

744  
480

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

Кафедра начертательной геометрии и машиностроительного черчения

Н.Н. Морозова  
Т.Е. Савина

**ПОСТРОЕНИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ ЗДАНИЯ.  
ТЕНИ В ПЕРСПЕКТИВЕ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО МАШИННОЙ ГРАФИКЕ  
для студентов спец. 2910 очной формы обучения**

Екатеринбург  
2000

## ПОСТРОЕНИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ

Изображение предмета, полученное на поверхности методом центрального проецирования, называется перспективой.

При центральном проецировании все точки изображаемого предмета проецируются на плоскость проекции лучами, проходящими через точку  $S$ , которую называют центром проецирования (рис. 1).

В зависимости от вида поверхности, на которой выполнены перспективные изображения, последние делятся на линейные (изображения на плоскости), панорамные (изображения на поверхности цилиндра), купольные (изображения на поверхности сферы).

В архитектурно-строительном черчении применяется линейная перспектива. Перспектива дает более наглядное изображение предмета по сравнению с другими видами проекций, т.к. в перспективе предметы изображаются такими, какими они представляются нашему взору. Недостаток перспективных проекций заключается в сложности измерения размеров изображенных предметов.

При построении перспективы имеют дело с системой плоскостей, линий и точек, которые называют элементами линейной перспективы.

На рис. 1 показаны эти элементы.

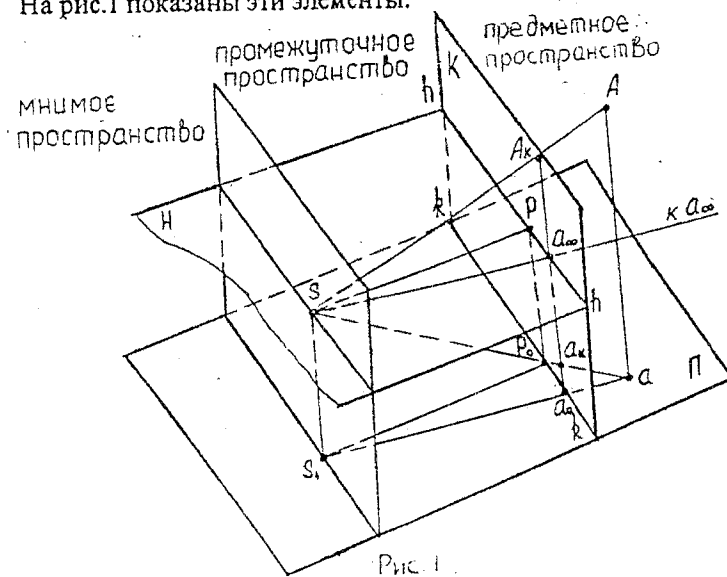


Рис. 1

Вертикально расположена плоскость перспективных проекций  $K$  - картинная плоскость, на ней строят перспективные проекции. Горизонтальная плоскость  $\Pi$  - предметная плоскость, на ней располагают изображаемые предметы. Плоскости  $K$  и  $\Pi$  пересекаются по прямой  $k - k'$ , которая называется основанием картины. Точка  $S$  - центр проецирования, или точка зрения (предполагается, что в этой точке расположен глаз наблюдателя).

Точка  $S_1$  - основание точки зрения, или точка стояния (основание перпендикуляра, опущенного из точки зрения на предметную плоскость).

Плоскость  $H$  - плоскость горизонта, проведена через т.  $S$  параллельно предметной плоскости  $\Pi$ .

Плоскость горизонта  $H$  пересекает картинную плоскость  $K$  по прямой  $h$ , которая называется линией горизонта.

Точка  $A$  - проецируемая точка пространства; т.  $A_x$  - перспектива точки  $A$ ; т.  $a$  - основание точки  $A$  (ортогональная проекция точки  $A$ ); линия  $SA$  - проецирующий луч (луч зрения), это прямая, проведенная через точку зрения и точку изображаемого предмета;  $SP$  - центральный, или главный луч (перпендикуляр с картинной плоскости  $K$ , проведенный из точки зрения  $S$ ).

Точка  $P$  - центральная или главная точка картины (основание перпендикуляра, опущенного из т.  $S$  на картинную плоскость); точка  $P_0$  - основание главной точки (основание перпендикуляра, опущенного из главной точки на предметную плоскость).

$D = SP$  - главное расстояние.

### СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВЫ МЕТОДОМ АРХИТЕКТОРА

Имеется несколько способов построения перспективы пространственных предметов по ортогональным проекциям. Рассмотрим один из них - способ архитектора, это построение перспективы объекта по плану и фасаду с учетом положения точки зрения. Он очень прост и удобен тем, что при построении перспективы объекта можно заранее выбрать положение точки зрения и картины, чтобы обеспечить определенные условия наглядности изображения. В

основу способа архитектора положено свойство параллельных прямых в перспективе сходиться в одну точку. Сущность метода состоит в построении перспективной проекции плана предмета и в определении высотных размеров, взятых с фронтальной проекции (фасада).

На плане положение зрения задают точкой стояния  $S$  и основанием картины  $k$ . На фасаде задают высоту точки зрения, т.е. положение линии горизонта с учетом определенных условий и места рассматривания объекта в натуре.

Можно выделить несколько основных этапов построения перспективного изображения объекта по плану и фасаду.

1. Выбор точки зрения и определение композиционного расположения перспективного изображения по плану и фасаду.
2. Построение перспективы плана объекта.
3. Построение перспективы высот точек объекта.

Рассмотрим подробнее этапы построения перспективного изображения объекта.

Картинную плоскость следует располагать под углом к сооружению так, чтобы угол между основанием картинной плоскости и сооружением был  $20^\circ-40^\circ$ . Удобно задавать картинную плоскость совпадающей с ближайшим ребром объекта. Тогда на картине его величина останется без изменения (рис. 2).

