, вызванных пробной массой, т.е. пропорциональна величине  $m_n$ .  
Корректирующая масса

$$m_k = m_n S_{ao} / BO. \quad (4.32)$$

Положение корректирующей массы определяется контрольной установкой  $m$  на один из углов  $\delta$  или  $\delta'$ .

Использование метода фаз для измерения дисбалансов требует нахождения положений бьющих точек при начальном и пробных пусках для разных положений пробной массы.

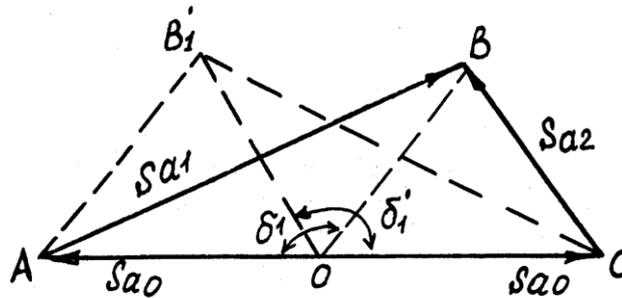


Рис.4.14. Схема определения дисбаланса методом двух пусков

Метод двух пусков с перестановкой пробной массы под углом  $180^\circ$  состоит в определении углов сдвига фаз  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  по сравнению с начальным пуском.

### Метод фаз

Первое положение пробной массы расположено под углом  $\alpha$  к положению бьющей точки. На окружности с центром  $O$  (рис. 4.15) отмечают положение пробных масс  $m_{n1}$  и  $m_{n2}$  бьющих точек  $S_{a0}$ ,  $S_{a1}$  и  $S_{a2}$ , соответствующих колебаниям при начальном и пробных пусках, и проводят прямые  $OS_{a0}$ ,  $OS_{a1}$  и  $OS_{a2}$ . После этого подбирают секущую  $a_1a_2$  так, чтобы она разделилась прямой  $OS_{a0}$  пополам. Отрезки  $a_0a_1$  и  $a_0a_2$  соответствуют векторам пробных масс, а  $Oa_0$  – вектору дисбаланса. Угол  $\delta$  определяет место корректирующей массы

$$m_k = m_n Oa_0 / a_0 a_1. \quad (4.33)$$

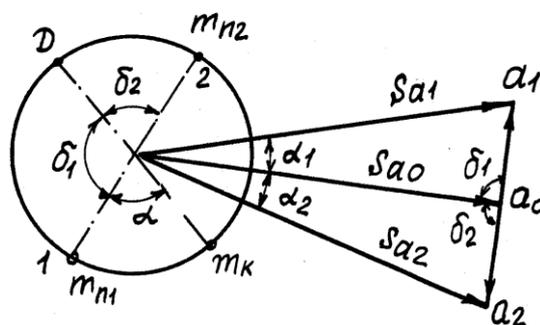


Рис.4.15. Определение дисбаланса по методу двух фаз

Существует также метод трех пусков с перестановкой пробной массы под углом  $120^\circ$ .

### **Метод одновременного измерения амплитуд и фаз вибрации**

Измерение по этому методу требует проведения двух пусков: с начальным дисбалансом и с пробной массой  $m_n$ , при которых измеряют амплитуды  $S_{ao}$  и  $S_{a1}$  и относительное изменение угла сдвига фазы колебаний  $\alpha$ . По этим данным строят векторный треугольник вибраций, из которого находят амплитуду  $S_{a1}$ , соответствующую вибрации от действия одной массы  $m_n$ .

Корректирующая масса

$$m_k = m_n S_{ao} / S_{a1}, \quad (4.34)$$

а угол  $\beta$  между векторами  $S_{ao}$  и  $S_{a1}$  определяет место ее установки относительно пробной массы.

### **Двухплоскостная балансировка**

При двухплоскостной балансировке ротора предполагают, что система позволяет использовать принцип суперпозиции и выражать векторы колебаний опор  $A_o$  и  $B_o$ , вызванных дисбалансами  $D_I$  и  $D_{II}$  в выбранных плоскостях коррекции I и II, уравнениями:

$$\bar{A}_o = \bar{a}_{a1} \bar{D}_I + \bar{a}_{a2} \bar{D}_{II}; \quad \bar{B}_o = \bar{a}_{b1} \bar{D}_I + \bar{a}_{b2} \bar{D}_{II}, \quad (4.35)$$

где  $\bar{a}_{a1}, \bar{a}_{a2}$  и  $\bar{a}_{b1}, \bar{a}_{b2}$  - коэффициенты влияния, которые представляют собой векторы колебаний опор  $a$  и  $b$ , вызванных единичными пробными массами  $m_{n1}; m_{n2}$  в плоскостях I или II, и зависят от частоты вращения.

Измерения дисбалансов при двухплоскостной балансировке могут быть выполнены с использованием единичных или групповых пробных масс.

Балансировка методом единичных масс проводится при трех пусках: одном начальном и двух с пробными массами  $m_{n1}$  и  $m_{n2}$ , установленными последовательно в плоскостях I и II. Измерения осуществляются на одной частоте вращения. При пусках измеряют амплитуды и фазы колебаний опор:  $A_o, B_o, \varphi_{ao}, \varphi_{bo}, A_1, B_1, \varphi_{a1}, \varphi_{b1}, A_2, B_2, \varphi_{a2}, \varphi_{b2}$ . По измеренным величинам определяют коэффициенты влияния:

$$\begin{aligned} \bar{a}_{a1} &= (\bar{A}_1 - \bar{A}_o) / r_{n1} m_{n1}; \quad \bar{a}_{b1} = (\bar{B}_1 - \bar{B}_o) / r_{n1} m_{n1}; \\ \bar{a}_{a2} &= (\bar{A}_2 - \bar{A}_o) / r_{n2} m_{n2}; \quad \bar{a}_{b2} = (\bar{B}_2 - \bar{B}_o) / r_{n2} m_{n2}. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Корректирующие массы определяются из решения системы уравнений:

$$\begin{aligned} m_{k1} r_{k1} &= m_{n1} r_{n1} (A_o - a_{11} B_o) / (I - a_1 a_{11}) a_{11} a_{a1}; \\ m_{k2} r_{k2} &= m_{n2} r_{n2} (B_o - a_1 A_o) / (I - a_1 a_{11}) a_{11} a_{b1}, \end{aligned} \quad (4.37)$$

где  $r_{n1}, r_{n2}, r_{k1}, r_{k2}$  - радиусы установки соответственно пробных и корректирующих грузов.

Метод групповых масс заключается в том, что при балансировке оперируют одновременно двумя пробными массами: основной, устанавливаемой в ближней к рассматриваемой опоре плоскости коррекции и дополнительной, устанавливаемой в другой плоскости для компенсации действия основной массы на удаленную опору.

Для симметричных жестких роторов, имеющих изотропные опоры, применяются двухплоскостная балансировка с отдельной компенсацией статической и моментной неуравновешенностей. Сначала устанавливают равные пробные массы симметрично в обе плоскости исправления и выявляют корректирующие массы, устраняющие статические дисбалансы. Затем путем кососимметричной установки равных пробных масс выявляют корректирующие массы, устраняющие моментные дисбалансы. Корректирующие массы в каждой плоскости коррекции складывают, получая по одной массе в каждой плоскости.

### ***Особенности балансировки гибких роторов***

Применяются следующие методы балансировки гибких валов. По первому методу балансировка производится в три этапа:

проводится балансировка вала на низких частотах вращения с использованием двух плоскостей коррекции около опор;

определяется неуравновешенность вала на максимальных рабочих частотах вращения в трех плоскостях коррекции: у опор и в середине пролета вала;

устанавливается уравнивающий груз внутрь рубашки вала в середине его пролета.

Недостаток метода — трудность закрепления груза в середине пролета вала внутри рубашки и ослабление сечения рубашки вала шпилькой, крепящей груз.

Порядок балансировки по второму методу, разработанному ЦНИИ-Буммашем:

проводится предварительная балансировка вала с использованием двух плоскостей коррекции около опор;

определяется динамический прогиб вала в середине пролета на максимальной рабочей частоте вращения;

ось вала смещается на рассчитанное значение эксцентриситета в сторону, противоположную вектору дисбаланса, проводится перешлифовка вала, при которой снимается масса с "тяжелой" стороны вала;

производится окончательная балансировка вала с установкой грузов в плоскостях коррекции у опор.

По обоим методам при балансировке требуется выполнение нескольких пусков станка.

### ***Технологические способы уменьшения неуравновешенности роторов***

Уравновешивают роторы различными методами. Существует два принципиально различных подхода. В первом случае к оси ротора приводится главная центральная ось инерции ротора путем присоединения масс к ротору, удаления или перераспределения масс. Во втором случае ось вращения приводится к главной оси инерции, т.е. ось цапф совмещается с главной центральной осью инерции ротора.

Уравновешивание смещением оси вращения ротора обеспечивается эксцентричной перешлифовкой посадочных мест цапф вала. Однако, такой способ уравновешивания должен быть предусмотрен еще на стадии проектирования.

Уравновешивание увеличением массы ротора производится механическими или различными электрофизическими способами. К механическим способам относятся приклеивание, приклепывание, заклинивание, смена грузов, подбираемых по массе. Достоинством этих способов является присоединение корректирующих грузиков при неограниченной величине массы. Недостаток — необходимость предварительной подготовки поверхности для установки корректирующих масс. Приваривание также допускает присоединение значительных корректирующих масс.

Уравновешивание удалением материала ротора с "тяжелой стороны" механическими способами является наиболее производительным. К этим способам относятся точение, фрезерование, сверление, шлифование, шабрение.

### **4.8. Станки для динамической балансировки роторов**

Существует множество конструктивных решений станков для динамической балансировки роторов их можно классифицировать по следующим признакам:

- по режиму работы – дорезонансные и зарезонансные;
- по виду привода балансируемого ротора – с приводным валом и с приводным ремнем;
- по оснащенности средствами устранения дисбаланса – станки со средствами коррекции масс и станки измерительные;
- по уровню автоматизации – станки с ручным управлением и неавтоматизированным расчетом корректирующих масс, полуавтоматические станки с компьютерным определением требуемых корректирующих масс, автоматические станки.

Кинематические схемы балансировочных станков различного типа приведены в [31]. Широкое применение получили станки, в которых ко-

нечная масса ротора  $m_p$  опирается через подшипники на бесконечно большую массу станка. Неуравновешенность определяется путем измерения динамических реакций опор  $R_A$  и  $R_B$  (рис.4.16).

В машинах с фиксированной осью колебаний (рис. 4.17) основаны на поочередном определении неуравновешенности в двух выбранных плоскостях балансировки. Для этого каждая из плоскостей поочередно совмещается с осью колебаний рамы.

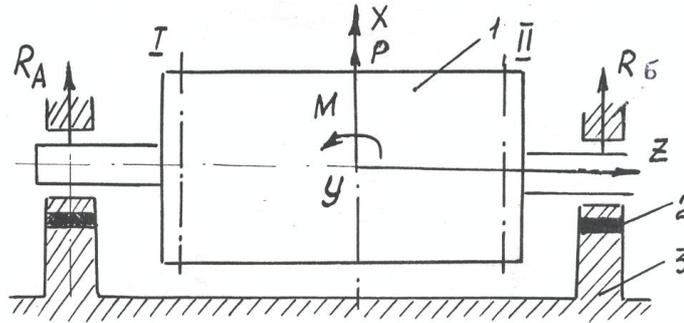


Рис.4.16. Механическая система с неподвижной осью вращения ротора: 1 – ротор; 2 – датчик вращения; 3 – основание

Наиболее широкое распространение для балансировки роторов в серийном производстве получили балансировочные станки зарезонансного типа (рис. 4.18).

На этих станках можно выполнять двухплоскостную балансировку роторов по колебаниям двух опор, не прибегая к перенастройке механической части станка. В зарезонансных станках ротор опирается на маятниковые опоры, имеющие в вертикальном направлении значительно большую жесткость, чем в горизонтальном.

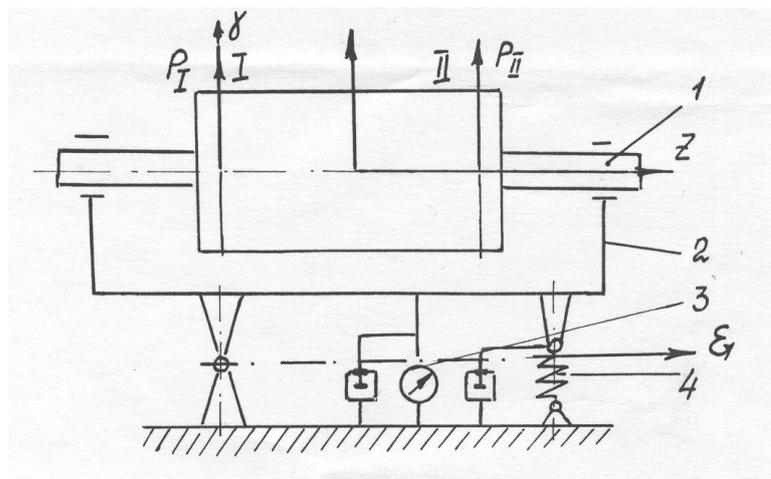


Рис.4.17. Механическая система с фиксированной осью колебаний платформы: 1 – ротор; 2 – рама; 3 – датчик с демпфированием; 4 – упругий элемент с демпфированием

При малых колебаниях опор их можно считать линейными и происходящими в горизонтальной плоскости. Горизонтальные составляющие сложной вибрации могут быть значительно ослаблены за счет подбора собственной частоты колебаний ротора с опорами, а вертикальные колебания не влияют на измерение дисбалансов. По такому принципу работают станки МС-20, МС-909 Минского станкостроительного завода, станки фирмы Schenk (Германия) и балансировочные станки фирмы «Диамех» (Москва).

Для динамической балансировки сушильных цилиндров, прессовых и каландровых валов используется станок МС-20 с колебательной системой на подвижных опорах. Цилиндры устанавливаются цапфами на люнеты или на подшипники скольжения, подвески, стойки станка и уравниваются в двух плоскостях коррекции.

Некоторые предприятия изготавливают упрощенные балансировочные станки. На Кондопожском ЦБК изготовлен станок БС-10 для динамической балансировки валов с массой 1000-20000 кг диаметром до 1800 мм длиной 3000-9000 мм при скорости вращения 100 - 1400 об/мин. Стенд для балансировки валов диаметром 250-1500 мм на базе станины токарного станка изготовлен на Соликамском ЦБК.

В настоящее время в промышленности, на транспорте, в энергетике широкое распространение получают балансировочные станки резонансного типа серии ВМ, разработанные фирмой «Диамех» (Москва). Фирма выпускает серию станков, охватывающих весь диапазон балансировочных роторов по массе от нескольких десятков грамм до 90 т. Основные динамические характеристики этих станков приведены в табл.4.6.

Балансировочные станки серии ВМ имеют следующие характерные особенности:

- высокую точность балансировки;
- податливую опорную систему с низкой собственной частотой, имеющую линейную чувствительность во всем диапазоне скоростей балансировки и остаточной неуравновешенностью;
- широкий диапазон масс уравниваемых роторов при сохранении точности балансировки;
- возможность установки станка на обычный пол в цеху, без специального фундамента и виброизоляции, легкая перевозка станка к объекту балансировки;
- возможность балансировки роторов любой конфигурации;
- самоустанавливающиеся роликовые опоры исключают необходимость тщательной центровки, предотвращают накатку опорных поверхностей роторов;
- автоматизированный или ручной процесс измерения и расчета корректирующих масс, хранение информации о конфигурации роторов с распечаткой протоколов балансировок;

отсутствие необходимости периодической калибровки и поверки измерительной системы;

точное определение углового положения ротора;

простоту запуска, эксплуатации и обслуживания станка;

низкую стоимость станка по сравнению с зарубежными аналогами (в 2 – 3 раза дешевле) и короткий срок окупаемости (6 – 12 мес.);

хорошо налаженную поставщиком систему сервисного обслуживания станков и снабжения запасными частями;

возможность балансировки консольных роторов;

балансировку роторов в собственных подшипниках;

возможность получения транспортабельного, на специальном автоприцепе или в специальном контейнере, варианта для осуществления концепции «Станок к Ротору».

Рассмотрим назначение различных моделей станков серии ВМ, рекомендуемое фирмой «Диамех».

**ВМ 010.** Легкий компактный станок комплектуется измерительным блоком «Морион», может быть установлен на рабочем столе, удобен для уравнивания якорей небольших электродвигателей в серийном производстве или при ремонте различного электроинструмента, роторов турбонаддува современных автомобильных двигателей и других малых роторов.

**ВМ 300.** При помощи этого станка можно отбалансировать практически все вспомогательное оборудование, имеющееся на предприятиях. Станок пригоден для балансировки роторов деревообрабатывающих станков.

**ВМ 1000.** Модель станка популярна на ремонтных базах предприятий.

**ВМ 3000.** Наиболее распространенная модель из станков серии ВМ. Станки этой модели эксплуатируются на предприятиях газовой, нефтяной, нефтехимической отраслей промышленности, а также на электростанциях и машиностроительных предприятиях, пригодны для использования в целлюлозно-бумажной и деревообрабатывающей промышленности.

**ВМ 8000.** В основном эта модель станка используется на электростанциях, в атомной энергетике, газовой и химической отраслях промышленности.

**ВМ 20000.** Данная модель станка разработана для уравнивания роторов в корпусах собственных подшипников бумагоделательных машин, а также для уравнивания турбогенераторов малой и средней мощности.

**ВМ 36000.** Станок был специально спроектирован для тяжелых роторов паровых турбин и электрогенераторов.

**ВМ 90000.** Станки этой модели применяются для уравнивания роторов крупных энергетических установок.

Общий вид станка модели ВМ показан на рис.4.18.

Станки серии ВМ состоят из трех основных блоков: механической части, шкафа управления электроприводом и измерительного блока «Сапфир».

Механическая часть станка, на которой осуществляется, балансировка ротора: основание станка, на котором смонтированы две подвижные опоры, два укладчика и электродвигатель ременного привода, устанавливается на любой жесткий пол без дополнительного фундамента. Вибрация рядом стоящего оборудования не влияет на точность уравнивания. Горизонтальность установки основания регулируется с помощью винтов.

Укладчики ротора служат для предупреждения повреждений роликовых опор станка при укладке ротора на станок. Для этого ротор сначала укладывается на два укладчика, которые предварительно должны быть установлены выше опорных роликов. Высота укладчиков регулируется с помощью штурвалов. Затем опоры станка подводятся под опорные шейки, и ротор штурвалами укладчиков плавно укладывается на ролики. Ротор раскручивается электродвигателем постоянного тока с помощью ремня, что обеспечивает универсальность станка и исключает погрешность на балансировочной частоте вращения, вносимую карданным приводом.

Таблица 4.6

Технические характеристики балансировочных станков серии ВМ

Характеристики станка	Модели								
	Единицы измерения	ВМ010	ВМ300	ВМ1000	ВМ3000	ВМ8000	ВМ20000	ВМ36000	ВМ90000
Максимальная масса	кг	8	300	1000	3000	8000	20000	40000	90000
Минимальная масса	кг	0.03	3	10	30	80	1000	7000	10000
Максимальная нагрузка на 1 опору	кг	1.6	160	600	1600	4150	12000	22000	46000
Максимальный диаметр ротора	мм	170	1200	1500	2300	2500	2500	4000	4000
Максимальный диаметр над ременным приводом	мм	90	800	1250	1900	2100	1800	-	-
Расстояние между серединами опор	мм	380	1400	2500	2750	5600	12000	8500	12000
	мм	40	220	230	350	380	1000	900	1500
Диаметр шеек ротора	мм	4-60	12-230	15-280	20-380	25-420	90-350	50-500	150-530
Привод стандартной комплектации	кВт	0.075	1.1	1.1	3.5	15	20	35	50
Балансировочная скорость (мин. - макс.*)	об/мин.	от 450	от 350	от 300	от 300	от 300	от 200	от 100	от 100
Чувствительность**	г*мм/кг	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.1	0.4

Длина основания	мм	600	1600	2700	3000	6000	14000	12000	17000
Ширина станка	мм	320	950	1700	1900	1800	3300	2800	2800
Тип привода		пассик	ремень	ремень	ремень	ремень		ремень кардан	
Высота станка до оси ротора максимального диаметра (приблизительно)	мм	300	1050	1300	1400	1500	1850	2200	2300
Тип опор	Призмы, роликовый блок, собственные подшипники								
Приборное оснащение	Измерительный блок Сапфир								
Требования к фундаменту	Обычный жесткий пол в цеху – специальное бетонное или стальное основание – НЕ ТРЕБУЕТСЯ								
Масса станка	кг	30	400	1000	2000	3000	8500	16000	20000



Рис.4.18. Балансировочный станок BM 8000

Натяжение ремня регулируется с помощью специального устройства. Осевое положение ротора при балансировке фиксируется одним из двух упоров. Две шарнирные опоры обеспечивают низкую собственную частоту станка и его зарезонансный принцип, что позволяет осуществлять уравнивание с высокой точностью на сравнительно низких частотах вращения. Роликовый блок установлен на верхней подвижной крышке шарнирной опоры и имеет три степени свободы. За счет этого каждая пара роликов всегда плотно прилегает к шейке ротора по образующей цилиндрической поверхности, что исключает появление высоких контактных напряжений, вызывающих либо наклеп шейки, либо выкрашивание роликов.

С целью предупреждения появления опрокидывающего эффекта при балансировке роторов консольного типа применяется дополнительная роликовая опора, которая устанавливается сверху шейки ротора.

При балансировке ротора контролируется амплитуда вибросмещения опор станка в горизонтальном направлении, перпендикулярном оси станка.

В этом направлении податливость станка максимальна. Датчики вибрации установлены по одному в каждой опоре станка.

Частота вращения и фаза вибрации измеряются с помощью фотоэлектрических датчиков, которые устанавливаются в двух плоскостях коррекции на специальных опорах. Конструкция опоры позволяет регулировать положение электрического фотодатчика по отношению к ротору. Датчик реагирует на светоотражающую или поглощающую метку, наклеенную на поверхность ротора.

Во время балансировки в измерительном блоке «Сапфир» производится расчет корректирующих масс по двум плоскостям коррекции и углов их установки (или снятия металла в плоскостях коррекции). Кроме того, рассчитываются коэффициенты влияния и смещение линий центров масс ротора относительно оси вращения.

Величина смещения в микронах, умноженная на массу ротора в кг, равна суммарному дисбалансу ротора в г мм. Установленные данные роторов, коэффициенты влияния, чувствительность датчиков могут быть записаны в долговременную память «Сапфира» для хранения или просмотра. Прибор «Сапфир» снабжен портативным печатающим устройством, позволяющим осуществить распечатку данных балансировки на бумаге. Программа «Сапфир» дает возможность векторного сложения и разложения, что удобно при фиксированных местах установки грузов или снятия металла.

Кнопки управления электроприводом находятся на верхней панели шкафа управления. Кроме традиционных кнопок "Пуск" и "Останов" на панели имеется кнопка "Поворот", при нажатии на которую происходит автоматический поворот ротора на требуемый угол. При этом ротор останавливается таким образом, что место установки груза будет находиться напротив фотоэлектрического датчика. Эта операция должна проводиться поочередно для каждой плоскости коррекции.

Балансировка ротора должна продолжаться до тех пор, пока остаточный дисбаланс ротора не окажется в допуске. Допуск на каждый тип роторов определяется требованиями технической документации или стандартами. Как правило, требуется 3-5 пусков станка при неизвестных коэффициентах влияния. В том случае, если коэффициенты влияния данного ротора уже занесены в память «Сапфира», то балансировку можно провести за 1-2 пуска.

