

УДК 630*52:630*174.754

В.А. Усольцев^{1,2}, И.С. Цепордей², В.П. Часовских¹, А.А. Осмирко¹

¹ Уральский государственный лесотехнический университет, г. Екатеринбург

² Ботанический сад УрО РАН, г. Екатеринбург

АДДИТИВНЫЕ РЕГИОНАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ФИТОМАССЫ ДЕРЕВЬЕВ И ДРЕВОСТОЕВ ЕВРАЗИИ. СООБЩЕНИЕ 3: РОД *Populus* L.

Ключевые слова: *осиновые насаждения, биосферная роль лесов, фитомасса деревьев и древостоев, аллометрические модели, пробные площади, биологическая продуктивность, аддитивность уравнений, трансконтинентальные таблицы фитомассы.*

Впервые на уникальных по объёму базам фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев на примере рода *Populus* L. разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы осины и тополей, и тем самым решена проблема совмещения аддитивности и всеобщности моделей. Модель фитомассы деревьев гармонизирована двояко: в ней устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, она учитывает региональные различия равновеликих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре. Аддитивная модель фитомассы древостоев гармонизирована также по двум уровням, один из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а второй связан с вводом «фиктивных» переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии. Модель демонстрирует различия фитомассы древостоев не только по абсолютным ее значениям для стволов, хвои, ветвей и корней, но и по их соотношениям, т.е. по структуре фитомассы. Предложенные модели и соответствующие таблицы для оценки фитомассы деревьев и древостоев рода *Populus* дают возможность определения их фитомассы в различных экорегионах Евразии по данным измерительной таксации.

V.A. Usoltsev, I.S. Tsepordey, V.P. Chasovskikh, A.A. Osmirko

ADDITIVE REGIONAL MODELS OF TREE AND STAND BIOMASS FOR EURASIA. MESSAGE 3: GENUS *Populus* sp.

Key words: *genus Populus sp., equations additivity, biosphere role of forests, biomass of trees and forests, allometric models, sample plots, biological productivity, transcontinental tables of biomass.*

When using the unique in terms of the volumes of databases on the levels of a tree and stand of the genus *Populus* sp., the trans-Eurasian additive allometric models of biomass of trees and forests for Eurasia are developed for the first time, and thereby the combined problem of model additivity and generality is solved. The additive model of tree biomass of *Populus* is harmonized in two ways: it eliminated the internal contradictions of the component and the total biomass equations, and in addition, it takes into account regional differences of trees of equal sizes not only on total, aboveground and underground biomass, but also on its component structure, i.e. it reflects the regional peculiarities of the component structure of tree biomass. The additive model of forest biomass of *Populus* is harmonized in two levels too, one of which provides the principle of additivity of biomass components, and the second one is associated with the introduction of dummy independent variables localizing model for eco-regions of Eurasia.

В предыдущем и настоящем выпусках журнала «Эко-потенциал» впервые на уникальных по объёму базах фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев на примере подрода *Pinus* L. (Усольцев и др., 2018) и родов *Larix* Mill. и *Betula* L. (настоящий выпуск) разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы сосны, лиственницы и берёзы, и тем самым решена совмещенная проблема аддитивности и всеобщности моделей. Модели фитомассы деревьев и древостоев гармонизированы двояко: в них устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, они учитывают региональные различия как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре.

В настоящей статье предпринята первая попытка разработки локализованных по регионам Евразии аддитивных аллометрических моделей фитомассы деревьев и древостоев осины и тополей (род *Populus* L.). Эти модели послужат основой для составления региональных трансевразийских нормативов для оценки фитомассы деревьев и древостоев осины и тополей.

Объекты и методы

Из впервые сформированной и опубликованной нами базы данных о фитомассе деревьев и древостоев лесобразующих пород Евразии (Усольцев, 2016; Usoltsev, 2013, 2016) взяты материалы в количестве соответственно 396 модельных деревьев и 212 древостоев пяти викарирующих видов рода *Populus* L. и распределены соответственно по 9 (табл. 1) и 10 (табл. 2) экорегионам, закодированным соответствующими блоками фиктивных переменных. Распределение пробных площадей, на которых измерена фитомасса модельных деревьев (кг), показано на рис. 1, а распределение пробных площадей, на которых определена фитомасса древостоев (т/га), - на рис. 2.

Таблица 1. Схема кодирования фиктивными переменными региональных массивов фактических данных фитомассы 396 деревьев осины и тополей.

| Регион* | Вид <i>Populus</i> L. | Блок фиктивных переменных | | | | | | | | Диапазон диаметров дерева, см | Диапазон высот дерева, м | Число наблюдений |
|---------|------------------------|---------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------------|--------------------------|------------------|
| | | X ₁ | X ₂ | X ₃ | X ₄ | X ₅ | X ₆ | X ₇ | X ₈ | | | |
| ЕРт | <i>P. tremula</i> L. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2,0÷34,5 | 4,1÷25,6 | 44 |
| ЕРш | <i>P. tremula</i> L. | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,0÷27,0 | 2,5÷26,3 | 17 |
| ЕРлс | <i>P. tremula</i> L. | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2,2÷25,2 | 4,9÷28,0 | 11 |
| ЕРст | <i>P. nigra</i> L. | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2,8÷25,2 | 5,0÷17,6 | 8 |
| Тст | <i>P. tremula</i> L. | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3,5÷32,4 | 6,7÷23,2 | 38 |
| КАЗст | <i>P. tremula</i> L. | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 4,9÷45,7 | 8,3÷21,2 | 79 |
| ЗСлс | <i>P. tremula</i> L. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0,7÷30,5 | 2,2÷24,6 | 181 |
| ЗСт | <i>P. tremula</i> L. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2,5÷11,0 | 3,7÷14,4 | 11 |
| ДВхш | <i>P. davidiana</i> D. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 9,8÷30,0 | 14,5÷28,8 | 7 |

* Обозначения регионов здесь и далее: ЕРт – Европейская часть России, тайга; ЕРш – Европейская часть России, широколиственные леса; ЕРлс – Европейская часть России, лесостепь; Тст – Тургайский прогиб, степь; КАЗст – Казахский Мелкосопочник, степь; ЗСлс – Западная Сибирь, лесостепь; ЗСт – Западная Сибирь, южная тайга; ДВхш – Дальний Восток, хвойно-широколиственные леса.

Таблица 2. Схема кодирования региональных массивов фактических данных фитомассы 212 древостоев осины и тополей.

| Регион* | Вид <i>Populus L.</i> | Блок фиктивных переменных | | | | | | | | | Диапазоны: | | | | Число наблюдений |
|---------|--------------------------|---------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------|----------------------|-----------------------|-------------------|------------------|
| | | X ₁ | X ₂ | X ₃ | X ₄ | X ₅ | X ₆ | X ₇ | X ₈ | X ₉ | возраста, лет | густоты, тыс. экз/га | среднего диаметра, см | средней высоты, м | |
| ЗСЕ | <i>P. tremula L.</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3÷57 | 0,64÷22,8 | 1,9÷30,6 | 2,1÷28,6 | 61 |
| ЕРсев | <i>P. tremula L.</i> | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2÷85 | 0,49÷92,0 | 2,5÷33,0 | 1,7÷31,0 | 37 |
| ЕРюг | <i>P. tremula L.</i> | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10÷50 | 0,53÷30,0 | 2,2÷25,2 | 4,9÷24,0 | 20 |
| ЕРюг | <i>P. alba L.</i> | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11÷68 | 0,22÷12,5 | 0,3÷34,7 | 1,5÷26,0 | 9 |
| ЗСТ | <i>P. tremula L.</i> | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6÷95 | 0,57÷30,5 | 2,1÷31,8 | 3,2÷29,6 | 14 |
| ЗСст | <i>P. tremula L.</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10÷53 | 0,41÷26,3 | 2,3÷31,0 | 4,0÷22,3 | 26 |
| ССсев | <i>P. tremula L.</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 8÷140 | 0,64÷22,8 | 2,6÷23,8 | 4,9÷24,5 | 13 |
| ССюг | <i>P. tremula L.</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 21÷90 | 0,80÷8,50 | 6,2÷23,5 | 7,4÷24,0 | 11 |
| ССюг | <i>P. laurifolia L.</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 10÷120 | 0,23÷7,87 | 2,9÷38,3 | 4,0÷25,3 | 12 |
| Яп | <i>P. davidiana D.</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 11÷33 | 0,40÷1,24 | 16,0÷35,6 | 16,0÷23,8 | 9 |

*ЗСЕ – Западная и Средняя Европа, широколиственные леса; ЕРсев – Европейская часть России, север; ЕРюг – Европейская часть России, юг; ЗСст – Западная Сибирь, степь и лесостепь; ССсев – Средняя Сибирь, северная часть; ССюг – Средняя Сибирь, южная часть; Яп – Японские острова.