Большую роль при построении перспективного изображения играет правильный выбор точки зрения, для чего рекомендуется придерживаться следующих положений.

Главный луч зрения должен быть направлен перпендикулярно картинной плоскости, а основание главной точки зрения должно располагаться в средней трети угла конуса ясного зрения  $\alpha$  (рис. 2).

Зритель должен находиться на таком расстоянии от сооружения, чтобы оно было включено в конус ясного зрения. Для этого угол между крайними лучами зрения должен быть в пределах  $28^\circ-37^\circ$  для изображения объектов на открытом воздухе, а для построения перспектив интерьеров до  $53^\circ$ . Такой угол легко получить графически, взяв диаметр  $1_0-2_0$  основания лучевого конуса равным около  $2/3$  его высоты  $PS$  (рис.2).

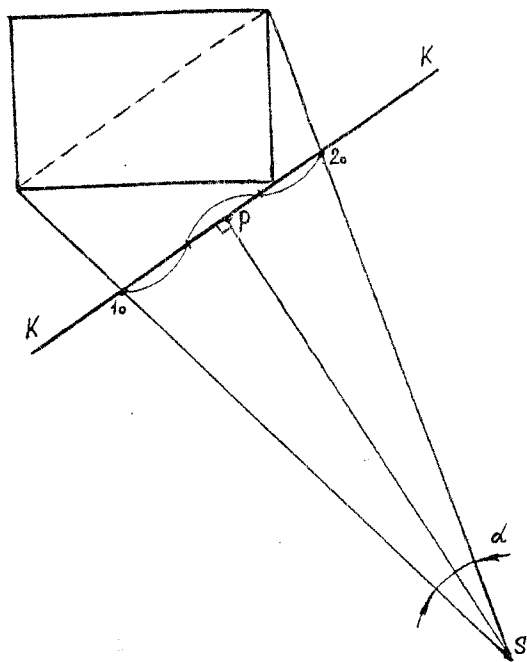


Рис. 2

Когда вертикальные размеры сооружения больше горизонтальных, зрительно следует отойти на расстояние в полторы-две высоты сооружения, чтобы угол зрения в вертикальной плоскости был в допустимых границах.

По расположению линии горизонта возможны следующие перспективные изображения.

1. С нормальной высотой горизонта, т.е. на высоте человеческого роста (1,6-1,7 м). Применяется при построении перспективы на ровном месте.
2. С линией горизонта на уровне земли или ниже при виде снизу. Используется при построении перспективы отдельных деталей, наблюдаемых снизу, и зданий, стоящих на возвышении.
3. С линией горизонта значительно выше уровня земли (с птичьего полета). Применяется в тех случаях, когда здание

показывают с планировкой территории, и при построении перспективного изображения квартала или района.

При построении перспективного изображения необходимо помнить, что:

- 1) линии, параллельные между собой в пространстве, имеют в перспективе общую точку схода;
- 2) линии, совпадающие с картинной плоскостью, сохраняют в перспективе натуральную величину;
- 3) горизонтальные линии, не параллельные картинной плоскости, имеют точки схода на линии горизонта;
- 4) прямые, параллельные картинной плоскости, не имеют начальных и конечных точек;
- 5) для прямых, перпендикулярных картинной плоскости, точка схода совпадает с главной точкой зрения;
- 6) для нахождения точки схода прямой, наклонной к картинной плоскости, надо из точки зрения провести прямую, параллельную заданной до пересечения с картинной плоскостью.

При построении перспективных изображений с низко расположенной линией горизонта иногда приходится прибегать к так называемому опущенному плану. Этот метод используется и в тех случаях, когда план проектируемого сооружения имеет сложную конфигурацию, и точно построить перспективу его при низком горизонте затруднительно.

На примере построения перспективы прямоугольного параллелепипеда с высотой горизонта равной 0 покажем применение рекомендуемого в таких случаях опущенного плана.

Переход от ортогональных проекций к перспективному изображению имеет здесь одну особенность, заключающуюся в том, что вторичная проекция предмета создана не на предметной плоскости, которая в данном случае совпадает с плоскостью горизонта, а на некоторой вспомогательной горизонтальной плоскости, смещенной книзу от плоскости горизонта на произвольное расстояние Н.

Прямая  $O_1O_2$  (рис.4), параллельная линии горизонта, является линией пересечения вспомогательной плоскости с картинной; ее обычно называют опущенным основанием картины.

Для построения перспективы опущенного плана (рис. 4) на ортогональной проекции (рис. 3) изображаем горизонтальный след картинной плоскости ( $k-k'$ ), проекции точки зрения ( $S'-S''$ ) и главную точку картины ( $P_0$ ). Линии контура плана могут быть разделены на два пучка параллельных прямых - вертикальных ( $2'3'$  и  $1'4'$ ) и горизонтальных ( $1'2'$  и  $3'4'$ ). Находим точки схода этих пучков, фокус  $F_1$  - для горизонтальных линий и  $F_2$  - для вертикальных линий. Обе эти точки строятся на следе картинной плоскости с помощью лучей  $S'F_1$  и  $S'F_2$ , соответственно параллельных горизонтальным и вертикальным линиям. Для построения главной точки картины  $P_0$  опускаем перпендикуляр из т.  $S'$  на след картинной плоскости  $k-k'$  (рис. 3).

