Б77

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра прикладной физики и биофизики

Бойкова Е.И.
Заплатина И.О.
Нескоромный С.В.

ФИЗИКА

Программа, методические указания и контрольные задания для студентов всех специальностей, обучающихся на очной, заочной и контрактной формах обучения

Часть 1

Екатеринбург
2003

К выполнению контрольных работ по каждому разделу курса физики студент приступает только после изучения материала, соответствующего данному разделу учебной программы, внимательного ознакомления с примерами решения задач, приведенных в данных указаниях.

При выполнении контрольных работ студенту необходимо руководствоваться следующим.

1. Указать основные законы и формулы, на которых базируется решение задачи, дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения, употребляемые при написании формул. Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.

2. Сделать чертеж, поясняющий содержание задачи (в тех случаях, когда это возможно).

3. Решение задачи сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями.

4. Решить задачу в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи.

5. Подставить в окончательную формулу, полученную в результате решения задачи в общем виде, числовые значения, выраженные в единицах системы СИ.

6. Вычислить величины, подставленные в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений, записать в ответе числовое значение и сокращенное наименование единицы измерения искомой величины.

7. Контрольные работы выполняются только по условиям задач данных указаний.

8. Контрольные работы выполняются в обычной школьной тетради, на обложке которой приводятся сведения по следующему образцу:

специальность 2602 II курс
студент Андреев И.П.
25732 (шифр)
Адрес: г. Вологда, ул. Советская, 4,
кв. 1
Контрольная работа № 1 по физике
Методические указания 2003 года
Часть 1

9. Для замечаний преподавателей на страницах тетради оставляются поля. Каждая следующая задача должна начинаться с новой страницы. Условия задач переписываются полностью без сокращений.

10. В конце контрольной работы необходимо указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при выполнении заданий (название учебника, авторы, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

11. Высылать на рецензию следует одновременно не более одной контрольной работы.

12. После получения из университета прорецензированной работы студент обязан выполнить указания рецензента.

13. Во избежание одних и тех же ошибок очередную работу следует высылать в университет только по получении рецензии на предыдущую работу.

14. В случае, если контрольная работа не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторная работа представляется вместе с незачтенной работой.

В данных методических указаниях приводятся примеры решения задач, в которых наиболее часто допускаются ошибки при выполнении контрольных работ.

Программа

Физические основы механики

Введение. Кинематика материальной точки. Предмет физики и его связь со смежными науками.

Механическое движение. Система отсчета. Материальная точка. Траектория. Перемещение и путь. Скорость и ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорения. Движение материальной точки по окружности. Связь между линейными и угловыми характеристиками движения.

Динамика материальной точки. Инерциальные системы отсчета. Первый закон Ньютона. Взаимодействие тел. Сила, масса. Второй закон Ньютона. Импульс тела. Третий закон Ньютона. Изолированная система материальных тел. Закон сохранения импульса.

Механический принцип относительности Галилея. Границы применимости классической механики.

Виды сил в механике. Сила упругости. Сила трения. Сила тяготения. Центральные силы. Понятие о поле сил. Гравитационное поле и его напряженность. Поле силы тяжести вблизи поверхности Земли.

Неинерциальные системы отсчета.

Работа. Работа переменной силы. Мощность. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Связь между силой и потенциальной энергией. Энергия упруго деформированного тела. Потенциал гравитационного поля и его градиент. Кинетическая энергия. Полная механическая энергия системы тел. Закон сохранения энергии в механике. Условия равновесия системы.

Динамика твердого тела. Понятие абсолютно твердого тела. Поступательное и вращательное движение тела. Число степеней свободы. Центр инерции (масс) твердого тела. Момент силы. Момент инерции. Основной закон динамики вращательного движения. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

Механические колебания. Периодическое движение. Колебательные процессы. Гармонические колебания. Основные характеристики колебательного движения: амплитуда, фаза, частота, период. Уравнение гармонического колебания. Сложение одинаково направленных колебаний. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний. Динамика гармонических колебаний. Свободные колебания. Квазиупругие силы. Математический и физический маятники. Кинетическая, потенциальная и полная энергии гармонического колебания. Гармонический осциллятор. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Резонанс.

Волновое движение. Образование волн. Продольные и поперечные волны. Волновая поверхность и фронт волны. Принцип Гюйгенса. Уравнение плоской волны. Длина волны. Принцип суперпозиции. Когерентные источники волн. Интерференция волн. Стоячие волны. Понятие о дифракции волн. Энергия волны.

Молекулярная физика и термодинамика

Термодинамические системы. Идеальный газ. Молекулярно-кинетический и термодинамический методы изучения макроскопических явлений. Тепловое движение молекул. Броуновское движение. Взаимодействие молекул. Состояние системы. Параметры состояния. Равновесное и неравновесное состояния. Равновесный и неравновесный процессы. Работа, совершаемая газом при изменении объема. Внутренняя энергия. Уравнение состояния идеального газа.

Физические основы молекулярно-кинетической теории. Идеальный газ как молекулярно-кинетическая модель реальных газов. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов. Средняя кинетическая энергия поступательного движения одноатомной молекулы и ее связь с температурой. Число степеней свободы и средняя энергия многоатомной молекулы. Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа.

Распределение молекул газа по скоростям. Функция распределения. Распределение Максвелла. Вероятностный характер закона распределения. График распределения Максвелла. Наиболее вероятная, средняя арифметическая и средняя квадратичная скорости молекул.

Распределение энергии по степеням свободы молекул. Экспериментальная проверка распределения Максвелла. Идеальный газ в поле тяготения. Изменение распределения плотности молекул с высотой. Распределение Больцмана. Распределение Максвелла-Больцмана. Столкновения между молекулами. Эффективный диаметр молекулы. Средняя длина свободного пробега молекулы.

Явления переноса. Тепловое движение и связанный с ним перенос массы, импульса и энергии. Диффузия, вязкость и теплопроводность газов. Экспериментальные законы диффузии, вязкости, теплопроводности и молекулярно-кинетический расчет коэффициентов диффузии, вязкости и теплопроводности.

Основы термодинамики. Метод термодинамики. Основные законы термодинамики. Первое начало термодинамики. Изопроцессы. Работа в термодинамике. Второе начало термодинамики. Круговые процессы. Тепловой двигатель. Цикл Карно. К.п.д. цикла Карно.

