Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВПО «Уральский государственный лесотехнический университет»
Кафедра Информационных технологий и моделирования

Г.Л. Нохрина

ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ
Учебно-методическое пособие по самостоятельной работе для студентов 09.03.03 «Прикладная информатика», 38.03.05 «Бизнес-информатика» всех форм обучения

ЕКАТЕРИНБУРГ 2014 г.

Задания к лабораторной работе 1

Вариант 1.

a). $J(y)=\int_{-1}^{1}(y'^2+4y^2-8xy+2x^2)\,dx;\quad y(-1)=3;\quad y(1)=1;$

b). $J(y)=\int_{0}^{2}(y'^2-4y'e^{2x}+\sin^2 x)\,dx;\quad y(0)=1;\quad y(2)=-2;$

c). $J(y)=\int_{0}^{1}y\sqrt{1+y'^2}\,dx;\quad y(0)=2;\quad y(1)=3;$

Вариант 2.

a). $J(y)=\int_{-1}^{1}(y'^2-4y^2+2xy-x^2)\,dx;\quad y(-1)=2;\quad y(1)=4;$

b). $J(y)=\int_{0}^{2}(y'^2-4y'\sin 2x-x^2)\,dx;\quad y(0)=1;\quad y(2)=-1;$

c). $J(y)=\int_{0}^{1}\frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}\,dx;\quad y(0)=2;\quad y(1)=1;$

Вариант 3.

a). $J(y)=\int_{-1}^{1}(y'^2+4y^2+4x^2y+x\cos x)\,dx;\quad y(-1)=2;\quad y(1)=0.5;$

b). $J(y)=\int_{0}^{2}(y'^2-4y'\cos 2x+5\sin 3x)\,dx;\quad y(0)=2;\quad y(2)=-3;$

c). $J(y)=\int_{0}^{1}yy'^2\,dx;\quad y(0)=2;\quad y(1)=1;$

Вариант 4.

a). $J(y)=\int_{0}^{2}(y'^2+9y^2+2xy-x\sin x)\,dx;\quad y(0)=1;\quad y(2)=2;$

b). $J(y)=\int_{1}^{3}\left(y'^2-\frac{4y'}{x}+x\sin x\right)dx;\quad y(1)=1;\quad y(3)=-2;$

c). $J(y)=\int_{0}^{1}\sqrt{y(1+y'^2)}\,dx;\quad y(0)=1;\quad y(1)=3;$

Вариант 5.

a). $J(y)=\int_{-2}^{0}(y'^2-4y^2+2y+xe^{2x})\,dx;\quad y(-2)=0;\quad y(0)=1;$

b). $J(y)=\int_{-1}^{1}(y'^2-2y'e^{x}+\cos x)\,dx;\quad y(-1)=2;\quad y(1)=3;$

c). $J(y)=\int_{1}^{3}y\sqrt{y'}\,dx;\quad y(1)=2;\quad y(3)=8;$

Вариант 6.

a). $J(y)=\int_{0}^{1}(y'^2-9y^2+2y\sin x-x^2e^{x})\,dx;\quad y(0)=1;\quad y(1)=-1;$

b). $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y'^2-\frac{2y'}{1+x^2}+e^{2x}\right)dx;\quad y(-1)=0;\quad y(1)=3;$

c). $J(y)=\int_{0}^{2}y\sqrt{1+y'^2}\,dx;\quad y(0)=-1;\quad y(2)=-3;$

Вариант 7.

a). $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y'^2+4y^2+6ye^x+2x\cos x\right)dx;\quad y(-1)=1;\quad y(1)=3;$

b). $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y'^2+4y'e^x\cos x-\sin x\right)dx;\quad y(-1)=1;\quad y(1)=2;$

c). $J(y)=\int_{0}^{2}yy'^2\,dx;\quad y(0)=1;\quad y(2)=3;$

Вариант 8.

a). $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y'^2+y^2+4ye^x-x\sin x\right)dx;\quad y(-1)=1;\quad y(1)=3;$

b). $J(y)=\int_{1}^{3}\left(y'^2-y'\ln x+2x\right)dx;\quad y(1)=2;\quad y(3)=-1;$

c). $J(y)=\int_{0}^{2}\frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}dx;\quad y(0)=4;\quad y(2)=2;$

Вариант 9.

a). $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y'^2+4y^2+8ye^{2x}+3x^2\right)dx;\quad y(-1)=1;\quad y(1)=3;$

b). $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y'+y'^2\cos^2 x-\sin^2 x\right)dx;\quad y(-1)=1;\quad y(1)=-2;$

c). $J(y)=\int_{0}^{2}y\sqrt{y'}dx;\quad y(0)=2;\quad y(2)=4;$

Вариант 10.

a). $J(y)=\int_{0}^{2}\left(2y'^2+2y^2+y\cos x-5x\right)dx;\quad y(0)=2;\quad y(2)=2;$

b). $J(y)=\int_{1}^{3}\left(y'+y'^2\sin^2 x+e^{2x}\right)dx;\quad y(1)=-1;\quad y(3)=4;$

c). $J(y)=\int_{0}^{2}\sqrt{y\left(1+y'^2\right)}dx;\quad y(0)=2;\quad y(2)=1;$

Вариант 11.