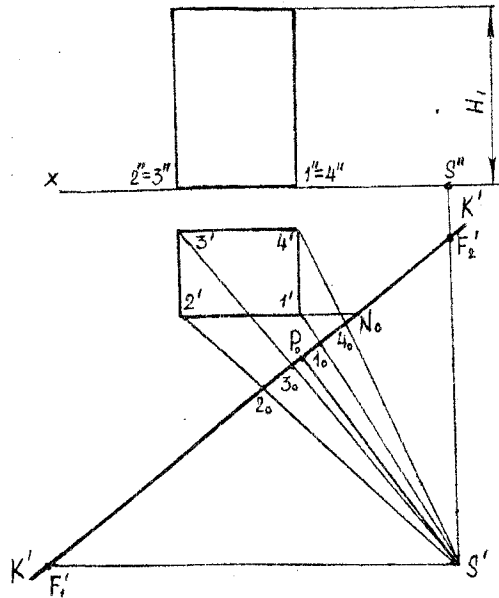


Рис. 3

Находим точки пересечения лучей  $S'1', S'2', S'3', S'4'$  со следом картинной плоскости. Это точки  $1_0; 2_0; 3_0; 4_0$ . После этого переходим к построению перспективы опущенного плана (рис.4).

1. Строим линию основания картины  $k-k$  и линию горизонта  $h-h$ , в нашем примере они совпадают.
2. Строим линию  $O_1O_2$  на произвольном расстоянии  $H$  от линии  $k-k$ . Это линия пересечения вспомогательной плоскости с картинной.
3. На линию  $O_1O_2$  переносим точки  $F_1; F_2; P; 1_0; 2_0; 3_0; 4_0$  и  $N_0$ . Точку  $N_0$  получаем при продлении стороны  $2'1'$  до линии  $O_1O_2$  (рис. 3).

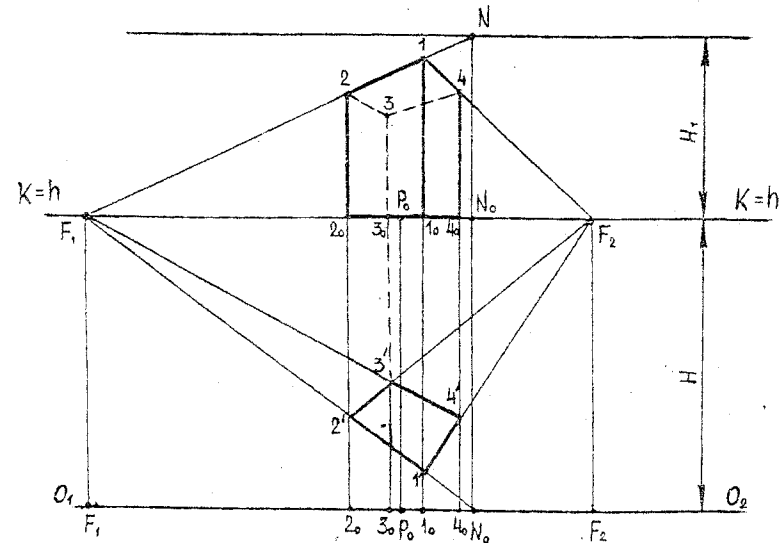


Рис. 4

4. Строим сторону  $1' 2'$  (рис. 4), для этого соединяем т.  $N_0$  с фокусом  $F_1$  и на полученном луче находим точки  $1'$  и  $2'$ , подняв до него вертикальные линии из т.  $1_0$  и  $2_0$ .

5. Строим стороны  $2' 3'$  и  $1' 4'$ , точкой схода этих прямых является фокус  $F_2$ , соединяем  $F_2$  с полученными ранее т.  $1'$  и т.  $2'$ . На построенных лучах находим т.  $3'$  и т.  $4'$ , проведя вертикальные линии из т.  $3_0$  и  $4_0$ .

6. Сторона  $3' 4'$  имеет точку схода в фокусе  $F_1$ .

Таким образом, опущенный план построен.

Строим перспективу призмы.

1. Переносим точки  $F_1$ ;  $F_2$ ;  $P$ ;  $1_0$ ;  $2_0$ ;  $3_0$ ;  $4_0$  и  $N_0$  на линию  $k-k$  (рис. 4).

2. Вертикальные ребра призмы будут оставаться вертикальными, поэтому из т.  $1_0$ ;  $2_0$ ;  $3_0$ ;  $4_0$ ,  $N_0$  проводим вертикальные линии (ребро  $3-3$  будет невидимым).

3. Высоту пирамиды  $H_1$  откладываем от т.  $N_0$ , т.к. только эта точка лежит в картинной плоскости, а следовательно будет сохранять свою натуральную высоту.

4. Полученную т.  $N$  соединяем с фокусом  $F_2$  и находим т.  $4$ .

5. Так как линия горизонта совпадает с картинной плоскостью, то нижнее основание призмы вырождается в горизонтальную прямую.

В случае, когда план здания имеет простую форму и линия горизонта не опущена, нет необходимости строить опущенный план.

Применение метода архитектора связано с некоторыми затруднениями лишь тогда, когда одна или обе точки схода  $F_1$  и  $F_2$  связок параллельных прямых оказываются за пределами чертежной доски.

Если размеры рабочего листа позволяют показать только одну из точек схода, например  $F_2$ , то каждую точку вторичной проекции рекомендуется определять пересечением двух прямых, первая из которых принадлежит пучку с точкой схода  $F_2$ , а вторая является прямой любого другого пучка горизонтальных прямых. Направление этого второго пучка прямых должно быть перпендикулярно картине. Точка схода этих прямых расположена в главной точке картины (точка  $P$ ).

Рассмотрим построение перспективы параллелепипеда (рис. 5, 6).  
Построение начинаем с ортогональных проекций - плана и фасада (рис. 5).

1. Проводим след картинной плоскости  $k-k'$  (через т.  $1'$ ).
2. Определяем точку стояния  $S$ .
3. Задаем высоту горизонта  $H$ .