Точность балансировки не зависит от частоты вращения балансируемого ротора. Минимально остаточная удельная неуравновешенность составляет примерно  $0,1 \text{ г мм кг}^{-1}$  для ротора любой массы. Уровень начальной неуравновешенности ротора не ограничивается.

#### 4.9. Балансировка роторов на машине

При эксплуатации оборудования роторы во многих случаях целесообразно балансировать непосредственно на машине. Балансировка однороторных машин принципиально не отличается от балансировки роторов на дорезонансных стендах.

Для многороторных машин, например бумагоделательных, возможны следующие варианты определения дисбалансов валов:

- при пуске каждого вала в отдельности при неработающей машине;
- в процессе эксплуатации машины или при пуске всей машины или отдельной секции без предварительной подготовки вала для балансировки;
- при пуске отдельного вала или отдельной секции во время останова машины с предварительной подготовкой вала, например, снятие сукна, постановка опор на упругие элементы и т.п.

Метод балансировки по первому варианту принципиально не отличается от методов балансировки роторов однороторных машин. Разгон валов может осуществляться собственным приводом или специальным разгонным устройством.

Для балансировки сушильных цилиндров по первому варианту необходимо снятие паразитных зубчатых колес, связанных с зубчатым колесом балансируемого цилиндра.

При балансировке по второму варианту возникает принципиальное затруднение в выделении сигнала от неуравновешенности балансируемого вала от сигналов, накладываемых от неуравновешенности смежных валов и других источников. Если диаметр балансируемого вала не равен диаметрам смежных валов, то балансировка этого вала возможна при "острой" настройке измерительной аппаратуры на частоту вращения вала. Если же диаметры смежных валов равны диаметру балансируемого вала, то определить дисбаланс вала по второму варианту балансировки принципиально невозможно.

При третьем варианте балансировки для предотвращения влияния на балансируемый вал вибрации, возбуждаемой смежными валами, его на момент балансировки следует виброизолировать на машине. Балансировку в этом случае можно производить по первому варианту.

Для балансировки роторов на месте установки наиболее приемлема балансировка с одновременным измерением амплитуд и фаз вибрации. Одноплоскостная балансировка роторов может производиться по следующей технологии:

убираются кинематические связи балансируемого и смежных роторов (снимается сукно или сетка, паразитные зубчатые колеса привода сушильных цилиндров и др.);

на корпусе одного из подшипников устанавливается вибропреобразователь с вертикальной и горизонтальной ориентациями (выбирается на-

правление с наибольшей упругой податливостью), на ротор устанавливается указатель положения;

ротор собственным приводом или специальным разгонным устройством разгоняется до рабочей скорости, измеряются амплитуда и фаза колебаний;

на ротор в противофазе с начальным дисбалансом в плоскости исправления устанавливается пробный груз;

ротор разгоняется до рабочей скорости, измеряется амплитуда и фазы колебаний корпуса подшипника при той же установке вибропреобразователя;

определяется дисбаланс корректирующей массы, с вала снимается пробный груз и устанавливается корректирующая масса;

процесс балансировки повторяется для другой плоскости исправления.

Дисбаланс пробного груза принимается для конкретных валов в 1,5-2,5 раза больше дисбалансов, определенных по требуемым классам точности балансировки роторов. В то же время центробежная сила от пробного груза не должна превышать 20% силы тяжести ротора, приходящейся на ближайшую опору.

Дисбаланс пробного груза  $D_2$ , кг мм, должен находиться в следующем интервале:

$$D_2 = m_2 r_2 = (1,5 - 2,5) m_o [e\omega] / \omega; \quad D_2 \leq 0,2 m_o g / \omega^2, \quad (4.38)$$

где  $m_2$  – масса пробного груза, кг;

$r_2$  – расстояние от центра массы пробного груза до оси вращения ротора, мм;

$m_o$  – масса ротора отнесенная к наиболее нагруженной опоре, кг;

$[e\omega]$  – величина, характеризующая степень точности балансировки, определяемая по табл. 4.2 и 4.3, мм рад/с;

$\omega$  – частота вращения ротора при балансировке, рад/с ;

$g$  – ускорение свободного падения,  $g = 9800$  мм/с<sup>2</sup>.

Дисбаланс корректирующей массы определяется следующим образом. По записи виброперемещений (рис.4.19,а) определяется амплитуда  $S_a$  и фаза  $\varphi$  относительно отметки положений ротора. Пусть  $S_{a1}$  – вектор виброперемещения на пробном грузе, установленном в противофазе с начальным дисбалансом. Требуемый дисбаланс массы  $D_k$  определяется по формуле

$$D_k = D_2 S_a / (S_a \pm S_{a1}). \quad (4.39)$$

Знак « – » для случая, когда векторы  $S_a$  и  $S_{a1}$  совпадают по фазе, знак «+» - находятся в противофазе (на рис. 4.19,б показано пунктиром).

Если пробный груз окажется установленным под произвольным углом  $\alpha$  относительно отметки положения ротора, то производят векторное построение (рис. 4.19,в), из которого по значениям  $S_w$ ,  $S_{a1}$ ,  $\varphi$ ,  $\varphi_1$ ,  $\alpha$  находят  $S_{a2}$  и по нему определяют дисбаланс корректирующего грузика по формуле

$$D_K = D_2 S_a / S_{a2}. \quad (4.40)$$

После установки балансировочных грузов в обеих плоскостях коррекции производится контрольный пуск вала. Количество пусков вала при балансировке можно сократить с 5 до 3, если процесс балансировки производить одновременно с лицевой и приводной сторон вала с одновременной записью колебаний лицевой и приводной опор.

При рассмотренной технологии балансировки не учитывается взаимное влияние корректирующих масс в обеих плоскостях коррекции. Но это влияние для валов бумагоделательных машин не превышает 10%, что ниже точности измерения дисбаланса роторов по колебаниям опор, не превышающей  $\pm 25\%$ .

В тех случаях, когда опоры роторов жесткие, а подшипники имеют повышенные радиальные зазоры, балансировка роторов может производиться путем измерения колебаний цапфы ротора относительно корпуса подшипника. Балансировка роторов по относительному смещению цапфы не отличается от балансировки по колебаниям корпуса подшипника. Смещение цапфы относительно корпуса измеряется в горизонтальном направлении на уровне оси ротора. При измерении относительных колебаний цапфы и корпуса подшипника существенное искажение на оборотной частоте вносит биение цапфы. Эти биения должны быть устранены при расчете корректирующих масс.

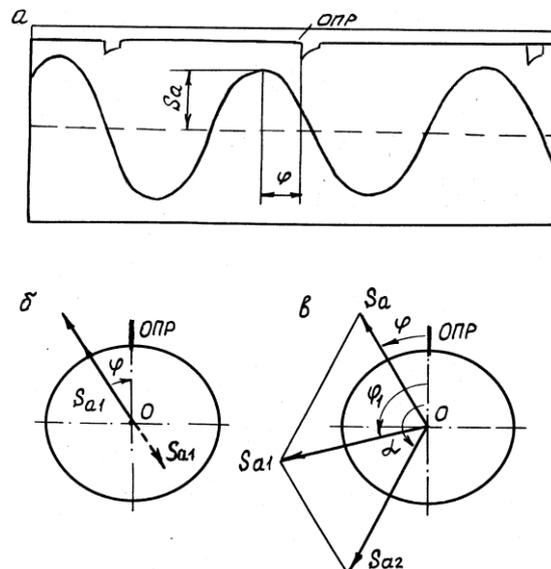


Рис. 4.19. К определению корректирующей массы: а – виброграмма опор; б, в – векторные построения; ОНР – общее положение ротора

Как уже отмечалось, балансировка валов различного диаметра в секции машины производится аналогично балансировке роторов, но при острой настройке аппаратуры на частоту вращения балансируемого вала. Если секция имеет несколько валов одного диаметра, на колебания опоры ба-

лансируемого вала накладываются колебания, передающиеся через станину и фундамент от смежных валов.

Сумма  $n$  гармонических колебаний с одинаковыми частотами будет гармоническим колебанием с той же частотой, т.е.

$$X = S_{a0} \cos(\omega t + \beta_0) + \sum_{i=1}^{n-1} S_{ai} \cos(\omega t + \beta_i) = S_a \cos(\omega t + \beta), \quad (4.41)$$

где  $S_{a0}$ ,  $\beta_0$  - амплитуда виброперемещений и угол сдвига фаз опоры от неуравновешенности собственного вала;

$S_{ai}$ ,  $\beta_i$  - амплитуда виброперемещений и угол сдвига фаз опоры от неуравновешенности  $i$  - го смежного вала;

$S_a$ ,  $\beta$  - суммарная амплитуда и угол фаз колебаний опоры;

$\omega$  - частота вращения балансируемого вала;

$n$  - количество валов одного диаметра в секции.

Суммарная амплитуда виброперемещений  $S_a$  равна геометрической сумме амплитуд виброперемещений от каждого вала. При измерении колебаний прибор регистрирует суммарное гармоническое колебание  $S \cos(\omega t + \delta)$ , для определения дисбаланса вала необходимо иметь гармоническое колебание  $S_{a0} \cos(\omega t + \delta)$ . Выделить же из суммарного гармонического колебания составляющую с той же частотой без отдельного пуска каждого вала в отдельности принципиально невозможно.

Следует отметить, что для уменьшения колебаний станин сушильных частей можно использовать способ групповой балансировки нескольких сушильных цилиндров верхнего ряда. При этом нагрузки на подшипники балансируемых валов могут увеличиться. Ясно, что этот способ уменьшения колебаний пригоден только для валов со стационарной кинематической связью, например, сушильных цилиндров, связанных паразитным приводом.

#### 4.10. Автоматическая балансировка роторов

Под автоматической балансировкой понимается автоматизированный технологический процесс совмещения главной центральной оси инерции ротора с осью его вращения. Решается эта задача с помощью автобалансирующих устройств, под которыми понимаются устройства, автоматически компенсирующие изменения дисбаланса ротора в эксплуатационных условиях.

В зависимости от класса автобалансирующих устройств балансировка осуществляется:

за счет внутреннего перераспределения масс. К этому классу относятся также устройства принудительного совмещения оси вращения ротора с его главной центральной осью инерции;

путем добавления к ротору корректирующих масс;

путем удаления с ротора в соответствующем месте корректирующих масс.

В зависимости от характера воздействия на дисбаланс ротора автобалансирующие устройства делятся на два типа:

пассивные — со свободным перемещением корректирующих масс;

активные — с принудительным перемещением, присоединением или удалением корректирующих масс.

Пассивные автобалансирующие устройства — это регуляторы прямого действия, так как в них чувствительный элемент создает усилие, достаточное для балансировки ротора. Регуляторы прямого действия работают благодаря стремлению корректирующих масс участвовать в колебательном движении ротора, занять "наинищее" положение. Вследствие этого они обеспечивают снижение вибрации только гибких роторов, работающих в зарезонансном режиме, поскольку при этом режиме смещение оси ротора происходит в "легкую" сторону. Роторы бумагоделательных машин и деревообрабатывающего оборудования работают преимущественно в дорезонансном режиме и являются жесткими. Смещение оси вала происходит в "тяжелую сторону". Поэтому пассивные автобалансирующие устройства для балансировки роторов бумагоделательных машин и деревообрабатывающего оборудования непригодны. Отметим, что С.Н. Вихаревым разработано несколько автобалансирующих устройств для жестких роторов, принцип действия которых основан на переводе роторов в зарезонансный режим работы путем введения упругих опор в момент балансировки.

Автобалансирующие устройства, работающие по принципу активных регуляторов, могут управляться по методам случайного или направленного поиска положений корректирующих масс. Следящие системы автобалансирующих устройств состоят из чувствительных элементов, блоков усиления и исполнительных механизмов.

Конструкции исполнительных механизмов перемещения корректирующих масс автобалансирующих устройств в каждой плоскости исправления в основном могут быть представлены двумя схемами: с корректирующими массами  $m_1$  и  $m_2$  с регулируемыми углами поворота  $\alpha$  и  $\varphi$  (рис.4.20,б) и с одной корректирующей массой  $m_1$  с регулируемым углом  $\alpha$  и радиусом  $r_1$  (рис. 4.20,а).

Основным достоинством автобалансирующих устройств со следящими системами является то, что они не допускают временного увеличения дисбаланса и обеспечивают направленную балансировку во всем диапазоне рабочих скоростей. Недостатком является то, что вся система устанавливается на роторе, что не во всех случаях возможно, и требуется подача энергии на вращающийся ротор. Усложняется конструкция ротора.

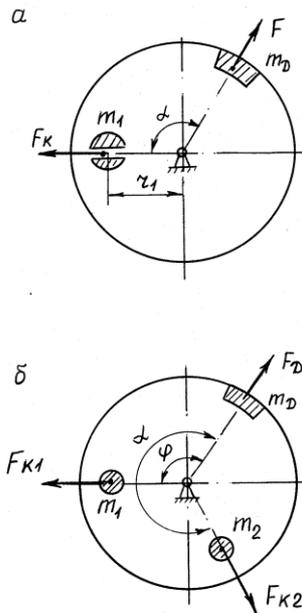


Рис. 4.20. Схемы перемещения корректирующих масс автоматических балансирующих устройств: а – с одной корректирующей массой; б – с двумя корректирующими массами

Автобалансирующие устройства могут быть постоянного действия и устанавливаемые на ротор только на период разовой балансировки для выявления требуемых корректируемых масс или наносящих с помощью физических методов корректирующие массы. Использование автобалансирующих устройств постоянного действия целесообразно в двух случаях:

когда в процессе эксплуатации возникает существенное технологическое изменение дисбаланса, например в центрифугах, или ускоренный повышенный износ ротора, значительно увеличивающий дисбаланс, что приводит к ухудшению технологического процесса или к недопустимым колебаниям;

когда остановка машины для балансировки ротора ведет к значительным затратам или практически исключена при определенных условиях.

Для роторов бумагоделательного оборудования дисбаланс вала, возникающий в процессе эксплуатации, нарабатывается медленно. Поэтому не рекомендуется использовать автобалансирующие устройства постоянного действия, удорожающие роторы и усложняющие их эксплуатацию. Исключение могут составлять лишь тамбурные валы накатов, дисбаланс которых постоянно изменяется при намотке бумаги, а также роторы оборудования с часто сменными деталями, например, ножами рубительных машин, деревообрабатывающих станков.

Использование автобалансирующих устройств, ускоряющих процесс балансировки валов на машине, может оказаться конкурентоспособным ранее рассмотренным обычным методам балансировки. Необходим поиск принципиальных и конструктивных решений в этом направлении.

## 5. ВИБРОИЗОЛЯЦИЯ, ВИБРОДЕМПФИРОВАНИЕ, ДИНАМИЧЕСКОЕ ВИБРОГАШЕНИЕ И ДРУГИЕ МЕТОДЫ ВИБРОЗАЩИТЫ

---

Наиболее эффективные методы виброзащиты машин, оборудования и сооружений – конструктивные, обеспечивающие виброзащиту без применения специальных средств. Конструктивные методы виброзащиты заключаются в выборе массово-жесткостных характеристик конструктивных элементов, при которых параметры вибрации составных частей оборудования не превышают допустимых значений. При проектировании выбор указанных характеристик обосновывается расчетом оборудования и поддерживающих конструкций на вынужденные колебания.

В некоторых машинах и сооружениях вывод конструкций из резонанса принципиально невозможен, например, при переходном режиме работы машин, при случайном характере возбуждающих колебания сил в большом диапазоне частот. Кроме того, вибрация при ударных воздействиях и автофрикционные колебания преобладают на собственных частотах колебаний конструкций. Сейсмические воздействия при взрывах, землетрясениях имеют импульсный характер и возбуждают вибрацию конструкций также на собственных частотах. Таким образом, виброзащита оборудования при динамических и сейсмических воздействиях представляется, прежде всего, как предотвращение резонансов при проектировании оборудования и уменьшение резонансных колебаний и колебаний на собственных частотах при эксплуатации оборудования.

В разделе рассматриваются способы предотвращения или уменьшения резонансной вибрации, в частности вибродемпфирование, а также специальные методы виброзащиты: виброизоляция и динамическое виброгашение.

### 5.1. Способы предотвращения резонансной вибрации при проектировании конструкций и вывода их из резонанса при эксплуатации

Для предотвращения резонансной вибрации конструкций машин, оборудования и сооружений рекомендуется [25] частотное отношение  $\eta$ , определяемое по формуле (3.15), применять в пределах  $0,7 \geq \eta \geq 1,3$ . В соответствии с зависимостью (3.8) частотные отношения зависят от частоты динамических воздействий  $\omega$ , массы  $m$  и коэффициента жесткости  $C$

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\omega\sqrt{m}}{\sqrt{C}} . \quad (5.1)$$

Следовательно, для предотвращения резонанса при проектировании конструкций и вывода конструкции из резонанса при эксплуатации можно

оперировать только этими тремя параметрами. Причем для жестких конструкций ( $\eta < 1,0$ ;  $\omega < \omega_0$ ) следует уменьшать частотное отношение путем уменьшения  $\omega$  и  $m$  и увеличения  $C$ . Для гибких конструкций ( $\eta > 1,0$ ;  $\omega > \omega_0$ ) - увеличивать частотное отношение путем увеличения  $\omega$  и  $m$  и снижения  $C$ . При эксплуатации оборудования варьирование частотой  $\omega$ , зависящей от рабочей скорости машины, проблематично. Увеличение скорости машины вызывает возрастание динамических нагрузок, на которые машина может быть не рассчитана. Уменьшение же рабочей скорости снизит производительность машины. Уменьшение массы машины невозможно, а ее увеличение реализуется обычно путем увеличения массы фундамента или другой поддерживающей конструкции. Наиболее доступно и реализуемо изменение коэффициента жесткости конструкции: увеличение - для жестких, уменьшение - для гибких конструкций.

При проектировании машин, оборудования и сооружений точное определение их собственных частот зачастую невозможно. Многие машинные агрегаты работают в большом диапазоне скоростей. В этих случаях обеспечить требуемое  $\eta$  при традиционных решениях не представляется возможным. Отстройку от резонанса можно производить введением конструктивных элементов с регулируемой жесткостью. Динамическая модель одномассовой конструкции с регулируемой жесткостью представлена на рис. 5.1,а, где обозначено:  $m$ - масса конструкции;  $C$  и  $b$  - коэффициенты жесткости и неупругих сопротивлений конструкций;  $C_\delta$  - коэффициент жесткости дополнительного упругого элемента. Собственная частота колебаний массы без дополнительного упругого элемента равна

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m}}, \text{ а с дополнительным упругим элементом - } \omega_{0\delta} = \sqrt{\frac{(C + C_\delta)}{m}}.$$

Отстройка конструкции от резонанса путем введения конструктивных элементов с регулируемой жесткостью является методом управляемой виброзащиты и может быть применена в том случае, когда собственные частоты колебаний конструкции совпадают с частотой возбуждающих колебания сил на скорости машин, равной или меньшей максимальной рабочей скорости. Метод заключается в том, что при скорости машины, соответствующей резонансным колебаниям той или иной составной части, вводится или отключается упругий конструктивный элемент, изменяющий собственную частоту колебаний конструкций и выводящей ее из резонанса.

На рис. 5.1,б приведены амплитудно-частотные характеристики конструкции без дополнительного упругого конструктивного элемента (1) и с ним (2). Соответствующие резонансные скорости машины  $\omega_0$  и  $\omega_{0\delta}$ . Виброзащита заключается в том, что при скорости машины  $\omega < \omega_0$  дополнительный упругий элемент включается, при  $\omega_{0\delta} > \omega > \omega_0$  выключается. Параметры колебаний составной части машины будут соответствовать жирной линии на рис. 5.1, б.

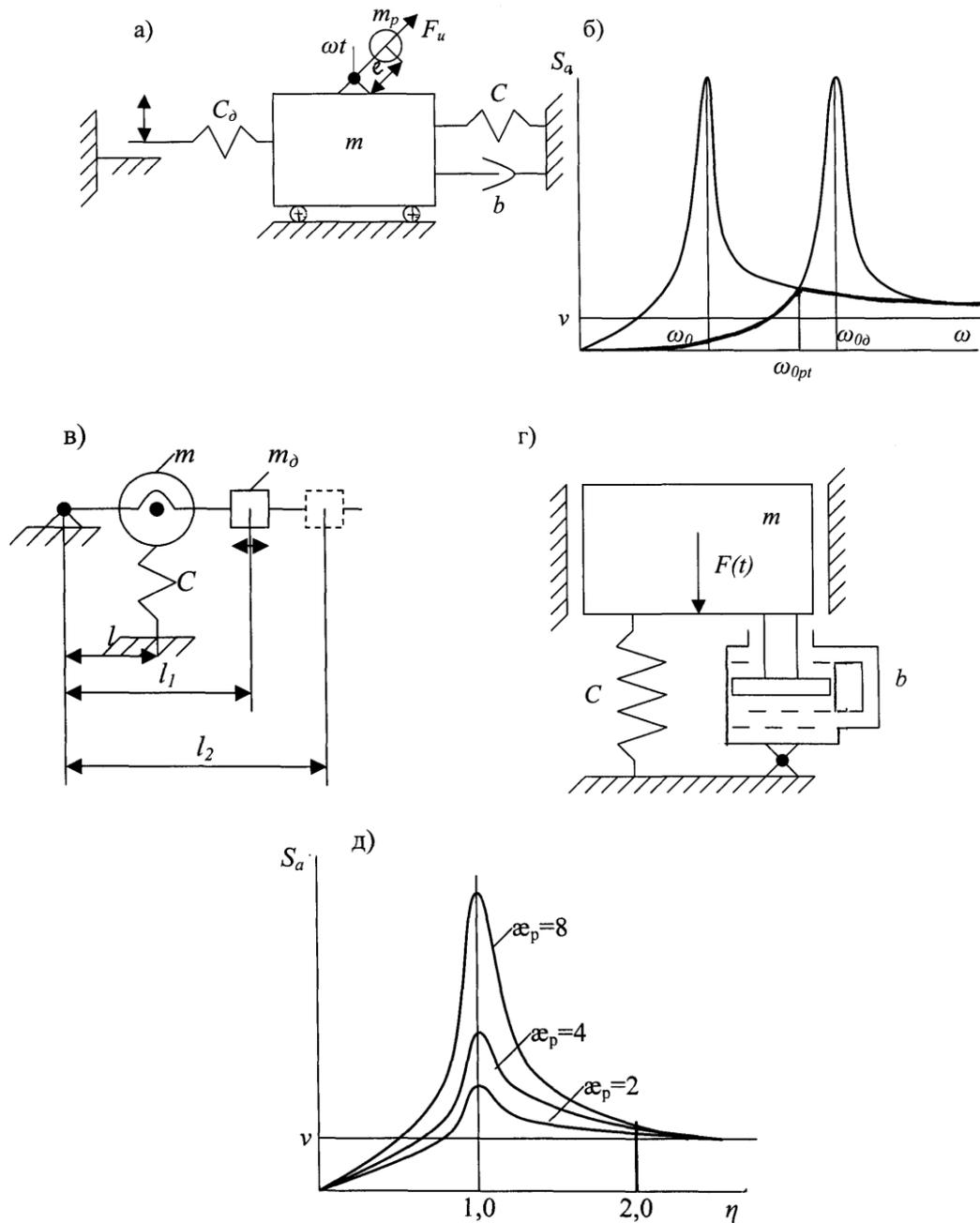


Рис. 5.1. Способы вывода конструкции из резонанса и вибродемпфирование:  
 а) схема одномассовой конструкции с дополнительной жесткостью; б) амплитудно-частотные характеристики одномассовой конструкции без дополнительной жесткости (1) и с дополнительной жесткостью (2); в) схема одномассовой конструкции с дополнительной подвижной массой  $m_\delta$ ; г) схема одномассовой конструкции с гидравлическим демпфером; д) амплитудно-частотные характеристики одномассовой конструкции с гидравлическим демпфером при различных коэффициентах динамического усиления колебаний при резонансе  $\alpha_p$

Резонансные колебания не проявляются. Оптимальное значение угловой скорости динамического воздействия, при котором следует отключать дополнительный упругий элемент определяется по формуле

$$\omega_{opt} = \sqrt{\frac{(\omega_0^2 + \omega_{0d}^2)}{2}}. \quad (5.2)$$

Принципиально возможно применение для регулирования собственной частоты колебаний конструкции дополнительных подвижных масс. Пусть конструкция представляет собой массу  $m$  на рычаге, опирающуюся на пружину с коэффициентом жесткости  $C$  (рис.5.1,в). Дополнительная масса  $m_d$  перемещается по рычагу. В положениях  $l_1$  и  $l_2$  этой массы собственные частоты колебаний конструкции равны:

$$\omega_{01,2}^2 = \frac{C}{m + m_d \left(\frac{l_{1,2}}{l}\right)^2}. \quad (5.3)$$

При сейсмических воздействиях вводятся в конструкцию связи, разрушающиеся при этих воздействиях и изменяющие собственные частоты колебаний конструкции.