Энтропия. Необратимые процессы. Приведенная теплота. Энтропия. Вычисление энтропии. Изменение энтропии при необратимых процессах. Статистический смысл начала термодинамики. Связь энтропии и вероятности состояния. Флуктуация параметров состояния. Теорема Нернста.

Реальные газы. Отклонения от законов идеальных газов. Размеры молекул. Взаимодействия молекул. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы Ван-дер-Ваальса. Сравнение изотерм Ван-дер-Ваальса с экспериментальными изотермами. Критическое состояние. Критические параметры. Области однофазных и двухфазных состояний. Внутренняя энергия реального газа.

Жидкости. Ближний порядок в жидкостях. Характер теплового движения в жидкостях. Радиус молекулярного действия. Поверхностный слой жидкости. Поверхностная энергия. Поверхностное натяжение. Явление смачивания. Краевой угол. Капиллярные явления. Поверхностное давление.

Твердые тела. Кристаллические и аморфные тела. Понятие о характере теплового движения в твердых телах. Тепловое расширение и теплоемкость твердых тел. Законы Дюлонга - Пти. Агрегатные состояния вещества. Понятие фазы. Кристаллизация и плавление. Испарение и конденсация. Теплота фазового перехода. Условие равновесия фаз. Диаграмма состояния. Тройная точка.

Физические основы механики.
Основные законы и формулы.
Кинематика

Средняя и мгновенная скорости материальной точки:

$$\langle v\rangle = \Delta\mathbf{r}/\Delta t, \qquad \langle v\rangle = \Delta S/\Delta t, \qquad (1)$$

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt, \qquad v = dS/dt, \qquad (2)$$

где $\Delta\mathbf{r}$ – элементарное перемещение точки за промежуток времени Δt; $\mathbf{r}$ – радиус-вектор точки; ΔS – путь, пройденный точкой за промежуток времени Δt.

Среднее и мгновенное ускорения материальной точки:

$$\langle a\rangle = \Delta\mathbf{v}/\Delta t, \qquad a = dv/dt \qquad (3)$$

Полное ускорение при криволинейном движении

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n, \qquad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}, \qquad (4)$$

где $a_\tau = dv/dt$ – тангенциальная составляющая ускорения; $a_n = v^2/R$ нормальная составляющая ускорения (R – радиус кривизны траектории в данной точке).

Путь и скорость для равнопеременного движения:

$$S = v_0 t \pm at^2/2; \qquad (5)$$

$$V = v_0 \pm at, \qquad (6)$$

где v_0 – начальная скорость.

Угловая скорость:

$$\omega = d\varphi/dt \qquad (7)$$

Угловое ускорение:

$$\varepsilon = d\omega/dt \qquad (8)$$

Угловая скорость равномерного вращения точки по окружности:

$$\omega = \varphi/t = 2\pi/T = 2\pi n, \qquad (9)$$

где T – период вращения; n – частота вращения (n = N/t, где N – полное число оборотов точки за время t).

Угловой путь и угловая скорость для равнопеременного вращательного движения:

$$\varphi = \omega_0 t \pm \varepsilon t^2/2; \qquad (10)$$

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \qquad (11)$$

где ω_0 – начальная угловая скорость.

Связь между линейными и угловыми величинами:

$$S = R\varphi; \quad v = R\omega; \quad \alpha_\tau = R\varepsilon; \quad \alpha_n = \omega^2 R, \qquad (12)$$

где R – расстояние от точки до оси вращения.

Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

Импульс (количество движения) материальной точки:

$$p = mv \qquad (13)$$

Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки):

$$\mathbf{F} = ma = mdv/dt = dp/dt \qquad (14)$$

Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории точки:

$$F_\tau = ma_\tau = mdv/dt; \qquad F_n = ma_n = mv^2/R = m\omega^2 R. \quad (15)$$

Сила трения скольжения:

$$\mathbf{F}_{тр} = f\,\mathbf{N}, \qquad (16)$$

где f – коэффициент трения скольжения; N – сила нормальной реакции опоры.

Сила трения качения:

$$\mathbf{F}_{тр} = f_к \mathbf{N}/r, \qquad (17)$$

где $f_к$ – коэффициент трения качения; r – радиус катящегося тела.

Закон сохранения импульса для замкнутой системы:

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^{N} m_i \mathbf{v}_i = Const, \qquad (18)$$

где n – число материальных точек (или тел), входящих в систему.

Работа и энергия

Работа, совершаемая постоянной силой,

$$dA = F_s dS = FdS\cos\alpha, \qquad (19)$$

где F_s – проекция силы на направление перемещения, α - угол между направлениями силы и перемещения.

Работа, совершаемая переменной силой, на отрезке dS:

$$A = \int_S F_s dS = \int_S F\cos\alpha dS \qquad (20)$$

Средняя мощность за промежуток времени Δt:

$$\langle N \rangle = \Delta A/\Delta t \qquad (21)$$

Мгновенная мощность:

$$N = dA/dt \quad \text{или} \quad N = Fv = F_s v = Fv\cos\alpha \qquad (22)$$

Кинетическая энергия движущегося тела:

$$T = mv^2/2 \qquad (23)$$

Связь между силой, действующей на тело в данной точке поля, и потенциальной энергией частицы:

$$F = -\operatorname{grad}\Pi \text{ или } F = -\{\delta\Pi_i/\delta x_i + \delta\Pi_j/\delta y_j + \delta\Pi_k/\delta z_k\}, \quad (24)$$

где **i, j, k** – единичные векторы координатных осей.

Потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью Земли на высоту h:

$$\Pi = mgh \qquad (25)$$

где g – ускорение свободного падения.

Сила упругости:

$$\mathbf{F} = -kx, \qquad (26)$$

где x – деформация; k – коэффициент упругости.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела:

$$\Pi = kx^2/2 \qquad (27)$$

Закон сохранения механической энергии (для консервативной системы):

$$T + \Pi = E = Const, \qquad (28)$$

где E – полная механическая энергия системы.

Коэффициент восстановления:

$$\varepsilon = v_n'/v_n, \qquad (29)$$

где v_n' и v_n – соответственно нормальные составляющие относительной скорости тел после и до удара.

Скорости двух тел массами m_1 и m_2 после абсолютно центрального удара:

$$v_1' = [(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2]/(m_1 + m_2), \qquad (30)$$

$$v_2' = [(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1]/(m_1 + m_2), \qquad (31)$$

где v_1 и v_2 – скорости тел до удара.