Рис. 1. Распределение пробных площадей, на которых выполнены измерения фитомассы (кг) 396 модельных деревьев осины и тополей (*Populus L.*) на территории Евразии.



Рис. 2. Распределение пробных площадей, на которых выполнены измерения фитомассы (т/га) 212 древостоев осины и тополей (*Populus L.*) на территории Евразии.

Анализ фитомассы деревьев и древостоев выполнен на основе аллометрических аддитивных регрессионных уравнений, структурированных согласно трехшаговой аддитивной системе (Tang et al., 2000; Dong et al., 2015) (см. рис. 3 в предыдущей статье настоящего выпуска).

Результаты и обсуждение

1 Аддитивная модель фитомассы на уровне деревьев

Рассчитаны исходные аллометрические модели

$$\ln P_i = a_i + b_i (\ln D) + c_i (\ln H) + d_i (\ln D)(\ln H) + \sum g_{ij} X_j, \quad (1)$$

где P_i – фитомасса i -й фракции, кг; D – диаметр ствола на высоте груди, см; H – высота дерева, м; i – индекс фракций фитомассы: общей (t), надземной (a), корней (r), кроны (c), ствола в коре (s), листы (f), ветвей (b), древесины ствола (w) и коры ствола (bk); j – индекс (код) фиктивной переменной, от 0 до 8 (см. табл. 1). $\sum g_{ij} X_j$ – блок фиктивных переменных для i -й фракции фитомассы j -го экорегиона. Модель (1) после потенцирования имеет вид

$$P_i = e^{a_i} D^{b_i} H^{c_i} D^{d_i(\ln H)} e^{\sum g_{ij} X_j}. \quad (2)$$

По программе многофакторного регрессионного анализа Statgraphics выполнен расчет коэффициентов уравнений (1) и получена их характеристика, которая после введения поправок на логарифмическое преобразование по Г.Л. Баскервиллю (Baskerville, 1972) и приведения ее к виду (2) дана в табл. 3. Все регрессионные коэффициенты уравнений (2) при численных переменных значимы на уровне вероятности $P_{0,95}$ и выше, и уравнения адекватны исходным данным.

Полученные согласно структуре (2) независимые (исходные) уравнения, приведенные в табл. 3, преобразованы в искомую модель аддитивной структуры фитомассы деревьев (табл. 4) по алгоритму трёхшагового пропорционального взвешивания, показанному в предыдущей статье настоящего выпуска. Модель действительна в диапазоне

фактических данных высоты и диаметра ствола модельных деревьев, приведенных в **табл. 1**. Путем табулирования полученной модели (**табл. 4**) по задаваемым значениям D и H и по значениям фиктивных переменных, локализирующих общую модель по экорегионам, получены в итоге региональные нормативы, аддитивные по фракциям фитомассы и предназначенные для ее оценки в древостоях *Populus* на территории Евразии. В частности, для европейской части России подобный региональный норматив показан в **табл. 5**. Региональные особенности структуры фитомассы равновеликих деревьев *Populus* можно проследить на фрагменте трансконтинентальной таблицы для деревьев диаметром 14 см и высотой 14 м (**табл. 6**).

Таблица 6. Фрагмент аддитивной таблицы фитомассы для деревьев диаметром 14 см и высотой 14 м по экорегионам и соответствующим видам *Populus*.

| Фракции фитомассы | Экорегион и соответствующий вид <i>Populus</i> | | | | | | | | |
|-------------------|--|--------------------------|---------------------------|-------------------------|--------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| | ЕРт <i>P. tremula</i> | ЕРш <i>P. tremula</i> | ЕРлс <i>P. tremula</i> | ЕРст <i>P. nigra</i> | Тст <i>P. tremula</i> | КАЗст <i>P. tremula</i> | ЗСлс <i>P. tremula</i> | ЗСт <i>P. tremula</i> | ДВхш <i>P. davidiana</i> |
| Общая фитомасса | 66,34 | 63,14 | 96,38 | 37,85 | 65,11 | 67,64 | 62,72 | 68,55 | 78,18 |
| Корни | 12,32 | 10,64 | 27,68 | 7,37 | 10,75 | 12,04 | 10,09 | 12,98 | 12,10 |
| Надземная | 54,02 | 52,50 | 68,70 | 30,48 | 54,36 | 55,60 | 52,63 | 55,57 | 66,08 |
| Крона | 11,11 | 10,96 | 16,67 | 3,74 | 11,21 | 8,51 | 11,62 | 10,11 | 16,93 |
| Листва | 2,41 | 2,45 | 3,74 | 0,56 | 1,71 | 1,27 | 2,20 | 1,93 | 3,04 |
| Ветви | 8,69 | 8,50 | 12,92 | 3,18 | 9,50 | 7,24 | 9,42 | 8,19 | 13,89 |
| Ствол в коре | 42,91 | 41,55 | 52,04 | 26,74 | 43,14 | 47,09 | 41,01 | 45,46 | 49,15 |
| Древесина ствола | 36,13 | 34,61 | 43,62 | 22,70 | 37,46 | 39,24 | 34,50 | 38,81 | 42,60 |
| Кора ствола | 6,78 | 6,93 | 8,42 | 4,04 | 5,69 | 7,85 | 6,51 | 6,65 | 6,55 |

По данным **табл. 6** можно сделать вывод, что наибольшие значения общей фитомассы равновеликих деревьев имеют место у осины в лесостепи европейской России (96 кг) и у тополя Давида в Приморье (78 кг) и наименьшие – у тополя чёрного в степной зоне европейской России (38 кг), а в остальных регионах общая фитомасса находится в пределах от 63 до 69 кг. Наибольшая доля листвы в надземной фитомассе – у осины в лесостепи европейской России (5,4%), наименьшая – у тополя чёрного в степной зоне европейской России (1,8%) и у осины в Казахском мелкосопочнике (2,3%), а в остальных регионах колеблется в пределах от 3,1 до 4,7%.

Для случаев, когда невозможно измерить высоты деревьев на пробных площадях при расчетах фитомассы на единице площади древостоя с применением предложенной модели (2), рассчитано вспомогательное уравнение, скорректированное на логарифмическую трансформацию

$$H = 2,9814 D^{0,6425} e^{-0,0452X1} e^{0,0381X2} e^{-0,1823X3} e^{-0,0817X4} e^{-0,2589X5} e^{-0,0471X6} e^{-0,0068X7} e^{0,2090X8} ; \quad (3)$$

$$adjR^2 = 0,902.$$

Все регрессионные коэффициенты (3) при численных переменных значимы на уровне вероятности $P_{0,999}$.

С целью выяснить, достаточно ли адекватна полученная аддитивная модель и как ее характеристики соотносятся с показателями адекватности независимых уравнений, расчетные показатели фитомассы, полученные, с одной стороны, по независимым (исходным), а с другой стороны, по аддитивным уравнениям, сопоставлены с фактическими значениями фитомассы путем расчета коэффициента детерминации R^2 . Для корректного сравнения адекватности независимых и аддитивных уравнений исходные данные приводим в сопоставимое состояние, т.е. независимые уравнения для всех фракций фитомассы рассчитываются по тем же данным, что и аддитивные уравнения для общей фитомассы. Характеристика таких «приведённых» уравнений дана в **табл. 7**.