Дополнительные упругие связи, подключаемые к колеблющимся конструкциям при помощи фрикционных пневматических зажимов, используются по рекомендации кафедры машин и оборудования ЦБП УГЛТУ для виброзащиты котлов для варки целлюлозы, валов бумагоделательных машин, покрытий и перекрытий промышленных зданий [10].

## 5.2. Вибродемпфирование

Вибродемпфирование заключается во введении в конструкцию материалов, конструктивных элементов и специальных устройств – демпферов, рассеивающих энергию колебаний и существенно уменьшающих интенсивность резонансной вибрации [22,32].

Рассеивание энергии колебаний происходит в каждой вибрирующей конструкции из-за внутреннего трения в материале деформируемых при вибрации деталей, из-за трения на поверхностях контакта деталей (конструкционное демпфирование), из-за распространяющихся волн от вибрирующих элементов по конструкции машины или сооружения и по грунтовому основанию. Рассеивание энергии вибрации происходит в виброизоляторах и динамических гасителях. Но к демпферам относят только те устройства, которые специально предназначены для рассеивания энергии.

Рассеивание энергии в демпферах осуществляется вследствие ударов твердых тел, внешнего трения при относительном скольжении конструктивных элементов, например, между пластинами рессор, внутреннего трения при движении звеньев в упруго-демпфирующей или вязкой среде при протекании жидкости через узкие каналы из одной полости в другую.

Рассеивание (диссипация, демпфирование) вибрации в машинах, оборудовании и сооружениях имеет несколько причин, основными из которых являются:

внутреннее трение в деталях и элементах конструкции при изменении их напряженного состояния (явление гистерезиса);

трение в контактах деталей и конструкций при их относительном перемещении (сухое трение);

жидкостное (гидравлическое) трение, например, в подшипниках жидкостного трения, в гидростатических и гидродинамических направляющих;

излучение энергии в виде волн, распространяющихся от вибрирующего объекта по конструкциям машины или сооружения, по грунтовому основанию.

В реальных конструкциях рассеивание энергии вибрации происходит под воздействием нескольких факторов. В конкретных конструкциях обычно преобладают один-два фактора. Например, при поперечных колебаниях вала или балки на абсолютно жестких шарнирных опорах рассеивание энергии происходит из-за внутреннего трения в материале балки или вала. В конструкции, опирающейся на гидравлический амортизатор, рассеивание энергии колебаний происходит вследствие жидкостного трения, а при опирании на рессоры – сухое трение. При колебаниях массивного фундамента существенно влияние на рассеивание энергии вибрации волновых процессов.

На рассеивание энергии колебаний конструкций влияет множество факторов, учесть которые при расчете на сегодняшний день не представляется возможным, несмотря на громадное количество работ, посвященных исследованию диссипации энергии колебаний, демпфированию, трению в контактах деталей, внутреннему трению в деталях и конструкциях [3].

Предлагается демпфирование, осуществляемое демпферами различных типов, учитывать коэффициентом динамического усиления колебаний при резонансе  $\alpha_p$ . Достоинство этого метода заключается в учете всех видов рассеивания энергии колебаний в конструкции, легкое и понятное определение коэффициента  $\alpha_p$ , возможность накопления его экспериментальных значений для различных конструкций.

Коэффициент динамического усиления колебаний  $\alpha_p$  связан следующими зависимостями с другими параметрами, характеризующими рассеивание энергии колебаний в конструкциях машин, оборудования и сооружений: коэффициентами неупругих сопротивлений  $b$ , демпфирования  $\delta$ , логарифмическим декрементом затухания  $\Lambda$ , модулем затухания  $\phi$ , коэффициентами поглощения энергии колебаний  $\psi$  и потерь  $\gamma$ :

$$\alpha_p = \frac{\pi}{\Lambda} = \frac{2\pi}{\psi} = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{\omega_0 m}{b} = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\phi \omega_0}. \quad (5.4)$$

В настоящее время в различных областях техники, особенно в транспортных машинах, применяются демпферы жидкостного и сухого трения, гидропневматические, пневматические и другого типа. Краткие сведения об этих демпферах приведены в монографии [3]. Здесь лишь отметим, что

гидравлические демпферы основаны на протекании вязкой жидкости через узкие каналы (рис. 5.1, г).

Вибрация одномассовой системы при линейном демпфировании описывается дифференциальным уравнением (3.8), амплитуды виброперемещений определяются по формуле (3.16).

Амплитуда виброперемещений при гармоническом силовом воздействии  $F = F_a \cos \omega t$  определяется по формуле

$$S_a = \frac{F_a}{C} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \eta^2\right)^2 + \frac{\eta^2}{\alpha_p^2}}}, \quad (5.5)$$

где  $C$  - коэффициент жесткости опорной конструкции;

$\eta$  - частотное отношение,  $\eta = \omega/\omega_o$ ,  $\omega_o$  – собственная частота колебаний массы,  $\omega$  - частота возбуждающих колебания сил;

$\alpha_p$  - коэффициент динамического усиления колебаний при резонансе;

$F_a$  – амплитуда гармонической силы.

Если представить, что  $F_a/C = S_{ac}$ , где  $S_{ac}$  – перемещение массы под действием силы с амплитудой  $F_a$ , если бы эта сила действовала статически, то при резонансе, когда  $\eta = 1,0$  ( $\omega = \omega_o$ ), амплитуда резонансной вибрации определилась бы по формуле

$$S_{ap} = S_{ac} \alpha_p. \quad (5.6)$$

Заметим, что в случае возбуждения вибрации центробежными силами инерции неуравновешенных масс ротора, амплитуда резонансной вибрации может быть определена по зависимости

$$S_{ap} = \nu \alpha_p, \quad (5.7)$$

где  $\nu$  - мера уровня возбуждающих вибрацию сил,  $\nu = m_p e/m$ ,  $m_p$  – масса ротора,  $e$  – удельный дисбаланс ротора.

Параметры  $S_{ac}$  и  $\nu$  связаны зависимостью  $S_{ac} = \nu \eta^2$ .

При кинематическом возбуждении вибрации с амплитудой  $S_{ao}$

$$S_{ap} = S_{ao} \alpha_p.$$

Коэффициент динамического усиления колебаний при резонансе связан с коэффициентом неупругих сопротивлений  $b$  зависимостью

$$\alpha_p = \frac{m \omega_o}{b} = \frac{\sqrt{mC}}{b}, \quad (5.8)$$

где  $m$  и  $\omega_o$  – масса и собственная частота колебаний вибрирующей конструкции.

Значение коэффициента неупругих сопротивлений демпфера, при котором  $\alpha_p = 1,0$ , называется критическим  $b_{kp} = \sqrt{mC}$ .

Демпфирующие свойства гидравлического демпфера оцениваются по отношению его коэффициента неупругих сопротивлений  $b$  к критическому

$\beta = b/b_{кр}$ . Это отношение обратно пропорционально коэффициенту динамического усиления колебаний при резонансе

$$\beta = \frac{b}{b_{кр}} = \frac{1}{\alpha p}.$$

Вибродемпфирование понижает коэффициент динамического усиления колебаний при резонансе, поэтому эффективно только для уменьшения резонансной и околорезонансной вибрации, применимо также в сочетании с другими методами виброзащиты, в частности, при виброизоляции и динамическом виброгашении. Вне области резонанса применение вибродемпфирования не приводит к заметному снижению вибрации. Амплитудно-частотные характеристики конструкции с различным демпфированием, характеризуемым коэффициентом динамического усиления колебаний при резонансе, показаны на рис. 5.1, д.

Следует отметить, что с увеличением массы колеблющейся конструкции и коэффициента жесткости их опор, при одном и том же коэффициенте неупругих сопротивлений демпфера эффективность демпфирования понижается. Следовательно, для обеспечения виброзащиты конструкций при увеличении ее массы, собственной частоты колебаний и коэффициента жесткости требуется увеличение коэффициента неупругих сопротивлений демпфера.

Работа, рассеиваемая гидравлическим демпфером за один цикл колебаний определяется по формуле [33]

$$A = \pi b \omega S_a^2. \quad (5.9)$$

Рассмотренный гидравлический демпфер является линейным двухстороннего действия, в котором неупругое сопротивление действует на массу постоянно с величиной, линейно зависящей от виброскорости. На практике могут использоваться также демпферы одностороннего действия и демпферы с нелинейными характеристиками демпфирования.

В демпферах сухого трения колеблющаяся масса связывается с неподвижной опорой параллельно упругим и фрикционным элементом (рис. 5.2, а) или параллельно упругим элементом и сложным упруго-фрикционным элементом, представляющим последовательное соединение дополнительного упругого и фрикционного элементов (рис. 5.2, б). Возможно иное сочетание упругих, фрикционных и гидравлических элементов.

Работа сил трения фрикционного демпфера по схеме (рис. 5.2, а) за период колебаний определяется из выражения

$$A = 4F_o S_a. \quad (5.10)$$

Эквивалентный коэффициент неупругих сопротивлений демпфера сухого трения, определяемый из равенства его работы (5.10) и работы гидравлического демпфера (5.9) за период колебаний равен

$$b_{экр} = \frac{4F_0}{\pi \omega S_a} . \quad (5.11)$$

Эквивалентный коэффициент динамического усиления колебаний при резонансе

$$\alpha_{рэ} = \frac{\pi \omega \sqrt{mC} S_a}{4F_{mp}} . \quad (5.12)$$

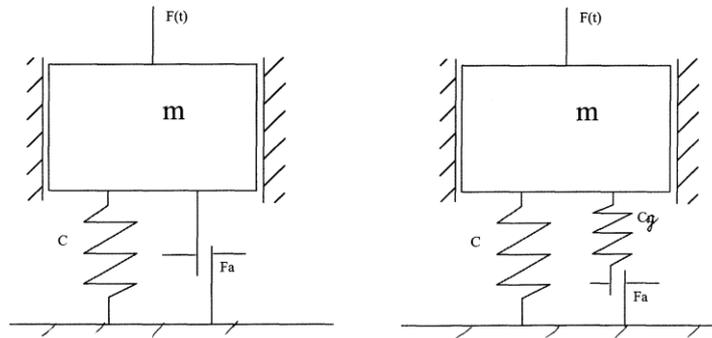


Рис. 5.2. Динамические модели колебаний одномассовой системы с параллельным соединением упругого и фрикционного элементов (а), с дополнительной упругой связью и фрикционным элементом (б)

Демпферы сухого (Кулонового) трения (рис.5.2,б) играют роль одновременно дополнительного упругого элемента и устройства, рассеивающего энергию колебаний за счет сил трения во фрикционном элементе. Демпфер сухого трения подобно дополнительному упругому элементу изменяет собственную частоту колебаний вала и, подобно демпферу жидкостного трения, понижает коэффициент динамического усиления колебаний при резонансе.

Демпферы сухого трения могут быть с пневматическим, гидравлическим, пневмогидравлическим и пружинным зажимом фрикционных элементов. Пневматический мембранный зажим наиболее простой и надежный по конструкции. Выбор пневматического зажима обуславливается наличием в цехах, где устанавливается технологическое оборудование, пневмосетей.

Демпферы сухого трения с пневмозажимом целесообразно использовать в конструкциях, работающих в околорезонансном и резонансном режиме, а также как устройство, позволяющее изменять жесткость и, как следствие, собственную частоту колебаний конструкции. Иначе, демпферы сухого трения позволяют путем изменения давления воздуха в пневмоприжимах управлять системой колебаний.

Одно и то же фрикционное устройство с пневматическим зажимом в зависимости от величины усилия зажима может работать как демпфер и как конструктивный элемент дополнительной жесткости.

Пневматические демпферы относятся к демпферам упруго-вязкого трения. В качестве рабочей среды, перетекающей при колебаниях из одного объема в другой через дроссельные каналы, используется сжатый воздух. Сжатый воздух работает одновременно как упругий и как демпфирующий элементы. Рассеивание энергии в пневматических демпферах также происходит из-за сопротивлений в дроссельных отверстиях.

Для уменьшения высокочастотной вибрации, главным образом с целью снижения уровня шума, широко применяется покрытие металлических конструкций вибродемпфирующими материалами в виде различных мастик, приклеивание к металлическим поверхностям резиновых пластин, пластиков. Толщина слоя мастики или другого покрытия должна быть соизмерима с толщиной стенки конструкции, на которую она наносится. Вибродемпфирующие материалы в виде различных мастик, например, резиново-битумных, песка, металлических шариков и т.п. могут заполнять полости металлоконструкций станин. Вибродемпфирование может быть обеспечено изготовлением станин из материалов с повышенным коэффициентом внутреннего трения, например, из чугуна или железобетона, из стальных конструкций, внутренние полости которых заполнены бетоном.

Демпфирующие свойства стальных конструкций улучшаются при напылении на их поверхности мягких металлов и сплавов: меди, бронзы, свинца, а также пластиков. Повышенный уровень демпфирования имеют хромистые стали. Применение деталей из пластмасс, композитных материалов также повышает рассеивание энергии колебаний в конструкции. Из множества пластмасс наибольшими демпфирующими свойствами обладают композиции на основе полиэфирных смол с наполнителями из стекло-материалов.

Демпфирующие материалы и конструкции широко применяются для уменьшения вибрации и шума ограждающих строительных и машиностроительных конструкций. Известно применение для этих целей смеси битума с пробкой слоем толщиной до 25 мм, покрытие из пластмассы «Агат» с прокладкой из пенопласта ПХВ, поливинилхлоридной пластмассы с наполнителем из слюды, многослойное вибропоглощающее покрытие полиакрил-ВС, состоящее из чередующихся слоев алюминиевой фольги толщиной 60 мкм и полимерного связующего, основой которого служит полибутилметакрилат.

Используются съемные демпфирующие конструкции в виде перфорированного резинового слоя и прижимного металлического листа, резиновые перфорированные кольца, прижимаемые к трубопроводам хомутами. Различные вибродемпфирующие мастики, листовые материалы применяются в автомобилестроении. Некоторые демпфирующие материалы, используемые в виброизоляторах, описаны в разделе 6. Известно демпфирование зубчатых колес полиуретаном.

Как уже отмечалось, вибродемпфирующее покрытие эффективно только при значительной толщине демпфирующего слоя. В частности, вибродемпфирование малоэффективно при цилиндрической жесткости конструкции, определяемой по формуле

$$D > 10^2 G_2 h_2 R^2,$$

где  $D$  – цилиндрическая жесткость платформы;

$G_2$  – динамический модуль сдвига вязко-упругого материала;

$h_2$  – толщина вязко-упругого слоя;

$R$  – радиус платформы.

### 5.3. Применение нелинейных упругих элементов в конструкциях

Одним из эффективных методов виброзащиты в области резонансных колебаний, является применение нелинейных конструктивных элементов в машинах, оборудовании и сооружениях. До сих пор при решении задач виброзащиты мы рассматривали колебания конструкций в линейной постановке, когда упругие силы принимались пропорциональными виброперемещениям, а неупругие сопротивления – пропорциональными виброскорости. Иначе, в линейных системах коэффициенты жесткости и неупругих сопротивлений принимаются постоянными, в то время как реальные конструкции машин, оборудования и сооружений имеют в той или иной степени выраженные нелинейные свойства. Например, в зонах контакта элементов кинематических пар (в подшипниках качения, в зубчатых передачах и т.п.), а также в неподвижных соединениях деталей, например, в болтовых стыках, имеет место существенная нелинейность упругих характеристик. При сближении деталей при колебаниях увеличивается фактическая площадь контакта деталей – коэффициент жесткости возрастает, при сближении площадь контакта и коэффициент жесткости – уменьшаются.

При решении задач виброзащиты конструктивные элементы с нелинейной жесткостью вводятся специально.

Зависимость упругой силы от величины деформации упругого элемента  $F(x)$  в линейных системах показана на рис. 5.3,а (линия 1). В нелинейных конструкциях эта зависимость отклоняется от линии 1 в ту или другую сторону. В одних случаях, редко встречаемых в технике, деформация нарастает быстрее, чем в линейных системах, коэффициент жесткости с увеличением деформации уменьшается (кривая 2 на рис. 5.3,а), в других случаях – деформация нарастает медленнее, коэффициент жесткости увеличивается (кривая 3 на рис. 5.3,а). В первых случаях нелинейная характеристика называется «мягкой», во-вторых – «жесткой».

Нелинейность может быть кусочно-линейной (рис. 5.3,б), когда коэффициент жесткости системы изменяется скачкообразно. К нелинейным относятся также системы с сухим трением, иначе, системы с проскальзыванием (рис.5.3,в). В таких системах при действии силы  $F$ , меньшей силы

$F_{mp}$ . ( $F < F_{mp}$ .) заметная деформация упругой системы отсутствует. При  $F > F_{mp}$  деформируется упругий элемент.

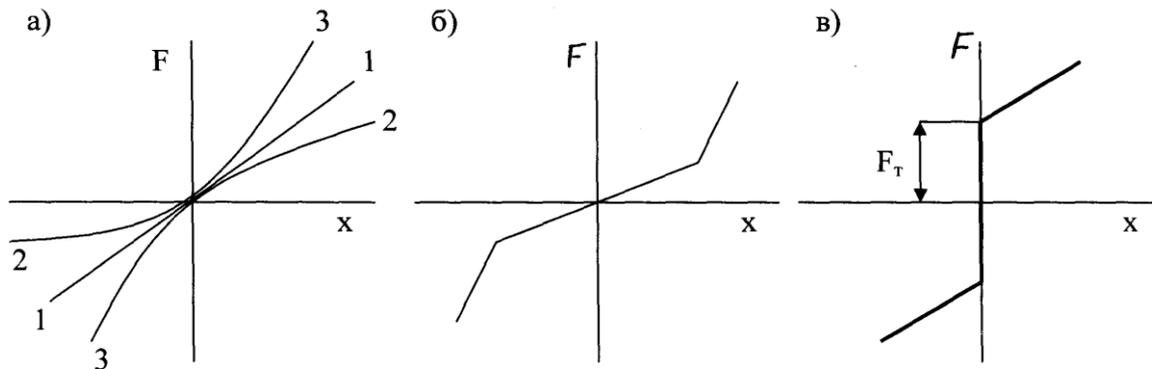


Рис. 5.3. Характеристики одномассовых систем: а) линейная (1), «мягкая» нелинейная (2), «жесткая» нелинейная; б) ступенчато-линейная; в) линейная с проскальзыванием (с трением)

Использование нелинейных упругих элементов позволяет уменьшать динамические нагрузки на конструкцию и снижать параметры их вибрации. При приближении частоты внешнего воздействия к собственной частоте колебаний конструкции не происходит резкого увеличения амплитуды колебаний конструкции, характерного для резонансов, так как с увеличением амплитуды виброперемещения меняется жесткость системы и, как следствие, собственная частота колебаний. Конструкция выводится из резонанса. Нелинейные конструктивные элементы позволяют автоматически избегать резонансных явлений.

Амплитудно-частотные характеристики нелинейной одномассовой системы при «мягкой» и «жесткой» нелинейности приведены соответственно на рис. 5.4, а, б. При увеличении частотного отношения до значения  $\eta_1$  наблюдается устойчивое увеличение амплитуды виброперемещения  $S_a$ . При дальнейшем увеличении частотного отношения от  $\eta_1$  до  $\eta_2$  возникает неустойчивое состояние, когда при одном и том же частотном отношении, например, при  $\eta_3$  появляется возможность трех состояний колеблющейся массы с амплитудами  $S_{a1}$ ;  $S_{a2}$  и  $S_{a3}$ .

Вследствие динамической оптимизации, при которой минимизируются потери энергии, колеблющаяся масса скачкообразно изменяет амплитуду виброперемещения при  $\eta = \eta_2$  в случае «мягкой» нелинейности и при  $\eta = \eta_1$  – при «жесткой» нелинейности (на рис. 5.4 показано пунктиром). Таким образом, резонансные колебания предотвращаются.

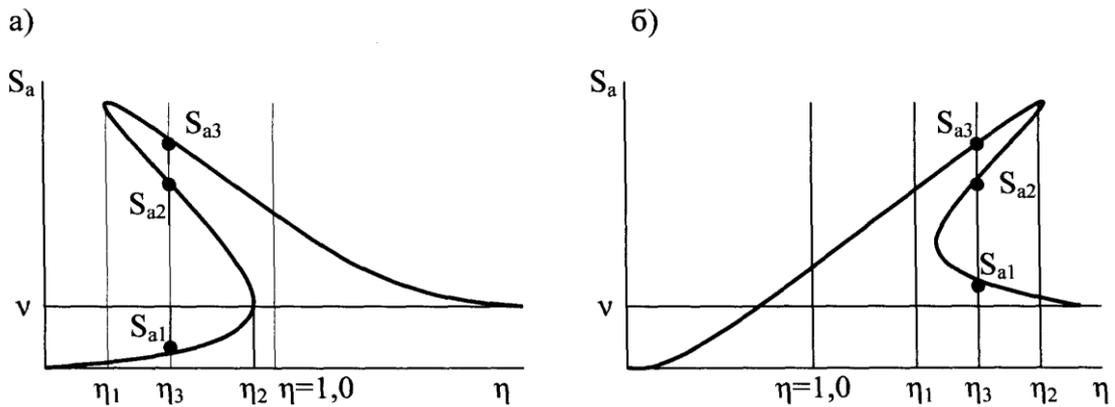


Рис. 5.4. Амплитудно-частотные характеристики при «мягкой» (а) и «жесткой» (б) нелинейности

При проектировании нелинейных упругих элементов при виброзащите машин их нелинейность обеспечивается:

выбором материала, обладающим нелинейными зависимостями между силой и деформацией;

подбором формы элемента, при деформации которого изменяется коэффициент жесткости, например, когда витки пружины сжатия соприкасаются между собой, ее жесткость возрастает;

применение «стесненного» деформирования упругого элемента, когда изменяется объем деформируемого материала, например, резинового элемента, находящегося в стакане с небольшими зазорами;

соединение нескольких упругих элементов, которые по мере изменения нагрузки включаются в совместную работу, например, подрессорники в подвеске грузовых автомобилей, или исключаются из схемы опоры;

использование элементов сухого трения (без смазывания), при котором коэффициент трения покоя существенно больше коэффициента трения движения, а коэффициент движения зависит от скорости относительного движения сопрягаемых деталей.

В настоящее время разработаны и используются в машинах сотни решений нелинейных конструктивных элементов для уменьшения резонансной вибрации и крутильно-вращательных колебаний в приводах машин.