Скорость движения тел после абсолютно неупругого центрального удара:

$$v = (m_1v_1 + m_2v_2)/(m_1 + m_2) \qquad (32)$$

Динамика вращательного движения твердого тела

Момент инерции материальной точки:

$$I = mR^2 \quad (33)$$

Момент инерции полого цилиндра (обруча) и сплошного цилиндра (диска) радиусом R относительно оси вращения, совпадающей с осью цилиндра:

$$I_{п.ц.} = mR^2, \quad I_{спл.ц.} = mR^2/2 \quad (34)$$

Момент инерции шара радиусом R относительно оси вращения, проходящей через центр масс шара:

$$I_ш = 2mR^2/5 \quad (35)$$

Момент инерции тонкого стержня длиной l, если ось вращения перпендикулярна стержню и проходит:

1) через центр стержня

$$I = ml^2/12, \quad (36)$$

2) через один из концов стержня

$$I = ml^2/3 \quad (37)$$

Момент инерции тела относительно произвольной оси (теорема Штейнера):

$$I = I_0 + ma^2, \quad (38)$$

где a – расстояние между осями.

Момент силы относительно оси вращения:

$$\mathbf{M} = \mathbf{Fr} \quad (39)$$

Основное уравнение динамики вращательного движения при I – Const:

$$\mathbf{M} = dL/dt = d(I\omega)/dt, \quad (40)$$

$$M = Id\omega/dt = I\varepsilon \quad (41)$$

Закон сохранения момента импульса для изолированной системы:

$$\sum_{i=1}^{N} I_i\omega_i = Const \quad (42)$$

Кинетическая энергия вращательного движения:

$$T = I\omega^2/2 \quad (43)$$

Работа при вращательном движении:

$$A = M\varphi \quad (44)$$

Механические колебания и волны

Уравнение гармонического колебания:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0), \qquad \omega = 2\pi/T = 2\pi\nu \quad (45)$$

Полная энергия при гармоническом колебании:

$$E = m\omega^2A^2/2 \quad (46)$$

Уравнение волны:

$$x = A\sin 2\pi(t/T - l/\lambda) \quad (47)$$

Период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{I/mgl} \quad (48)$$

Логарифмический декремент затухания:

$$\delta = \ln [A_i/(A_i + 1)] = 1/n \ln (A_0/A_n) \quad (49)$$

Примеры решения задач.

Задача 1. Движение материальной точки задано уравнением

$$S = 4t^3 + 2t + 1 \qquad (1.1)$$

Найти мгновенные значения скорости и ускорения в конце первой и второй секунд движения, среднюю скорость за две секунды.

Решение. Мгновенную скорость находим как производную пути по времени по формуле (2), получаем:

$$v = 12t^2 + 2 \qquad (1.2)$$

Воспользовавшись (1.2), вычисляем мгновенные скорости для заданного интервала времени, обозначив соответственно $t_0 = 1$ с, $t = 2$ с, получаем:

$v_0 = 12 \cdot 1^2 + 2 = 14$ (м/с); $v = 12 \cdot 2^2 + 2 = 50$ (м/с)

Вычислим среднюю скорость, определив путь, пройденный точкой за интервал времени (t_0 ; t). Воспользовавшись уравнением движения точки (1.1), получаем:

$$S = 4(2^3 - 1^3) + 2(2 - 1) = 30 \text{ (м)}$$

По формуле (1) вычислим среднюю скорость:

$$\langle v \rangle = 30/1 = 30 \text{ м/с}$$

Мгновенное ускорение находим по формуле (1.2), воспользовавшись (3) получим для заданного интервала времени $a_0 = 24$ м/с^2 и $a = 48$ м/с^2.

Ответ: $v_0 = 14$ м/с, $v = 50$ м/с; $a_0 = 24$ м/с^2, $a = 48$ м/с^2; $\langle v \rangle = 30$ м/с

Задача 2. Диск радиусом R = 5 см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угловой скорости от времени задается уравнением $\omega = At + Bt^4$ (где A = 2 рад/с, B = 1 рад/с^5). Определить для точек на ободе диска к концу первой секунды после начала движения: 1) полное ускорение; 2) число оборотов, сделанных диском.

Дано: R = 0,05 м
$\omega = 2At + 5Bt^4$
A = 2 рад/с^2
B = 1 рад/с^5

a - ?, N - ?

Из (12), используя уравнение движения диска, получим:

$$a_\tau = R(2A + 5Bt^3),$$

$$a_n = R(2At + 5Bt^4)^2,$$

откуда полное ускорение из (4):

$$a = R\sqrt{(2A + 20Bt^3)^2 + (2At + 5Bt^4)^2}\ .$$

Угол поворота диска $2\pi N$ (где N – число оборотов диска), учитывая (7), получим:

$$\varphi = \int_0^t (2At + 5Bt^4)\, dt = At^2 + Bt^5$$

Тогда число оборотов, сделанных диском:

$$N = (At^2 + Bt^5)/2\pi$$

Ответ: $a = 4{,}22$ м/с^2; $N = 0{,}477$ оборота

Задача 3. С башни в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени t = 2 с после начала движения: 1) скорость тела; 2) радиус кривизны его траектории.

Дано: $v_0 = 10$ м/с, t = 2 с

v(t) - ? ; R - ?

Тело одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных движениях (см. рис.1): равномерном прямолинейном вдоль оси Ox (со скоростью $v_x = v_0$) и свободном падении вдоль оси Oy (со скоростью $v_y = gt$).

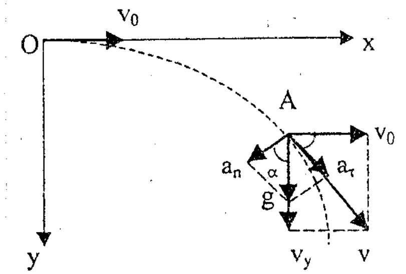


Рис.1

Скорость тела в точке A равна:

$$v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$$

Из рисунка видно, что a_n с одной стороны равно:

$$a_n = gv_0/\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}\ ,$$

а с другой стороны $a_n = v^2/R$, откуда:

$$R = gv_0/[v_0^2 + (gt)^2]^{3/2}.$$

Сделаем вычисления и получим:

$v = 22$ м/с; $R = 109$ м.

Ответ: $v = 22$ м/с; $R = 109$ м.

Задача 4. Тело брошено вверх с высоты 12 м под углом к горизонту с начальной скоростью 12 м/с. Определить: время полета тела до точек A и B (см. рис.2); максимальную высоту H подъема тела над поверхностью Земли; дальность полета тела. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано: H = 12 м
$\varphi = 30^0$
$v_0 = 12$ м/с

t_A; t_B; y_{max}; x_{max} - ?