Таблица 3. Характеристика независимых (исходных) аллометрических уравнений для фитомассы деревьев осины и тополей

| Фракции фитомассы | | Компоненты регрессионных уравнений | | | | | | | | | | $adjR^2$ | |
|-------------------|--------|------------------------------------|---------------|--------------------|------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------|
| P_t | 0,1549 | $D^{1,8140}$ | $H^{0,1743}$ | $D^{0,1166}$ (lnH) | $e^{-0,0495 X1}$ | $e^{0,3735 X2}$ | $e^{-0,5612 X3}$ | $e^{-0,0188 X4}$ | $e^{0,0194 X5}$ | $e^{-0,0562 X6}$ | $e^{0,0328 X7}$ | $e^{0,1642 X8}$ | 0,994 |
| Шаг 1 | | | | | | | | | | | | | |
| P_a | 0,1424 | $D^{1,7037}$ | $H^{0,0923}$ | $D^{0,1701}$ (lnH) | $e^{-0,0136 X1}$ | $e^{0,1777 X2}$ | $e^{-0,5039 X3}$ | $e^{0,0306 X4}$ | $e^{0,0167 X5}$ | $e^{0,0260 X6}$ | $e^{-0,0566 X7}$ | $e^{0,1735 X8}$ | 0,994 |
| P_r | 0,0444 | $D^{1,9735}$ | $H^{0,0816}$ | $D^{0,0271}$ (lnH) | $e^{-0,1324 X1}$ | $e^{0,7464 X2}$ | $e^{-0,4457 X3}$ | $e^{-0,1122 X4}$ | $e^{-0,0351 X5}$ | $e^{-0,1481 X6}$ | $e^{-0,0329 X7}$ | $e^{-0,0462 X8}$ | 0,971 |
| Шаг 2 | | | | | | | | | | | | | |
| P_c | 0,4351 | $D^{3,2505}$ | $H^{-2,4328}$ | $D^{0,1498}$ (lnH) | $e^{0,0270 X1}$ | $e^{0,3773 X2}$ | $e^{-0,9788 X3}$ | $e^{0,0454 X4}$ | $e^{-0,2713 X5}$ | $e^{0,1093 X6}$ | $e^{-0,1525 X7}$ | $e^{0,3873 X8}$ | 0,961 |
| P_s | 0,0586 | $D^{1,3706}$ | $H^{0,6502}$ | $D^{0,1760}$ (lnH) | $e^{0,0082 X1}$ | $e^{0,1641 X2}$ | $e^{-0,3629 X3}$ | $e^{0,0412 X4}$ | $e^{0,0879 X5}$ | $e^{0,0183 X6}$ | $e^{-0,0015 X7}$ | $e^{0,1014 X8}$ | 0,996 |
| Шаг 3а | | | | | | | | | | | | | |
| P_f | 0,1430 | $D^{3,1151}$ | $H^{-2,1274}$ | $D^{0,0237}$ (lnH) | $e^{0,0606 X1}$ | $e^{0,3712 X2}$ | $e^{-1,3208 X3}$ | $e^{-0,3015 X4}$ | $e^{-0,6476 X5}$ | $e^{-0,0319 X6}$ | $e^{-0,2932 X7}$ | $e^{0,1899 X8}$ | 0,930 |
| P_b | 0,2148 | $D^{3,3723}$ | $H^{-2,3390}$ | $D^{0,1342}$ (lnH) | $e^{0,0206 X1}$ | $e^{0,3282 X2}$ | $e^{-0,8629 X3}$ | $e^{0,1288 X4}$ | $e^{-0,1881 X5}$ | $e^{0,1412 X6}$ | $e^{-0,1290 X7}$ | $e^{0,4264 X8}$ | 0,959 |
| Шаг 3б | | | | | | | | | | | | | |
| P_w | 0,0318 | $D^{1,5031}$ | $H^{0,8344}$ | $D^{0,1256}$ (lnH) | $e^{-0,0088 X1}$ | $e^{0,0926 X2}$ | $e^{-0,2999 X3}$ | $e^{0,0248 X4}$ | $e^{0,0320 X5}$ | $e^{-0,0282 X6}$ | $e^{-0,0880 X7}$ | $e^{0,0858 X8}$ | 0,996 |
| P_{bk} | 0,0417 | $D^{1,1325}$ | $H^{0,1061}$ | $D^{0,2632}$ (lnH) | $e^{0,0560 X1}$ | $e^{0,1197 X2}$ | $e^{-0,3534 X3}$ | $e^{-0,1880 X4}$ | $e^{0,0955 X5}$ | $e^{-0,0236 X6}$ | $e^{-0,1794 X7}$ | $e^{-0,1138 X8}$ | 0,982 |

Таблица 4. Трехшаговая модель фракционного состава аддитивной фитомассы деревьев осины и тополей, реализованная по принципу пропорционального взвешивания

| | | | |
|-----------|---|---|-------------|
| Шаг 1 | $Pf = 0,1549 D^{1,8140} H^{0,1743} D^{0,1166(\ln H)} e^{-0,0495X1} e^{0,3735X2} e^{-0,5612X3} e^{-0,0188X4} e^{0,0194X5} e^{-0,0562X6} e^{0,0328X7} e^{-0,1642X8}$ | I | $\times Pt$ |
| | $Pa = \frac{1+0,4352 D^{0,2010} H^{-0,1711} D^{-0,1079(\ln H)} e^{-0,1114X1} e^{0,6467X2} e^{0,1521X3} e^{-0,0963X4} e^{-0,0466X5} e^{-0,1072X6} e^{-0,0904X7} e^{-0,2088X8}}{1+2,2980 D^{-0,2010} H^{0,1711} D^{0,1079(\ln H)} e^{0,1114X1} e^{-0,6467X2} e^{-0,1521X3} e^{0,0963X4} e^{0,0466X5} e^{0,1072X6} e^{0,0904X7} e^{0,2088X8}}$ | | |
| Шаг 2 | $Pc = \frac{1+0,2955 D^{-1,6855} H^{2,3516} D^{0,1120(\ln H)} e^{0,0866X1} e^{0,1705X2} e^{0,6860X3} e^{-0,0425X4} e^{0,1628X5} e^{-0,1690X6} e^{0,2125X7} e^{-0,1210X8}}{1+3,3836 D^{1,6855} H^{-2,3516} D^{-0,1120(\ln H)} e^{-0,0866X1} e^{-0,1705X2} e^{-0,6860X3} e^{0,0425X4} e^{-0,1628X5} e^{0,1690X6} e^{-0,2125X7} e^{0,1210X8}}$ | I | $\times Pa$ |
| | $Pf = \frac{1+2,2088 D^{-0,2479} H^{-0,2134} D^{0,2413(\ln H)} e^{-0,0386X1} e^{-0,5868X2} e^{0,3782X3} e^{0,2242X4} e^{0,5258X5} e^{0,2149X6} e^{0,1991X7} e^{0,2350X8}}{1+0,4527 D^{0,2479} H^{0,2134} D^{-0,2413(\ln H)} e^{0,0386X1} e^{0,5868X2} e^{-0,3782X3} e^{-0,2242X4} e^{-0,5258X5} e^{-0,2149X6} e^{-0,1991X7} e^{-0,2350X8}}$ | | |
| Шаг 3а | $Pb = \frac{1+0,4527 D^{0,2479} H^{0,2134} D^{-0,2413(\ln H)} e^{0,0386X1} e^{0,5868X2} e^{-0,3782X3} e^{-0,2242X4} e^{-0,5258X5} e^{-0,2149X6} e^{-0,1991X7} e^{-0,2350X8}}{1+1,3091 D^{-0,3706} H^{-0,7283} D^{0,1376(\ln H)} e^{0,0648X1} e^{0,0270X2} e^{-0,0535X3} e^{-0,2128X4} e^{0,0635X5} e^{0,0046X6} e^{-0,0914X7} e^{-0,1997X8}}$ | I | $\times Ps$ |
| | $Pbk = \frac{1+0,7639 D^{0,3706} H^{0,7283} D^{-0,1376(\ln H)} e^{-0,0648X1} e^{-0,0270X2} e^{0,0535X3} e^{0,2128X4} e^{-0,0635X5} e^{-0,0046X6} e^{0,0914X7} e^{0,1997X8}}{1+0,7639 D^{0,3706} H^{0,7283} D^{-0,1376(\ln H)} e^{-0,0648X1} e^{-0,0270X2} e^{0,0535X3} e^{0,2128X4} e^{-0,0635X5} e^{-0,0046X6} e^{0,0914X7} e^{0,1997X8}}$ | | |