## 5.4. Виброизоляция

Виброизоляцией называется метод виброзащиты, заключающийся в уменьшении передачи вибрации от источника возбуждения защищаемому объекту при помощи устройств, помещаемых между ними - виброизоляторов. Применяются схемы виброизоляции в опорном и подвесном вариантах (рис. 5.5). Виброизоляция может быть активной (управляемой) и

пассивной. Виброизолируются поддерживающие конструкции от динамического воздействия опирающихся на них машин, а также машинные приборы и обслуживающий персонал от воздействия колеблющегося основания.

Наиболее распространенным и эффективным мероприятием по уменьшению вибрации, передающейся строительным конструкциям и на рабочие места, является виброизоляция машин и оборудования, возбуждающих колебания, при которых динамическая нагрузка, передающаяся опорной конструкции, уменьшается в несколько раз. Колебания конструкции уменьшаются. При правильно выполненной виброизоляции уменьшается также вибрация виброизолируемой машины. Для снижения вибрации машины до допустимых уровней в отдельных случаях применяют фундаментный блок, увеличивающий массу изолируемой установки.

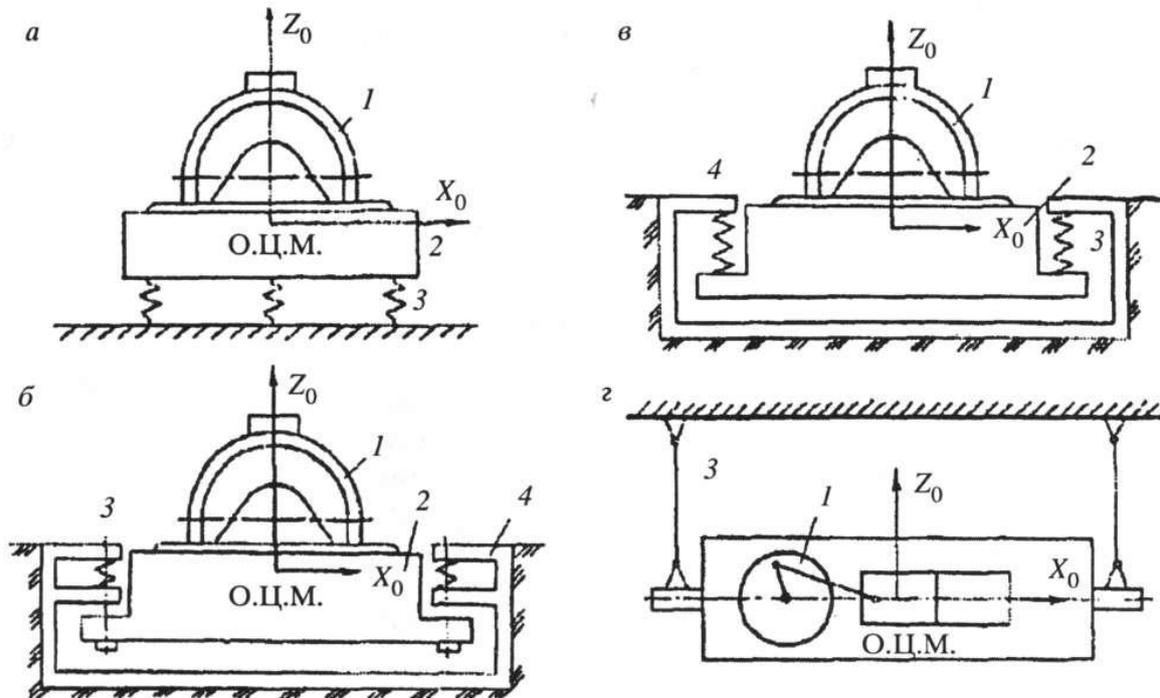


Рис. 5.5. Схемы виброизоляции: а) опорный вариант; б) вариант с подвесными стержнями и пружинами, работающими на сжатие; в) подвесной вариант с пружинами, работающими на растяжение; з) подвесной вариант с шарнирными стержнями: 1 – машина; 2 – постамент (фундаментный блок); 3 – виброизоляторы; 4 – подфундаментный короб

На предприятиях отраслей лесного комплекса виброизолируют вентиляторы, центробежные насосы, деревообрабатывающие станки, различные сортировки, мельницы конические и дисковые, рафинеры, приводы мешалок различных аппаратов, машины с вибрирующими рабочими органами, устанавливаемые на междуэтажные перекрытия и покрытия, валы бумагоделательных машин и другие агрегаты.

При модернизации машин и реконструкции производств возникает необходимость установки на существующих промышленных участках более мощных и скоростных агрегатов. В этих случаях, как правило, возникает необходимость в виброизоляции этих агрегатов.

Особенностью технологического оборудования ЦБП является то, что между ним и внешними по отношению к нему элементами технологической схемы пролегал множество трубопроводов и других коммуникаций различной жесткости. При чрезмерной жесткости коммуникации она может зашунтировать виброизоляторы. Поэтому ГОСТ 26563-85 регламентирует коэффициент жесткости всех коммуникаций в вертикальном направлении принимать не больше 0,1 коэффициента жесткости всех виброизоляторов.

Машинный агрегат, установленный на виброизоляторы, в общем случае представляет собой систему с шестью степенями свободы (рис. 5.6).

Он имеет поступательные колебания вдоль осей:  $OZ$  (вертикальные колебания),  $OX$  (горизонтально-продольные колебания),  $OY$  (горизонтально-поперечные колебания); поворотные колебания относительно осей:  $OZ$  (колебания «рыскания»),  $OX$  (колебания «боковой качки»),  $OY$  (колебания «галопирования»). В общем случае эти колебания взаимосвязаны и описываются шестью взаимосвязанными дифференциальными уравнениями.

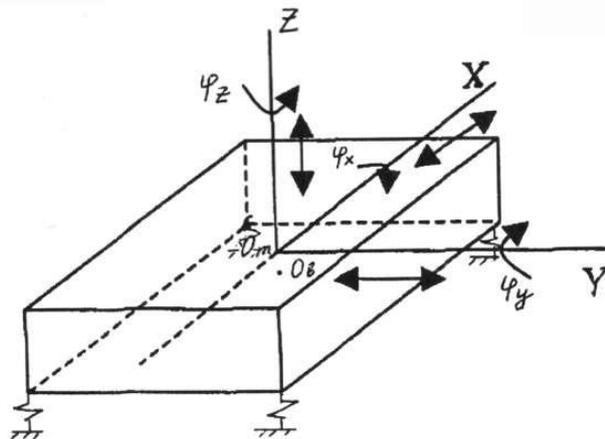


Рис. 5.6. Пространственные колебания жесткого тела:  
 $O_m$  - центр масс;  $O_s$  - центр жесткости виброизоляторов

При определенном виде динамических нагрузок и при той или иной симметрии конструкции машины и расположения виброизоляторов динамические и математические модели упрощаются. Например, машины, у которых гармоническая возбуждающая сила имеет вертикальное направление и приложена к точке, находящейся на одной вертикали, проходящей через центры масс виброизолированной установки и жесткости виброизоляторов, можно рассматривать как системы с одной степенью свободы, колеблющейся только в вертикальном направлении.

Собственные частоты колебаний виброизолированной машины определяются по формуле (3.34). Параметры вынужденных вертикальных колебаний виброизолированной машины и поддерживающей конструкции находятся из системы алгебраических уравнений, представленных в матричной форме (3.37). После некоторых преобразований эта система уравнений приобретает вид:

$$\begin{pmatrix} (1-\eta_1^2) & \frac{\eta_1}{\alpha p_1} & -1 & -\frac{\eta_1}{\alpha p_1} \\ -\frac{\eta_1}{\alpha p_1} & (1-\eta_1^2) & \frac{\eta_1}{\alpha p_1} & -1 \\ \alpha^2 \mu & -\frac{\alpha \mu \eta_2}{\alpha p_1} & (1-\eta_2^2) & \frac{\eta_2}{\alpha p_2} \\ \frac{\alpha \mu \eta_2}{\alpha p_1} & -\alpha^2 \mu & -\frac{\eta_2}{\alpha p_2} & (1-\eta_2^2) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ S_{21} \\ S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g \eta_1^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (5.13)$$

где  $\eta_1$  – отношение частоты возбуждающих колебания сил к собственной парциальной частоте колебаний виброизолируемого объекта на виброизоляторах,  $\eta_1 = \omega/\lambda_1$ ;

$\eta_2$  – отношение частоты возбуждающих колебания сил к собственной парциальной частоте колебаний поддерживающей конструкции,  $\eta_2 = \omega/\lambda_2$ ;

$\alpha$  – отношение собственных парциальных частот колебаний виброизолированного объекта и поддерживающей конструкции,

$$\alpha = \lambda_1/\lambda_2 = \eta_2/\eta_1.$$

Из решения (5.13) находятся гармонические коэффициенты  $S_{11}$ ;  $S_{12}$ ;  $S_{21}$  и  $S_{22}$ , а по ним – амплитуды виброперемещений и углы сдвига фаз виброизолированного объекта  $S_{a1}$  и  $\beta_1$  и поддерживающей конструкции  $S_{a2}$  и  $\beta_2$ :

$$S_{a1} = \sqrt{S_{11}^2 + S_{12}^2}; \operatorname{tg} \beta_1 = S_{12} / S_{11}; S_{a2} = \sqrt{S_{21}^2 + S_{22}^2}; \operatorname{tg} \beta_2 = S_{22} / S_{21}. \quad (5.14)$$

Амплитуды относительных виброперемещений виброизолированного объекта и поддерживающей конструкции, необходимые для расчета виброизоляторов, определяются по формуле

$$S_{a1,2} = \sqrt{(S_{11} - S_{21})^2 + (S_{12} - S_{22})^2}. \quad (5.15)$$

В тех случаях, когда силы и моменты сил, возбуждающие колебания, приложены к произвольным точкам машины, а их направление может быть любым, но центры масс  $O_m$  и жесткости виброопор  $O_s$  лежат на одной вертикали, виброизолированная машины имеет четыре взаимонезависимых вида колебаний:

вертикальные по оси Z;

горизонтально-поворотные в плоскости ZOY;

горизонтально-поворотные в плоскости ZOX;  
вращательные относительно оси Z.

Эффективность виброизоляции рассмотрим на примере вертикальных колебаний виброизолированной установки. Приняв, что амплитуда виброперемещений виброизолируемого объекта определяется по формуле (5.5), а динамическая нагрузка на поддерживающую конструкцию равна произведению амплитуды виброперемещений объекта на коэффициент жесткости  $C$  виброизоляторов, получим следующую формулу для определения амплитуды динамической нагрузки на поддерживающую конструкцию

$$F_{ag} = S_a \cdot C = F_a / \sqrt{(-\eta^2)^2 + \eta^2 / \omega_p^2}. \quad (5.16)$$

Коэффициент эффективности виброизоляции равен

$$K_\epsilon = \frac{F_a}{F_{ag}} = \sqrt{(-\eta^2)^2 + \eta^2 / \omega_p^2}. \quad (5.17)$$

Без учета рассеивания энергии колебаний  $\omega_p = \omega$

$$K_\epsilon = |1 - \eta^2| = \left| 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right|. \quad (5.18)$$

Отсюда вытекает, что виброизоляция эффективна в зарезонансном режиме при  $\eta \gg 1,0$ . В нормативных документах [25,29,34-36] регламентируется частотное отношение принимать  $\eta > 4,0$ , а для низкочастотных машин  $\eta > 2,5$ . При частоте собственных колебаний виброизолируемого объекта, в 4 раза меньшей частоты возбуждающих колебания сил, динамическая нагрузка на поддерживающую конструкцию уменьшается в 15 раз, а для низкочастотных машин при  $\eta > 2,5$  – динамические нагрузки уменьшатся в 6 раз и более.

Аналогичное отношение частот возбуждающих колебание сил и частот собственных колебаний следует принимать при рассмотрении горизонтально вращательных колебаний агрегата на виброизоляторах.

В тех случаях, когда виброизолируемая конструкция совершает только вертикальные колебания, подбор виброизоляторов возможен по их статической осадке. Собственная частота колебаний может быть определена

по формуле  $\omega_0 = \frac{\omega}{4} = \sqrt{\frac{g}{Z_C}}$ .

Требуемая осадка виброизоляторов  $Z_C \geq g / \omega_0^2$ .

На практике нередко возникает необходимость виброизоляции машин, приборов, установок, площадок обслуживания, сидений транспортных машин от вибрации оснований, поддерживающих конструкций, назовем такую виброизоляцию пассивной.

Пассивно виброизолированное рабочее место или площадка представляет собой массивную плиту, установленную с помощью упругих опор на

колеблющееся основание (пол цеха, междуэтажные перекрытия и т.п.) При вертикальных колебаниях основания применяют пассивно виброизолированные площадки на вертикальных упругих элементах, при горизонтальных колебаниях – на гибких подвесных элементах.

Для проектирования пассивно виброизолированных площадок при гармонических колебаниях выявляются: частота  $\omega_z$  и амплитуда виброперемещения  $S_{az}$  вынужденных колебаний поддерживающей конструкции, допускаемая амплитуда колебаний изолированной площадки  $[S_{az}]$ ; определяется требуемый коэффициент уменьшения колебаний площадок  $\omega_{zo}$ , по формуле:

$$\eta = \frac{\omega_z}{\omega_{zo}} = \sqrt{1 + \mu_z} . \quad (5.19)$$

Суммарная жесткость упругих опор, на которые устанавливается плита:  $K_z = \omega_{zo}^2 \cdot m$ , где  $m$  – масса плиты, установленного на ней оборудования и людей на плите. Общая жесткость всех виброизоляторов в вертикальном направлении должна быть не больше найденной величины  $K_z$ .

В качестве виброизоляторов используются винтовые пружины, рессоры, резиновые и резинометаллические конструкции, полимеры, пневматические, гидропневматические конструкции, металлические конструкции, торсионы, пакеты пластин и т.п. Обзор виброизоляторов и их расчет приведены в монографии [3] и в вышеназванных нормативных материалах.

### 5.5. Динамическое виброгашение

Динамическое виброгашение заключается в присоединении к колеблющейся конструкции через упругий элемент дополнительных масс (динамических гасителей), собственные частоты колебаний которых равны частоте вибрации конструкции. Динамические гасители делятся на регулируемые и нерегулируемые, каждая из этих групп классифицируется на гасители пружинные, катковые, маятниковые, ударного типа и др. В тех случаях. Когда рабочая скорость агрегата переменна, для виброгашения необходимо применять динамический гаситель с регулируемой частотой настройки в зависимости от скорости машины.

Методы динамического виброгашения осуществляются посредством присоединения к защищаемому объекту системы, реакции которой уменьшают размах вибрации объекта в точках присоединения этой системы. По использованию дополнительного источника энергии методы динамического виброгашения подразделяются на методы пассивного и активного виброгашения. Динамические виброгасители применяют для виброзащиты конструктивных элементов оборудования и поддерживающих конструкций, имеющих периодическую вибрацию, преобладающая частота которой постоянна.

Динамический виброгаситель изготавливают обычно в виде массы, упруго связанной с вибрирующей машиной или сооружением. Причем масса виброгасителя принимается в 5...10 раз меньше массы вибрирующего объекта, а собственная частота колебаний массы виброгасителя – равной или близкой частоте вибрации объекта.

Динамический виброгаситель без демпфирования (масса на пружинах) требует весьма острой настройки на частоту вибрации машины или сооружения, иначе – максимального приближения собственной частоты колебаний гасителя к частоте вибрации машины или сооружения. Для расширения частотного диапазона виброгасителя применяют демпфирование массы виброгасителя. Для этой цели между массой виброгасителя и конструкцией параллельно с пружинами устанавливают демпферы.

При решении задачи динамического виброгашения выявляют влияние на коэффициент эффективности виброгасителя следующих факторов:

- отношение массы виброгасителя к массе машины;
- несовпадение собственных частот колебаний виброгасителя и вибрации машины;
- коэффициент демпфирования виброгасителя.

Простейшая модель динамического виброгашения представляется в виде двухмассовой линейной системы (рис. 5.7).

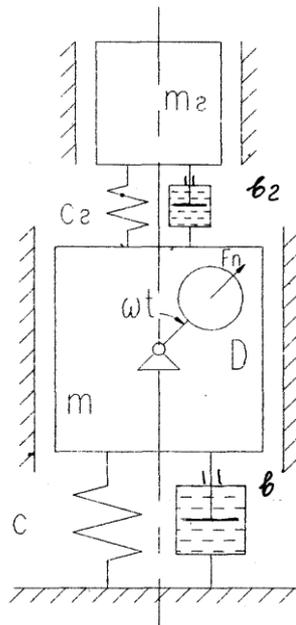


Рис. 5.7. Динамическая модель машины с динамическим гасителем:  $m$  – масса машины или сооружения, кг;  $m_2$  – масса виброгасителя, кг;  $\omega$  – частота вращения неуравновешенной массы, рад/с;  $t$  – время, с;  $D$  – дисбаланс неуравновешенных масс машины, кг м;  $C$  – коэффициент жесткости опорных конструкций машины, Н/м;  $C_2$  – коэффициент жесткости пружины виброгасителя, Н/м;  $b$  – коэффициент неупругих сопротивлений демпфера конструкции машины, Нс/м;  $b_2$  – коэффициент неупругих сопротивлений демпфера виброгасителя, Нс/м

Вибрация системы описывается следующими линейными дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} m\ddot{z} + b\dot{z} + Cz + C_2(z - z_2) + b_2(\dot{z} - \dot{z}_2) &= D\omega^2 \cos \omega t; \\ m_2\ddot{z}_2 + C_2(z_2 - z) + b_2(\dot{z}_2 - \dot{z}) &= 0, \end{aligned} \quad (5.20)$$

где  $z, \dot{z}, \ddot{z}$  - виброперемещение, виброскорость и виброускорение массы машины;

$z_2, \dot{z}_2, \ddot{z}_2$  - то же массы виброгасителя.

Обозначим:

$$\gamma_2 = \frac{m_2}{m}; \omega_{02}^2 = \frac{C_2}{m_2}; \omega_0^2 = \frac{C}{m}; \frac{b}{m} = \frac{\omega_0}{\alpha_p}; \frac{b_2}{m_2} = \frac{\omega_{02}}{\alpha_{p2}}; \frac{D}{m} = \nu; \eta = \frac{\omega}{\omega_0}; \eta_2 = \frac{\omega}{\omega_{02}},$$

где  $\gamma_2$  - относительная масса гасителя;

$\omega_0; \omega_{02}$  - собственные частоты колебаний машины и гасителя;

$\alpha_p; \alpha_{p2}$  - коэффициенты динамического усиления колебаний соответственно машины и динамического гасителя;

$\nu$  - мера уровня возбуждающих колебания сил машины;

$\eta; \eta_2$  - частотные отношения.

Система уравнений (5.20) приобретает вид:

$$\begin{aligned} \ddot{z} + \frac{\omega_0}{\alpha_p} \dot{z} + \omega_0^2 z + \frac{\omega_{02}^2 \gamma_2}{\alpha_{p2}} (\dot{z}_2 - \dot{z}) + \omega_{02}^2 \gamma_2 (z_2 - z) &= \nu \omega^2 \cos \omega t; \\ \ddot{z}_2 + \frac{\omega_{02}}{\alpha_{p2}} (\dot{z}_2 - \dot{z}) + \omega_{02}^2 (z_2 - z) &= 0. \end{aligned} \quad (5.21)$$

Решение уравнений (5.21) ищем в виде:

$$z = S_1 \cos \omega t + S_2 \sin \omega t; \quad z_2 = S_{21} \cos \omega t + S_{22} \sin \omega t. \quad (5.22)$$

Подставив (5.22) в (5.21), получим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{vmatrix} (\eta^2 + \eta_2^2 \gamma_2 - 1) & \frac{\eta}{\alpha_p} + \frac{\eta_2}{\alpha_{p2}} \gamma_2 & -\eta_2 \gamma_2 & -\frac{\eta_2}{\alpha_{p2}} \gamma_2 \\ -\frac{\eta}{\alpha_p} - \frac{\eta_2}{\alpha_{p2}} \gamma_2 & \eta^2 + \eta_2^2 \gamma_2 - 1 & \frac{\eta_2}{\alpha_{p2}} \gamma_2 & -\eta_2 \gamma_2 \\ -\eta_2^2 & -\frac{\eta_2}{\alpha_{p2}} & (\eta_2^2 - 1) & \frac{\eta_2}{\alpha_{p2}} \\ \frac{\eta_2}{\alpha_{p2}} & -\eta_2^2 & -\frac{\eta_2}{\alpha_{p2}} & (\eta_2^2 - 1) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_{21} \\ S_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \nu \eta^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (5.23)$$

Без учета диссипации энергии колебаний матрица (5.23) приобретает вид:

$$\begin{vmatrix} (\eta^2 + \eta_z^2 \gamma_z - 1) & -\eta_z^2 \gamma_z \\ -\eta_z^2 & (\eta_z^2 - 1) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} S_a \\ S_{az} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \nu \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (5.24)$$

Из решения (5.24) находятся амплитуды виброперемещений массы  $S_a$  и гасителя  $S_{az}$ :

$$S_a = \nu \frac{1 - \eta_z^2}{\eta_z^2 (1 + \gamma_z - \eta^2) - (1 - \eta^2)}; \quad S_{az} = \nu \frac{-\eta_z^2}{\eta_z^2 (1 + \gamma_z - \eta^2) - (1 - \eta^2)}. \quad (5.25)$$

При  $\eta_z = 1,0$  ( $\omega_{oz} = \omega$ )  $S_a = 0$ ;  $S_{az} = -\nu/\gamma_z$ .

При совпадении собственной частоты колебаний массы гасителя с частотой возбуждающих колебания сил вибрация объекта виброзащиты прекращается, а масса гасителя колеблется в противофазе с возбуждающими колебаниями силами с амплитудой виброперемещений, обратно пропорциональной массе гасителя.

На практике обеспечение равенства собственной частоты колебаний гасителя  $\omega_{oz}$  и частоты вибрации объекта виброзащиты  $\omega$  обеспечить трудно из-за погрешности настройки частоты динамического гасителя и нестабильности частоты объекта гашения вибрации.

При проектировании динамических гасителей для объектов, частота вибрации которых не постоянна, а изменяется в некоторых пределах, существенно меньших среднего значения  $\omega = \omega_{cp} (1 + \varepsilon)$ ,  $\varepsilon \ll 1,0$ , необходимо учитывать это непостоянство частоты колебаний. По такому закону изменяется частота колебаний машин, имеющих большой коэффициент неравномерности вращения входного звена или машин с асинхронным электроприводом из-за переменной нагрузки.

При присоединении к массе конструкции динамического гасителя одномассовая система с одной степенью свободы превращается в двухмассовую систему, имеющую две степени свободы, а, следовательно, две собственные частоты колебаний, определяемых по формуле, полученной из равенства нулю главного определителя системы уравнений (5.23) без учета неупругих сопротивлений ( $h = h_z = 0$ ) при  $\eta = \omega/\omega_o$ ;  $\eta_z = \omega/\omega_{oz}$

$$\omega_{o1,2}^2 = \frac{\omega_o^2 + \omega_{oz}^2 (1 + \gamma)}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{[\omega_o^2 + \omega_{oz}^2 (1 + \gamma)]^2 - 4\omega_o^2 \omega_{oz}^2}. \quad (5.26)$$

Высшая собственная частота  $\omega_{o2}$  колебаний системы с гасителем всегда больше собственной частоты колебаний одномассовой системы ( $\omega_{o2} > \omega_o$ ), а низшая собственная частота колебаний двухмассовой системы  $\omega_{o1} < \omega_o$ . При переменной частоте возбуждающих колебания сил ( $\omega \neq const$ ), когда эта частота изменяется в интервале  $\omega = \omega_{min} \dots \omega_{max}$ , то при  $\omega_{min} = \omega_{o1}$  или при  $\omega_{max} = \omega_{o2}$  возможен резонанс, и присоединенная масса динамического гасителя будет не гасителем, а усилителем колебаний.