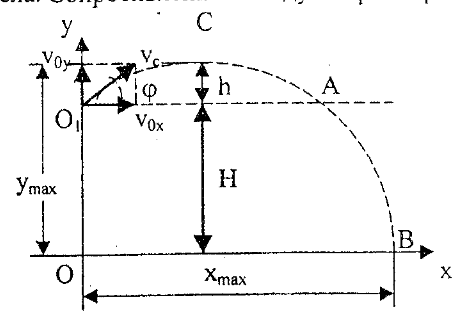


Рис.2

В обозначенной на рис. 2 системе координат составляющие начальной скорости будут:

$$v_{0x} = v_0 \cos\varphi\ , \qquad (4.1)$$

$$v_{oy} = v_0 \sin\varphi - gt \qquad (4.2)$$

Координаты тела с течением времени изменяются в соответствии с уравнением равнопеременного движения:

$$y = H + v_0 t \sin\varphi - gt^2/2, \qquad (4.3)$$
$$x = v_0 t \cos\varphi \qquad (4.4)$$
Время подъема тела из точки O_1 в точку С найдем, учитывая, что в наивысшей точке подъема С составляющая компонента скорости $v_{0y} = 0$. Тогда время подъема тела равно (см. рис.2) :
$$t_1 = (v_0 \sin\varphi)/g \qquad (4.5)$$
Время спуска тела из точки С в точку А равно времени подъема t_1, следовательно продолжительность полета тела от точки С до точки А равна:
$$t_A = 2t_1 = 2(v_0 \sin\varphi)/g \qquad (4.6)$$
Максимальную высоту подъема тела найдем из уравнения (4.3), подставив в него время из уравнения (4.5):
$$y_{max} = H + (v_0^2 \sin^2\varphi)/2g \qquad (4.7)$$
Время полета тела до точки В найдем из уравнения (4.3), приравняв координату $y = 0$ (в момент падения тела на поверхность Земли):
$$t_B = (v_0 \sin\varphi)/g \pm \sqrt{(v_0 \sin\varphi/g)^2 + 2H/g} \qquad (4.8)$$
Дальность полета найдем из уравнения (4.4), подставив в него время движения из уравнения (4.8):
$$x_{max} = v_0 t_B \cos\varphi \qquad (4.9)$$
Тогда, учитывая уравнения (4.6) – (4.9), получим:
$$t_A = 1{,}22 \text{ с};$$
$$t_B = 2{,}29 \text{ с};$$
$$y_{max} = 13{,}84 \text{ м};$$
$$x_{max} = 23{,}8 \text{ м}$$

Ответ: $t_A = 1{,}22$ с; $t_B = 2{,}29$ с; $y_{max} = 13{,}84$ м; $x_{max} = 23{,}8$ м.

Задача 5. Через блок, укрепленный на конце стола, перекинута нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы, один из которых $m_1 = 400$ г скользит по поверхности стола, а другой $m_2 = 600$ г опускается вниз (см. рис. 3). Коэффициент трения груза о стол равен 0,1. Считая нить и блок невесомыми, определить: 1) ускорение а, с которым движутся грузы; 2) силу натяжения нити Т.

Дано: $m_1 = 400$ г;
$m_2 = 600$ г;
$\mu = 0{,}1$

a - ?, T - ?

Выбрав оси координат так, как показано на рис. 3, запишем для каждого груза уравнения движения, в соответствии с (14), в проекциях на эти оси:
$$m_1 a = T - F_{тр}, \qquad (5.1)$$
$$m_2 a = m_2 g - T \qquad (5.2)$$
Учитывая, что $F_{тр} = \mu N = \mu m_1 g$, получим

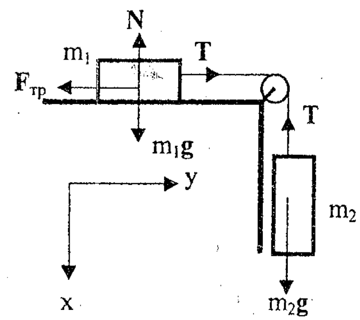


Рис.3

систему уравнений:
$$m_1 a = T - \mu m_1 g, \qquad (5.3)$$
$$m_2 a = m_2 g - T, \qquad (5.4)$$
откуда получим искомое ускорение:
$$a = (m_2 - \mu m_1)g/(m_1 + m_2).$$
Силу натяжения нити найдем из (5.4):
$$T = m_2(g - a)$$

Ответ: $a = 5{,}49$ м/с^2; $T = 2{,}59$ Н.

Задача 6. На двух шнурах длиной 0,8 м каждый подвешены два свинцовых шара массами 0,5 и 1 кг. Шары соприкасаются между собой. Шар меньшей массы отвели в сторону так, что шнур отклонился на угол $\alpha = 60^0$, и отпустили. На какую высоту поднимутся оба шара после столкновения? Определить энергию, израсходованную на деформацию шаров при ударе. Удар считать центральным и неупругим, $g = 9{,}81$ м/с^2.

Дано: $m_1 = 0{,}5$ кг;
$m_2 = 1$ кг;
$\alpha = 60^0$;
$l = 0{,}8$ м

h - ? $\Delta W_{деф}$ - ?

Так как удар шаров неупругий, то после удара шары будут двигаться с общей скоростью **v**. Закон сохранения импульса для этого случая будет иметь вид:
$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = (m_1 + m_2)\mathbf{v} \qquad (6.1)$$
Здесь v_1 и v_2 – скорости шаров до удара. Скорость большого шара до удара v_2 равна нулю.
Скорость меньшего шара v_1 найдем, используя закон сохранения энергии. При отклонении меньшего шара на угол α (см. рис. 4) мы сообщаем ему запас потенциальной энергии, которая затем переходит в кинетическую:
$$m_1 g h_1 = m_1 v_1^2/2$$