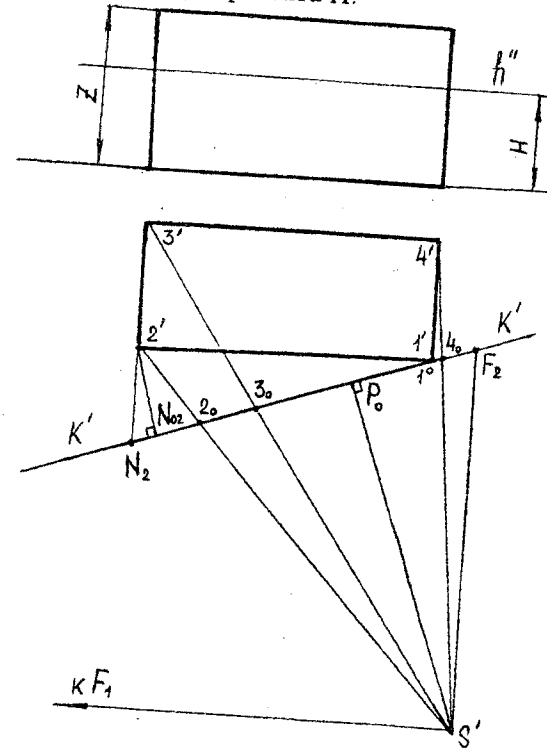


Рис. 5

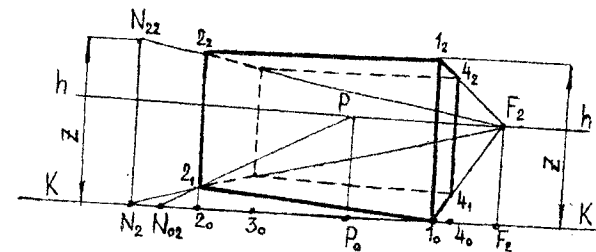


Рис. 6

4. На следе картинной плоскости определяем главную точку картины  $P_0$  и фокус  $F_2$ . Фокус  $F_1$  не вошел на формат чертежа.
5. Приступаем к построению перспективы (рис. 6). Проводим линию  $k-k$  и на высоте  $H$  линию горизонта  $h-h$ .
6. Переносим с рис. 5 точки  $1_0; 2_0; 4_0; P_0; F_2$ , а также т.  $N_2$  - точку пересечения отрезка  $2'3'$  со следом картины, и т.  $N_{02}$  - точку основания перпендикуляра из т.  $2'$  к линии  $k'-k$ .
7. Из т.  $1_0$  проводим вертикальную линию и откладываем высоту ребра  $Z$  (т.к. ребро лежит в картинной плоскости). Соединяем верхнюю и нижнюю точки ребра с фокусом - получим два луча  $1_2F_2$  и  $1_0F_2$ . Из т.  $4_0$  проводим вертикальную линию между построенными лучами. Это будет ребро  $4_1-4_2$ .
8. Точку  $2_1$  строим как точку пересечения вертикальной линии, проведенной из т.  $2_0$  и прямой  $N_{02}P$ .
9. Строим т.  $2_2$  как точку пересечения линии  $N_{22}-F_2$  (имеющую точку схода  $F_2$ ) и ребра  $2_12_2$  (вертикальная линия), т.к. линия  $N_2N_{22}$  лежит в плоскости картины, то она будет иметь натуральную величину ( $Z$ ).
10. Соединяем полученные точки. Получаем перспективу параллелепипеда.

Задание на построение перспективы (см. приложение 1). Построить перспективу здания на формате А2, размеры изображения принимаются самостоятельно, исходя из условий лучшего использования полезного поля листа.

## ТЕНИ В ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРОЕКЦИЯХ

Для того, чтобы плоскому чертежу придать большую выразительность, сделать двумерное изображение наглядным, прибегают к построению теней.

Основная задача теории теней заключается в определении контуров собственной и падающей теней данного тела.

Собственными называются тени, которые получаются на неосвещенной поверхности самого тела.

Падающими называются тени, отбрасываемые предметом на плоскости проекций, а также на другие поверхности.

При построении теней обычно полагают, что свет распространяется прямолинейно.

Освещение предмета называют факельным, если источник света удален от объекта на незначительное расстояние. Лучи света при этом образуют связку прямых. В том же случае, когда источник света удален в бесконечность и световые лучи параллельные друг другу, освещение называется солнечным. Чаще всего построение теней осуществляется при параллельных световых лучах. При этом за направление лучей света обычно принимают направление одной из диагоналей куба, две грани которого совмещены с плоскостями проекций (рис. 7). Проекциями каждой диагонали такого куба являются соответствующие диагонали квадрата, т.е. каждая из проекций светового луча составляет с осью  $X$  угол  $45^\circ$ .

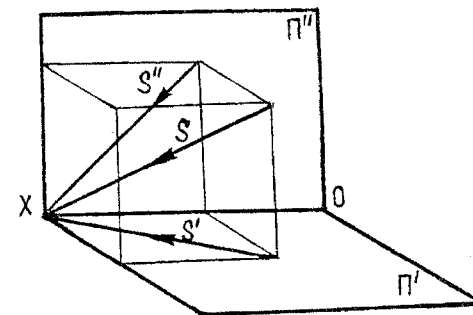


Рис. 7

## ТЕНИ НА ФАСАДАХ ЗДАНИЙ

Построение теней на фасадах зданий основано на определении точек пересечения световых лучей с вертикальными плоскостями фасада или с наклонными скатами крыши. Кроме фасада здания для выполнения построений необходимо иметь заданной еще одну проекцию (план или боковой фасад).

Определяя контур падающей тени, который является параллельной проекцией контура собственной тени, рекомендуется пользоваться следующими правилами.

1. Тень от плоской фигуры, падающая на параллельную ей плоскость, равна самой фигуре, т.к. линии сечения лучевого цилиндра (призмы) параллельными плоскостями всегда конгруэнтны.

2. Если прямая перпендикулярна некоторой плоскости  $\alpha$ , то тень прямой на плоскости  $\alpha$  совпадает с направлением проекции луча на ту же плоскость.