a). $J(y)=\int_{0}^{2}\left(2y'^2+2y^2+xy\sin x+6xe^x\right)dx;\quad y(0)=1;\quad y(2)=2;$

b). $J(y)=\int_{0}^{2}\left(y'+y'^2e^x-\sin x\right)dx;\quad y(0)=2;\quad y(2)=-1;$

c). $J(y)=\int_{1}^{3}y\sqrt{1+y'^2}\,dx;\quad y(1)=2;\quad y(3)=3;$

Вариант 12.

a). $J(y)=\int_{0}^{2}\left(2y'^2-2y^2+y\sin 2x-x^2\sin x\right)dx;\quad y(0)=-1;\quad y(2)=4;$

b). $J(y)=\int_{0.5}^{1.5}\left(y'+y'^2\sin 2x-\cos 2x\right)dx;\quad y(0.5)=1;\quad y(1.5)=2;$

c). $J(y)=\int_{1}^{3}yy'^2\,dx;\quad y(1)=2;\quad y(3)=5;$

Вариант 13.

a). $J(y)=\int\limits_0^2 (2y'^2-2y^2+y\cos x+xe^{2x})dx;\quad y(0)=1;\quad y(2)=2;$

b). $J(y)=\int\limits_1^2 (y'+xy'^2-x^2y')dx;\quad y(1)=2;\quad y(2)=-1;$

c). $J(y)=\int\limits_{0.5}^{2.5}\frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}dx;\quad y(0.5)=2;\quad y(2.5)=1;$

Вариант 14.

a). $J(y)=\int\limits_1^2 (2y'^2-2y^2+ye^{2x}\sin 3x-x\sin x)dx;\quad y(1)=2;\quad y(2)=3;$

b). $J(y)=\int\limits_{-1}^1 (y'+e^x y'^2-xy')dx;\quad y(-1)=0;\quad y(3)=2;$

c). $J(y)=\int\limits_1^3 y\sqrt{y'}dx;\quad y(1)=2;\quad y(3)=6;$

Вариант 15.

a). $J(y)=\int\limits_{-1}^1 (2y'^2+2y^2+ye^x+4xe^{2x})dx;\quad y(-1)=1;\quad y(1)=2;$

b). $J(y)=\int\limits_{-1}^1 (y'+y'^2\sec^2 x+xy')dx;\quad y(-1)=-1;\quad y(1)=0;$

c). $J(y)=\int\limits_1^3 \sqrt{y(1+y'^2)}dx;\quad y(1)=1;\quad y(3)=4;$

Вариант 16.

a). $J(y)=\int\limits_{-1}^1 (2y'^2+2y^2+3ye^x\cos x-5x^2e^{2x})dx;\quad y(-1)=2;\quad y(1)=1;$

b). $J(y)=\int\limits_0^2 (y'+y'^2+x^2y'^2)dx;\quad y(0)=1;\quad y(2)=-2;$

c). $J(y)=\int\limits_1^4 y\sqrt{1+y'^2}dx;\quad y(1)=3;\quad y(4)=8;$

Вариант 17.

a). $J(y)=\int\limits_{-1}^1 (2y'^2+2y^2+ye^{2x}+4\sin x)dx;\quad y(-1)=4;\quad y(1)=3;$

b). $J(y)=\int\limits_{-0.5}^{0.5} (y'+y'^2\cos 2x-\sin 2x)dx;\quad y(-0.5)=1;\quad y(0.5)=0.5;$

c). $J(y)=\int\limits_0^4 yy'^2dx;\quad y(0)=2;\quad y(4)=4;$

Вариант 18.

a). $J(y)=\int\limits_{-1}^1 (2y'^2+2y^2+3ye^{2x}\sin x-5\cos x)dx;\quad y(-1)=3;\quad y(1)=4;$

b). $J(y)=\int\limits_{-1}^1 (y'+y'^2e^{2x}-2xy')dx;\quad y(-1)=2;\quad y(1)=1;$

c). $J(y)=\int\limits_1^4 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}dx;\quad y(1)=4;\quad y(4)=2;$

Вариант 19.

a). $J(y)=\int\limits_0^2 \left(y'^2+4y^2+6ye^{2x}\cos x-x^2\right)dx;\quad y(0)=1;\quad y(2)=3;$

b). $J(y)=\int\limits_{0.5}^{1.5} \left((2-6x)y'+y'^2\cos^2 x\right)dx;\quad y(0.5)=-1;\quad y(1.5)=-2;$

c). $J(y)=\int\limits_0^4 y\sqrt{y'}dx;\quad y(0)=2;\quad y(4)=5;$

Вариант 20.

a). $J(y)=\int\limits_0^2 \left(y'^2+4y^2+4ye^{x}\sin x+x^2\sin x\right)dx;\quad y(0)=2;\quad y(2)=3;$

b). $J(y)=\int\limits_0^2 \left(y'^2-\frac{2y'}{\sqrt{1+x^2}}+\sin 3x\right)dx;\quad y(0)=-1;\quad y(2)=3;$

c). $J(y)=\int\limits_0^4 \sqrt{y(1+y'^2)}dx;\quad y(0)=4;\quad y(4)=1;$

Вариант 21.