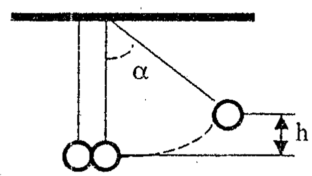


Рис. 4

Из рисунка видно, что:
$$h = l(1 - \cos\alpha) = 2l \sin^2(a/2) \quad (6.2)$$
Из уравнений (6.1) и (6.2) находим скорость шаров после удара:
$$v = [2m_1\sqrt{gl}\,\sin(a/2)]/(m_1 + m_2) \quad (6.3)$$
Кинетическая энергия, которой обладают шары после удара, переходит в потенциальную:
$$(m_1 + m_2)v^2/2 = (m_1 + m_2)gh$$
Отсюда определяем высоту поднятия шаров после столкновения:
$$h = [2m_1^2\, l \sin^2(\alpha/2)]/(m_1 + m_2)^2 \qquad (6.4)$$
При неупругом ударе шаров часть энергии расходуется на деформацию. Энергия деформации определяется разностью кинетических энергий до и после удара:

$$\Delta W_{деф} = (m_1 v_1^2)/2 - [(m_1 + m_2)v^2]/2$$

Используя уравнения (6.2) и (6.3), получаем:

$$\Delta W_{деф} = 2glm_1[1 - m_1/(m_1 + m_2)] \sin^2(\alpha/2) \quad (6.5)$$

Ответ: h = 0,444 м; ΔW = 1,3 Дж

Задача 7. Груз массой 80 кг поднимают вдоль наклонной плоскости с ускорением 1 м/с^2. Длина наклонной плоскости 3 м, угол ее наклона к горизонту 30^0, а коэффициент трения μ = 0,15. Определить: 1) работу, совершаемую подъемным устройством; 2) среднюю мощность; 3) максимальную мощность. Начальная скорость груза равна нулю.

Дано: $m = 80$ кг,
$a = 1$м/с^2,
$l = 3$ м,
$\alpha = 30^0$,
$\mu = 0{,}15$
$v_0 = 0$

A -? $\langle P\rangle$ - ? P_{max} - ?

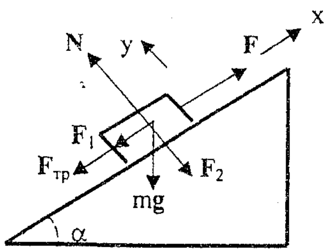


Рис. 5

Уравнение движения груза в векторной форме в соответствии с (14) имеет вид:

$$\mathbf{F} + m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{тр} + \mathbf{N} = m\mathbf{a}$$

В проекциях на оси X и У (см. рис. 5) это уравнение примет вид:

$$F - F_1 - F_{тр} = ma,$$
$$N - F_2 = 0,$$

где $F_1 = mg \sin\alpha$, $F_2 = mg \cos\alpha$, $F_{тр} = \mu N = \mu mg \cos\alpha$. Поэтому:

$$F = m(a + g \sin\alpha + \mu g \cos\alpha) .$$

Работа, совершаемая силой F, в соответствии с (20):

$$A = Fl = ml\,(a + g \sin\alpha + \mu g \cos\alpha)$$

Средняя мощность, развиваемая силой F:

$$\langle P\rangle = A/t,$$

где $t = \sqrt{2l/a}$ – время подъема груза. Следовательно, $\langle P\rangle = A\sqrt{a/2l}$.

Максимальная мощность, развиваемая силой F:

$$P_{max} = Fv_{max} = Fat$$

Подставляя значения, получим:

$$P_{max} = m\sqrt{2al}\,(a + g \sin\alpha + \mu g \cos\alpha)$$

Ответ: A = 1,72 кДж; ⟨P⟩ = 702 Вт; P_{max} = 1,41 кВт

Задача 8. Молот массой 700 кг падает с высоты 5 м на сваю массой 300 кг. Найти среднюю силу сопротивления грунта, если в результате одного удара свая входит в грунт на глубину 4 см. Удар между молотом и сваей считать абсолютно неупругим, g = 9,81 м/с^2.

Дано: $m_1 = 700$ кг,
$m_2 = 300$ кг,
$h = 5$ м,
$S = 4$ см

$\langle F_c\rangle$ - ?

По условию задачи удар неупругий и поэтому молот и свая после удара движутся вместе, пройденный путь будет равен 4 см. На движущуюся систему действуют сила тяжести и сила сопротивления ⟨F⟩ грунта, которую можно определить из формулы работы силы сопротивления. По закону сохранения энергии (28) получим:

$$T + \Pi = A, \qquad (8.1)$$

где T – кинетическая энергия; П – потенциальная энергия; A – работа силы сопротивления, которую можно определить по формуле $A = \langle F\rangle S$. При движении системы на пути S изменяются ее потенциальная и кинетическая энергии:

$$\Pi = (m_1 + m_2)gS, \quad T = (m_1 + m_2)u^2/2, \qquad (8.2)$$

где u – общая скорость молота и сваи после удара (в начале их совместного движения после удара). Используя (8.2), запишем (8.1) в виде:

$$(m_1 + m_2)u^2/2 + (m_1 + m_2)gS = \langle F\rangle S \qquad (8.3)$$

Для оценки средней силы сопротивления определим значение общей скорости молота и сваи, применив закон сохранения импульса (18), получим:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{v}_i = \text{const}$$

Для системы молот – свая закон сохранения импульса примет вид:

$$m_1\mathbf{v} = (m_1 + m_2)\mathbf{u}, \qquad (8.4)$$

где **v** – скорость молота в момент падения его на сваю; $m_1\mathbf{v}$ – импульс молота в момент удара о сваю; $(m_1 + m_2)\mathbf{u}$ – импульс молота и сваи после удара.

Скорость молота в момент удара о сваю определится без учета сопротивления воздуха:

$$v = \sqrt{2gh} \qquad (8.5)$$

Из совместного решения (8.4) и (8.5) найдем общую скорость молота и сваи после удара:

$$u = m_1\sqrt{2gh}/(m_1 + m_2) \qquad (8.6)$$

Подставим найденное значение общей скорости в (8.2) и определим среднюю силу сопротивления грунта:

$$\langle F\rangle = m_1^2 g\, h/(m_1 + m_2)S + (m_1 + m_2)g$$

Ответ: ⟨F⟩ = 6,11·10^5 Н.

Задача 9. Маховик массой 4 кг свободно вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр с частотой 12 $с^{-1}$. Массу маховика можно считать распределенной по его ободу радиусом 40 см. Через 30 с под действием тормозящего момента маховик остановился. Найти тормозящий момент и число оборотов маховика, сделанных до полной остановки.

Дано: m = 4 кг,
n = 12 $с^{-1}$,
R = 40 см,
t = 30 с,
$\omega_0 = 0$

M - ? N - ?