Амплитудно-частотные характеристики колебаний конструкции с динамическим гасителем, колеблющихся в различных режимах, показаны на рис. 5.8.

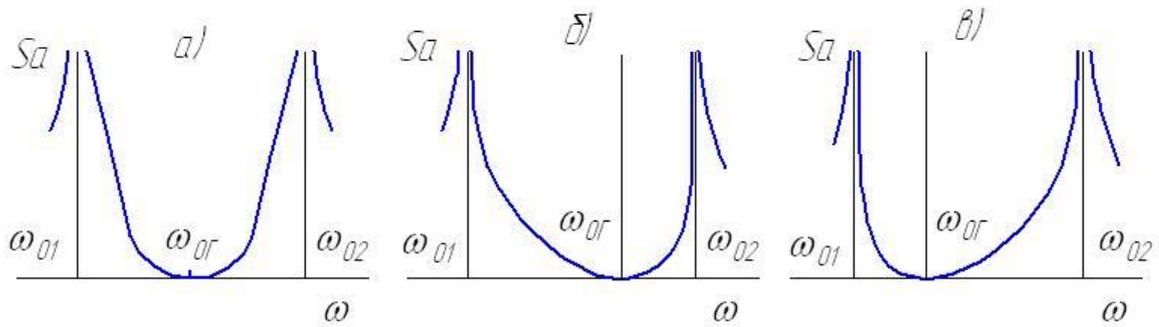


Рис.5.8. Амплитудно-частотные характеристики конструкции с динамическим гасителем колебаний без демпфирования при  $\gamma = 0,1$  при резонансном (а), дорезонансном (б) и зарезонансном (в) режимах колебаний

Для конструкций, колеблющихся в резонансном или околорезонансном режимах, незначительное отклонение частоты возбуждающих колебания сил в большую или меньшую сторону приведет к усилению вибрации.

Для конструкций, колеблющихся в дорезонансном режиме  $\omega/\omega_0 < 1,0$ , опасно увеличение частоты колебаний, в зарезонансном режиме - уменьшение частоты.

Диапазон устойчивой работы динамического гасителя определяется следующими соотношениями:

$$\omega_{\min} > \frac{\omega_{01} + \omega_{02}}{2}; \omega_{\max} < \frac{\omega_{02} + \omega_{02}}{2}.$$

Увеличение массы гасителя расширяет полосу частот гашения вибрации. Но для большинства конструкций увеличение массы гасителей свыше 10% от массы колеблющейся конструкции неприемлемо по конструктивным и экономическим причинам. А при  $\gamma < 0,1$  требуется острая настройка гасителя, что не всегда осуществимо. Например, в машинных агрегатах с асинхронным электроприводом частота вращения роторов зависит от нагрузки и колеблется из-за скольжения ротора в пределах 2...4% от синхронной частоты. Для расширения полосы гашения вибрации применяют демпфирование массы гасителя.

Демпфирование гасителя не изменяет заметно собственные частоты колебаний конструкции с гасителем  $\omega_{01}$  и  $\omega_{02}$ , но расширение полосы гашения вибрации осуществляется из-за существенного уменьшения резонансных пиков колебаний (рис. 5.9).

Колебания конструкции с демпфированным динамическим гасителем описывается системой уравнений (5.20), которые сводятся к решению алгебраических уравнений (5.23).

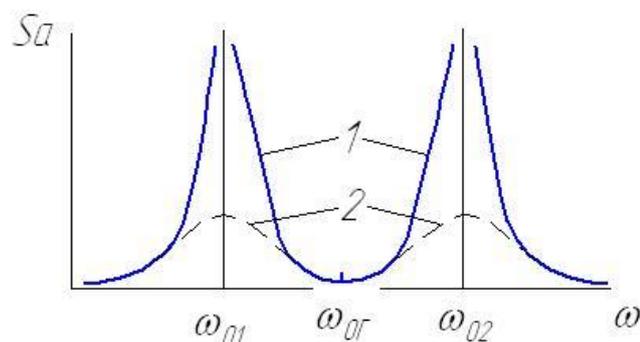


Рис. 5.9. Амплитудно-частотная характеристика конструкции с гасителями без демпфера (1) и с демпфером (2)

В тех случаях, когда собственная частота колебаний дополнительной демпфированной массы существенно меньше частоты колебаний конструкции  $\omega_{0z} \ll \omega$  уменьшение колебаний конструкции осуществляется за счет поглощения энергии колебаний в демпфирующем устройстве. Эти конструкции называются не динамическими гасителями, а динамическими поглотителями колебаний. Динамические процессы в поглотителях описываются теми же зависимостями, что и в динамических гасителях.

Оптимальная величина коэффициента неупругих сопротивлений динамического поглотителя определяется по формуле

$$b = 3,46 f_c m, \text{ Нс/м},$$

где  $f_c$  - частота гасимых колебаний, Гц;

$m$  - масса динамического поглотителя, кг.

## 6. КРУТИЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В МАШИННЫХ АГРЕГАТАХ

---

### 6.1. Механическая характеристика рабочей машины и машины-двигателя

Под крутильными колебаниями элементов машин понимаются колебания, при которых конструкция элемента испытывает деформации кручения. При крутильно-вращательных колебаниях сосредоточенные массы: шкивы, роторы совершают, не деформируясь, вращательные колебания относительно оси вращения, а соединяющие их элементы (валы, трансмиссии) имеют деформации кручения.

Обычно технологический агрегат состоит из трёх составных частей: машины-двигателя, передаточных механизмов и устройств, исполнительной (рабочей) машины (рис. 6.1,а). Передаточные механизмы и устройства включают в себя редукторы (мультипликаторы), муфты различного типа, открытые зубчатые передачи, ремённые и цепные передачи, промежуточные валы и т.п. На рис. 6.1,а передаточные устройства включают редуктор 2, промежуточный вал 3 и муфты 5.

Эти составные части совершают взаимосвязанные крутильно-вращательные колебания. Источниками колебаний являются динамические воздействия на рабочую машину: кинематические и параметрические воздействия в передаточных механизмах из-за нарушения, например основного закона зацепления в зубчатых передачах, параметрические воздействия из-за непостоянства приведенного момента инерции масс, например кривошипно-ползунного механизма рабочей машины или машины-двигателя.

В общем случае расчётная модель крутильно-вращательных колебаний машинных агрегатов представляет собой разветвлённую, последовательную или смешанную совокупность сосредоточенных масс, совершающих вращательное движение, объединённых между собой стационарными или нестационарными связями, описываемых системой дифференциальных уравнений.

В настоящем разделе в расчётах принимается упрощённая дискретная динамическая модель крутильно-вращательных колебаний в машинах, когда реальная многомассовая конструкция с распределёнными массами и упругими и неупругими сопротивлениями заменяется ограниченным числом сосредоточенных масс, связанных между собой линейными или нелинейными невесомыми упругодемпфирующими связями. После дискретизации системы часто оказывается необходимым приведение модели к одному валу. В частности, это необходимо при наличии валов и роторов, вращающихся с разными угловыми скоростями, например, связанных посредством редуктора или другой механической передачи, а также при на-

личии в механизме звеньев, совершающих некрутильные колебания, например, шатуны и ползуны в кривошипно-ползунном механизме двигателя внутреннего сгорания.

Обычно расчётная модель сводится к двухмассовой модели (рис. 6.1,б).

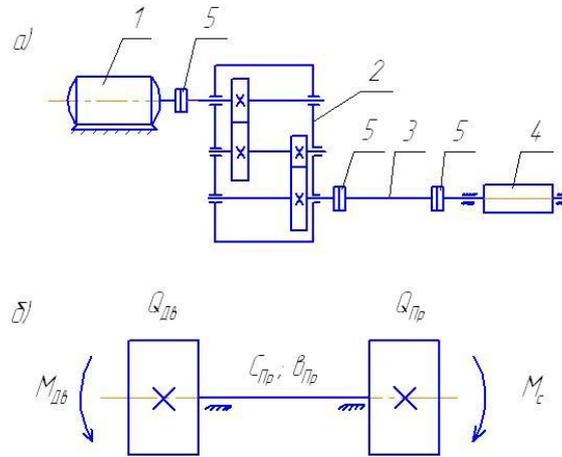


Рис. 6.1. Схема привода машины (а) и его двухмассовая модель (б)

При приведении масс обеспечивается равенство кинетической энергии звена приведения и приводимых масс. При приведении коэффициентов жесткости и неупругих сопротивлений обеспечивается равенство потенциальной энергии приведенной упругой или неупругой связи и приводимых связей. При приведении сил и моментов сил обеспечивается равенство мощностей приведённого момента сил и приводимых сил и моментов сил.

Приведенные моменты инерции масс и коэффициенты упругих и неупругих сопротивлений:

$$\Theta_{np} = \sum_{i=1}^n \Theta_i (\omega_i / \omega_{np})^2; \quad \frac{1}{C_{np}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i (\omega_i / \omega_{np})^2}; \quad \frac{1}{b_{np}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i (\omega_i / \omega_{np})^2}, \quad (6.1)$$

где  $\Theta_i$ ;  $C_i$ ;  $b_i$  - соответственно момент инерции масс, коэффициенты жесткости и неупругих сопротивлений  $i$ -го звена (элемента) передаточного механизма;

$\omega_i$ ;  $\omega_{np}$  - соответственно угловые скорости  $i$ -го звена и звена приведения;

$n$  - число элементов передаточных механизмов и устройств.

Моменты сил движущих и сил сопротивления

$$M_{np} = \sum_{i=1}^n M_i \omega_i / \omega_{np}, \quad (6.2)$$

где  $M_i$  - момент сил, приложенный к  $i$ -му звену.

Для решения задач крутильно-вращательных колебаний приводов машин необходимо, прежде всего, определение приведенных моментов

сил движущих и сопротивления, которые задаются обычно в виде механических характеристик. Из всего многообразия машин-двигателей здесь рассматриваются только асинхронные электродвигатели, наиболее широко используемые в машинных агрегатах, особенно в последнее время в связи с появлением частотного регулирования скорости вращения этих двигателей. По крутильным колебаниям машинных агрегатов имеется обширная литература. Здесь отметим, наряду с вышеназванными публикациями, работы [37-39].

При установившемся режиме работы машинного агрегата силы и приведённый момент сил сопротивления являются периодическими функциями времени

$$M_1(t) = M_1(t + kT), \quad (6.3)$$

где  $T$  - период цикла,  $k$  - целое число.

Момент сил сопротивления как периодическую функцию времени можно разложить в тригонометрический ряд с бесконечно большим числом членов. Ограничившись  $n$  членами ряда, получим

$$M_1(t) = M_c + \sum_{i=1}^n (M_{1i} \cos i\omega t + M_{2i} \sin i\omega t) \quad (6.4)$$

или

$$M_1(t) = M_c + \sum_{i=1}^n M_{ai} \cos(i\omega t + \beta_i), \quad (6.5)$$

где  $M_c$  - постоянная составляющая момента сил сопротивления;

$M_{ai}$  - амплитуда  $i$ -ой гармонической составляющей момента,

$$M_{ai} = \sqrt{M_{1i}^2 + M_{2i}^2}, \quad (6.6)$$

где  $M_{1i}$  и  $M_{2i}$  - гармонические коэффициенты соответственно при косинусоидальных и синусоидальных составляющих зависимости (6.4);

$\beta_i$  - начальный угол сдвига фаз  $i$ -ой гармонической составляющей момента,

$$\operatorname{tg} \beta_i = M_{2i} / M_{1i}. \quad (6.7)$$

Момент двигателя зависит от частоты его вращения. Для двигателя постоянного тока с независимым и параллельным возбуждением момент может быть принят по следующей зависимости:

$$M_\partial = M_{\partial o} - b_\partial \omega, \quad (6.8)$$

где  $M_{\partial o}$  - постоянная составляющая момента двигателя;

$b_\partial$  - коэффициент, характеризующий уменьшение момента двигателя с увеличением частоты его вращения  $\omega$ .

Для асинхронного электродвигателя механическая характеристика выражается следующим дифференциальным уравнением:

$$S_1 = \nu (M_{\partial e} + T_\partial \frac{dM_{\partial e}}{dt}), \quad (6.9)$$

где  $S_1$  - скольжение ротора электродвигателя,

$$S_1 = \frac{\omega_{c1} - \frac{d\varphi_1}{dt}}{\omega_{c1}}, \quad (6.10)$$

где  $\omega_{c1}$  - синхронная частота вращения электродвигателя;

$M_{\partial\partial}$  - момент, развиваемый двигателем;

$\nu$  - величина, характеризующая жесткость характеристики двигателя в статическом режиме,

$$\nu = S_k / (2M_k), \quad (6.11)$$

где  $M_k$  - максимальный (критический) момент двигателя в статическом режиме;

$S_k$  - критическое скольжение,  $S_k = S_H (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1})$ ;

$S_H$  - скольжение при номинальной частоте вращения  $\omega_H$  и номинальном моменте  $M_H$  двигателя;

$\lambda$  - отношение критического и номинального моментов;

$T_3$  - электромагнитная постоянная времени,

$$T_3 = 1 / \omega_3 S_k, \quad (6.12)$$

где  $\omega_3$  - угловая частота электрической сети.

## 6.2. Крутильно-вращательные колебания одномассовых и двухмассовых систем

Рассмотрим крутильно-вращательные колебания простейшей одномассовой системы в виде диска с моментом инерции  $\theta$ , связанного со стойкой посредством вала с коэффициентом крутильной жесткости  $C_\varphi$  и коэффициентом неупругих сопротивлений  $b_\varphi$  (рис. 6.2). На диск действует периодический возмущающий момент

$$M = M_a \cos \omega t,$$

где  $M_a$  - амплитуда момента;

$\omega$  - угловая частота изменения момента.

Из условия равновесия диска имеем следующее дифференциальное уравнение, описывающее его колебания:

$$\theta \ddot{\varphi} + b_\varphi \dot{\varphi} + C_\varphi \varphi = M_a \cos \omega t, \quad (6.13)$$

где  $\varphi$  - угол отклонения диска от положения равновесия в рад.

Разделив все члены уравнения (6.13) на  $\theta$  и обозначив

$$\omega_{0\varphi}^2 = \tilde{N}_\varphi / \theta; \quad 2\varepsilon_\varphi = b_\varphi / \theta,$$

где  $\omega_{0\varphi}$  - собственная частота крутильных колебаний диска;

$\varepsilon_\varphi$  - коэффициент демпфирования колебаний диска, получим

$$\ddot{\varphi} + 2\varepsilon_{\varphi}\dot{\varphi} + \omega_{0\varphi}^2 \varphi = \frac{M_a}{\theta} \cos \omega t. \quad (6.14)$$

Решение уравнения (6.14) ищем в виде

$$\varphi = \varphi_1 \cos \omega t + \varphi_2 \sin \omega t. \quad (6.15)$$

Подставив (6.15) в (6.14), находим коэффициенты гармоник  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , а по ним - амплитуду угловых колебаний  $\varphi_a$  и угол сдвига фаз  $\beta$ :

$$\varphi_a = \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2^2}; \quad \operatorname{tg} \beta = \varphi_1 / \varphi_2. \quad (6.16)$$

Решение (6.15) представляется в виде:

$$\varphi = \varphi_a \cos(\omega t + \beta); \quad (6.17)$$

$$\varphi_a = \frac{M_a}{\theta} \frac{1}{\sqrt{\omega_{0\varphi}^2 - \omega^2 + 2\varepsilon_{\varphi} \omega^2}}; \quad (6.18)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2\varepsilon_{\varphi} \omega^2}{\omega_{0\varphi}^2 - \omega^2}. \quad (6.19)$$

Разделим числитель и знаменатель на  $\omega_{0\varphi}^2$  и обозначим  $\eta = \omega / \omega_{0\varphi}$ , где  $\eta$  – частотное отношение, а также, имея в виду, что

$$\frac{M_a}{\theta \omega_{0\varphi}^2} = \frac{M_a}{\theta} \frac{C}{C} = \frac{M_a}{C} = \varphi_{ст}, \quad (6.20)$$

где  $\varphi_{ст}$  – угол поворота диска под воздействием момента  $M_a$  в предположении его статического действия.

Тогда формулы (6.18) и (6.19), выражающие амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики крутильно-вращательных колебаний одномассовой системы приобретают вид:

$$\varphi_a = \frac{\varphi_{ст}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + \frac{\eta^2}{\alpha_p^2}}}; \quad (6.21)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\eta^2}{\alpha_p (1 - \eta^2)}, \quad (6.22)$$

где  $\alpha_p$  – коэффициент динамического усиления колебаний при резонансе,

$$\alpha_p = \frac{\omega_{0\varphi}}{2\varepsilon} = \frac{\omega_{0\varphi} \theta}{b_{\varphi}}. \quad (6.23)$$

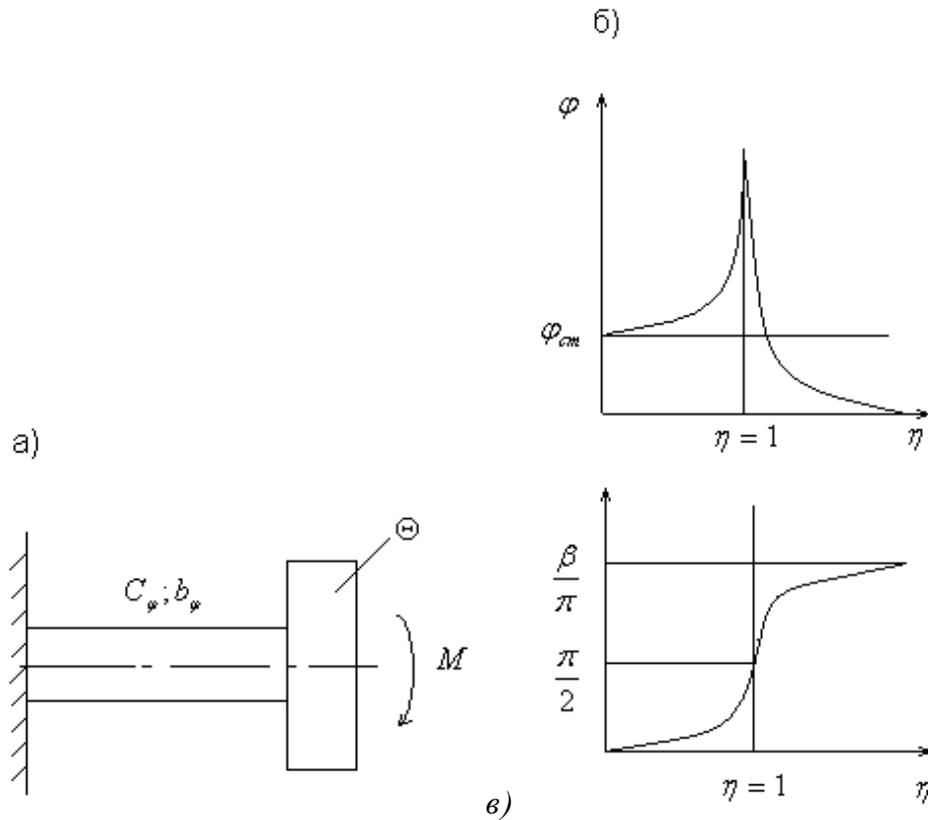


Рис. 6.2. Схема (а), амплитудно-частотная (б) и фазо-частотная (в) характеристики крутильно-вращательных колебаний одномассовой системы

Амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики крутильно-вращательных колебаний одномассовой системы показаны на рис.6.2,б, в.

Следует отметить, что зависимости (6.21) и (6.22) подобны зависимостям (3.16), описывающим характеристики вибрации одномассовой конструкции.

К двухмассовой модели крутильно-вращательных колебаний сводится большинство машинных агрегатов. В качестве сосредоточенных масс принимаются массы ротора машины – двигателя и ротора (вала, кривошипа) рабочей машины. Массы звеньев передаточных механизмов приводятся к вышеназванным сосредоточенным массам.

Динамическая модель агрегата представлена на рис. 6.3, где обозначено:

- $\theta_1$  и  $\theta_2$  - приведенные к роторам моменты инерции соответственно электродвигателя и рабочей машины;
- $C_\varphi$  и  $b_\varphi$  - приведенные коэффициенты жесткости и неупругих сопротивлений передаточных механизмов (трансмиссии);
- $M_1(\omega)$  - момент электродвигателя, являющийся функцией частоты его вращения;
- $M_2(t)$  - момент сил сопротивления, являющийся функцией времени.

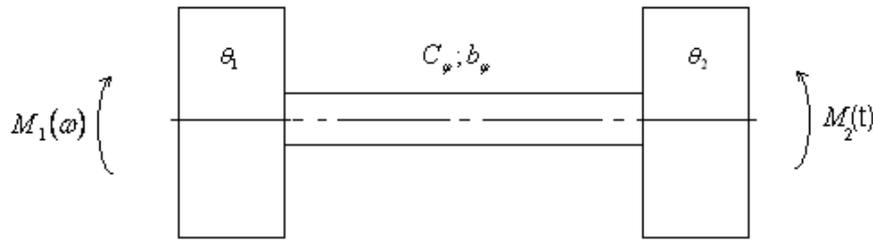


Рис. 6.3. Динамическая модель крутильно-вращательных колебаний агрегата

Дифференциальные уравнения, описывающие колебания системы:

$$\theta_1 \ddot{\varphi}_1 + \varepsilon_\varphi (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + C_\varphi (\varphi_1 - \varphi_2) = M_1(\omega); \quad (6.24)$$

$$\theta_2 \ddot{\varphi}_2 + \varepsilon_\varphi (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + C_\varphi (\varphi_2 - \varphi_1) = M_2(t). \quad (6.25)$$

Из решения уравнений (6.24) и (6.25) в виде:

$$\varphi_1 = \varphi_{11} \cos \omega t + \varphi_{12} \sin \omega t;$$

$$\varphi_2 = \varphi_{21} \cos \omega t + \varphi_{22} \sin \omega t$$

можно найти амплитуды углов поворота масс  $\theta_1$  и  $\theta_2$ :

$$\varphi_{1a} = \sqrt{\varphi_{11}^2 + \varphi_{12}^2}; \quad \varphi_{2a} = \sqrt{\varphi_{21}^2 + \varphi_{22}^2}.$$

Но чаще для расчета передаточных механизмов и устройств возникает необходимость определения амплитуд и фаз относительных амплитуд вращательных колебаний масс  $\theta_1$  и  $\theta_2$ .

Разделим члены уравнение (6.24) на  $\theta_1$ , а уравнение (6.25) на  $\theta_2$ , вычтем из первого уравнения второе и обозначим:

$$\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (6.26)$$

В этом случае система уравнений (6.24) и (6.25) сводится к одному дифференциальному уравнению относительных вращательных колебаний масс  $\theta_1$  и  $\theta_2$

$$\ddot{\varphi}_{12} + \frac{\varepsilon_\varphi}{\theta_{np}} \dot{\varphi}_{12} + \frac{C_\varphi}{\theta_{np}} \varphi_{12} = m_1(\omega) - m_2(t), \quad (6.27)$$

где  $\theta_{np}$  - приведенный момент инерции масс,

$$\theta_{np} = \frac{\theta_1 \theta_2}{\theta_1 + \theta_2}; \quad (6.28)$$

$$m_1(\omega) = \frac{M_1(\omega)}{\theta_1}; \quad m_2(t) = \frac{M_2(t)}{\theta_2}.$$

Имея в виду, что  $b_\varphi / \theta_{np} = 2\varepsilon_\varphi$ ;  $C_\varphi / \theta_{np} = \omega_{0\varphi}^2$  где  $\varepsilon_\varphi$  и  $\omega_{0\varphi}$  - коэффициент демпфирования и собственная частота вращательных колебаний масс.