a). $J(y)=\int\limits_0^2 \left(y'^2+4y^2-8y\cos x+4x^2\right)dx;\quad y(0)=1;\quad y(2)=3;$

b). $J(y)=\int\limits_2^4 \left(y'^2+\frac{2y'}{1-x^2}+e^{3x}\right)dx;\quad y(2)=-1;\quad y(4)=2;$

c). $J(y)=\int\limits_1^5 y\sqrt{1+y'^2}dx;\quad y(1)=3;\quad y(5)=6;$

Вариант 22.

a). $J(y)=\int\limits_2^4 \left(y'^2-4y^2+4y\cos 2x-3x^2\right)dx;\quad y(2)=1;\quad y(4)=4;$

b). $J(y)=\int\limits_{2.5}^4 \left(y'^2+\frac{4y'}{4-x^2}+\sin 2x\right)dx;\quad y(2.5)=2;\quad y(4)=4;$

c). $J(y)=\int\limits_1^5 yy'^2\,dx;\quad y(1)=2;\quad y(5)=6;$

Вариант 23.

a). $J(y)=\int\limits_0^2 \left(y'^2-4y^2+4ye^{x}\sin 2x+x^2\right)dx;\quad y(0)=2;\quad y(2)=3;$

b). $J(y)=\int\limits_2^4 \left(\sqrt{x^2-1}\,y'^2+y'-e^{x}\right)dx;\quad y(2)=1;\quad y(4)=-2;$

c). $J(y)=\int\limits_1^5 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}dx;\quad y(1)=4;\quad y(5)=2;$

Вариант 24.

a). $J(y)=\int\limits_{-1}^0 \left(y'^2-9y^2+4y\sin 3x+5x^2\right)dx;\quad y(-1)=2;\quad y(0)=0;$

b). $J(y)=\int\limits_1^3 \left(y'^2+2xy'\ln x-\ln x\right)dx;\quad y(1)=-1;\quad y(3)=2;$

c). $J(y)=\int\limits_1^5 y\sqrt{y'}dx;\quad y(1)=1;\quad y(5)=7;$

Вариант 25.

a). $J(y)=\int\limits_0^1 \left(y'^2-9y^2+4ye^{2x}\cos 3x\right)dx;\quad y(0)=3;\quad y(1)=2;$

b). $J(y)=\int\limits_{-1}^1 \left(y'^2+2y'e^x\sin x-e^x\cos x\right)dx;\quad y(-1)=2;\quad y(1)=3;$

c). $J(y)=\int\limits_1^5 \sqrt{y\left(1+y'^2\right)}\,dx;\quad y(1)=6;\quad y(5)=1;$

Вариант 26.

a). $J(y)=\int\limits_0^2 \left(y'^2+4y^2-8y\cos x+4x^2\right)dx;\quad y(0)=1;\quad y(2)=3;$

b). $J(y)=\int\limits_2^4 \left(y'^2+\dfrac{2y'}{1-x^2}+e^{3x}\right)dx;\quad y(2)=-2;\quad y(4)=2;$

c). $J(y)=\int\limits_2^5 y\sqrt{1+y'^2}\,dx;\quad y(2)=4;\quad y(5)=6;$

Вариант 27.

a). $J(y)=\int\limits_2^4 \left(y'^2-4y^2+4y\cos 2x-3x^2\right)dx;\quad y(2)=2;\quad y(4)=3;$

b). $J(y)=\int\limits_3^5 \left(y'^2+\dfrac{4y'}{4-x^2}+\sin 3x\right)dx;\quad y(3)=5;\quad y(5)=1;$

c). $J(y)=\int\limits_2^5 yy'^2\,dx;\quad y(2)=3;\quad y(5)=6;$

Вариант 28.

a). $J(y)=\int\limits_0^2 \left(y'^2-4y^2+4ye^x\sin\dfrac{x}{2}+2x^2\right)dx;\quad y(0)=1;\quad y(2)=3;$

b). $J(y)=\int\limits_2^4 \left(\sqrt{x^2-1}\,y'^2+2y'-e^x\right)dx;\quad y(2)=1;\quad y(4)=-2;$

c). $J(y)=\int\limits_2^5 \dfrac{\sqrt{1+y'^2}}{y}\,dx;\quad y(2)=3;\quad y(5)=2;$

Вариант 29.

a). $J(y)=\int\limits_0^1 \left(y'^2-9y^2+6y\sin 3x+5x^2\right)dx;\quad y(0)=3;\quad y(1)=1;$

b). $J(y)=\int\limits_1^4 \left(y'^2+2xy'\ln x-\ln x\right)dx;\quad y(1)=-1;\quad y(4)=3;$

c). $J(y)=\int\limits_2^5 y\sqrt{y'}\,dx;\quad y(2)=4;\quad y(5)=7;$

Вариант 30.

a). $J(y)=\int\limits_0^3 \left(y'^2+4y^2+4ye^x\sin x+x^2\sin x\right)dx;\quad y(0)=2;\quad y(3)=4;$

b). $J(y)=\int\limits_0^3 \left(y'^2-\dfrac{2y'}{\sqrt{1+x^2}}+\sin 3x\right)dx;\quad y(0)=-1;\quad y(3)=2;$

c). $J(y)=\int\limits_0^3 \sqrt{y\left(1+y'^2\right)}\,dx;\quad y(0)=4;\quad y(3)=2;$

Задание к лабораторной работе 2

Для своего варианта функционала найти экстремаль и построить её график.