Для определения тормозящего момента M применим основное уравнение динамики вращательного движения (40), получим:

$$I d\omega = M dt, \qquad (9.1)$$

где I – момент инерции маховика относительно оси, проходящей через центр масс; $d\omega = \omega - \omega_0$ – изменение угловой скорости за промежуток времени dt; M – тормозящий момент сил, действующих на тело. По условию задачи $d\omega = -\omega_0$, так как конечная угловая скорость равна нулю. Выразим начальную угловую скорость через частоту вращения маховика, тогда $\omega_0 = 2\pi n$, а $d\omega = -2\pi n$. Момент инерции маховика $I = mR^2$, где m – масса маховика, R – его радиус. Тогда формула (9.1) примет вид:

$$-mR^2\,2\pi n = M dt,$$

откуда:

$$M = 2\pi n m R^2/dt$$

Угол поворота (угловой путь φ) за время вращения маховика до остановки может быть определено по формуле (10) для равнозамедленного вращения:

$$\varphi = \omega_0 t - \varepsilon t^2/2, \qquad (9.2)$$

где ε - угловое ускорение. По условию задачи:

$$\varphi = \omega_0 - \varepsilon dt;\ \omega = 0;\ \omega_0 = \varepsilon dt$$

Тогда выражение (9.2) может быть записано (t = dt):

$$\varphi = \omega_0 dt - \omega_0 dt/2 = \omega dt/2. \qquad (9.3)$$

Формула (9.3) может быть также получена по значению средней угловой скорости. Так как $\varphi = 2\pi N$, $\omega_0 = 2\pi n$, то число полных оборотов:

$$N = n dt/2$$

Ответ: M = 1,61 Н·м; N = 180

Задача 10. Тонкий стержень массой 300 г и длиной 50 см вращается с угловой скоростью 10 рад $с^{-1}$ в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Продолжая вращаться в той же плоскости, стержень перемещается так, что ось вращения сместилась к концу стержня. Найти угловую скорость после смещения оси вращения к концу стержня.

Дано: m = 300 кг;
L = 50 см;
ω_1 = 10 рад $с^{-1}$

ω_2 - ?

Воспользуемся законом сохранения момента импульса (42):

$$\sum_{i=1}^{N} I_i\omega_i = \mathrm{Const}, \qquad (10.1)$$

где I_i – момент инерции стержня относительно оси вращения.

Для изолированной системы тел векторная сумма моментов импульсов остается постоянной. В данной задаче вследствие того, что распределение массы стержня относительно оси вращения изменяется, момент инерции стержня также изменяется. В соответствии с (10.1) момент импульса не изменяется:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \qquad (10.2)$$

Момент инерции стержня относительно оси, проходящей через центр тяжести стержня перпендикулярно стержню, равен:

$$I_1 = mL^2/12 \qquad (10.3)$$

По теореме Штейнера (38) найдем момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его конец и перпендикулярной стержню:

$$I_2 = mL^2/12 + m(L/2)^2 = 1/3mL^2 \qquad (10.4)$$

Подставим (10.3) и (10.4) в (10.2) и, решив совместно, получим:

$$\omega_2 = \omega_1/4$$

Ответ: ω_2 = 2,5 рад $с^{-1}$.

Задача 11. Материальная точка массой 20 г совершает гармонические колебания с периодом 9 с. Начальная фаза колебаний 10^0. Через какое время после начала движения смещение точки достигнет половины амплитуды? Найти амплитуду, максимальные скорость и ускорение точки, если ее полная энергия равна 10^{-2} Дж .

Дано: m = 20 г;
T = 9 с;
$\varphi_0 = 10^0 = \pi/18$;
x = A/2;
E = 10^{-2} Дж

---

t - ?, A - ?, v_{max} - ?, a_{max} - ?

Воспользуемся уравнением гармонического колебания точки (45) и определим время колебания:

$$t = [\arcsin(x/A) - \varphi_0]\ T / 2\pi$$

По выражению для полной энергии колеблющейся точки (46) определим амплитуду колебаний:

$$A = T/2\pi\ \sqrt{(2E/m)}$$

Зная амплитуду, можно вычислить максимальную скорость точки как первую производную смещения от времени:

$$v = dx/dt = -A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$$

Полагая для v_{max} значение $\cos(\omega t + \varphi_0) = 1$, получаем:

$$v_{max} = A\,2\pi/T$$

Ускорение точки определим как первую производную скорости от времени:

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Полагая для a_{max} $\sin(\omega t + \varphi_0) = -1$, полчим:

$$a_{max} = A\,(2\pi/T)^2$$

Ответ: $t = 0{,}5$ с; $A = 1{,}43$ м; $v_{max} = 1$ м/с; $a_{max} = 0{,}696$ м/с^2.

Задача 12. Колеблющиеся точки, находящиеся на одной прямой, удалены от источника колебаний на 6 и 8,7 м соответственно и колеблются с разностью фаз $3\pi/4$. Период колебаний источника 10^{-2} с. Чему равна длина волны и скорость распространения колебаний в данной среде? Написать уравнения колебаний для первой и второй точек, считая амплитуды колебаний точек равными 0,5 м.

Дано: $l_1 = 6$ м;
$L_2 = 8{,}7$ м;
$\Delta\varphi = 3\pi/4$;
$T = 10^{-2}$ с;
$A_1 = A_2 = 0{,}5$ м

λ - ? v - ?

Уравнение волны:

$$x = A \sin[\omega(t - l/v)] \qquad (12.1)$$

преобразуем в:

$$x = A \sin[2\pi(t/T - l/\lambda)], \qquad (12.2)$$

где x – смещение точки; A – амплитуда колебаний; t – время колебаний; T – период колебаний; ω - циклическая частота; l – расстояние колеблющейся точки от источника колебаний; v – скорость волны; λ - длина волны. В уравнении (12.2) выражение, заключенное в квадратные скобки, называется фазой колебаний. Запишем фазы для каждой из точек:

$$\varphi_1 = 2\pi(t/T - l_1/\lambda), \qquad \varphi_2 = 2\pi(t/T - l_2/\lambda)$$

Тогда разность фаз:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi\,[(l_2 - l_1)/\lambda],$$

откуда:

$$\lambda = [2\pi\,(l_2 - l_1)]/\Delta\varphi$$

Скорость распространения волны находим из формулы:

$$v = \lambda/T$$

Циклическую частоту найдем из соотношения:

$$\omega = 2\pi/T$$

Подставим найденные числовые значения в уравнение (12.1) и получим уравнения волн для колеблющихся точек:

$$x_1 = 0{,}5 \sin 200\pi\,(t - 6/720);$$
$$x_2 = 0{,}5 \sin 200\pi\,(t - 8{,}7/720)$$

Ответ: $\lambda = 7{,}2$ м; $x_1 = 0{,}5 \sin 200\pi\,(t - 6/720)$;

$v = 720$ м/с; $x_2 = 0{,}5 \sin 200\pi\,(t - 8{,}7/720)$.