При свободных колебаниях двухмассовой системы массы поворачиваются в обратные стороны на углы, обратно пропорциональные их моментам инерции:  $\varphi_1 / \varphi_2 = \theta_2 / \theta_1$ .

В сечении вала или в элементе трансмиссии имеется такая точка (элемент, узел), который при колебаниях остается неподвижным.

Решение уравнения (6.27) подобно решению (6.15) уравнения (6.14).

### 6.3. Крутильно-вращательные колебания приводов с двигателями постоянного тока и асинхронными переменного тока

Дифференциальные уравнения (6.24) и (6.25) при учете только одной гармонической составляющей момента сил сопротивления с учетом характеристики двигателя постоянного тока (6.8) приобретают вид:

$$\theta_1 \ddot{\varphi}_1 + b_\varphi (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + C_\varphi (\varphi_1 - \varphi_2) = b_g \dot{\varphi}_g \quad (6.29)$$

$$\theta_2 \ddot{\varphi}_2 + b_\varphi (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + C_\varphi (\varphi_2 - \varphi_1) = M_a \cos \omega t .$$

Разделив все члены уравнений (6.29) на  $\theta_{np}$  и обозначив:  $\omega_{00}^2 = C / \theta_{np}$ ;  $2\varepsilon = b / \theta_{i\vartheta}$ , получим:

$$\left(1 + \frac{\theta_1}{\theta_2}\right) \ddot{\varphi}_1 + 2\varepsilon (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + \omega_0^2 (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{b_d}{\theta_{np}} \dot{\varphi}_d ; \quad (6.30)$$

$$\left(1 + \frac{\theta_2}{\theta_1}\right) \ddot{\varphi}_2 + 2\varepsilon (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + \omega_0^2 (\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{M_a}{\Theta_{np}} \cos \omega t .$$

Решение (6.30) ищем в виде:

$$\varphi_1 = \Delta\varphi_{11} \cos \omega t + \Delta\varphi_{12} \sin \omega t ; \quad \varphi_2 = \Delta\varphi_{21} \cos \omega t + \Delta\varphi_{22} \sin \omega t . \quad (6.31)$$

Подставив (6.31) в уравнение (6.30), разделив все члены уравнений на  $\omega_0^2$  и обозначив

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0} ; \quad \frac{\eta}{\varepsilon_p} = \frac{2\varepsilon\omega}{\omega_0^2} ; \quad \frac{b_d}{\Theta_{np}} \frac{\omega}{\omega_0^2} = \frac{\eta}{\varepsilon_d} ,$$

получим (6.32).

Амплитуды крутильно-вращательных колебаний роторов:

двигателя  $\Delta\varphi_1 = \sqrt{(\Delta\varphi_{11})^2 + (\Delta\varphi_{12})^2} ;$

рабочей машины  $\Delta\varphi_2 = \sqrt{(\Delta\varphi_{21})^2 + (\Delta\varphi_{22})^2} ;$

углы сдвига фаз  $\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\Delta\varphi_{12}}{\Delta\varphi_{11}} ; \operatorname{tg} \beta_2 = \frac{\Delta\varphi_{22}}{\Delta\varphi_{21}}$

$[1 - (1 + \frac{\theta_1}{\theta_2})\eta^2]$	$\eta(\frac{1}{\alpha_p} + \frac{1}{\alpha_d})$	-1	$-\frac{\eta}{\alpha_p}$		$\Delta\varphi_{11}$	0
$\eta(\frac{1}{\alpha_p} + \frac{1}{\alpha_d})$	$[1 - (1 + \frac{\theta_1}{\theta_2})\eta^2]$	$\frac{\eta}{\alpha_p}$	1	x	$\Delta\varphi_{12}$	= 0
-1	$-\frac{\eta}{\alpha_p}$	$[1 - (1 + \frac{\theta_2}{\theta_1})\eta^2]$	$\frac{\eta}{\alpha_p}$		$\Delta\varphi_{21}$	$\frac{M_a}{\theta_{np}}$
$\frac{\eta}{\alpha_p}$	-1	$-\frac{\eta}{\alpha_p}$	$[1 - (1 + \frac{\theta_2}{\theta_1})\eta^2]$		$\Delta\varphi_{22}$	0

(6.32)

Асинхронные двигатели применяются в приводах агрегатов, которые представляются двухмассовыми системами (рис 6.3) и описываются следующими дифференциальными уравнениями:

$$\theta_1 \ddot{\varphi}_1 = M_{дв} + M_{21}; \theta_2 \ddot{\varphi}_2 = M_{21} - M_{2C}, \quad (6.33)$$

где  $\theta_{1,2}$  - моменты инерции, приведенные к ротору электродвигателя и к ротору агрегата;

$\varphi_{1,2}$  - обобщенные координаты (углы поворота роторов двигателя и агрегата);

$M_{2C}$  - приведенный к ротору агрегата момент сил сопротивления;

$M_{дв}$  - момент двигателя;

$M_{21}; M_{12}$  - моменты, действующие соответственно на роторы электродвигателя и агрегата со стороны передаточного механизма.

Характеристики передаточных механизмов принимаются в виде:

$$M_{21} = C_{12}(\varphi_1 - u_{12}\varphi_2) - b_{12}(\dot{\varphi}_1 - u_{12}\dot{\varphi}_2); \quad (6.34)$$

$$M_{12} = C_{12}(\varphi_1 - u_{12}\varphi_2)u_{12} + b_{12}(\dot{\varphi}_1 - u_{12}\dot{\varphi}_2)u_{12},$$

где  $C_{12}; b_{12}$  - коэффициенты жесткости и неупругих сопротивлений передаточных механизмов и устройств;

$$u_{12} = \frac{\omega_{1C}}{\omega_{2C}} - \text{передаточное отношение};$$

$\omega_{1C}$  - синхронная угловая скорость ротора электродвигателя;

$\omega_{2C}$  - идеальная угловая скорость ротора агрегата.

Силы сопротивления  $M_{2C}$  представляются в виде тригонометрического ряда

$$M_{2c} = \sum_{i=1}^k (M_{2ai}^{(1)} \cos i\omega_{20}t + M_{2ai}^{(2)} \sin i\omega_{20}t), \quad (6.35)$$

где  $M_{2ai}^{(1,2)}$  - амплитудные коэффициенты момента сопротивления.

Механическая характеристика двигателя принимается по зависимости (6.9). Введя относительные параметры для угловых скоростей роторов электродвигателя  $S_1$  и агрегата  $S_2$

$$S_1 = \frac{(\omega_{1c} - \omega_1)}{\omega_{1\bar{N}}}; S_2 = \frac{(\omega_{2c} - \omega_2)}{\omega_{2\bar{N}}}, \quad (6.36)$$

представим уравнения (6.33) в виде

$$\theta_1 \nu T_{\text{Э}} \frac{d^2 M_{\text{дв}}}{dt^2} + (b_{12} \nu T_{\text{Э}} + \theta_1 \nu) \frac{dM_{\text{дв}}}{dt} + (b_{12} \nu + C_{12} \nu T_{\text{Э}} + \frac{1}{\omega_{1c}}) M_{\text{дв}} + C_{12} \nu \int M_{\text{дв}} dt = C_{12} \int S_2 dt; \quad (6.37)$$

$$\theta_2 \frac{dS_2}{dt} + (b_2 + b_{12} u_{12}^2) S_2 + C_{12} u_{12}^2 \int S_2 dt = b_{12} u_{12}^2 \nu T_{\text{Э}} \frac{dM_{\text{дв}}}{dt} + (b_{12} u_{12}^2 \nu + C_{12} u_{12}^2 \nu T_{\text{Э}}) M_{\text{дв}} + C_{12} u_{12}^2 \nu \int M_{\text{дв}} dt + \sum_{i=1}^k (m_{2ai}^{(1)} \cos i\omega_{20}t + m_{2ai}^{(2)} \sin i\omega_{20}t), \quad (6.38)$$

где  $m_{2ai} = \frac{M_{2ai}}{\omega_{2c}}$ .

Решение уравнений (6.37) и (6.38) ищется в виде:

$$M_{\text{дв}} = M_{\text{дв}1} \cos \omega t + M_{\text{дв}2} \sin \omega t; S_2 = S_{21} \cos \omega t + S_{22} \sin \omega t. \quad (6.39)$$

После подстановки решения (6.39) в систему интегродифференциальных уравнений находятся гармонические коэффициенты  $M_{\text{дв}1}$ ;  $M_{\text{дв}2}$ ;  $S_{21}$ ;  $S_{22}$ , а по ним решения в виде:

$$M_{\text{дв}} = M_{\text{дв}a} \cos(\omega t + \beta_{M_2}); S_2 = S_{2a} \cos(\omega t + \beta_{S_2}), \quad (6.40)$$

где  $M_{\text{дв}a}$ ;  $S_{2a}$  - амплитуды переменных составляющих момента и скольжения двигателя;

$\beta_{M_2}$ ;  $\beta_{S_2}$  - углы сдвига фаз,

$$M_{\text{дв}} = \sqrt{M_{\text{дв}1}^2 + M_{\text{дв}2}^2}; S_{2a} = \sqrt{S_{21}^2 + S_{22}^2}; \operatorname{tg} \beta_{M_2} = \frac{M_{\text{дв}2}}{M_{\text{дв}1}}; \operatorname{tg} \beta_{S_2} = \frac{S_{22}}{S_{21}}. \quad (6.41)$$

По зависимости (6.36) находятся амплитуды угловой скорости массы Q

$$\omega_{2a} = \omega_{2c} (1 - S_{2a}). \quad (6.42)$$

#### 6.4. Крутильные колебания валов

В рассмотренных ранее задачах моментом инерции собственной массы вала пренебрегали. Вал принимался невесомым. В случаях, когда диск отсутствует или масса его мала, моментом инерции собственной массы вала пренебрегать нельзя.

Введем следующие обозначения (рис 6.4):

$q_0$  - интенсивность момента инерции собственной массы вала относительно его продольной оси, т.е. момент инерции массы единицы длины вала;

$\varphi$  - угол поворота сечения вала;

$M$  - крутящий момент в сечении;

$C$  - жесткость поперечного сечения вала при кручении.

Рассмотрим элемент  $dx$ , вырезанный из вала двумя поперечными сечениями (рис 6.4).

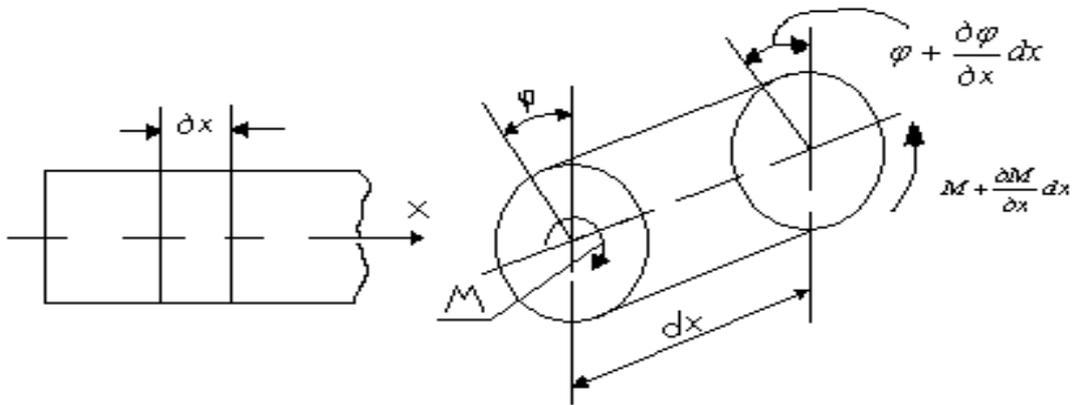


Рис. 6.4. Равновесие элемента вала

В соответствии с принципом Даламбера получим следующее уравнение моментов

$$\frac{\partial M}{\partial x} dx - q_0 dx \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0. \quad (6.43)$$

Крутящий момент связан с погонным углом закручивания соотношением

$$M = C \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \quad (6.44)$$

Следовательно, уравнение (6.43) можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{q_0}{C} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0$$

или

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{1}{a_k^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0, \quad (6.45)$$

где  $a_k$  - скорость распространения волн сдвига,

$$a_k = \sqrt{\frac{C}{q_0}}. \quad (6.46)$$

В случае круглого сечения вала  $C = GJ_p$ ;  $q_0 = \rho J_p$ , где  $G$  и  $\rho$  - модуль сдвига и плотность материала;  $J_p$  - полярный момент инерции сечения вала, получим

$$a_k = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (6.47)$$

Заметим, что скорость распространения продольных колебаний определяется по схожей формуле  $a_n = \sqrt{E/\rho}$ .

Уравнение (6.45) тождественно с уравнением, описывающим продольные колебания, и решение их аналогично ищется в виде

$$\varphi = \left( A \sin \frac{\omega_0}{a_k} x + B \cos \frac{\omega_0}{a_k} x \right) \sin(\omega_0 t + \beta), \quad (6.48)$$

где  $\omega_0$  - собственная частота колебаний стержня.

Постоянные  $A$  и  $B$  определяются из конечных условий стержня. Наибольший интерес представляют следующие конечные условия: защемление стержня и размещение на конце стержня сосредоточенной массы в виде диска, а также свободный конец стержня.

Граничным условием при защемлении конца стержня является равенство нулю поворота конца стержня, т.е.  $\varphi = 0$ . В случае свободного конца стержня равен нулю момент, и, следовательно,  $\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$ . При расположении на конце стержня диска, момент на конце стержня равен моменту инерции диска, т.е.

$$GJ_p \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \theta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}. \quad (6.49)$$

Например, для случая стержня с закреплёнными по концам дисками (рис 6.5) граничные условия для левого конца ( $x = 0$ )

$$GJ_p A \frac{\omega_0}{a_k} \sin(\omega_0 t + \beta) = B \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \beta).$$

Отсюда 
$$GJ_p \frac{\omega_0}{a_k} A + B \omega_0^2 \theta_1 = 0. \quad (6.50)$$

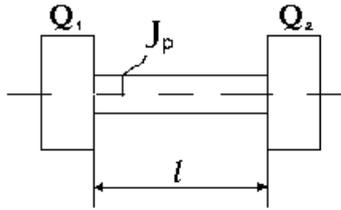


Рис. 8.5. Стержень с дисками

Для правого конца стержня  $x = l$

$$GJ_p \frac{\omega_0}{a_k} \left( A \cos \frac{\omega_0}{a_k} l - B \sin \frac{\omega_0}{a_k} l \right) + \omega_0 \theta_2 \left( A \sin \frac{\omega_0}{a_k} l + B \cos \frac{\omega_0}{a_k} l \right) = 0. \quad (6.51)$$

Главный определитель системы уравнений (6.50) и (6.51) представляется в виде:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{GL_p}{l} z & \omega_0^2 \theta_1 \\ \frac{GJ_p}{l} z \cos z + \omega_0^2 \theta_2 \sin z & -\frac{GJ_p}{l} z \cos z + \omega_0^2 \theta_2 \cos z \end{vmatrix}, \quad (6.52)$$

где  $z = \frac{\omega_0}{a_k} l$ .

Из равенства нулю главного определителя (6.52) находятся собственные частоты колебаний  $\omega_0$  стержня с дисками.

Для снижения параметров крутильно-вращательных колебаний агрегатов используются многие из методов, применяемые для виброзащиты машин: динамическое виброгашение, вибродемпфирование, упруго-податливые связи, методы предотвращения резонанса крутильно-вращательных колебаний при проектировании агрегатов и вывода конструкций из резонанса при эксплуатации оборудования. С методами и средствами уменьшения крутильно-вращательных колебаний машинных агрегатов можно ознакомиться в приведенном ниже списке литературы.

## 7. АКУСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА МАШИН

---

Научное направление, возникшее на стыке теории механизмов и машин и акустики и названное академиком И.И. Артоболевским акустической динамикой машин, в настоящее время бурно развивается [40]. Это развитие обуславливается потребностью теоретического обоснования виброакустической диагностики машин и оборудования и необходимостью создания малошумных машин и производств.

В разделе приводятся общие понятия о звуке и шуме, классификация и нормирование шума, а также сведения о методах уменьшения шума в источнике и на путях его распространения. Особое внимание уделяется вопросам возбуждения и распространения звуковых волн, необходимых для решения задач виброакустической диагностики машин и оборудования.

### 7.1. Общие понятия о звуке и шуме

Звук как физическое явление представляет собой волновое движение упругой среды. Как физиологическое явление он определяется ощущением громкости, воспринимаемым органом слуха при воздействии звуковых волн.

Любое нарушение стационарного состояния сплошной среды в какой-либо точке пространства приводит к появлению возмущений (волн), распространяющихся из этой точки. Область материальной среды, в которой наблюдаются эти волны, называется звуковым полем.

Звуковые волны, возникающие в среде, распространяются далее от точек возникновения (источников звука). Скорость распространения звуковых волн (скорость звука) зависит от упругости и плотности среды и не меняется с изменением частоты колебаний источника.

Звуковые волны, распространяющиеся в воздухе, называются воздушным звуком. Колебания звуковых частот, распространяющиеся в инженерных конструкциях, называются структурным звуком.

При распространении звуковой волны в различных точках звукового поля возникают периодические сжатия и разрежения среды. Число периодических сжатий или разрежений в секунду, наблюдаемых в фиксированной точке среды, называется частотой звука. Расстояние между точками среды, в которых степени сжатия или разрежения одинаковы, называется длиной волны.

Между длиной волны  $\ell_{\text{в}}$ , скоростью распространения звука  $C_{\text{в}}$  и частотой  $f$  существует связь:

$$\ell_{\text{в}} = C_{\text{в}}/f. \quad (7.1)$$

В твердых однородных и изотропных телах могут возникать продольные волны (волны сжатия и расширения) и поперечные волны (волны

сдвига). На границе сред наблюдаются поверхностные волны.

Скорость распространения поверхностных волн  $C_{\text{пр}}$ , м/с, определяется по формуле

$$C_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\rho(1+\mu)(1-2\mu)}}, \quad (7.2)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала, Н/м<sup>2</sup>;

$\mu$  – коэффициент Пуассона;

$\rho$  – плотность материала, кг/м<sup>3</sup>.

Скорость распространения продольных волн по стержню, длина которого существенно больше поперечных размеров, зависит только от модуля продольной упругости и плотности материала:

$$C_{\text{пр}} \approx \sqrt{E/\rho}. \quad (7.3)$$

Продольные волны не имеют дисперсии, скорость их распространения не зависит от частоты.

Изгибные волны распространяются медленнее, чем продольные. Скорость их распространения по пластине определяется по формуле

$$C_{\text{из}} = \sqrt{\omega \sqrt{D/m_s}}, \quad (7.4)$$

где  $\omega$  – угловая скорость;

$m_s$  – масса единицы поверхности пластины;

$D$  – цилиндрическая жесткость пластины,

$$D = E h^3 / [12(1-\mu^2)], \quad (7.5)$$

$h$  – толщина пластины.

При распространении изгибных волн по пластине наблюдается дисперсия, т.е. скорость распространения волны увеличивается с увеличением частоты.

В газах и жидкостях распространяются преимущественно продольные волны со скоростью

$$C_{\text{в}} = \sqrt{E/\rho}.$$

Скорость звука практически не зависит от частоты, но находится в сильной зависимости от температуры, давления и влажности воздуха. Например, зависимость скорости звука в воздухе от температуры выражается следующим образом:

$$C_{\text{в}} = C_0 \sqrt{1+t/273}, \quad (7.6)$$

где  $C_0$  – скорость звука при  $t = 0$  °С,  $C_0 = 333$  м/с;

$t$  – температура воздуха.

Периодические сжатия и разрежения в звуковой волне оцениваются звуковым давлением, которое равно разности давления в данный момент времени при наличии звуковой волны и среднего давления в среде при отсутствии звукового поля.

В плоской продольной звуковой волне колебательная скорость среды и звуковое давление  $p$  связаны множителем  $\rho C_B$ , называемым волновым сопротивлением:

$$\xi = p/\rho C_B, \quad (7.7)$$

Скорости распространения продольных волн и значения волнового сопротивления для некоторых сред приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

*Акустические характеристики некоторых сред*

Наименование	Плотность $\rho \cdot 10^3$ , кг/м <sup>3</sup>	Скорость звука $C_0$ , м/с	Волновое сопротив- ление $\rho C \cdot 10^3$ , кг/(м с)
Воздух при 20° С	1,2	344	410
Вода	1,0	1460	1,46
Алюминий	2,7	5100	13,8
Сталь	7,8	4990	39,0
Железобетон	2,6	5100	13,3
Стекло	3,0	4000	12,0
Резина вулканизированная	0,92	54	50,0

Звуковая волна переносит энергию. Количество звуковой энергии, проходящей в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения, называется интенсивностью или силой звука. В поле плоских и сферических зон интенсивность звука  $I$ , Вт/м<sup>2</sup>, выражается через звуковое давление следующей зависимостью:

$$I = p^2/\rho C, \quad (7.8)$$

По аналогии с уровнем звукового давления введено понятие уровня силы звука  $L_I$ , дБ:

$$L_I = 10 \lg I/I_0, \quad (7.9)$$

где  $I_0 = 10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup> –пороговая интенсивность.

Шумом принято считать всякие нежелательные звуки, например, мешающие восприятию полезных звуков, или нарушающие тишину, или же оказывающие вредное или раздражающее действие на организм человека.

Производственный шум есть беспорядочное (хаотическое) сочетание звуков, различных по частоте и интенсивности. Важнейшей характеристикой колебательного процесса (шума) является его частотный спектр – функция, указывающая на характер распределения энергии шума по частотному диапазону.

Спектр может быть дискретным или линейчатым, когда отдельные составляющие соответствуют строго определенным частотам, разделенные промежутками, в которых звука нет, и сплошным, когда составляющие непрерывно заполняют некоторый интервал частот. Шум, в котором энергия, излучаемая на всех частотах, постоянна, называется белым шумом.

Для сравнения шума машин, нормирования и других аналогичных целей используется представление спектров шума в октавных полосах со среднегеометрическими частотами 63; 125; 250; 500; 1000; 2000; 4000; 8000 Гц.

Происхождение шума и его техническое название обычно определяют по состоянию среды, а также по виду первоначального возбуждения, вызывающего нарушение стационарности среды. При этом выделяют четыре типа шумов: механический, аэродинамический, гидромеханический и электромагнитный.

**Механический шум** обычно возникает при соударении звеньев механизмов в кинематических парах, при возбуждении механических колебаний силами трения; при взаимодействиях твердой среды с рабочими органами машины. Во многих случаях причиной шума могут стать инерционные возмущающие силы, возникающие вследствие движения масс с переменными ускорениями. Возмущающие силы во всех перечисленных случаях приводят к вибрации деталей машин, распространяющейся от точки приложения сил в элементы соседствующих конструкций или непосредственно в воздушную среду.

Эффективность возбуждения колебательного движения внешними или инерционными силами зависит от механического сопротивления возбуждаемой системы – так называемого импеданса:

$$Z_{\text{мех}} = F(t)/V_1, \quad (7.10)$$

где  $F(t)$  – переменная сила;

$V_1$  – колебательная сила в точке приложения  $F(t)$ .

Упругая деформация, возникающая в некоторой точке 1, со скоростью звука распространяется в среде и в точке 2 вызывает колебательное движение с колебательной скоростью  $V_2$ . Причем:

$$F(t)/V_2 = k V_1, \quad (7.11)$$

$k$  – коэффициент передачи.