Варианты заданий

Вариант 1. $J(y,z)=\int_0^1 (y'z'-y^2+z^2-2ye^x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=0; & z(0)=1; \\ y(1)=1; & z(1)=0; \end{matrix}$

Вариант 2. $J(y,z)=\int_0^1 (y'z'+y^2+z^2-z\sin x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=0; & z(0)=1; \\ y(1)=1; & z(1)=0; \end{matrix}$

Вариант 3. $J(y,z)=\int_0^1 (y'z'+y^2-z^2+2z\cos x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=0; & z(0)=1; \\ y(1)=1; & z(1)=0; \end{matrix}$

Вариант 4. $J(y,z)=\int_0^1 (y^2+z^2+2y'z'+ye^x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=0; & z(0)=1; \\ y(1)=1; & z(1)=0; \end{matrix}$

Вариант 5. $J(y,z)=\int_0^1 (y^2+4yz+z^2+y'^2+z'^2+2ze^x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=0; & z(0)=1; \\ y(1)=1; & z(1)=0; \end{matrix}$

Вариант 6. $J(y,z)=\int_0^1 ((y+z)^2+y'^2+z'^2+2y\sin x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=0; & z(0)=1; \\ y(1)=1; & z(1)=0; \end{matrix}$

Вариант 7. $J(y,z)=\int_0^1 ((y-z)^2+y'^2-z'^2+2z\cos x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=0; & z(0)=1; \\ y(1)=1; & z(1)=0; \end{matrix}$

Вариант 8. $J(y,z)=\int_{-1}^1 (y'z'-y^2+z^2-2y\cos x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(-1)=2; & z(-1)=1; \\ y(1)=0; & z(1)=2; \end{matrix}$

Вариант 9. $J(y,z)=\int_{-1}^1 (y'z'+y^2+z^2+2ze^x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(-1)=3; & z(-1)=0; \\ y(1)=1; & z(1)=2; \end{matrix}$

Вариант 10. $J(y,z)=\int_{-1}^1 (y'z'+y^2-z^2-2z\sin x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(-1)=2; & z(-1)=0; \\ y(1)=0; & z(1)=2; \end{matrix}$

Вариант 11. $J(y,z)=\int_{-1}^1 (y^2+z^2-2y'z'-y\cos x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(-1)=2; & z(-1)=0; \\ y(1)=0; & z(1)=2; \end{matrix}$

Вариант 12. $J(y,z)=\int_{-1}^1 (y^2+4yz+z^2-y'^2-z'^2+2ye^{-x})\,dx;\quad \begin{matrix} y(-1)=2; & z(-1)=0; \\ y(1)=0; & z(1)=2; \end{matrix}$

Вариант 13. $J(y,z)=\int_{-1}^1 ((y+z)^2-y'^2-z'^2+2xz)\,dx;\quad \begin{matrix} y(-1)=2; & z(-1)=0; \\ y(1)=0; & z(1)=2; \end{matrix}$

Вариант 14. $J(y,z)=\int_{-1}^1 ((y-z)^2+y'^2-z'^2+2xy)\,dx;\quad \begin{matrix} y(-1)=1; & z(-1)=0; \\ y(1)=0; & z(1)=2; \end{matrix}$

Вариант 15. $J(y,z)=\int_0^2 (y'z'-y^2+z^2+2y\sin x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=1; & z(0)=-2; \\ y(2)=-1; & z(2)=1; \end{matrix}$

Вариант 16. $J(y,z)=\int_0^2 (y'z'+y^2+z^2+2z\cos x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=1; & z(0)=-2; \\ y(2)=-1; & z(2)=1; \end{matrix}$

Вариант 17. $J(y,z)=\int_0^2 (y'z'+y^2-z^2+2ze^x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=1; & z(0)=-2; \\ y(2)=-1; & z(2)=1; \end{matrix}$

Вариант 18. $J(y,z)=\int_0^2 (y^2+z^2+2y'z'+z\sin x)\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=1; & z(0)=-2; \\ y(2)=-1; & z(2)=1; \end{matrix}$

Вариант 19. $J(y,z)=\int_0^2 (y^2+4yz+z^2-y'^2-z'^2+ze^{3x})\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=1; & z(0)=-2; \\ y(2)=-1; & z(2)=1; \end{matrix}$

Вариант 20. $J(y,z)=\int_0^2 ((y+z)^2-y'^2-z'^2+2ye^{2x})\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=1; & z(0)=-2; \\ y(2)=-1; & z(2)=1; \end{matrix}$

Вариант 21. $J(y,z)=\int_0^2 ((y-z)^2+y'^2-z'^2+x^2z)\,dx;\quad \begin{matrix} y(0)=1; & z(0)=-2; \\ y(2)=-1; & z(2)=1; \end{matrix}$

Вариант 22. $J(y,z)=\int_{-2}^2 (y'z'-y^2+z^2+ze^{2x})\,dx;\quad \begin{matrix} y(-2)=0; & z(-2)=2; \\ y(2)=3; & z(2)=1; \end{matrix}$