Задача 13. Плоская волна распространяется вдоль прямой со скоростью 20 м/с. Две точки, лежащие на прямой на расстояниях 12 и 15 м от источника волн, колеблются с разностью фаз 0,75 π. Амплитуда колебаний точек одинаковая и равна 0,1 м. Найти: длину волны, смещение точек в момент времени 1,2 с, написать уравнение волны .

Дано: $v = 20$ м/с;
$x_1 = 12$ м;
$x_2 = 15$ м;
$\Delta\varphi = 0{,}75\pi$;
$A = 0{,}1$ м;
$t = 1{,}2$ с

λ - ?

Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны, колеблются с разностью фаз, равной 2π; точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии Δx, колеблются с разностью фаз:

$$\Delta\varphi = (x_2 - x_1)2\pi/\lambda$$

Решая это равенство относительно λ, получим:

$$\lambda = 2\pi(x_2 - x_1)/\Delta\varphi \qquad (13.1)$$

Для того, чтобы написать уравнение плоской волны, найдем циклическую частоту ω (см. решение задачи 12):

$$\omega = 2\pi v/\lambda$$

Уравнение волны для данного случая будет иметь вид:

$$y = A \cos(\omega t - x/v) \qquad (13.2)$$

Чтобы найти смещение указанных точек y, достаточно в (13.2) подставить данные из условия задачи, тогда соответственно получим:

$$y_1 = 0{,}1 \cos 3\pi,$$
$$y_2 = 0{,}1 \cos 2{,}25\pi$$

Ответ: $\lambda = 8$ м; $y_1 = 0{,}1 \cos 3\pi$, $y_2 = 0{,}1 \cos 2{,}25\pi$,
$y_1 = 0{,}1$ м, $y_2 = 0{,}71$ м.

Контрольная работа № 1

Каждый студент должен решить восемь задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра.

Вариант №	№ задач							
0	103	111	122	135	144	153	165	175
1	108	116	125	140	149	158	170	180
2	104	113	123	136	145	154	161	171
3	109	117	127	131	150	159	166	176
4	102	119	124	137	141	155	162	172
5	105	118	129	132	146	160	167	177
6	106	112	121	138	142	151	163	173
7	110	115	130	133	147	156	168	178
8	107	120	126	139	143	152	164	174
9	101	114	128	134	148	157	169	179

Задачи

101. Точка вращается по окружности радиусом 1,2 м. Уравнение движения точки: $\varphi = At + Bt^2$, где A = 0,5 рад/с, B = 0,2 рад/с^2. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точки в момент времени t = 4 с.

102. Зависимость пройденного телом пути от времени задана уравнением: $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где C = 0,1 м/с^2, D = 0,03 м/с^3. Определить: через сколько времени после начала движения ускорение тела будет равно 2 м/с^2; среднее ускорение тела за этот промежуток времени.

103. По прямой движутся две материальные точки согласно уравнениям: $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где A_1 = 10 м, B_1 = 1 м/с, C_1 = - 2 м/с^2; A_2 = 3 м, B_2 = 2 м/с, C_2 = 0,2 м/с^2. В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковы? Найти ускорения этих точек в момент времени t = 3 с.

104. Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом 4 м, задается уравнением $a_n = A + Bt + Ct^2$, где A = 1 м/с^2, B = 6 м/с^3, C = 9 м/с^4. Определить: тангенциальное ускорение точки; путь, пройденный точкой за время t_1 = 5 с после начала движения; полное ускорение для момента времени t_2 = 1 с.

105. Точка вращается по окружности радиусом 8 м. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки равно 4 м/с^2, вектор полного ускорения образует в этот момент угол 60^0 с вектором нормального ускорения. Найти скорость и тангенциальное ускорение точки.

106. Точка движется по прямой согласно уравнению $x = At + Bt^3$, где A = 6 м/с, B = -0,125 м/с^3. Определить среднюю путевую скорость точки в интервале времени от 2 до 6 с.

107. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид: $x = At + Bt^3$, где A = 3 м/с, B = 0,06 м/с^3. Найти скорость и ускорение точки в моменты времени 0 и 3 с. Определить средние значения скорости и ускорения за первые 3 с движения.

108. Диск радиусом 0,2 м вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где A = 3 рад, B = - 1 рад/с, C = 0,1 рад/с^3. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек, лежащих на ободе диска, для момента времени 10 с.

109. Зависимость пройденного телом пути от времени выражается уравнением $S = At - Bt^2 + Ct^3$, где A = 2м/с, B = 3 м/с^2, C = 4 м/с^3. Записать выражения для скорости и ускорения. Определить для момента времени 2 с после начала движения пройденный путь, скорость и ускорение.

110. Уравнение вращения твердого тела $\varphi = 3t^2 + t$. Определить число оборотов тела, угловую скорость и угловое ускорение через 10 с после начала вращения.

111. Тело брошено под углом к горизонту. Оказалось, что максимальная высота подъема равна ¼ дальности полета. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить угол к горизонту, под которым тело было брошено.

112. Тело брошено с начальной скоростью 15 м/с под углом 30^0 к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить высоту подъема тела, дальность полета, полное время полета.

113. Тело брошено с начальной скоростью 20 м/с под углом 30^0 к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени 1,5 с после начала движения нормальное и тангенциальное ускорения.

114. С башни высотой 40 м брошено тело с начальной скоростью 20 м/с под углом 45^0 к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить: время полета тела; на каком расстоянии от основания башни тело упадет на землю; скорость тела в момент падения на землю; угол между направлением вектора скорости с горизонтом в момент падения тела.

115. Тело брошено с башни горизонтально с начальной скоростью 15 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить радиус кривизны траектории через 2 с после начала движения тела.

116. С башни высотой 30 м в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью 10 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить: скорость тела в момент падения на землю; угол, который образует эта скорость с горизонтом в точке падения тела; написать уравнение траектории тела.

117. Камень брошен с вышки горизонтально с начальной скоростью 20 м/с. Определить скорость, тангенциальное и нормальное ускорения камня в конце второй секунды после начала движения.

118. Наибольшая высота подъема тела, брошенного под углом к горизонту со скоростью 20 м/с, составила 10 м. Под каким углом было брошено тело.