Если в области твердой среды, колеблющейся со скоростью  $V_2$ , примыкает область воздушной среды, то зона контакта станет источником воздушного шума с мощностью:

$$P = \rho c S k_1 V_2^2 / 2, \quad (7.12)$$

где  $\rho c$  – акустическое сопротивление (акустический импеданс воздуха);

$S$  – площадь поверхности контакта, колеблющейся со скоростью  $V_2$ ;

$k_1$  – коэффициент излучения, определяемый характером колебаний рассматриваемого излучателя.

Эффективное снижение механического шума может быть достигнуто: снижением величин действующих переменных сил  $F(t)$ ;

увеличением механического импеданса колеблющейся среды;

снижением коэффициента передачи звуковых колебаний по конструкции от точек возникновения к зоне излучения;

ухудшением условий излучения, что достигается уменьшением поверхности излучения и амплитуд колебаний, а также предотвращением синфазности колебаний поверхности в зоне излучения.

**Аэродинамический шум** чаще всего является следствием нестационарных процессов в газовой среде. Разновидности аэродинамических шумов соответствуют различным кинематическим особенностям газовых потоков. Различают шумы самовозбуждающихся газодинамических пульсаций, термоакустические шумы, шум вращения, шум ударных волн, вихревой шум и шум от неоднородности потока. В названных видах шумов могут быть выделены и более узкие разновидности. Например, к вихревому шуму относятся: шум периодически срывающихся вихрей, шум турбулентного обтекания, шум турбулентной струи. Существует множество процессов, приводящих к появлению звука в движущемся потоке.

Звуковая мощность аэродинамических процессов может быть описана следующим образом:

$$P = K (C_x \text{Sh})^2 V^6 D^2 S_o / C_o^3, \quad (7.13)$$

где  $K$  – безразмерный коэффициент пропорциональности;

$C_x$  – аэродинамический коэффициент лобового сопротивления;

$\text{Sh}$  – критерий подобия, число Струхала;

$V$  – осредненная скорость потока;

$D$  – характерный размер тела;

$S$  – площадь поверхности контакта;

$C_o$  – скорость звука (табл. 7.1).

Величина вихревого шума практически не зависит от материала, из которого изготовлено тело.

**Шум гидродинамического происхождения** имеет природу, сходную с аэродинамическим шумом. Особо следует выделить кавитационный шум, присущий лопастным агрегатам, возникающий при высоких окружных скоростях и малых давлениях в подводящем среду трубопроводе.

Как правило, кавитационный шум появляется на ранней стадии кавитации. Даже малый очаг кавитации, практически не нарушающий рабочих характеристик машины, достаточен для того, чтобы вызвать интенсивный шум. Кавитация возникает в тех точках потока, где происходит разрыв сплошности жидкости. В образовавшуюся каверну диффундирует растворенный в воде воздух или водяной пар. При понижении давления газовый пузырек ликвидируется, возникает гидравлический удар, проявляющийся в виде звукового импульса. Как всякий импульс он состоит из ряда составляющих различной частоты, располагающихся преимущественно в области средних и высоких звуковых частот. Ввиду обилия высокочастотных составляющих кавитационный шум оказывает очень сильное воздействие на органы слуха.

**Шум магнитного происхождения** характерен для электрических машин и проявляется в своеобразном гудении во время их запуска и рабо-

ты. Считается, что электромагнитный шум возникает как следствие колебаний статора и ротора машины под влиянием переменных магнитных сил, действующих в зазоре между ними.

В современных агрегатах перечисленные выше источники шума различного происхождения могут проявляться одновременно. Задачей борьбы с ними является обнаружение той или иной компоненты в общем составе шума и уменьшение их мощности.

Снижение вредного воздействия шума на обслуживающий персонал можно осуществить следующими способами:

- путем активного воздействия на источник звукообразования;
- поглощением части энергии шума на путях его распространения;
- применением средств индивидуальной защиты;
- изменением направленности излучения.

Для снижения механического шума необходимо уменьшать площадь излучающих поверхностей, увеличивать рассогласование по фазе различных точек этих поверхностей, что ведет к уменьшению мощности звукового излучения. Целесообразно также применять виброизоляцию машины от фундамента, фундамента с машиной от перекрытия, машины от трубопровода, кожуха от машины с помощью виброизоляторов, прокладок; применять вибродемпфирующие покрытия (мастики) для облицовки тонкостенных вибрирующих конструкций.

Для уменьшения интенсивности аэрогидродинамического шума от неоднородности потока ударных волн необходимо добиваться:

уменьшения скоростей истечения в каналах, скоростей обтекания рабочих поверхностей и кромок;

сглаживания гидроударных явлений путем увеличения и регулирования времени открытия (закрытия) заслонок, вентиля в потоке жидкости или между полостями с разными давлениями, введением гидравлических сопротивлений, обеспечивающих плавность повышения или понижения давления;

уменьшения вихреобразования в струях и потоках газа и жидкости путем выбора рациональных профилей обтекаемых поверхностей;

противошумного воздействия на вытекающую струю путем ее дробления.

Рассмотренные методы относятся к методам снижения шума в источнике его возникновения. К методам снижения шума на путях его распространения относятся:

- акустическая звукопоглощающая облицовка помещений;
- установка акустических экранов и выгородка наиболее интенсивных источников шума;
- звукоизолирующие кожухи машин и оборудования.

## 7.2. Волновые процессы в машинах и оборудовании

Реальные конструкции машин и сооружений являются континуальными (протяженными). Внешние динамические воздействия, например, в виде сил резания, удары в кинематических парах возбуждают вибрацию в деталях и конструкциях, которая в виде волн распространяется по машине или сооружению. При решении задач виброзащиты машин волновые процессы не учитываются в тех случаях, когда длины волн существенно больше размеров деталей и конструкций. Если длины волн соизмеримы или меньше размеров деталей и конструкций, волновые процессы учитываются. Методы виброакустической диагностики и неразрушающих методов контроля основаны на использовании волновых процессов.

В предыдущих разделах показано, что структурные параметры технического состояния машин и оборудования проявляются в виде динамических воздействий, возбуждающих вибрацию в зонах контакта деталей. Вибрация в виде волн распространяется по конструкциям, достигает поверхности деталей и измеряется при диагностировании.

Удары в кинематических парах возбуждают вибрацию в деталях и конструкциях, которая распространяется по машине в виде упругих продольных и поперечных волн со скоростями:

$$C_1 = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\rho(1+\mu)(1-2\mu)}}; \quad C_2 = \sqrt{\frac{E}{2(1+\mu)\rho}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (7.14)$$

где  $C_1, C_2$  – скорости распространения соответственно продольных и поперечных волн;

$E; G$  – модули соответственно продольной упругости и сдвига;

$\rho$  – плотность материала;

$\mu$  – коэффициент Пуассона.

Наличие двух видов волн объясняется тем, что при продольной деформации твердого тела возникают поперечные деформации, т.е. происходит искажение объема при растяжении–сжатии и формы при сдвиге твердого тела. Например, при растяжении стержня увеличивается его длина и уменьшается площадь поперечного сечения.

Бегущая волна переносит акустическую энергию в направлении своего движения. Средний поток звуковой энергии в единицу времени, проходящий через единицу поверхности, перпендикулярной направлению распространения звука, называется интенсивностью звука и определяется по формуле (7.8). Скорость переноса энергии звуковой волны равна скорости распространения звука.

Плотность энергии упругих волн  $W$ , т.е. количество энергии, содержащейся в единице объема среды

$$W = \rho \dot{x}^2. \quad (7.15)$$

Конструктивные элементы машин состоят из стержней, пластин, оболочек, объемных тел, ограниченных в пространстве. В ограни-

ченном твердом теле поперечные и продольные волны оказываются связанными, образуя различные комбинации смешанных продольно-сдвиговых волн. В стержнях возможны три типа волн: продольные, изгибные (поперечные) и крутильные. В пластинах и оболочках, кроме продольных и изгибных волн, возбуждаются сдвиговые волны (рис. 7.1). Изгибные волны в оболочках распространяются по спирали. Их можно представить как наложение кольцевых волн и волн по образующей оболочки.

Таким образом, колебательная энергия может передаваться по конструкциям машин и оборудования в виде продольных, изгибных, сдвиговых и крутильных упругих волн.

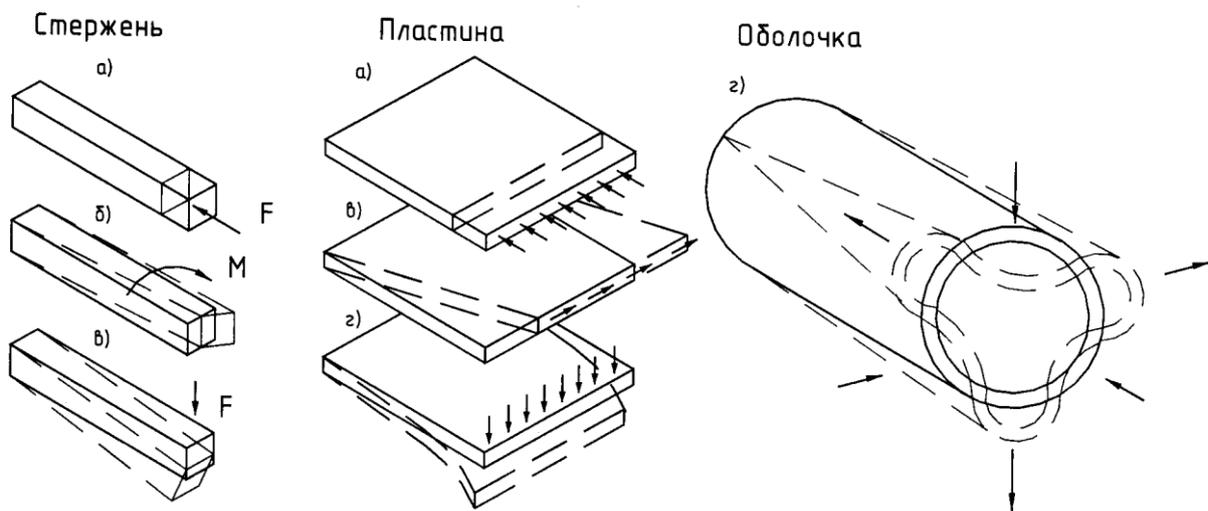


Рис. 7.1. Формы деформации стержня, пластины, оболочки при колебаниях: а – продольных; б – крутильных; в – сдвиговых; г – изгибных

Реальные конструкции представляют разнообразные соединения стержней, пластин, оболочек. В местах соединений происходит преобразование одних волн в другие.

При распространении продольных волн по конструкции поперечные сечения ее колеблются, не деформируясь, в направлении движения волны.

Уравнение движения конструкции, по которой вдоль координаты  $x$  распространяются продольные волны

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{1}{C_{II}^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{1 - \mu^2}{E S} F(x, t), \quad (7.16)$$

где  $\xi$  – перемещение сечения стержня или пластины вдоль координаты  $x$ ;  
 $S$  – площадь сечения стержня (для пластины взамен  $S$  принимают толщину пластины  $\delta$ );

$F(x, t)$  – внешние силы, действующие на стержень или пластину;

$C_{II}$  – скорость распространения продольных волн.

При распространении по пластине вдоль координаты  $x$  сдвиговой волны поперечные сечения пластины колеблются в ее плоскости, не деформируясь в направлении, перпендикулярном направлению движения волны. Уравнение движения пластины при сдвиговых колебаниях имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{C_c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{G \delta} F(x, t), \quad (7.17)$$

где  $u$  – перемещение сечения пластины, параллельно его плоскости в направлении, нормальном к оси  $x$ ;

$C_c$  – скорость распространения сдвиговой волны.

Продольные и сдвиговые деформации в пластине взаимосвязаны. Наличие в пластине препятствий приводит к преобразованию сдвиговой волны в продольную и наоборот.

В стержнях помимо продольных волн распространяются крутильные волны. При крутильных волнах поперечные сечения, не меняя своей конфигурации, совершают периодическое вращательное движение относительно оси, нормальной к сечению, описываемое следующим дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{1}{C_k^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{1}{G I_p} M(x, t), \quad (7.18)$$

где  $\varphi$  – угол поворота сечения;

$C_k$  – скорость распространения крутильной волны;

$I_p$  – полярный момент инерции стержня относительно оси, проходящей через точку, вокруг которой происходит вращение;

$M(x, t)$  – внешние моменты, действующие на стержень относительно его оси.

Распространение по конструкции изгибной волны вызывает поперечное перемещение  $\xi(x)$  и поворот  $\psi(x)$  каждого сечения. Поперечное перемещение и поворот взаимосвязаны.

$$\psi(x) = \frac{\partial \xi(x)}{\partial x}.$$

Скорость распространения изгибной волны

$$C_{\Pi} = \sqrt{\omega r c_{\Pi}} = \sqrt{D \omega^2 / m} = \sqrt{E I \omega_2 / m(1 - \mu^2)}, \quad (7.19)$$

где  $\omega$  – угловая частота изгибных колебаний;

$r = \sqrt{I/S}$  – радиус инерции сечения пластины или стержня;

$m$  – распределенная масса конструкции;

$D$  – изгибная жесткость пластины.

Как видно из формулы (7.19) фазовая скорость изгибной волны зависит от частоты  $\omega$ , т.е. обладает дисперсией. В связи с этим скорость рас-

пространения энергии изгибных волн в два раза превышает фазовую скорость.

Уравнение, описывающее изгибные колебания имеет вид

$$D \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} + m \frac{1}{C_{\Pi}^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = F(x, t). \quad (7.20)$$

Для удобства использования формулы для определения скоростей распространения волн различных типов сведены в табл. 7.2.

Таблица 7.2

Скорости упругих волн в стержнях, пластинах и оболочках при различных типах упругой волны

Элемент конструкции	Вид упругих волн	Расчетные Формулы
Стержень любого сечения	Продольные	$c_{\text{п.ст}} = \sqrt{E/\rho}$
	Крутильные	$c_{\text{к.ст}} = \sqrt{\alpha \rho_c / \rho} = \alpha \sqrt{G/\rho}$
Стержень прямоугольного сечения	Изгибные (поперечные)	$c_{\text{и.ст}} = 0,535 \sqrt{\omega c_{\text{п.ст}} \alpha}$
круглого сечения		$c_{\text{и.ст}} = 0,707 \sqrt{\omega c_{\text{п.ст}} R}$
кольцевого сечения		$c_{\text{и.ст}} = 0,707 \sqrt{\omega c_{\text{п.ст}} \sqrt{R^2 + R_1^2}}$
Пластина	Продольные	$c_{\text{п.пл}} = \sqrt{E/[\rho(1-\mu^2)]}$
	Изгибные	$c_{\text{и.ст}} = 0,535 \sqrt{\omega c_{\text{п.пл}} \delta_{\text{пл}}}$
	Сдвиговые	$c_{\text{с.пл}} = \sqrt{G/\rho}$
Цилиндрическая оболочка	Продольные	$c_{\text{п.об}} \approx \sqrt{E/[\rho(1-\mu^2)]}$
	Изгибные	При $f \ll f_k$ $c_{\text{и.об}} \approx \sqrt{\omega c_{\text{п.пл}} R_{\text{об}} \sqrt{1-\mu^2}} / n$ При $f > f_k$ $c_{\text{и.об}} \approx 0,535 \sqrt{\omega c_{\text{п.об}} h_{\text{об}}}$

В табл. 7.2 обозначено:

- а – размер прямоугольного сечения стержня в направлении смещения  $\xi$ ;
- R – наружный радиус круглого или кольцевого стержня;
- R<sub>1</sub> – внутренний радиус кольцевого стержня;
- R<sub>об</sub> – средний радиус оболочки;
- h<sub>об</sub> – толщина оболочки;
- δ<sub>пл</sub> – толщина пластины;

- $n$  – число волн по окружности оболочки;  
 $f$  – частота колебаний, Гц;  
 $f_k$  – критическая частота, Гц;  $f_k = C_{п.об}/(2\pi R_{об})$ ;  
 $\alpha$  – параметр, зависящий от размеров сторон прямоугольного сечения  $a/b$ , значения которого приведены ниже:

$a/b$	1	1,5	2	3	6	>6
$\alpha$	0,92	0,95	0,74	0,56	0,32	$\approx 2b/a$

Для стержней с круглым и кольцевым сечением  $\alpha = 1,0$ .

В жидкостях и газах упругие силы возникают лишь при искажении объема, вследствие чего в них могут быть только продольные волны. Скорость распространения этих волн:

для жидкостей в неограниченном объеме

$$C_{1ж} = \sqrt{E_{ж}/\rho} ; \quad (7.21)$$

для жидкостей в трубе

$$C_{1т} = 1 / \sqrt{\rho \left( \frac{1}{E_{ж}} + \frac{d_t}{\delta_t E_{ст}} \right)} ; \quad (7.22)$$

для газа

$$C_{1г} = \sqrt{\gamma p_c / \rho} , \quad (7.23)$$

где  $E_{ж}$  – модуль упругости при всестороннем сжатии жидкости (объемный модуль упругости);

$E_{ст}$  – модуль упругости материала стенок;

$d_t, \delta_t$  – средний диаметр и толщина стенки трубы;

$p_c$  – статическое давление газа;

$\gamma$  – показатель адиабаты (для воздуха  $\gamma = 1,41$ ).

Скорость продольной волны в жидкости практически не зависит от температуры и давления, но наличие в жидкости газовых пузырьков существенно уменьшает ее модуль  $E_{ж}$  и соответственно скорость распространения продольной волны. Так содержание в воде 0,1% воздуха приводит к снижению скорости продольной волны с 1500 м/с до 400 м/с.

Скорость распространения продольной волны в газе (скорость звука) зависит от давления, влажности, температуры. Например, для воздуха зависимость от температуры определяется выражением.

$$C_1(T) = C_0 \sqrt{\frac{273 + T}{273}} , \quad (7.24)$$

где  $C_0$  – скорость звука при  $T = 0^\circ\text{C}$ ;  $T$  – температура, воздуха,  $^\circ\text{C}$ .

При распространении волны по твердому телу каждая точка твердого тела совершает два вида колебаний: продольные (по направлению распространения волны) и поперечные (перпендикулярно этому направлению). В жидкости и газе частички среды совершают колебания только в продольном направлении.

Важное значение для практики имеет изучение распространения продольных волн в стержнях – волноводах.

### 7.3. Продольные волны в стержнях (теоретические основы работы волноводов)

Волновод предназначен для присоединения вибропреобразователя к объекту диагностирования. Он выполняется в виде стержня, одним свободным концом связанного с объектом диагностирования, другим – с вибропреобразователем. К объекту диагностирования волновод может быть приварен, связан с ним резьбовым соединением или иметь контакт с силовым прижимом. В последнем случае волновод выполняется в виде щупа.

Общие положения теории волноводов рассмотрим на примере продольных колебаний стержней, т.е. конструктивных элементов, в которых один из размеров - длина существенно превышает два других размера, характеризующих поперечное сечение. При исследовании продольных колебаний стержней предполагается, что:

центры тяжести поперечных сечений лежат на одной линии, а сечения при деформации остаются плоскими;

движения частиц, перпендикулярные оси стержня, отсутствуют;

погонная масса, жесткость, а также интенсивность внешней нагрузки являются непрерывными или кусочно-непрерывными функциями одной координаты  $x$ ;

смещения точек вдоль оси от действия на стержень внешней нагрузки являются функцией двух переменных: координаты стержня  $x$  и времени  $t$ ;

деформации являются линейными функциями сил.

Рассмотрим стержень длиной  $\ell$  (рис. 7.2). Выделим элемент стержня длиной  $dx$  на расстоянии  $x$  от начала координаты.

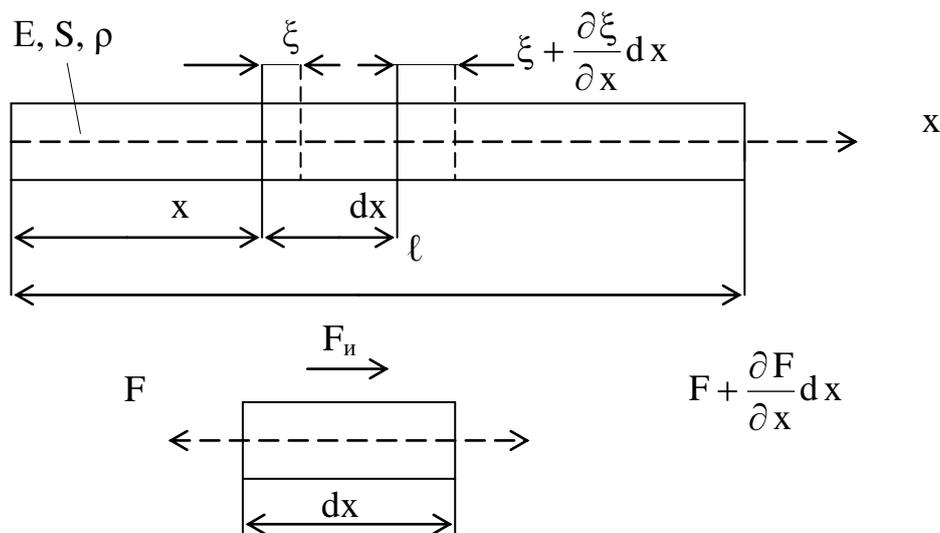


Рис. 7.2. Расчетная модель стержня

На рис. 7.2 обозначено:  $\rho$  - плотность материала стержня, кг/м<sup>3</sup>;  $E$  - модуль упругости материала стержня, Н/м<sup>2</sup>;  $S$  - площадь поперечного сечения, м<sup>2</sup>;  $F$  - нормальная сила в сечении, Н;  $\xi$  - смещение поперечного сечения вдоль оси стержня, м;  $F_u$  - сила инерции элемента стержня, Н.

Сила инерции элемента стержня равна

$$F_u = -\rho S dx \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \quad (7.25)$$

где  $t$  - время, с.

Из равновесия элемента стержня, согласно принципу Даламбера, имеем:

$$\frac{\partial F}{\partial x} dx - \rho S dx \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial F}{\partial x} - \rho S \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0. \quad (7.26)$$

Левое сечение элемента смещается по оси  $x$  на  $\xi$ , правое на величину  $\xi + \frac{\partial^2 \xi}{\partial x} dx$ , где величина  $\frac{\partial \xi}{\partial x} dx$  является абсолютным удлинением элемента. Относительное удлинение элемента равно  $\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x}$ .

Усилие, возникающее в сечении, связано с относительным удлинением формулой Гука

$$F = ES\varepsilon = ES \frac{\partial \xi}{\partial x}; \quad \frac{\partial F}{\partial x} = ES \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}. \quad (7.27)$$

Подставляя (7.27) в (7.26) и сокращая  $S$ , получим  $E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0$ .

Обозначив  $a^2 = \frac{E}{\rho}$ , получим следующее дифференциальное уравнение продольных колебаний

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0, \quad (7.28)$$

где  $a$  - скорость распространения волны по стержню, м/с.

Решение уравнения (7.28) ищем в виде

$$\xi = u \sin(\omega_0 t + \beta), \quad (7.29)$$

где  $u$  - функция абсциссы  $X$ , определяющая форму колебаний;

$\omega_0$  - собственная частота колебаний, рад/с;

$\beta$  - угол сдвига фаз, град.

Подставляя решение (7.29) в уравнение (7.28) и сокращая  $\sin(\omega_0 t + \beta)$ , получим обыкновенное дифференциальное уравнение для функции  $u(x)$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\omega_0^2}{a^2} u = 0 . \quad (7.30)$$

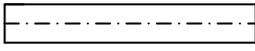
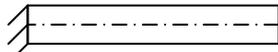
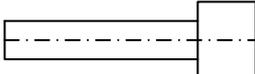
Решением этого уравнения является выражение

$$u = A \sin \frac{\omega_0}{a} x + B \cos \frac{\omega_0}{a} x . \quad (7.31)$$

Постоянные  $A$  и  $B$  определяются из условий закрепления концов стержня. Но при любом закреплении концов стержня уравнения, выражающие граничные условия, оказываются однородными и дают отличные от нуля значения постоянных только в том случае, если определитель этих уравнений равен нулю. Из равенства этого определителя нулю находятся собственные частоты колебаний стержня. Наиболее часто встречающиеся граничные условия закрепления концов стержня приведены в табл. 7.3.