Покажем применение указанных правил для построения теней на фасаде здания, ортогональные проекции (фасад и план) которого показаны на рис. 8. Там же прямой  $S$  задано направление светового луча.

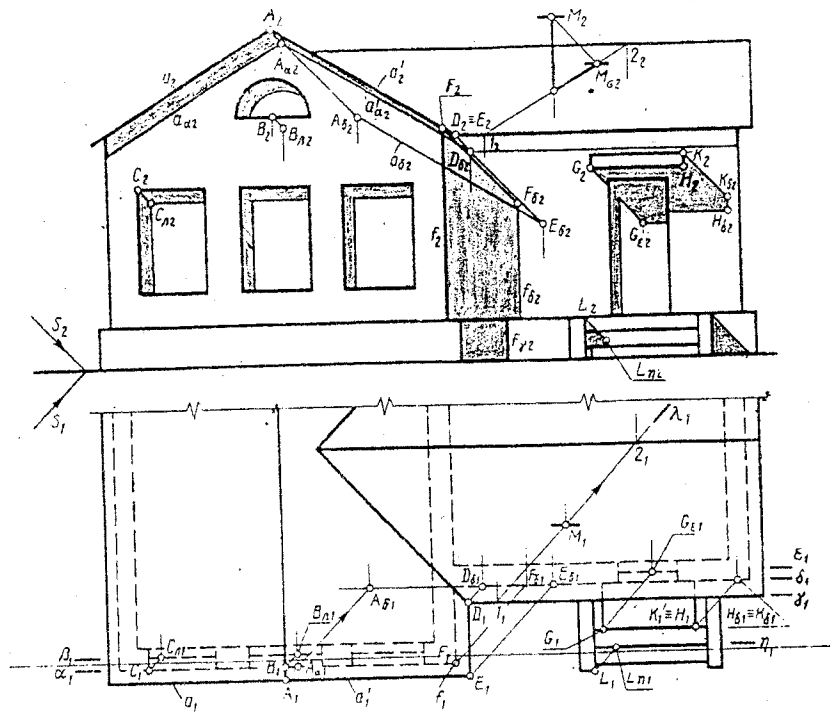


Рис. 8

Для построения тени от фронтального света крыши, ограниченного спереди линией  $a$ , достаточно найти тень от произвольной точки, принадлежащей этой линии. На рис. 8 в качестве такой точки взять т.  $A$  ( $A_2, A_1$ ), расположенную на коньке крыши. Проведенный через эту точку световой луч пересекает фронтальную плоскость  $\alpha$  в точке  $A_{\alpha 2}$ . Падающие тени  $a_{\alpha 2}$  и  $a'_{\alpha 2}$  от наклонных ребер свеса крыши пойдут через т.  $A_{\alpha 2}$  параллельно самим ребрам.

При построении тени в нишах оконных и дверных проемов следует помнить, что контуром падающей тени ниши является фигура, равная очертанию ниши, но смещенная в направлении фронтальной проекции луча на некоторое расстояние. Это смещение находим, определяя тень центра  $B_{\beta 2}$  дуги окружности для чердачного окна и тень  $C_{\beta 2}$  вершины верхнего левого угла оконных проемов.

При построении тени от угла основной части здания на фасад пристройки сначала найдена тень от т.  $F$ , а затем и от вертикального ребра  $f$  на плоскостях  $\delta$  и  $\epsilon$ .

Падающая тень от свеса крыши основного здания на фасаде пристройки построена следующим образом. Сначала найдена тень  $a'_{\delta 2}$  от наклонного свеса  $a'$  в плоскости  $\delta$ . Для этого через точки  $A$  и  $E$  были проведены световые лучи до пересечения с этой плоскостью. Затем построена тень от горизонтального ребра  $ED$  крыши основного здания. Тень  $E_{\delta 2}D_{\delta 2}$  от этого отрезка, перпендикулярного плоскости  $\delta$ , совпадает с фронтальной проекцией светового луча.

Построение падающей тени от дверного козырька сводится к построению теней от тех ребер козырька, которые являются границей его собственной тени. Первое ребро, ограничивающее контур собственной тени, проходит через точку  $G$  перпендикулярно фасаду пристройки. Вторым является горизонтальное ребро  $GH$ , третьим - вертикальное  $HK$ . И последнее ребро, перпендикулярное фасаду, проходит через точку  $K$ . Для построения тени от козырька были найдены тени от вершин этой ломаной линии:  $G, H$ , и  $K$  в плоскостях  $\delta$  и  $\epsilon$ .

Тень  $L_{\eta 2}$  от верхней точки  $L$  ребра ограждения, как видно из чертежа, падает на вертикальную плоскость подступенка лестницы.



Поэтому с правой стороны падающая тень от ограждения лестницы ограничена двумя вертикальными отрезками и наклонным под углом  $45^\circ$  отрезком, представляющим собой тень от горизонтального ребра ограждения, перпендикулярного фасаду здания.

И наконец, для построения тени от антенны на плоскость крыши  $\sigma$  найдена точка пересечения светового луча, проходящего через вершину  $M$  антенны. Для этого световой луч был предварительно заключен в горизонтально проецирующуюся плоскость крыши по линии 1-2. В месте пересечения фронтальной проекции луча с фронтальной проекцией линии 1-2 определена точка  $M_{\sigma 2}$ .

В заключение рассмотрим пример определения тени от трубы на плоскость крыши (рис. 9). Опуская описание построений, связанных с нахождением точек пересечения световых лучей с профильно проецирующей плоскостью ската крыши, докажем, что тень от вертикальных ребер трубы на наклонную плоскость крыши проецируется на  $\Pi_2$  в прямую, составляющую с осью  $x$  тот же угол  $\varphi$ , который образует с плоскостью  $\Pi_1$  данный скат крыши.