Таблица 5. Таблица для определения аддитивной фитомассы деревьев осины по высоте и диаметру ствола в таёжной зоне европейской части России.

| Н, м | Фракции фито- массы | Диаметр ствола, см | | | | | | |
|---------|------------------------|--------------------|-------|-------|--------|--------|--------|----|
| | | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 | 26 | 30 |
| 6 | Общая фито- масса | 7,94 | 22,32 | 44,10 | - | - | - | - |
| | Корни | 1,89 | 5,35 | 10,61 | - | - | - | - |
| | Надземная | 6,05 | 16,97 | 33,48 | - | - | - | - |
| | Крона | 2,67 | 11,35 | 26,42 | - | - | - | - |
| | Листва | 0,81 | 2,90 | 6,03 | - | - | - | - |
| | Ветви | 1,86 | 8,44 | 20,39 | - | - | - | - |
| | Ствол в коре | 3,38 | 5,62 | 7,06 | - | - | - | - |
| | Древесина ствола | 2,63 | 4,44 | 5,63 | - | - | - | - |
| | Кора ствола | 0,75 | 1,18 | 1,44 | - | - | - | - |
| 10 | Общая фито- масса | 9,66 | 27,99 | 56,41 | 95,20 | - | - | - |
| | Корни | 2,07 | 5,87 | 11,64 | 19,41 | - | - | - |
| | Надземная | 7,59 | 22,12 | 44,77 | 75,79 | - | - | - |
| | Крона | 1,05 | 6,38 | 19,15 | 41,04 | - | - | - |
| | Листва | 0,32 | 1,61 | 4,24 | 8,22 | - | - | - |
| | Ветви | 0,73 | 4,77 | 14,91 | 32,82 | - | - | - |
| | Ствол в коре | 6,54 | 15,74 | 25,62 | 34,76 | - | - | - |
| | Древесина ствола | 5,35 | 12,95 | 21,13 | 28,74 | - | - | - |
| | Кора ствола | 1,19 | 2,80 | 4,49 | 6,02 | - | - | - |
| 14 | Общая фито- масса | 10,99 | 32,49 | 66,34 | 113,08 | 173,10 | - | - |
| | Корни | 2,20 | 6,21 | 12,32 | 20,55 | 1,31 | - | - |
| | Надземная | 8,79 | 26,27 | 54,02 | 92,53 | 142,20 | - | - |
| | Крона | 0,46 | 3,24 | 11,11 | 26,81 | 52,58 | - | - |
| | Листва | 0,14 | 0,81 | 2,41 | 5,22 | 9,37 | - | - |
| | Ветви | 0,32 | 2,43 | 8,69 | 21,59 | 43,21 | - | - |
| | Ствол в коре | 8,33 | 23,03 | 42,91 | 65,72 | 89,62 | - | - |
| | Древесина ствола | 7,00 | 19,38 | 36,13 | 55,35 | 75,49 | - | - |
| | Кора ствола | 1,32 | 3,65 | 6,78 | 10,37 | 14,13 | - | - |
| 18 | Общая фито- масса | - | 36,31 | 74,89 | 128,59 | 198,01 | 283,63 | - |
| | Корни | - | 6,48 | 12,84 | 21,40 | 2,29 | 45,16 | - |
| | Надземная | - | 29,83 | 62,05 | 107,19 | 165,84 | 238,47 | - |
| | Крона | - | 1,79 | 6,51 | 16,69 | 34,73 | 62,88 | - |
| | Листва | - | 0,44 | 1,39 | 3,18 | 6,03 | 10,09 | - |
| | Ветви | - | 1,35 | 5,12 | 13,51 | 28,70 | 52,78 | - |
| | Ствол в коре | - | 28,04 | 55,54 | 90,50 | 131,11 | 175,59 | - |
| | Древесина ствола | - | 23,97 | 47,42 | 77,19 | 111,73 | 149,54 | - |

| Н, м | Фракции фито- массы | Диаметр ствола, см | | | | | | |
|---------|------------------------|--------------------|------|-------|--------|--------|--------|--------|
| | | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 | 26 | 30 |
| | Кора ствола | - | 4,07 | 8,12 | 13,31 | 19,38 | 26,05 | - |
| 22 | Общая фито- масса | - | - | 82,49 | 142,49 | 220,44 | 316,99 | 432,71 |
| | Корни | - | - | 13,26 | 22,08 | 2,92 | 46,54 | 62,21 |
| | Надземная | - | - | 69,24 | 120,41 | 187,27 | 270,45 | 370,50 |
| | Крона | - | - | 4,06 | 10,73 | 23,05 | 43,11 | 72,98 |
| | Листва | - | - | 0,86 | 2,01 | 3,92 | 6,75 | 10,64 |
| | Ветви | - | - | 3,20 | 8,72 | 19,13 | 36,35 | 62,34 |
| | Ствол в коре | - | - | 65,18 | 109,68 | 164,22 | 227,35 | 297,52 |
| | Древесина ствола | - | - | 56,23 | 94,44 | 141,18 | 195,20 | 255,17 |
| | Кора ствола | - | - | 8,95 | 15,24 | 23,04 | 32,15 | 42,35 |
| 26 | Общая фито- масса | - | - | - | 155,19 | 241,04 | 347,75 | 476,02 |
| | Корни | - | - | - | 22,64 | 3,25 | 47,69 | 63,71 |
| | Надземная | - | - | - | 132,55 | 207,04 | 300,06 | 412,30 |
| | Крона | - | - | - | 7,23 | 15,82 | 30,15 | 52,02 |
| | Листва | - | - | - | 1,34 | 2,65 | 4,63 | 7,42 |
| | Ветви | - | - | - | 5,90 | 13,18 | 25,52 | 44,60 |
| | Ствол в коре | - | - | - | 125,32 | 191,22 | 269,92 | 360,28 |
| | Древесина ствола | - | - | - | 108,71 | 165,54 | 233,26 | 310,88 |
| | Кора ствола | - | - | - | 16,60 | 25,68 | 36,66 | 49,40 |

Результаты сопоставления (табл. 8) свидетельствуют о том, что аддитивные уравнения не только внутренне непротиворечивы, но и обладают примерно одинаковыми показателями адекватности по сравнению с независимыми уравнениями. Отметим также, что при реализации принципа аддитивности цель повышения адекватности получаемых моделей по отношению к традиционным моделям по всем фракциям фитомассы не ставилась.

Таблица 8. Сравнение показателей адекватности независимых и аддитивных уравнений фитомассы деревьев *Populus*