Таблица 7.3

Граничные условия на концах стержня

Наименование	Изображение	Математическая модель
Свободный конец		$\frac{\partial \xi}{\partial x} = 0$
Защемление		$\xi = 0$
Сосредоточенная жесткость		$ES \frac{\partial \xi}{\partial x} = c \xi$
Сосредоточенная масса		$ES \frac{\partial \xi}{\partial x} = -m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$

Рассмотрим ряд частных случаев определения частот собственных и параметров вынужденных колебаний стержней (рис. 7.3).

Случай, когда стержень заделан одним концом, второй конец свободный (рис. 7.3,а) соответствует волноводу с весьма малой относительно волновода массой вибропреобразователя и жесткой связью волновода с объектом диагностирования, например, приваркой волновода.

На свободном конце при  $x = \ell$  продольная сила должна равняться нулю и относительное удлинение  $\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)_{x=\ell} = 0$ . В соответствии с (7.31)

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=\ell} = 0 . \quad (7.32)$$

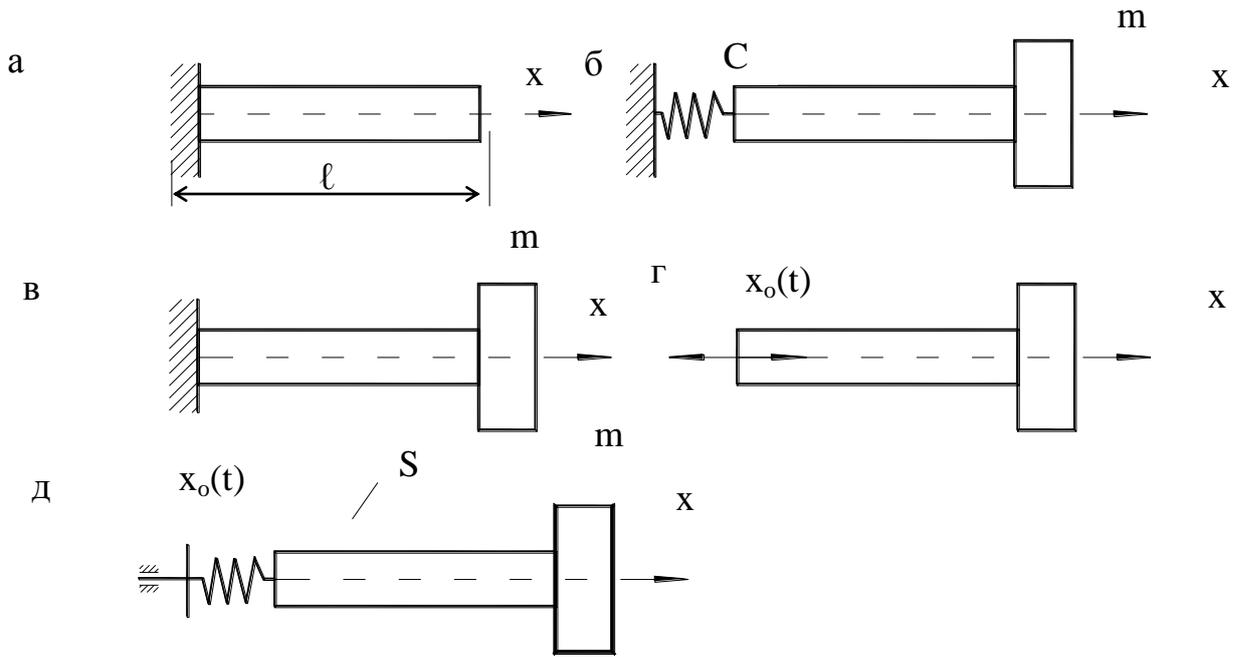


Рис. 7.3. Расчетные схемы стержней

На заземленном конце перемещение равно нулю

$$u_{x=0} = 0. \quad (7.33)$$

Подставляя в (7.32) и (7.33) решение (7.31), получим из уравнения (7.33)  $B = 0$ , а из уравнения (7.32)

$$A \frac{\omega_0}{a} \cos \frac{\omega_0}{a} \ell = 0.$$

Не равное нулю значение  $A$  может быть получено только при

$$\cos \frac{\omega_0 \ell}{a} = 0.$$

Частоты свободных колебаний стержня с одним заземленным и другим свободным концом определяются по формуле

$$\omega_{oi} = \frac{2i-1}{2} \frac{\pi a}{\ell} = (2i-1) \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E}{\rho \ell^2}}, \quad (7.34)$$

где  $i = 1, 2, 3 \dots$  - номер формы колебаний.

Случай, когда стержень на одном конце имеет сосредоточенную массу  $m$ , другой конец связан со стойкой через сосредоточенную упругую связь жесткостью (рис. 7.3,б), характерен для волновода с упругим контактом с объектом диагностирования. Граничные условия определяются из равенства продольной силы в стержне силе инерции массы  $m$  с одной стороны стержня и силе упругости пружины – с другой стороны.

При  $x = 0$  продольная сила уравновешивается реакцией упругого закрепления  $C\xi$

$$ES \frac{\partial \xi}{\partial x} = C \xi . \quad (7.35)$$

При  $x = \ell$  продольная сила уравновешивается силой инерции сосредоточенной массы  $-m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$

$$ES \frac{\partial \xi}{\partial x} = -m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} . \quad (7.36)$$

Продольная сила, реакция упругого закрепления и сила инерции сосредоточенной массы с учетом выражений (7.29) и (7.31) равны:

$$F = ES \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} \sin(\omega_0 t + \beta) = ES \left( A \frac{\omega_0}{a} \cos \frac{\omega_0}{a} x - B \frac{\omega_0}{a} \sin \frac{\omega_0}{a} x \right) \sin(\omega_0 t + \beta); \quad (7.37)$$

$$C \xi = C \left( A \frac{\omega_0}{a} \sin \frac{\omega_0}{a} x + B \frac{\omega_0}{a} \cos \frac{\omega_0}{a} x \right) \sin(\omega_0 t + \beta);$$

$$-m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = m \left( A \frac{\omega_0}{a} \sin \frac{\omega_0}{a} x + B \frac{\omega_0}{a} \cos \frac{\omega_0}{a} x \right) \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \beta). \quad (7.38)$$

Из равенства (7.37) с учетом (7.35) при  $x = 0$  имеем

$$ES \frac{\omega_0}{a} A - CB = 0. \quad (7.39)$$

Из равенства (7.38) с учетом (7.36) при  $x = \ell$  имеем

$$\left( ES \frac{\omega_0}{a} \cos \frac{\omega_0}{a} \ell - m \omega_0^2 \sin \frac{\omega_0}{a} \ell \right) A - \left( ES \frac{\omega_0}{a} \sin \frac{\omega_0}{a} \ell + m \omega_0^2 \cos \frac{\omega_0}{a} \ell \right) B = 0. \quad (7.40)$$

Приравнивая определитель системы уравнений (7.39) и (7.40) нулю, получаем частотное уравнение

$$\begin{vmatrix} ES \frac{\omega_0}{a} & -C \\ \left( ES \frac{\omega_0}{a} \cos \frac{\omega_0}{a} \ell - m \omega_0^2 \sin \frac{\omega_0}{a} \ell \right) & - \left( ES \frac{\omega_0}{a} \sin \frac{\omega_0}{a} \ell + m \omega_0^2 \cos \frac{\omega_0}{a} \ell \right) \end{vmatrix} =$$

$$= -ES \frac{\omega_0}{a} \left( ES \frac{\omega_0}{a} \sin \frac{\omega_0}{a} \ell + m \omega_0^2 \cos \frac{\omega_0}{a} \ell \right) + C \left( ES \frac{\omega_0}{a} \ell - m \omega_0^2 \sin \frac{\omega_0}{a} \ell \right) = 0$$

$$\text{или} \quad ES \frac{\omega_0}{a} (m \omega_0^2 - C) \cos \frac{\omega_0}{a} \ell + \left[ Cm \omega_0^2 + \left( ES \frac{\omega_0}{a} \right)^2 \right] \sin \frac{\omega_0}{a} \ell = 0 . \quad (7.41)$$

Корни частотного уравнения (7.41)  $\omega_{ок}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) являются частотами свободных колебаний стержня с сосредоточенной массой и упругим защемлением.

Граничные условия для случая, когда сечение стержня принудительно смещается в горизонтальном направлении по закону

$$x = S_a \sin \omega t,$$

соответствующему волноводу с жесткой связью с диагностируемым объектом и с сосредоточенной массой вибропреобразователя (рис. 7.3,г):

$$\text{при } x = 0 \quad \xi = x_0(t); \quad \text{при } x = \ell \quad ES \frac{\partial \xi}{\partial x} = -m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (7.42)$$

Решение уравнения установившихся продольных колебаний стержня ищем в виде:

$$\xi = \left( A \sin \frac{\omega}{a} x + B \cos \frac{\omega}{a} x \right) \sin \omega t. \quad (7.43)$$

Подставляя это решение в граничные условия (7.42), находим произвольные постоянные А и В:

$$B = S_a; \quad A = S_a \frac{ES \frac{\omega}{a} \sin \frac{\omega}{a} \ell + m \omega^2 \cos \frac{\omega}{a} \ell}{ES \frac{\omega}{a} \cos \frac{\omega}{a} \ell - m \omega^2 \sin \frac{\omega}{a} \ell}.$$

Подставив А и В в решение (7.43), получим перемещение массы  $m$  при  $x = \ell$

$$x_M = S_a \left( \frac{ES \frac{\omega}{a} \sin \frac{\omega}{a} \ell + m \omega^2 \cos \frac{\omega}{a} \ell}{ES \frac{\omega}{a} \cos \frac{\omega}{a} \ell - m \omega^2 \sin \frac{\omega}{a} \ell} \sin \frac{\omega}{a} \ell + \cos \frac{\omega}{a} \ell \right) \sin \omega t. \quad (7.44)$$

Выражение (7.44) представим в виде  $x_M = S_{ам} \sin \omega t$ , где  $S_{ам}$  - амплитуда виброперемещения массы  $m$ ,

$$\begin{aligned} S_{ам} &= S_a \left( \frac{ES \frac{\omega}{a} \sin \frac{\omega}{a} \ell + m \omega^2 \cos \frac{\omega}{a} \ell}{ES \frac{\omega}{a} \cos \frac{\omega}{a} \ell - m \omega^2 \sin \frac{\omega}{a} \ell} \sin \frac{\omega}{a} \ell + \cos \frac{\omega}{a} \ell \right) = \\ &= S_a \frac{ES \frac{\omega}{a}}{ES \frac{\omega}{a} \cos \frac{\omega}{a} \ell - m \omega^2 \sin \frac{\omega}{a} \ell}. \end{aligned} \quad (7.45)$$

Обозначив  $\frac{\omega}{a} \ell = z$  и имея в виду, что  $S \ell \rho = m_{ст}$  - масса стержня, а

$$\frac{m\omega^2}{ES\frac{\omega}{a}} = \frac{m}{m_{ст}} \frac{\omega}{a} \ell = \frac{m}{m_{ст}} z, \text{ получим}$$

$$S_{ам} = \frac{S_a}{\cos z - \frac{m}{m_{ст}} z \sin z} . \quad (7.46)$$

Передаточная функция стержня, равная отношению амплитуд виброперемещений массы и колеблющейся опоры, равна

$$\eta = \frac{S_{ам}}{S_a} = \frac{1}{\cos z - m/m_{ст} z \sin z} . \quad (7.47)$$

Для случая, когда левый конец стержня связан со стойкой через сосредоточенную упругую связь жесткостью  $C$ , и стойка принудительно смещается в горизонтальном направлении по закону  $x = S_a \sin \omega t$  (рис. 7.3,д), граничные условия задачи на левом конце стержня описываются зависимостью при  $x = 0$

$$ES \frac{\partial \xi}{\partial x} = C [-x_0(t)] . \quad (7.48)$$

Граничные условия на правом конце стержня остаются неизменными и определяются зависимостью (7.42). Подставляя решение (7.43) в граничные условия (7.42) при  $x = \ell$  и в (7.48), получим

$$S_{ам} = S_a \frac{C}{C \left( \cos z - \frac{m}{m_{ст}} z \sin z \right) - ES \frac{\omega}{a} \left( \sin z + \frac{m}{m_{ст}} z \cos z \right)} . \quad (7.49)$$

Имея в виду, что  $C_{ст} = ES/\ell$ ;  $m_{ст} = S \ell \rho$ , где  $C_{ст}$  – жесткость стержня, Н/м, и введя обозначение  $K_M = m/m_{ст}$ ;  $K_C = C_{ст}/C$ , получим следующий вид формулы для определения передаточной функции стержня:

$$\eta = \frac{S_{ам}}{S_a} = \frac{1}{\left( \cos z - K_M z \sin z \right) - K_C z \left( \sin z + K_M z \cos z \right)} . \quad (7.50)$$

Расчет волновода заключается в проектном определении его геометрических размеров с последующим построением графика передаточной функции, т.е. зависимости передаточной функции от частоты вибрации диагностируемого объекта. Динамическая модель волновода показана на рис. 7.3,д, где  $m$  – масса вибропреобразователя, кг;  $S$  и  $\ell$  – площадь сечения,  $m^2$ , и длина волновода, м;  $\rho$  – плотность материала волновода,  $кг/м^3$ ;  $C$  – жесткость контакта волновода с объектом диагностирования, Н/м.

### Порядок расчета волновода

1. Выбирается материал и диаметр волновода. По табл. 7.4 определяются характеристики материала. Диаметр волновода в виде стержня выбирается в пределах 2...4 % от длины волны

$$d_{\text{в}} \approx (0,02...0,04) a/f_0 ,$$

где  $a$  – скорость распространения волны, м/с.

Диаметр проволоки струнного волновода выбирается из конструктивных соображений.

Таблица 7.4

Характеристики материала волноводов

Материал волновода	Плотность материала $\rho \cdot 10^3, \text{ кг/м}^3$	Модуль упругости $E \cdot 10^{11}, \text{ Н/м}^2$	Коэффициент Пуассона $\mu$
Сталь	7,85	2,0...2,2	0,28...0,29
Чугун	6,5...7,5	1,0...1,6	0,23...0,27
Медь	8,9	1,1...1,3	0,33
Алюминиевые сплавы	2,6...2,9	0,7...0,72	0,26...0,33
Титановые сплавы	4,5	1,1	0,3
Бронза	8,5...9,4	0,9...1,1	0,3

2. Определяется жесткость контакта волновода  $C$ , Н/м.

В случае волновода в виде щупа

$$C = K_{\text{RZ}} \cdot 3 \sqrt{\frac{F}{\eta_E^2} R_{\text{пр}}} ,$$

где  $K_{\text{RZ}}$  – коэффициент, зависящий от шероховатости поверхности детали, значения которого приведены ниже:

$R_z, \text{ мкм}$	$\leq 0,4$	0,4-0,8	0,8-1,6	1,6-3,2	3,2-6,3	6,3-10	$\geq 10$
$K_{\text{RZ}}$	1,2	0,8	0,6	0,4	0,25	0,2	0,16

$F$  – усилие прижима волновода, Н;

$$R_{\text{пр}} = \frac{R_1 R_2}{R_2 \pm R_1} ,$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы кривизны соответственно поверхности волновода и поверхности детали диагностируемого объекта.

Знак «-» соответствует вогнутой поверхности детали.

В случае, когда зона контакта на детали выполнена по плоскости  $R_{\text{пр}} = R_1$ .

$$\eta_E = \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} + \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} ,$$

где  $E_1, \mu_1$  и  $E_2, \mu_2$  – модуль продольной упругости и коэффициент Пуассона

соответственно волновода и детали диагностируемого объекта.

Жесткость контакта увеличивается на 25 % при наличии между волноводом и деталью смазки.

При резьбовом соединении волновода с деталью жесткость контакта определяется по формуле

$$C = 1,25 d E_1 ,$$

где  $d$  – наружный диаметр резьбы, м.

Если волновод приварен к детали, то жесткость контакта принимается равной бесконечности.

3. Определяется угловая собственная частота колебаний волновода  $\omega_0$ , рад/с,

$$\omega_0 = 2 \pi f_0 ,$$

по которой из уравнения (7.41) находится длина волновода  $\ell$ .

4. Определяется по зависимостям (7.50) передаточная функция волновода.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исследование виброакустических процессов при решении триботехнических проблем потенциально опасных технических систем отраслей лесного комплекса: отчет о НИР (заключит.)/Уральск. гос. лесотехн. ун-т; рук. Старжинский В.Н.; исп. Санников А.А. и др. – Екатеринбург, 2012. – 231 с. - № ГР 0120.0800062. Инв. № 028755379.
2. Методы прогнозирования и предотвращения аварийных отказов, восстановления ресурса сложных технических систем в отраслях лесного комплекса: отчет о НИР (заключит.)/Уральск. гос. лесотехн. ун-т; рук. Санников А.А. и др. – Екатеринбург, 2014. – 137 с. - № ГР 01201252071 Инв. № 010/2014.
3. Куцубина, Н.В. Виброзащита технологических машин и оборудования лесного комплекса: монография / Н. В. Куцубина, А. А. Санников; Федер. агентство по образованию, Урал. гос. лесотехн. ун-т. – Екатеринбург: УГЛТУ, 2008. – 212 с.
4. Подготовка кадров и эффективность производства: монографический сборник / Под ред. А.А. Санникова, Н.В. Куцубиной, Л.В. Фисюк. – Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2013. – 320 с.
5. Вибродиагностика, триботехника, вибрация и шум: моногр. сборник/Под ред. А.А.Санникова, Н.В.Куцубиной. - Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2009. – 416 с.
6. ГОСТ 24346-80. Вибрация. Термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – 31 с.
7. ГОСТ 19543-74. Балансировка вращающихся тел. Термины. – М.: Изд-во стандартов, 1974. – 7 с.
8. ГОСТ 24347-80. Вибрация. Обозначения и единицы. – М.: Изд-во стандартов, 1980. – 5 с.
9. ГОСТ 12.1.012-90. Вибрационная безопасность. Общие требования к безопасности. –М.: Изд-во стандартов, 1990. – 23 с.
10. Вибрация и шум технологических машин и оборудования отраслей лесного комплекса: монография / А. А. Санников [и др.]; под ред. А. А. Санникова; Урал. гос. лесотехн. ун-т. – Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2006. – 484 с.
11. Вибродиагностика: монография / Г.Ш. Розенберг, Е.З. Мадорский [и др.]; под ред. Г.Ш. Розенберга. – С.-Пб.: ПЭИПК Минэнерго РФ, 2003. – 284 с.
12. Артоболевский И.И. Введение в акустическую динамику машин/ И.И. Артоболевский, Ю.И. Бобровицкий, М.Д. Генкин. – М.: Наука, 1979. – 296 с.
13. Болотин В.В. Случайные колебания упругих систем/ В.В. Болотин. – М.: Наука, 1979. – 336 с.
14. ГОСТ 24346-80. Вибрация. Термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – 31 с.
15. Арничев С.В. Теория колебаний неконсервативных систем: учеб. пособие для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. – 464 с.

16. Диментберг М.Ф. Нелинейные стохастические задачи механических колебаний/ М.Ф. Диментберг. – М.: Наука, 1980. – 368 с.
17. Светлицкий В.А. Случайные колебания механических систем/ В.А. Светлицкий. – М.: Машиностроение, 1984.- 240 с.
18. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций/ А.А. Свешников. – Л., 1968. – 463 с.
19. Бабаков И.М. Теория колебаний.- М.:Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры, 1958.- 628 с.
20. Бидерман В.А. Теория механических колебаний.- М.: Высшая школа, 1980.-408 с.
21. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1979. – 576 с.
22. Вибрация в технике: Справочник. В 6-ти т. - Т2. Колебания нелинейных механических систем/ Под ред. И.И. Блехмана, 1979. – 351 с.
23. Теория механизмов и машин: Учебник/ К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др./ Под ред. К.В. Фролова.- М.: Высшая школа, 1987. – 496 с.
24. *Sosnovskiy L.A. Tribo-fatigue. Wear-fatigue damage and its prediction. Springer, 2004. – 424 p.*
25. ГОСТ 26563-85. Вибрация. Технологическое оборудование целлюлозно-бумажного производства. Методы и средства защиты. – М.: Изд-во стандартов, 1985. – 13 с.
26. Щепетильников В.А. Уравновешивание механизмов / В.А. Щепетильников.- М.: Машиностроение, 1982. – 256 с.
27. Система классов точности балансировки: ГОСТ 22061-76 и метод. указ.- М.: Изд-во стандартов, 1977. – 140 с.
28. Санников А.А. Нормативные параметры вибрации деревообрабатывающего оборудования: метод. Рекомендации/ А.А. Санников, Я.Я. Кистер, А.Е. Вохменцев. Утв. Минлеспромом СССР 25.12.89 г. – М.: Минлеспром СССР, 1989. – 16 с.
29. ГОСТ 26493-85. Вибрация. Технологическое оборудование целлюлозно-бумажного производства. Нормы вибрации. Технические требования. – М.: Изд-во стандартов, 1985. – 8 с.
30. Левит М.Е. Балансировка деталей и узлов/ М.Е. Левит, В.М. Рыженков. – М.: Машиностроение, 1986. – 248 с.
31. Основы балансировочной техники/ Под ред. В.А. Щепетильникова. – М.: Машиностроение, 1975. – Т.1,2. – 527 с., 679 с.
- 32.Сергеев С.Н. Демпфирование механических колебаний/ С.Н. Сергеев. – М.: Физматгиз, 1959. – 408 с.
33. Тимошенко С.П. колебания в инженерном деле/ С.П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У.Уивер. – М.: Машиностроение, 1985.- 472 с.
34. ГОСТ 27.002.89. Надежность в технике. Основные термины и определения. – М.: Издательство стандартов, 1990.

35. ГОСТ Р ИСО 8579-2-99. Вибрация. Контроль вибрационного состояния зубчатых механизмов при приемке. – Введ. 2000.07.01. – М.: Госстандарт России: Изд-во стандартов, 2000. – 12 с.

36. ГОСТ ИСО 10816-1-97. Вибрация. Контроль состояния машин по результатам измерений вибрации на не вращающихся частях. – Часть 1. Общие требования.– Введ. 2000.07.01. – Минск: Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 1997. – 13 с.

37. Маслов Г.С. Расчеты колебаний валов: справочник/ Г.С. Маслов. – М.: Машиностроение, 1980. – 151 с.

38. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов/ В.Л. Вейц. – М.: Машиностроение, 1969. – 368 с.

39. Коловский М.З. Динамика машин/ М.З. Коловский. – Л.: Машиностроение. – Ленингр. Отд., 1989. – 263 с.

40. Артоболевский И.И. Введение в акустическую динамику машин / И.И. Артоболевский, Ю.И. Бобровницкий, М.Д. Генкин. – М.: Наука, 1979. – 296 с.

Учебное издание

Нелли Валерьевна Куцубина  
Александр Александрович Санников

# ТЕОРИЯ ВИБРОЗАЩИТЫ И АКУСТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ МАШИН

Учебное издание



Редактор и компьютерная верстка авторов

Подписано в печать      Формат 60x84 1/16.  
Бумага офсетная №1. Печать офсетная. Усл. печ. л.  
Тираж    экз. Заказ №    .

Уральский государственный лесотехнический университет  
620100, Екатеринбург, Сибирский тракт, 37