Вариант 23. $J(y,z)=\int_{-2}^{2}\left(y'z'+y^2+z^2+2ye^{-x}\right)dx;$ $y(-2)=0;$ $z(-2)=2;$ $y(2)=3;$ $z(2)=1;$

Вариант 24. $J(y,z)=\int_{-2}^{2}\left(y'z'+y^2-z^2+2ye^{x}\right)dx;$ $y(-2)=0;$ $z(-2)=2;$ $y(2)=3;$ $z(2)=1;$

Вариант 25. $J(y,z)=\int_{-2}^{2}\left(y^2+z^2-2y'z'+2ze^{-x}\right)dx;$ $y(-2)=0;$ $z(-2)=2;$ $y(2)=3;$ $z(2)=1;$

Вариант 26. $J(y,z)=\int_{-1}^{2}\left(y'z'+y^2-z^2+2z\sin x\right)dx;$ $y(-1)=2;$ $z(-1)=0;$ $y(2)=0;$ $z(2)=2;$

Вариант 27. $J(y,z)=\int_{-2}^{2}\left(y^2+z^2+2y'z'-y\cos x\right)dx;$ $y(-2)=2;$ $z(-2)=0;$ $y(2)=0;$ $z(2)=2;$

Вариант 28. $J(y,z)=\int_{-2}^{2}\left(y^2+4yz+z^2-y'^2-z'^2+2ye^{-2x}\right)dx;$ $y(-2)=3;$ $z(-2)=0;$ $y(2)=1;$ $z(2)=2;$

Вариант 29. $J(y,z)=\int_{-2}^{2}\left((y+z)^2-y'^2-z'^2+4xz\right)dx;$ $y(-2)=2;$ $z(-2)=0;$ $y(2)=0;$ $z(2)=2;$

Вариант 30. $J(y,z)=\int_{-2}^{2}\left((y-z)^2+y'^2-z'^2+4xy\right)dx;$ $y(-2)=1;$ $z(-2)=0;$ $y(2)=0;$ $z(2)=2;$

Задание к лабораторной работе 3

Для своего варианта функционала найти экстремаль и построить её график.

Вариант 1. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-2y'^2+y^2-2ye^{x}\right)dx;$ $y(0)=2;$ $y(1)=0;$ $y'(0)=1;$ $y'(1)=-1;$

Вариант 2. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-y^2+2y\sin x\right)dx;$ $y(0)=2;$ $y(1)=0;$ $y'(0)=1;$ $y'(1)=-1;$

Вариант 3. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2+4y'y''+y'^2-2ye^{x}\right)dx;$ $y(0)=2;$ $y(1)=0;$ $y'(0)=1;$ $y'(1)=-1;$

Вариант 4. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-y'y''+y'^2-2ye^{-x}\right)dx;$ $y(0)=2;$ $y(1)=0;$ $y'(0)=1;$ $y'(1)=-1;$

Вариант 5. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-y'^2-4ye^{-x}\right)dx;$ $y(0)=2;$ $y(1)=0;$ $y'(0)=1;$ $y'(1)=-1;$

Вариант 6. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-y'^2+yy'-yx\right)dx;$ $y(0)=2;$ $y(1)=0;$ $y'(0)=1;$ $y'(1)=-1;$

Вариант 7. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-2y'^2+y^2+2ye^{-x}\right)dx;$ $y(0)=2;$ $y(1)=0;$ $y'(0)=1;$ $y'(1)=-1;$

Вариант 8. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-y^2+ye^{x}\right)dx;$ $y(0)=2;$ $y(1)=0;$ $y'(0)=1;$ $y'(1)=-1;$

Вариант 9. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2+3y'y''+y'^2+2xy\right)dx;$ $y(0)=2;$ $y(1)=0;$ $y'(0)=1;$ $y'(1)=-1;$

Вариант 10. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-4y'y''+y'^2+2y\sin x\right)dx;$ $y(0)=2;$ $y(1)=0;$ $y'(0)=1;$ $y'(1)=-1;$

Вариант 11. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-y'^2+2ye^{x}\right)dx;$ $y(0)=2;$ $y(1)=0;$ $y'(0)=1;$ $y'(1)=-1;$

Вариант 12. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-y'^2+4yy'+2ye^{-x}\right)dx;$ $y(0)=3;$ $y(1)=1;$ $y'(0)=0;$ $y'(1)=1;$

Вариант 13. $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y''^2-2y'^2+y^2+2y\sin x\right)dx;$ $y(-1)=1;$ $y(1)=2;$ $y'(-1)=-1;$ $y'(1)=1;$

Вариант 14. $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y''^2-y^2+2y\cos x\right)dx;$ $\begin{matrix} y(-1)=1; & y(1)=2; \\ y'(-1)=-1; & y'(1)=1; \end{matrix}$

Вариант 15. $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y''^2+4y'y''+y'^2+2ye^{-x}\right)dx;$ $\begin{matrix} y(-1)=1; & y(1)=2; \\ y'(-1)=-1; & y'(1)=1; \end{matrix}$