Действительно, из равенства треугольников  $A_2B_2A_{\alpha 2}$  и  $A_3B_3A_{\alpha 3}$  (они равны по двум сторонам и углу, заключенному между ними) следует, что  $\angle A_2B_2A_{\alpha 2} = \angle A_3B_3A_{\alpha 3}$ , а значит и  $\angle \varphi_1 = \angle \varphi$  как дополняющие равные углы до  $90^\circ$ .

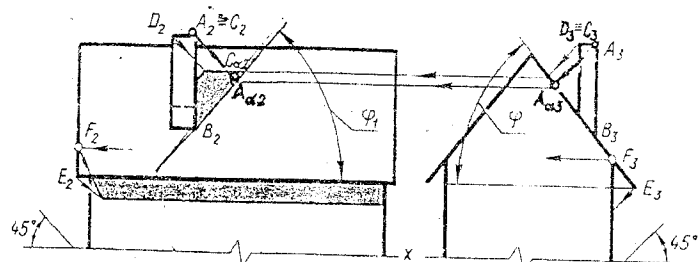


Рис. 9

### ТЕНИ В ПЕРСПЕКТИВЕ

Солнце как источник света по отношению к картине и зрителю может занимать различные положения, сводящиеся к трем схемам.

1. Солнце находится перед зрителем (рис. 10, а). Точка схода солнечных лучей  $S^*$ , являющаяся изображением солнца на картине, лежит выше линии горизонта, а т. схода  $S$  перспектив горизонтальных

проекций лучей лежит на линии горизонта  $h$ . Тени в этом случае ложатся по направлению к зрителю.

2. Солнце находится за спиной зрителя (рис. 10, б). Точка схода  $S_1$  горизонтальных лучей лежит на линии горизонта  $h$ . Точка  $S^*$  лежит на одном перпендикуляре с точкой  $S_1$ . Точка  $S^*$  находится ниже линии горизонта.

3. Солнце находится сбоку слева и лучи света располагаются параллельно картинной плоскости  $\Pi_1$  (обычно берется  $30^\circ-45^\circ$ ), (рис. 10, в).

Более подробно рассмотрим последний вариант. Построение теней по этой схеме наиболее простое, т.к. в перспективе солнечные лучи сохраняют свое направление, т.е. остаются параллельными друг другу, а их горизонтальные проекции параллельны линии горизонта. На рис. 11 показан простейший пример построения солнечной тени (угол между световым лучом и линией земли  $45^\circ$ ).

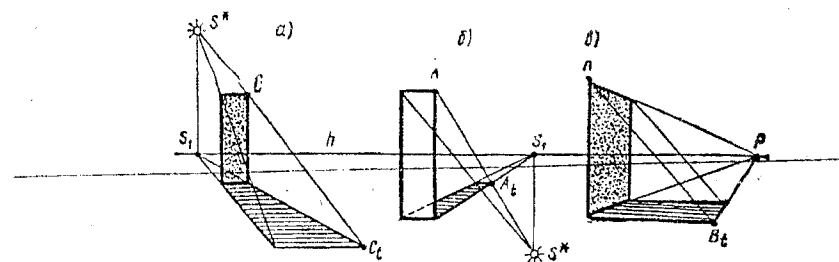


Рис. 10

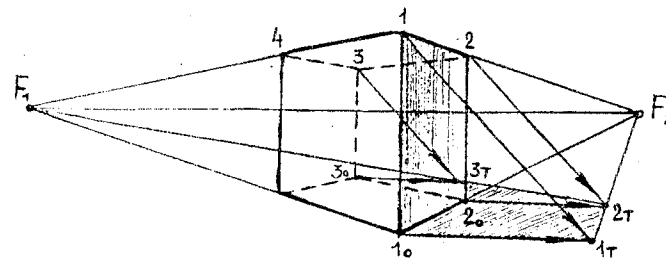


Рис. 11

При нахождении контура падающих теней следует помнить, что:

1. Тени от вертикальных линий на предметную плоскость параллельны основанию картины, т.е. горизонтальны.
2. Тени от горизонтальных прямых направлены в тот же фокус, что и сами прямые.

В тени находим грани  $1_0 1_2 2_0$  и  $2_0 2_3 3_0$  призмы. Чтобы построить падающую тень, достаточно найти т.1 (точка пересечения светового луча и его горизонтальной проекции). Так как тень от горизонтальной прямой 12 направлена в фокус  $F_2$ , то т.2 лежит на пересечении прямой  $1tF_2$  и светового луча из т. 2. Тень от горизонтальной прямой 23 направлена в фокус  $F_1$  (рис. 11).

Построим тень горизонтального навеса, расположенного на стене дома (рис. 12). Сначала найдем точки  $1_1$  и  $2_1$ , горизонтальные проекции точек 1 и 2, используя т.  $O_0$ . Затем на стене дома строим точки  $1t$  и  $2t$  от ближнего и дальнего углов навеса. Для этого через точки 1 и 2 проводим световые лучи под углом  $45^\circ$ . Контур падающей тени  $1t 2t$  и ребро 12 будут иметь общую точку схода  $F_1$ . После этого определяем тень от вертикального ребра навеса 13 и горизонтальных ребер, перпендикулярных к плоскости стены.