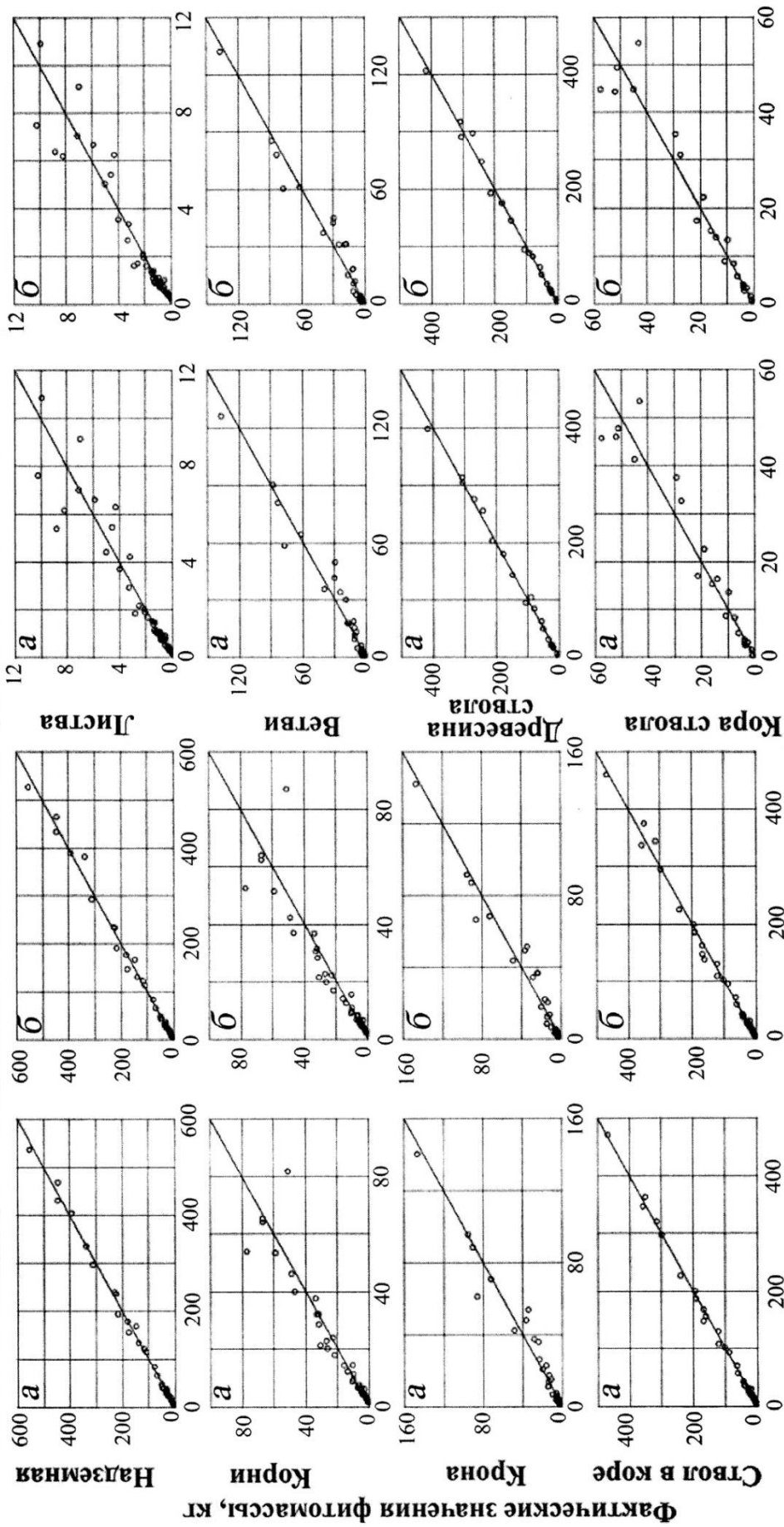
| Показатели | Фракции фитомассы* | | | | | | | | |
|-----------------------|--------------------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-------|
| | P_t | P_a | P_r | P_s | P_w | P_{bk} | P_c | P_b | P_f |
| Независимые уравнения | | | | | | | | | |
| R^2 | 0,987 | 0,996 | 0,876 | 0,997 | 0,996 | 0,935 | 0,961 | 0,960 | 0,880 |
| Аддитивные уравнения | | | | | | | | | |
| R^2 | 0,987 | 0,994 | 0,817 | 0,993 | 0,993 | 0,939 | 0,960 | 0,958 | 0,884 |

* Обозначения см. уравнение (1).

Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым и аддитивным моделям фитомассы деревьев (рис. 3), показывает степень коррелированности названных показателей, а также отсутствие видимых различий в структуре остаточных дисперсий, полученных по двум названным моделям.

Таблица 7. Характеристика «приведенных» аллометрических уравнений для фитомассы деревьев осины и тополей

| Компоненты регрессионных уравнений | | | | | | | | | | | $adjR^2$ | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------------------------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|--------------|-------------|------------|------------|------------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|---|-------|-------|
| Фракции фитомассы | P_t | 0,1549 | D | 1,8140 | H | -0,1743 | D | 0,1166 (mH) | e | -0,0495 X1 | e | 0,3735 X2 | e | -0,5612 X3 | e | -0,0188 X4 | e | 0,0194 X5 | e | -0,0562 X6 | e | 0,0328 X7 | e | 0,1642 X8 | e | 0,9,4 | |
| | P_a | 0,1020 | D | 1,7725 | H | -0,2527 | D | 0,1350 (mH) | e | -0,0210 X1 | e | 0,0997 X2 | e | -0,5978 X3 | e | -0,0158 X4 | e | 0,0115 X5 | e | -0,0409 X6 | e | 0,0575 X7 | e | 0,1626 X8 | e | 0,995 | |
| | P_r | 0,0444 | D | 1,9735 | H | -0,0816 | D | 0,0271 (mH) | e | -0,1324 X1 | e | 0,7464 X2 | e | -0,4457 X3 | e | -0,1122 X4 | e | -0,0351 X5 | e | -0,1481 X6 | e | -0,0329 X7 | e | -0,0462 X8 | e | 0,971 | |
| Шаг 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| P_c | 0,1615 | D | 3,1299 | H | -1,6373 | D | 0,0440 (mH) | e | -0,0767 X1 | e | -0,0518 X2 | e | -1,1459 X3 | e | 0,0424 X4 | e | -0,1209 X5 | e | 0,1170 X6 | e | 0,1046 X7 | e | 0,2469 X8 | e | | | 0,977 |
| P_s | 0,0477 | D | 1,4444 | H | 0,7143 | D | 0,1560 (mH) | e | 0,0099 X1 | e | 0,1187 X2 | e | -0,4599 X3 | e | -0,0001 X4 | e | 0,0419 X5 | e | -0,0520 X6 | e | 0,1078 X7 | e | 0,1258 X8 | e | | | 0,996 |
| Шаг 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| P_f | 0,0423 | D | 3,2836 | H | -1,3435 | D | -0,1492 (mH) | e | -0,0520 X1 | e | 0,2389 X2 | e | -1,4419 X3 | e | -0,1484 X4 | e | -0,5908 X5 | e | -0,0607 X6 | e | -0,2600 X7 | e | 0,0118 X8 | e | | | 0,965 |
| P_b | 0,0935 | D | 3,0356 | H | -1,5569 | D | 0,0921 (mH) | e | -0,0906 X1 | e | -0,3479 X2 | e | -1,0637 X3 | e | 0,0758 X4 | e | -0,0650 X5 | e | 0,1542 X6 | e | -0,0609 X7 | e | 0,2468 X8 | e | | | 0,970 |
| Шаг 3а | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| P_w | 0,0318 | D | 1,5031 | H | 0,8344 | D | 0,1256 (mH) | e | -0,0088 X1 | e | 0,0926 X2 | e | -0,2999 X3 | e | 0,0248 X4 | e | 0,0320 X5 | e | -0,0282 X6 | e | -0,0880 X7 | e | 0,0858 X8 | e | | | 0,996 |
| P_{bk} | 0,0417 | D | 1,1325 | H | 0,1061 | D | 0,2632 (mH) | e | 0,0560 X1 | e | 0,1197 X2 | e | -0,3534 X3 | e | -0,1880 X4 | e | 0,0955 X5 | e | -0,0236 X6 | e | -0,1794 X7 | e | -0,1138 X8 | e | | | 0,982 |



Расчетные значения фитомассы, кг

Рис. 3. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчетом по независимым (а) и аддитивным (б) уравнениям фитомассы деревьев *Populus*.

Рассчитаны исходные аллометрические модели

$$\ln P_i = a_i + b_i (\ln A) + c_i (\ln A)^2 + d_i (\ln H) + e_i (\ln D) + f_i (\ln N) + \sum g_{ij} X_j, \quad (4)$$

где P_i – масса i -й фракции, т/га; A – возраст древостоя, лет; H – средняя высота древостоя, м; D – средний диаметр стволов, см; N – густота древостоя, тыс. экз/га; $a-g$ – регрессионные коэффициенты; i – индекс фракций фитомассы: общей (t), надземной (a), корней (r), кроны (c), ствола в коре (s), листвы (f), ветвей (b), древесины ствола (w) и коры ствола (bk); j – индекс (код) в блоке фиктивных переменных, кодирующих 10 эко-регионов, от 0 до 9 (см. **табл. 2**).