Вариант 16. $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y''^2-y'y''+y'^2+ye^{x}\right)dx;$ $\begin{matrix} y(-1)=1; & y(1)=2; \\ y'(-1)=-1; & y'(1)=1; \end{matrix}$

Вариант 17. $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y''^2-y'^2+4xy\right)dx;$ $\begin{matrix} y(-1)=1; & y(1)=2; \\ y'(-1)=-1; & y'(1)=1; \end{matrix}$

Вариант 18. $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y''^2-y'^2+2yy'+ye^{x}\right)dx;$ $\begin{matrix} y(-1)=1; & y(1)=2; \\ y'(-1)=-1; & y'(1)=1; \end{matrix}$

Вариант 19. $J(y)=\int_{0}^{2}\left(y''^2-2y'^2+y^2+2ye^{x}\right)dx;$ $\begin{matrix} y(0)=1; & y(2)=4; \\ y'(0)=0; & y'(2)=-1; \end{matrix}$

Вариант 20. $J(y)=\int_{0}^{2}\left(y''^2-y^2+2ye^{-x}\right)dx;$ $\begin{matrix} y(0)=1; & y(2)=4; \\ y'(0)=0; & y'(2)=-1; \end{matrix}$

Вариант 21. $J(y)=\int_{0}^{2}\left(y''^2+3y'y''+y'^2+4ye^{x}\right)dx;$ $\begin{matrix} y(0)=1; & y(2)=4; \\ y'(0)=0; & y'(2)=-1; \end{matrix}$

Вариант 22. $J(y)=\int_{0}^{2}\left(y''^2-4y'y''+y'^2+4ye^{-x}\right)dx;$ $\begin{matrix} y(0)=1; & y(2)=4; \\ y'(0)=0; & y'(2)=-1; \end{matrix}$

Вариант 23. $J(y)=\int_{0}^{2}\left(y''^2-y'^2+2ye^{-x}\right)dx;$ $\begin{matrix} y(0)=1; & y(2)=4; \\ y'(0)=0; & y'(2)=-1; \end{matrix}$

Вариант 24. $J(y)=\int_{0}^{2}\left(y''^2-y'^2+2yy'+2xy\right)dx;$ $\begin{matrix} y(0)=1; & y(2)=4; \\ y'(0)=0; & y'(2)=-1; \end{matrix}$

Вариант 25. $J(y)=\int_{0}^{2}\left(y''^2-2y'^2+y^2+4xy\right)dx;$ $\begin{matrix} y(0)=1; & y(2)=4; \\ y'(0)=0; & y'(2)=1; \end{matrix}$

Вариант 26. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-4y'y''+y'^2+2y\sin x\right)dx;$ $\begin{matrix} y(0)=2; & y(1)=0; \\ y'(0)=1; & y'(1)=-1; \end{matrix}$

Вариант 27. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-y'^2+2ye^{x}\right)dx;$ $\begin{matrix} y(0)=2; & y(1)=0; \\ y'(0)=1; & y'(1)=-1; \end{matrix}$

Вариант 28. $J(y)=\int_{0}^{1}\left(y''^2-y'^2+4yy'+2ye^{-x}\right)dx;$ $\begin{matrix} y(0)=3; & y(1)=1; \\ y'(0)=0; & y'(1)=1; \end{matrix}$

Вариант 29. $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y''^2-2y'^2+y^2+2y\sin x\right)dx;$ $\begin{matrix} y(-1)=1; & y(1)=2; \\ y'(-1)=-1; & y'(1)=1; \end{matrix}$

Вариант 30. $J(y)=\int_{-1}^{1}\left(y''^2-y^2+2y\cos x\right)dx;$ $\begin{matrix} y(-1)=1; & y(1)=2; \\ y'(-1)=-1; & y'(1)=1; \end{matrix}$

Задание к лабораторной работе 4

Вариант 1. $J(z)=\iint_D\left(z_x^2+z_y^2+2xyz\right)dS;$ $D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}$ $z|_C=\frac{x^2}{50}+\frac{y^2}{100}.$

Вариант 2. $J(z)=\iint_D\left(z_x^2+2z_y^2+2z\sin\pi x\sin\frac{\pi y}{2}\right)dS;$ $D:\ \begin{cases}0\le x\le 1;\\ 0\le y\le 2;\end{cases}$ $z|_C=\frac{x^2}{50}-\frac{y}{100}.$

Вариант 3. $J(z)=\iint_D\left(z_x^2+3z_y^2+2yz\right)dS;$ $D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}$ $z|_C=\frac{x^2}{100}+\frac{y}{50}.$

Вариант 4. $J(z)=\iint_D\left(z_x^2+4z_y^2+2yz\sin x\right)dS;$ $D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}$ $z|_C=\frac{x^2}{100}+\frac{y}{50}.$

Вариант 5. $J(z)=\iint_D\left(z_x^2+5z_y^2+2yz\sin x\right)dS;$ $D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}$ $z|_C=\frac{x^2}{200}-\frac{y}{100}.$

Вариант 6. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2+z_y^2+2yz\cos x\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}-1\le x\le 1;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y}{200}.$

Вариант 7. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2+z_y^2+2xz\cos y\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ -1\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{200}-\dfrac{y}{100}.$