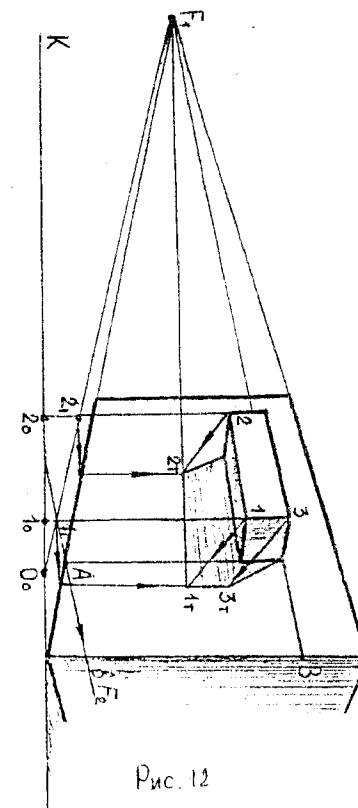
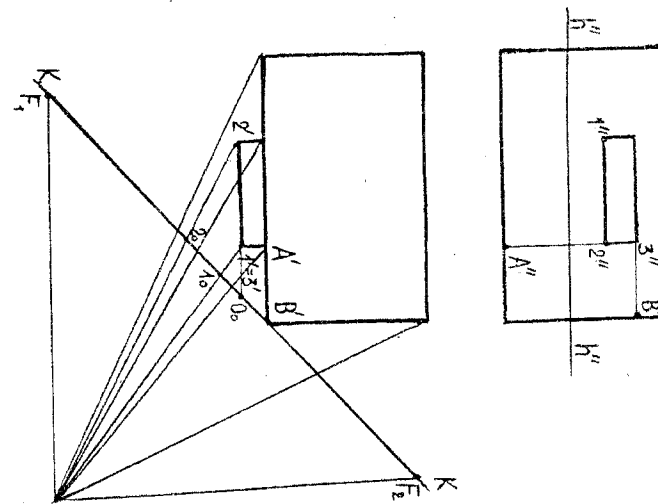
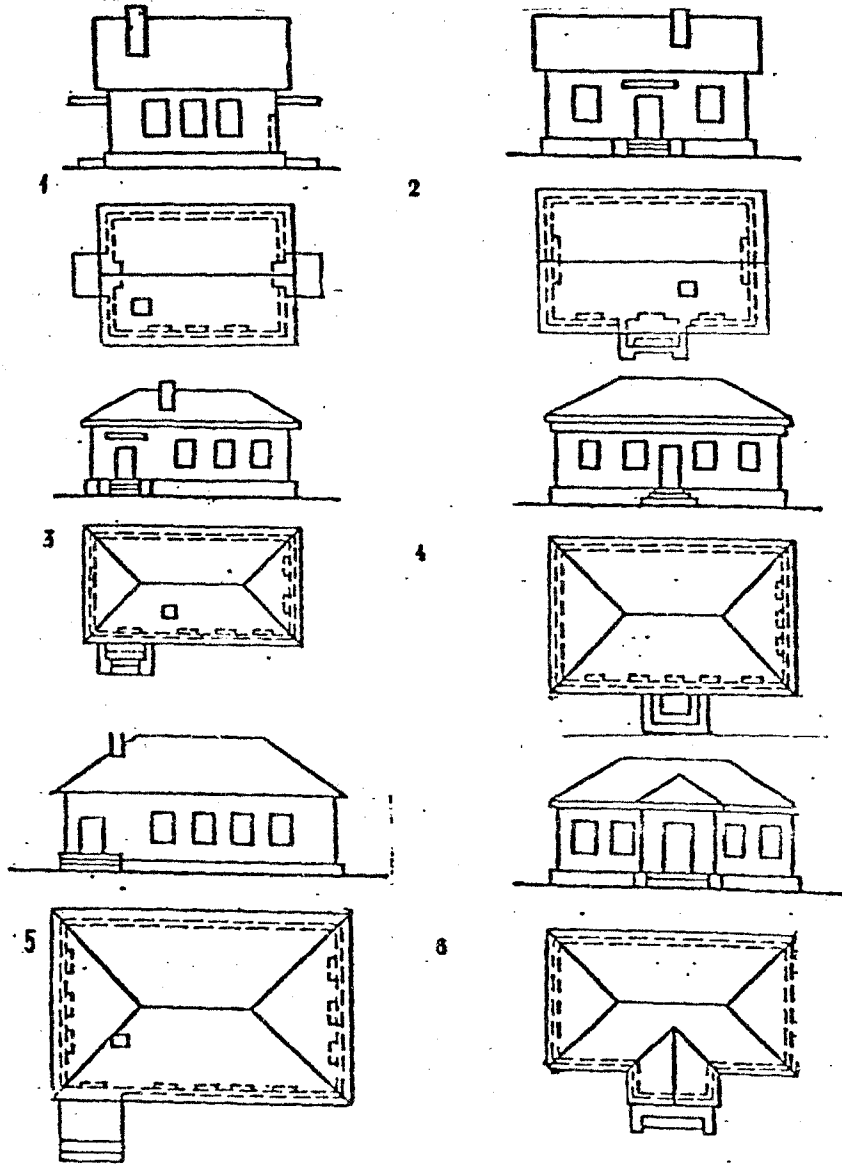