Модель (4) после потенцирования приведена к виду

$$P_i = a_i A^{b_i} A^{c_i(\ln A)} H^{d_i} D^{e_i} N^{f_i} e^{\sum g_{ij} X_j} \quad (5)$$

Характеристика уравнений (4), полученная их аппроксимацией по фактическим данным фитомассы, после введения поправок на логарифмическое преобразование по Г. Л. Баскервиллю (Baskerville, 1972) и последующего потенцирования согласно (5) приведена в **табл. 9**. Все регрессионные коэффициенты уравнений (4) при численных переменных значимы на уровне вероятности $P_{0,95}$ и выше, и уравнения адекватны исходным данным.

Полученные уравнения (5) (**табл. 9**) модифицированы согласно выше изложенному алгоритму трёхшагового пропорционального взвешивания, и окончательный вид трансконтинентальной аддитивной модели фракционного состава фитомассы осиновых и тополевых древостоев приведен в **табл. 10**. Модель действительна в диапазоне фактических данных возраста древостоев, средней высоты, среднего диаметра ствола и густоты древостоев, приведенных в **табл. 2**, и характеризуется двойной гармонизацией: одна из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а вторая связана с вводом фиктивных переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии.

На следующем этапе исследования выполнено сопоставление адекватности построенной аддитивной модели (см. **табл. 10**) и независимых уравнений, показанных в **табл. 9**. Для корректного сопоставления по модифицированному массиву исходных данных аппроксимированы уравнения (5), и их окончательный вид дан в **табл. 11**. Как аддитивная модель, так и независимые уравнения, протабулированы по фактическим массообразующим показателям массива фактических данных, и полученные расчетные значения фитомассы сопоставлены с фактическими по показателю R^2 . Результаты сопоставления адекватности двух методов моделирования сведены в **табл. 12** и свидетельствуют о том, что показатели адекватности двух систем уравнений близки между собой. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым и аддитивным моделям фитомассы древостоев (**рис. 4**), показывает степень коррелированности названных показателей и отсутствие видимых различий в структуре остаточных дисперсий, полученных по двум названным моделям. Большая или меньшая величина R^2 двух сравниваемых моделей определяется неравномерной дисперсией и случайным положением фактических значений фитомассы наиболее продуктивных древостоев в доверительном диапазоне, а также из-за их малого числа при наибольшем вкладе в остаточную дисперсию (см. **рис. 4**).

Таблица 10. Трехшаговая аддитивная модель фракционного состава фитомассы древостоев осины и тополей, реализованная по принципу пропорционального взвешивания

| | |
|--------|--|
| | $Pt = -1,4525 A^{0,1895} H^{0,6266} D^{1,4217} N^{0,7278} e^{-0,2124X1} e^{-0,1116X2} e^{-0,1329X3} e^{-0,1212X4} e^{-0,1124X5} e^{-0,4512X6} e^{-0,3754X7} e^{-0,4461X8} e^{-0,1974X9}$ |
| Шаг 1 | $Pa = \frac{1+1,9579 A^{-0,2259} H^{0,2603} D^{0,0487} N^{0,1502} e^{-0,0548X1} e^{0,1301X2} e^{0,2150X3} e^{0,4389X4} e^{0,6956X5} e^{-0,1410X6} e^{-0,1835X7} e^{0,2234X8} e^{0,1348X9}}{1+0,5108 A^{0,2259} H^{-0,2603} D^{-0,0487} N^{-0,1502} e^{0,0548X1} e^{-0,1301X2} e^{-0,2150X3} e^{-0,4389X4} e^{-0,6956X5} e^{0,1410X6} e^{0,1835X7} e^{-0,2234X8} e^{-0,1348X9}} \times Pt$ |
| Шаг 2 | $Pc = \frac{1+4,1422 A^{0,4776} H^{1,8496} D^{-1,1537} N^{-0,0127} e^{-0,0949X1} e^{0,0159X2} e^{0,5068X3} e^{-0,2762X4} e^{-0,3984X5} e^{-0,1354X6} e^{0,5175X7} e^{0,2470X8} e^{0,0020X9}}{1+0,2414 A^{-0,4776} H^{-1,8496} D^{1,1537} N^{0,0127} e^{0,0949X1} e^{-0,0159X2} e^{-0,5068X3} e^{0,2762X4} e^{0,3984X5} e^{0,1354X6} e^{-0,5175X7} e^{-0,2470X8} e^{-0,0020X9}} \times Pa$ |
| Шаг 3а | $Pf = \frac{1+1,4133 A^{0,2735} H^{-0,2065} D^{0,4817} N^{-0,0284} e^{0,0261X1} e^{0,3359X2} e^{0,6524X3} e^{0,3247X4} e^{0,5145X5} e^{0,0485X6} e^{-0,3598X7} e^{-0,3400X8} e^{0,5685X9}}{1+0,7076 A^{-0,2735} H^{0,2065} D^{-0,4817} N^{0,0284} e^{-0,0261X1} e^{-0,3359X2} e^{-0,6524X3} e^{-0,3247X4} e^{-0,5145X5} e^{-0,0485X6} e^{0,3598X7} e^{0,3400X8} e^{-0,5685X9}} \times Pc$ |
| Шаг 3б | $Pbk = \frac{1+1,1326 A^{-0,0487} H^{-0,5789} D^{0,1660} N^{-0,0155} e^{0,0129X1} e^{0,0145X2} e^{0,4093X3} e^{-0,1513X4} e^{-0,0781X5} e^{-0,1957X6} e^{-0,2493X7} e^{0,3904X8} e^{0,0096X9}}{1+0,8829 A^{0,0487} H^{0,5789} D^{-0,1660} N^{0,0155} e^{-0,0129X1} e^{-0,0145X2} e^{-0,4093X3} e^{0,1513X4} e^{0,0781X5} e^{0,1957X6} e^{0,2493X7} e^{-0,3904X8} e^{-0,0096X9}} \times Ps$ |

Таблица 11. Характеристика «приведенных» аллометрических уравнений фитомассы для древостоев *Populus*