Вариант 8. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2+z_y^2+2xyz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}-1\le x\le 1;\\ 0\le y\le 2;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2+y^2}{100}.$

Вариант 9. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2+z_y^2+2xyz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ -1\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x+y^2}{200}.$

Вариант 10. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2+3z_y^2+2x^2yz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 2;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x}{100}+\dfrac{y^2}{200}.$

Вариант 11. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-z_y^2+2xyz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2+y^2}{100}.$

Вариант 12. $J(z)=\iint\limits_D \left(3z_x^2-z_y^2+2z\sin\pi x\sin\dfrac{\pi y}{2}\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 1;\\ 0\le y\le 2;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2-2y}{200}.$

Вариант 13. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-z_y^2+yz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2+y}{100}.$

Вариант 14. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-z_y^2+2yz\sin x\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{200}+\dfrac{y}{50}.$

Вариант 15. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-2z_y^2+2xz\sin\pi y\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{200}-\dfrac{y}{50}.$

Вариант 16. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-3z_y^2+2yz\cos x\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}-1\le x\le 1;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y}{50}.$

Вариант 17. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-4z_y^2+2xz\cos y\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ -1\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{200}-\dfrac{y}{100}.$

Вариант 18. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-4z_y^2+2xyz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}-1\le x\le 1;\\ 0\le y\le 2;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{200}.$

Вариант 19. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-5z_y^2+2xyz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ -1\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x}{100}+\dfrac{y^2}{50}.$

Вариант 20. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-3z_y^2+2x^2yz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 2;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x}{50}+\dfrac{y^2}{80}.$

Вариант 21. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-z_y^2+z^2+2xyz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{160}.$

Вариант 22. $J(z)=\iint\limits_D \left(3z_x^2-z_y^2+z^2+2z\sin\pi x\sin\dfrac{\pi y}{2}\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 1;\\ 0\le y\le 2;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{200}-\dfrac{y}{120}.$

Вариант 23. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-z_y^2+z^2+2yz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2+y}{100}.$

Вариант 24. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-z_y^2+z^2+2yz\sin x\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{200}+\dfrac{y}{100}.$

Вариант 25. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2-2z_y^2+z^2+2xz\sin\pi y\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{200}-\dfrac{y}{80}.$

Вариант 26. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2+z_y^2+z^2+2yz\cos x\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}-1\le x\le 1;\\ 0\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y}{60}.$

Вариант 27. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2+2z_y^2+z^2+2xz\cos y\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ -1\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{100}-\dfrac{y}{60}.$

Вариант 28. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2+3z_y^2+z^2+2xyz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}-1\le x\le 1;\\ 0\le y\le 2;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x^2}{200}+\dfrac{y^2}{100}.$

Вариант 29. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2+4z_y^2+z^2+2xyz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ -1\le y\le 1;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x+y^2}{100}.$

Вариант 30. $J(z)=\iint\limits_D \left(z_x^2+5z_y^2+z^2+2x^2yz\right)dS;\quad D:\ \begin{cases}0\le x\le 2;\\ 0\le y\le 2;\end{cases}\quad z|_C=\dfrac{x}{100}+\dfrac{y^2}{160}.$

Задание к лабораторной работе 5

Для своего варианта заданий **1а** и **2** найти экстремали, если граничные условия на правом конце не заданы. Сравнить полученные решения с решениями примеров **1а** и **2**.

Задание к лабораторной работе 6

a) Для функционала **1а** найти экстремаль, при условии, что правый конец движется по заданной линии.
b) Для функционала **2** найти экстремаль, при условии, что правый конец движется по заданной поверхности.
c) Для функционала **2** найти экстремаль, при условии, что правый конец движется по заданной линии.

Варианты заданий

Вариант 1. a). $\varphi(x)=e^x-2;$ b). $\varphi(x,y)=e^x+y^2-4;$ c). $\varphi=2-x^2;\ \ \psi=3-e^x;$

Вариант 2. a). $\varphi(x)=e^{2x}-9;$ b). $\varphi(x,y)=e^x+2y^2-4;$ c). $\varphi=3-x^2;\ \ \psi=2-e^x;$

Вариант 3. a). $\varphi(x)=e^{x+0.5}-3;$ b). $\varphi(x,y)=2e^x+y^2-6;$ c). $\varphi=2-x^2;\ \ \psi=1-e^x;$

Вариант 4. a). $\varphi(x)=e^x-10;$ b). $\varphi(x,y)=4-x^2-e^y;$ c). $\varphi=1-e^x;\ \ \psi=2-x^2;$

Вариант 5. a). $\varphi(x)=2-e^{2x};$ b). $\varphi(x,y)=5-x^2-e^{2y};$ c). $\varphi=5-e^{2x};\ \ \psi=1-x^2;$

Вариант 6. a). $\varphi(x)=2-e^{2x};$ b). $\varphi(x,y)=4-x^2-e^y;$ c). $\varphi=4-e^{2x};\ \ \psi=2-x^2;$

Вариант 7. a). $\varphi(x)=e^x-2;$ b). $\varphi(x,y)=4-2x^2-2y^2;$ c). $\varphi=4-2\sin x;\ \ \psi=2-x^2;$