Рис. 12

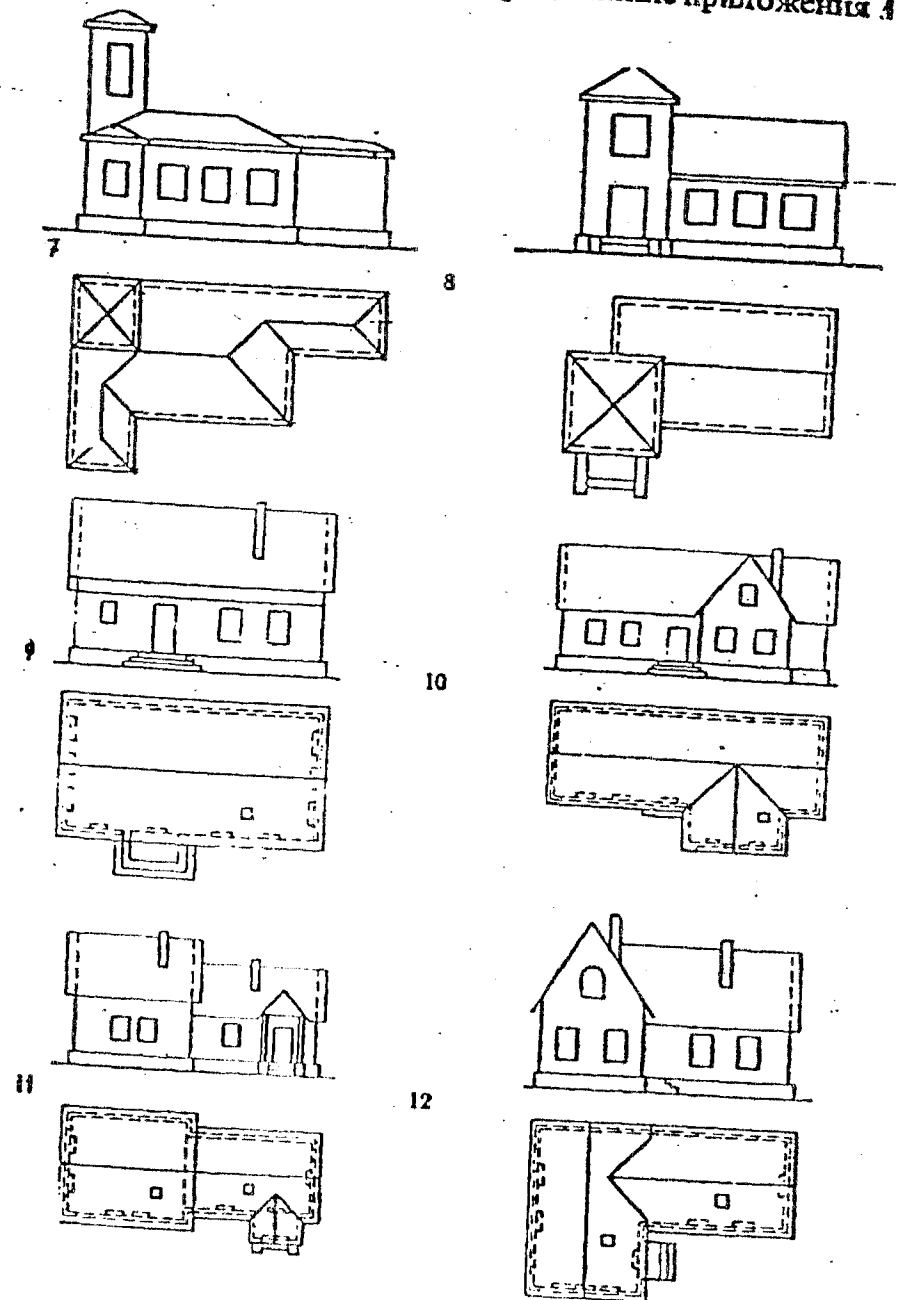
Приложение 1

Варианты задания на изображение здания в перспективе с построением собственных и падающих теней



20

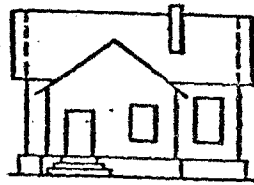
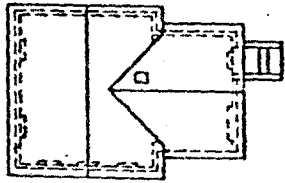
Продолжение приложения 1



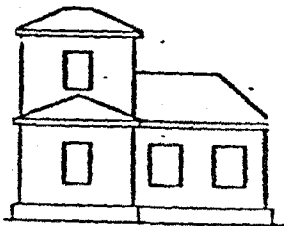
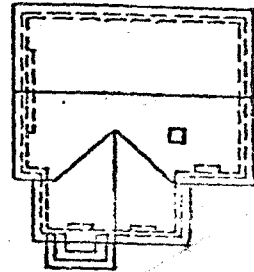
21



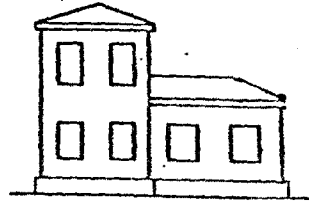
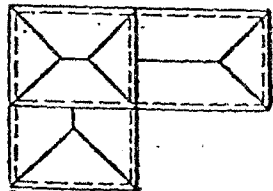
13



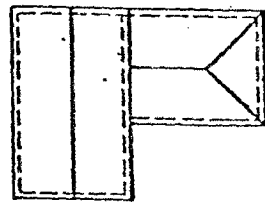
14



15



16



На рис. 1 показан пример построения теней в перспективе

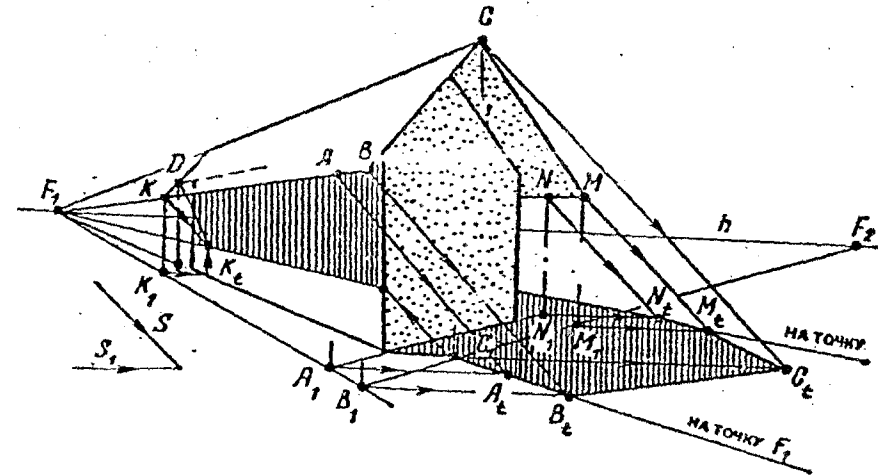


Рис. 1