| Компоненты регрессионных уравнений | | | | | | | | | | $adjR^2$ | | | | | | | |
|------------------------------------|---------|-----|-----------|-----|-----------|-----|----------|-----|----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------|
| P_t | -1,4525 | A | $0,1895$ | H | $0,6266$ | D | $1,4217$ | N | $0,7278$ | $e^{-0,2124 \cdot X1}$ | $e^{-0,1329 \cdot X3}$ | $e^{0,1212 \cdot X4}$ | $e^{-0,4512 \cdot X6}$ | $e^{-0,3754 \cdot X7}$ | $e^{-0,4461 \cdot X8}$ | $e^{-0,1974 \cdot X9}$ | 0,941 |
| Шаг 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| P_a | -1,6237 | A | $0,2322$ | H | $0,5953$ | D | $1,3884$ | N | $0,6906$ | $e^{-0,2062 \cdot X1}$ | $e^{-0,1757 \cdot X3}$ | $e^{0,0244 \cdot X4}$ | $e^{-0,4328 \cdot X6}$ | $e^{-0,3301 \cdot X7}$ | $e^{-0,4827 \cdot X8}$ | $e^{-0,2281 \cdot X9}$ | 0,936 |
| P_r | -3,1790 | A | $0,0063$ | H | $0,8356$ | D | $1,4371$ | N | $0,8408$ | $e^{-0,2610 \cdot X1}$ | $e^{-0,0393 \cdot X3}$ | $e^{0,4633 \cdot X4}$ | $e^{-0,3738 \cdot X6}$ | $e^{-0,5133 \cdot X7}$ | $e^{-0,2593 \cdot X8}$ | $e^{-0,0932 \cdot X9}$ | 0,884 |
| Шаг 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| P_c | -0,6632 | A | $-0,1791$ | H | $-0,8127$ | D | $2,3410$ | N | $0,7293$ | $e^{-0,1356 \cdot X1}$ | $e^{-0,1705 \cdot X2}$ | $e^{0,2522 \cdot X4}$ | $e^{-0,3045 \cdot X6}$ | $e^{-0,7258 \cdot X7}$ | $e^{-0,6854 \cdot X8}$ | $e^{-0,2512 \cdot X9}$ | 0,769 |
| P_s | -2,7471 | A | $0,2985$ | H | $1,0369$ | D | $1,1873$ | N | $0,7166$ | $e^{-0,2305 \cdot X1}$ | $e^{-0,1547 \cdot X2}$ | $e^{-0,0240 \cdot X4}$ | $e^{-0,4398 \cdot X6}$ | $e^{-0,2084 \cdot X7}$ | $e^{-0,4384 \cdot X8}$ | $e^{-0,2493 \cdot X9}$ | 0,942 |
| Шаг 3а | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| P_f | -1,0533 | A | $-0,3594$ | H | $-0,6045$ | D | $1,9471$ | N | $0,7628$ | $e^{-0,1921 \cdot X1}$ | $e^{-1,0141 \cdot X3}$ | $e^{-0,0199 \cdot X4}$ | $e^{-0,4413 \cdot X6}$ | $e^{-0,4714 \cdot X7}$ | $e^{-0,4350 \cdot X8}$ | $e^{-0,6588 \cdot X9}$ | 0,585 |
| P_b | -1,4887 | A | $-0,0859$ | H | $-0,8110$ | D | $2,4288$ | N | $0,7343$ | $e^{-0,1660 \cdot X1}$ | $e^{-0,3616 \cdot X3}$ | $e^{0,3048 \cdot X4}$ | $e^{-0,3928 \cdot X6}$ | $e^{-0,8312 \cdot X7}$ | $e^{-0,7750 \cdot X8}$ | $e^{-0,0903 \cdot X9}$ | 0,795 |
| Шаг 3б | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| P_w | -2,6758 | A | $0,2233$ | H | $1,3109$ | D | $0,8992$ | N | $0,6475$ | $e^{-0,2941 \cdot X1}$ | $e^{-0,1883 \cdot X2}$ | $e^{-0,2261 \cdot X4}$ | $e^{-0,2746 \cdot X6}$ | $e^{-0,1082 \cdot X7}$ | $e^{-0,3844 \cdot X8}$ | $e^{-0,2004 \cdot X9}$ | 0,944 |
| P_{bk} | -3,0307 | A | $0,1745$ | H | $0,7320$ | D | $1,0653$ | N | $0,6320$ | $e^{-0,2812 \cdot X1}$ | $e^{-0,1739 \cdot X2}$ | $e^{-0,3775 \cdot X4}$ | $e^{-0,4703 \cdot X6}$ | $e^{-0,3576 \cdot X7}$ | $e^{0,0061 \cdot X8}$ | $e^{-0,1908 \cdot X9}$ | 0,990 |

Табл. 13. Характеристика рекурсивной системы вспомогательных уравнений для массообразующих показателей

| Компоненты регрессионных уравнений | | | | | | | | | | $adjR^2$ | | | |
|------------------------------------|---------|-----------------|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------|
| Массообразующие показатели | | | | | | | | | | | | | |
| H | 0,6521 | $0,6922 \ln A$ | - | -0,2786 $X1$ | -0,3767 $X2$ | -0,9051 $X3$ | -0,2697 $X4$ | -0,3819 $X5$ | -0,4924 $X6$ | -0,4869 $X7$ | -0,5463 $X8$ | 0,7180 $X9$ | 0,694 |
| $\ln D$ | -1,1126 | $0,2345 \ln A$ | - | -0,1042 $X1$ | 0,0873 $X2$ | 0,2341 $X3$ | -0,0549 $X4$ | 0,0866 $X5$ | -0,1783 $X6$ | 0,0033 $X7$ | 0,1607 $X8$ | 0,5308 $X9$ | 0,938 |
| $\ln N$ | 3,6774 | $-0,1809 \ln A$ | -1,6102 $\ln D$ | 0,2832 $X1$ | 0,2175 $X2$ | -0,6512 $X3$ | 0,2654 $X4$ | 0,2522 $X5$ | 0,1768 $X6$ | 0,6883 $X7$ | 0,0698 $X8$ | -0,5215 $X9$ | 0,867 |

Таблица 12. Сравнение показателей адекватности независимых и аддитивных уравнений фитомассы древостоев *Populus*, рассчитанных с их регионализацией путем введения фиктивных переменных

| Показатели | Фракции фитомассы* | | | | | | | | |
|-----------------------|--------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| | <i>Pt</i> | <i>Pa</i> | <i>Pc</i> | <i>Pf</i> | <i>Pb</i> | <i>Pr</i> | <i>Ps</i> | <i>Pw</i> | <i>Pbk</i> |
| Независимые уравнения | | | | | | | | | |
| R^2 | 0,832 | 0,829 | 0,775 | 0,507 | 0,797 | 0,576 | 0,788 | 0,792 | 0,908 |
| Аддитивные уравнения | | | | | | | | | |
| R^2 | 0,832 | 0,829 | 0,774 | 0,500 | 0,795 | 0,575 | 0,798 | 0,563 | 0,840 |

Построенная аддитивная модель (см. табл. 10) включает четыре численных независимых переменных. При табулировании ее возникает проблема, которая заключается в том, что мы можем задать из четырех переменных только возраст древостоя, а остальные три переменные могут быть введены в таблицу лишь в виде расчетных величин, полученных системой вспомогательных рекурсивных уравнений. Такие уравнения рассчитаны по исходному массиву фактических данных и показаны в табл. 13. Результаты последовательного табулирования уравнений в табл. 13 и 10 представляют громоздкую таблицу. Поэтому сравнительный анализ структуры фитомассы осины и тополей разных экорегионов ограничим возрастом 40 лет (табл. 14).

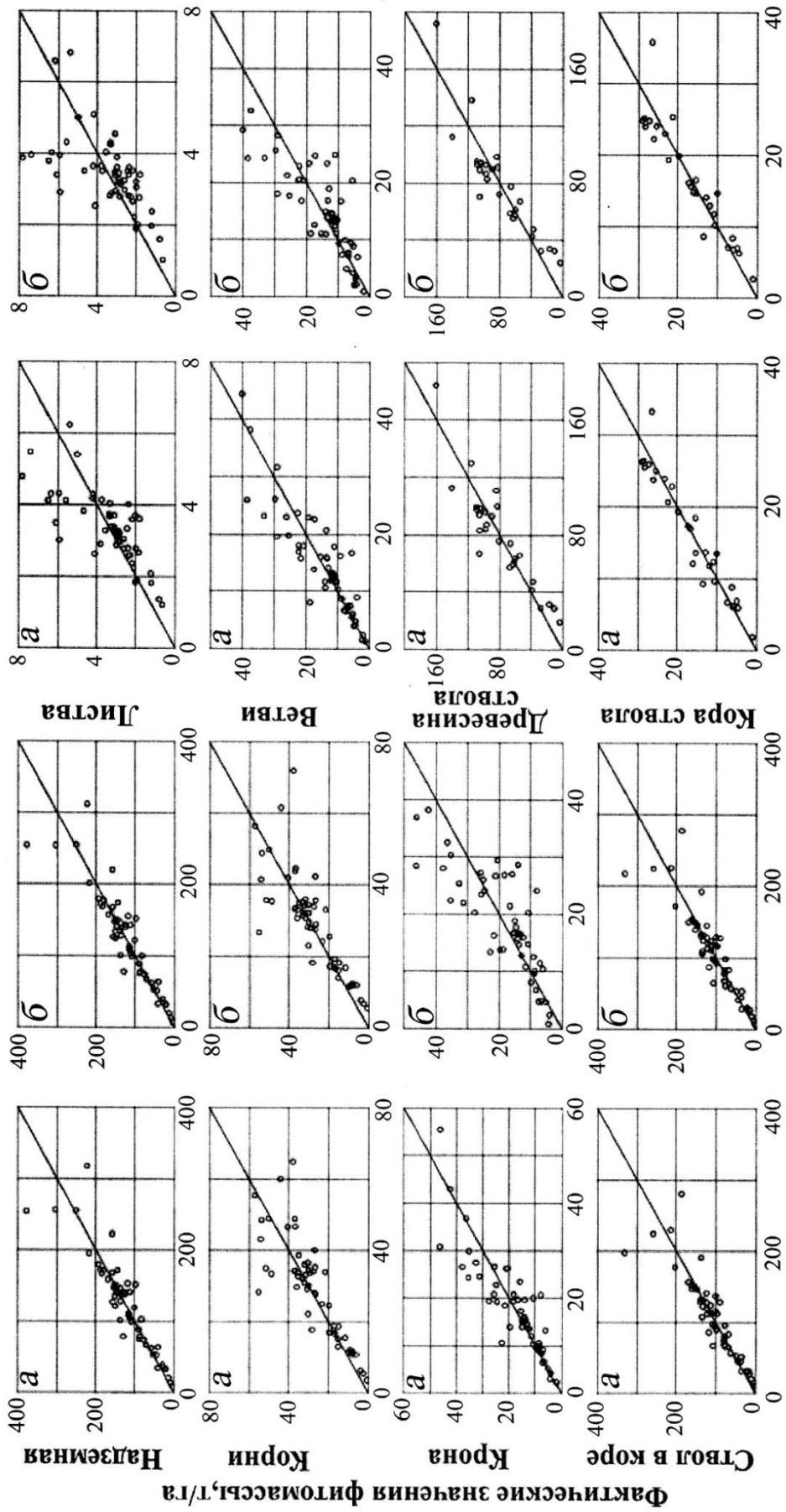
Согласно табл. 14, наибольшими значениями фитомассы характеризуются плантации осины Давида в Японии (467 т/га) и осины обыкновенной в Западной Европе (270 т/га), растущие в регионах, прилегающих к тихоокеанскому и атлантическому побережьям, а наименьшие (71 т/га) – древостоям тополя белого в степной зоне юга России. Несколько более высокие показатели фитомассы – у осины на северном и южном пределах Средней Сибири (92-97 т/га), а в остальных регионах евразийского ареала общая фитомасса осинников находится в пределах 161-255 т/га.