Вариант 8. a). $\varphi(x)=e^{x+0.5}-2;$ b). $\varphi(x,y)=4-2x^2-2\cos y;$ c). $\varphi=4-2\cos x;\ \ \psi=2-x^3;$

Вариант 9. a). $\varphi(x)=e^{2x}-5;$ b). $\varphi(x,y)=5-2x^2-3\cos y;$ c). $\varphi=5-x^2;\ \ \psi=4-2\cos x;$

Вариант 10. a). $\varphi(x)=0.5e^x-2;$ b). $\varphi(x,y)=3-e^x-\cos y;$ c). $\varphi=3-2x^2;\ \ \psi=3-\cos x;$

Вариант 11. a). $\varphi(x)=e^x-5;$ b). $\varphi(x,y)=3-e^x-y^2/5;$ c). $\varphi=x^2-2;\ \ \psi=\sin x;$

Вариант 12. a). $\varphi(x)=-e^{0.5x};$ b). $\varphi(x)=100-99x;$ c). $\varphi=3-3x^2;\ \ \psi=3\sin x;$

Вариант 13. a). $\varphi(x)=5-e^x;$ b). $\varphi(x,y)=3-e^x-2\cos(y);$ c). $\varphi=2-2x^2;\ \ \psi=3\sin 2x;$

Вариант 14. a). $\varphi(x)=e^x-2;$ b). $\varphi(x,y)=3-e^x-2\cos y;$ c). $\varphi=3-3x^2;\ \ \psi=2\sin 2x;$

Вариант 15. a). $\varphi(x)=2-e^{2x};$ b). $\varphi(x,y)=e^{\frac{x}{y}}+2\cos y;$ c). $\varphi=\sin(x/2)-2;\ \ \psi=\sin x;$

Вариант 16. a). $\varphi(x)=3-e^x;$ b). $\varphi(x,y)=e^x+2\sin(y/2)-5;$ c). $\varphi=\cos 2x;\ \ \psi=2\sin(x/2);$

Вариант 17. a). $\varphi(x)=4-e^x;$ b). $\varphi(x,y)=e^x+3\sin(y/2)-6;$ c). $\varphi=-2\sin(x/2);\ \ \psi=\cos 2x;$

Вариант 18. a). $\varphi(x)=6-e^x;$ b). $\varphi(x,y)=e^x+2\sin(y/2)-5;$ c). $\varphi=-2\sin(x/2);\ \ \psi=2\cos 2x;$

Вариант 19. a). $\varphi(x)=10-e^{2x};$ b). $\varphi(x,y)=e^x+2\sin(y/2)-4;$ c). $\varphi=-3\sin(x/2);\ \ \psi=2\cos 2x;$

Вариант 20. a). $\varphi(x)=e^x-2;$ b). $\varphi(x,y)=e^{\frac{x}{2}}+\cos y-1;$ c). $\varphi=-2\sin(x/2);\ \ \psi=3\cos 2x;$

Вариант 21. a). $\varphi(x)=5-e^{0.5x};$ b). $\varphi(x,y)=2-e^y+\cos x;$ c). $\varphi=-2e^{\frac{x}{2}};\ \ \psi=3\cos 2x;$

Вариант 22. a). $\varphi(x)=10-2e^{x-2}$; b). $\varphi(x,y)=2-e^{x-4}+\cos y$; c). $\varphi=2e^{\frac{x}{2}}$; $\psi=2\cos x$;

Вариант 23. a). $\varphi(x)=5-e^{x}$; b). $\varphi(x,y)=3-e^{x-5}+\cos y$; c). $\varphi=4\sin x$; $\psi=2\cos(x/2)$;

Вариант 24. a). $\varphi(x)=50-e^{x+3}$; b). $\varphi(x,y)=1-e^{x-3}+5\cos(y/2)$; c). $\varphi=3\sin x$; $\psi=3\cos(x/2)$;

Вариант 25. a). $\varphi(x)=50-e^{x+3}$; b). $\varphi(x,y)=100-50x$; c). $\varphi=3\sin(x/2)$; $\psi=-4\cos x$;

Вариант 26. a). $\varphi(x)=0.5e^{x}-2$; b). $\varphi(x,y)=1-e^{x-3}+5\cos(y/2)$; c). $\varphi=2\sin(3x/2)$; $\psi=-4\cos x$;

Вариант 27. a). $\varphi(x)=50-e^{x}$; b). $\varphi(x,y)=3-2e^{x-1}+5\cos(y/3)$; c). $\varphi=-2\sin(3x/2)$; $\psi=4\cos(x/2)$;

Вариант 28. a). $\varphi(x)=e^{2x-2}-5$; b). $\varphi(x,y)=3-2e^{x-1}+5\cos(y/2)$; c). $\varphi=100-50x$; $\psi=100-50x$;

Вариант 29. a). $\varphi(x)=5-e^{2x}$; b). $\varphi(x,y)=3-2e^{x-1}+5\cos(y/2)$; c). $\varphi=2\sin(3x/2)$; $\psi=-2\cos x$;

Вариант 30. a). $\varphi(x)=25-e^{x}$; b). $\varphi(x,y)=3+\cos(y/2)-2e^{x-2}$; c). $\varphi=2\sin(3x/2)$; $\psi=2\cos(x/2)$;