Показатели фитомассы разных экорегионов различаются не только по абсолютной величине, но и по соотношениям массы разных фракций; например доля листвы в надземной фитомассе максимальная у осины и тополя лавролистного (3,7-4,1 %) на юге Средней Сибири и минимальная - 1,0% у осины Давида в Японии и 1,9-2,0% у осины обыкновенной в Западной Европе и в тургайской степи, а в остальных регионах евразийского ареала составляет от 2,3 до 3,0%.

Заключение

Таким образом, впервые на уникальных по объёму базам фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев рода *Populus* L. разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы осины и тополей, и тем самым решена проблема совмещения аддитивности и всеобщности моделей. В модели фитомассы деревьев, во-первых, устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и, во-вторых, она учитывает региональные (и соответственно, видовые) различия равновеликих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре.

Аддитивная модель фитомассы древостоев гармонизирована также по двум уровням, один из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а второй связан с вводом «фиктивных» переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии. Полученная модель демонстрирует различия фитомассы древостоев не только по абсолютным ее значениям для стволов, хвои, ветвей и корней, но и по их соотношениям, т.е. по структуре фитомассы. Предложенные модели и соответствующие таблицы для оценки фитомассы деревьев и древостоев рода *Populus* дают возможность определения их фитомассы в различных экорегионах Евразии по данным измерительной таксации.



Расчетные значения фитомассы, т/га

Рис. 4. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым (а) и аддитивным (б) уравнениям фитомассы древостоев *Populus*.

Таблица 14. Фрагменты аддитивной таблицы фитомассы для древостоев *Porylus* в возрасте 40 лет по экорегионам и соответствующим видам.

| Эко-регион | Вид | H, м | D, см | N, тыс. экз/га | Фитомасса в абсолютно сухом состоянии, т/га | | | | | | | | | | |
|------------|-------------------------|------|-------|----------------|---|-------|------|-----|------|-------|-------|-------|------|--|--|
| | | | | | Pt | Pa | Pc | Pf | Pb | Pr | Ps | Pw | Pbk | | |
| ЗСЕ | <i>P. tremula L.</i> | 24,7 | 23,7 | 0,8 | 270,2 | 216,0 | 30,1 | 4,2 | 25,9 | 54,1 | 186,0 | 160,9 | 25,0 | | |
| ЕРсев | <i>P. tremula L.</i> | 18,7 | 15,9 | 1,7 | 180,6 | 144,2 | 19,1 | 3,6 | 15,5 | 36,4 | 125,1 | 106,8 | 18,3 | | |
| ЕРюг | <i>P. tremula L.</i> | 16,9 | 17,3 | 1,3 | 175,4 | 137,8 | 24,9 | 3,4 | 21,4 | 37,6 | 112,9 | 95,3 | 17,6 | | |
| ЕРюг | <i>P. alba L.</i> | 10,0 | 11,4 | 0,8 | 46,9 | 38,1 | 8,2 | 0,9 | 7,3 | 8,8 | 29,8 | 22,1 | 7,7 | | |
| ЗСт | <i>P. tremula L.</i> | 18,8 | 16,9 | 1,5 | 255,0 | 175,2 | 19,5 | 3,5 | 16,1 | 79,7 | 155,7 | 135,9 | 19,9 | | |
| ЗСст | <i>P. tremula L.</i> | 16,8 | 17,2 | 1,4 | 223,4 | 140,8 | 25,1 | 3,2 | 21,9 | 82,6 | 115,7 | 99,0 | 16,7 | | |
| ССсев | <i>P. tremula L.</i> | 15,1 | 11,8 | 2,2 | 97,3 | 80,9 | 12,2 | 2,4 | 9,8 | 16,3 | 68,7 | 59,8 | 8,9 | | |
| ССюг | <i>P. tremula L.</i> | 15,2 | 14,2 | 2,7 | 160,5 | 134,0 | 22,8 | 5,0 | 17,8 | 26,5 | 111,1 | 97,1 | 14,0 | | |
| ССюг | <i>P. laurifolia L.</i> | 14,3 | 15,6 | 1,2 | 91,6 | 72,5 | 11,0 | 3,0 | 8,0 | 19,1 | 61,5 | 47,6 | 13,9 | | |
| Яп | <i>P. davidiana L.</i> | 50,6 | 86,7 | 0,1 | 467,3 | 364,9 | 63,8 | 3,8 | 60,1 | 102,4 | 301,1 | 265,8 | 35,3 | | |

Список использованной литературы

Усольцев В.А. Фитомасса модельных деревьев лесообразующих пород Евразии: база данных, климатически обусловленная география, таксационные нормативы. Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2016. 336 с. ISBN 978-5-94984-568-4 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/5696>).

Усольцев В.А., Цепордей И.С., Шубаири С.О.Р., Дар Дж.А., Часовских В.П. Аддитивные аллометрические модели фитомассы деревьев и древостоев двухвойных сосен как основа региональных таксационных нормативов для Евразии // Эко-потенциал. 2018. № 1 (21). С. 27-47 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/7261>).

Baskerville G. L. Use of logarithmic regression in the estimation of plant biomass // Canadian Journal of Forest Research. 1972. Vol. 2. P. 49-53.

Dong L., Zhang L., Li F. A three-step proportional weighting system of nonlinear biomass equations // Forest Science. 2015. Vol. 61. No. 1. P. 35-45.

Tang S., Zhang H., Xu H. Study on establish and estimate method of compatible biomass model // Scientia Silvae Sinica. 2000. Vol. 36. P. 19-27 (in Chinese with English abstract).

Usoltsev V.A. Single-tree biomass data for remote sensing and ground measuring of Eurasian forests. CD-version in English and Russian. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University. 2016. ISBN 978-5-94984-600-1 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/6103>).

Usoltsev V.A. Forest biomass and primary production database for Eurasia. CD-version. The second edition, enlarged and re-harmonized. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University, 2013. ISBN 978-5-94984-438-0 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3059>).

Работа выполнена в рамках Государственного задания Ботанического сада УрО РАН.

Рецензент статьи: доктор сельскохозяйственных наук, профессор С.В. Залесов.