119. С башни высотой 49 м в горизонтальном направлении брошено тело со скоростью 5 м/с. Определить: тангенциальное и нормальное ускорения тела в точке, соответствующей половине всего времени падения тела; на каком расстоянии от башни оно упало.

120. С отвесной скалы высотой 24,5 м бросают мяч в горизонтальном направлении с некоторой начальной скоростью. Мяч попадает в цель, находящуюся на земле на расстоянии 30 м от основания скалы. С какой начальной скоростью он был брошен и какую скорость имел в момент попадания в цель.

121. На тележке, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью 3 м/с, стоит человек. В некоторый момент времени человек прыгает в сторону, противоположную движению тележки. После прыжка скорость тележки стала равной 4 м/с. Определить горизонтальную составляющую скорости человека при прыжке относительно тележки. Масса тележки 210 кг, масса человека 70 кг.

122. Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом 30^0 к горизонту. Определить скорость отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью 480 м/с. Масса платформы с орудием и снарядом 18 т, масса снаряда 60 кг.

123. Две одинаковые лодки массами 200 кг каждая (вместе с пассажирами и грузами, находящимися в лодках) движутся параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми скоростями 1 м/с. Когда лодки поравнялись, то из первой лодки во вторую и из второй лодки в первую одновременно перебросили грузы по 20 кг каждый. Определить скорости лодок после броска грузов.

124. Определить импульс, полученный стенкой при ударе о нее шарика массой 300 г, если шарик двигался со скоростью 8 м/с под углом 60^0 к плоскости стенки. Удар о стенку считать абсолютно упругим.

125. Снаряд массой 2 кг, летевший со скоростью 300 м/с, попадает в мишень с песком массой 100 кг и застревает в ней. С какой скоростью и в каком направлении будет двигаться мишень после попадания снаряда в случаях: 1) мишень неподвижна; 2) мишень двигалась навстречу снаряду со скоростью 72 км/ч.

126. Снаряд массой 2 кг, летевший со скоростью 300 м/с, попадает в мишень с песком массой 100 кг и застревает в ней. С какой скоростью и в каком направлении будет двигаться мишень после попадания снаряда, если мишень двигалась навстречу снаряду со скоростью 54 км/ч.

127. Снаряд, летевший горизонтально со скоростью 600 м/с, разрывается на два осколка. Масса одного осколка в два раза больше другого. Осколок большей массы падает по вертикали, а меньшей – под углом 30^0 к горизонту. Какова скорость второго осколка?

128. Стальной шарик массой 10 г упал с высоты 1 м на стальную плиту и подскочил после удара на 0,8 м. Определить изменение импульса шарика.

129. Лодка массой 150 кг и длиной 2,8 м стоит неподвижно в стоячей воде. Рыбак массой 90 кг переходит в лодке с носа на корму. Пренебрегая сопротивлением воды, определить, на какое расстояние при этом переместится лодка.

130. Платформа с песком общей массой 2 т стоит на рельсах на горизонтальном пути. В песок попадает снаряд массой 8 кг и застревает в нем. Пренебрегая трением, определить, с какой скоростью будет двигаться платформа, если в момент попадания скорость снаряда 450 м/с, а направление 30^0 с горизонтом.

131. Два груза массами 500 г и 700 г связаны невесомой нитью и лежат на гладкой горизонтальной поверхности. К грузу с меньшей массой приложена горизонтально направленная сила 6 Н. Пренебрегая трением, определить: ускорение грузов, силу натяжения нити.

132.

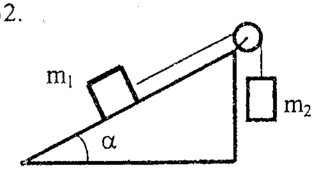


Рис. 6

В установке (рис. 6) угол наклонной плоскости с горизонтом равен 20^0, массы тел m_1 = 200 г и m_2 = 150 г. Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая силами трения, определить ускорение, с которым будут двигаться эти тела, если тело m_2 опускается.

133.

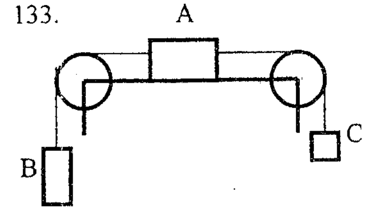


Рис. 7

Тело А массой 2 кг (см. рис. 7) находится на горизонтальном столе и соединено нитями через блоки с телами В массой 0,5 кг и С массой 0,3 кг. Считая нити и блоки невесомыми, пренебрегая силами трения, определить: ускорение, с которым будут двигаться эти тела; разность сил натяжения нитей.

134.

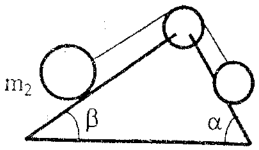


Рис. 8

В установке (рис. 8) угол $\alpha = 30^0$, угол $\beta = 45^0$, $m_1 = 0{,}45$ кг, $m_2 = 0{,}5$ кг. Считая нить и блок невесомыми, пренебрегая силами трения, определить: ускорение, с которым движутся тела; силу натяжения нити.

135. Тело массой m движется в плоскости (XY) по закону: $x = A \cos \omega t$, $y = B \sin \omega t$, где A, B и ω - некоторые постоянные. Определить модуль силы, действующей на тело.

136.

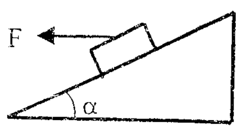


Рис. 9

На тело (рис. 9) массой 10 кг, лежащее на наклонной плоскости, действует горизонтально направленная сила 8 Н. Пренебрегая трением, определить: ускорение тела; силу, с которой тело давит на плоскость. Угол $\alpha = 20^0$.

137. С вершины клина, длина которого 2 м и высота 1 м, начинает скользить небольшое тело. Коэффициент трения между телом и клином 0,15. Определить: ускорение, с которым движется тело; время спуска тела по клину; скорость тела у основания клина.

138. По наклонной плоскости с углом наклона к горизонту равным 30^0 скользит тело. Определить скорость тела в конце второй секунды от начала скольжения, если коэффициент трения 0,1.

139. Вагон массой 1 т спускается по канатной дороге с уклоном 15^0 к горизонту (рис. 10). Принимая коэффициент трения 0,05, определить силу натяжения каната при торможении вагона в конце спуска, если скорость вагона перед торможением $v_0 = 2{,}5$ м/с, а время торможения 6 с.

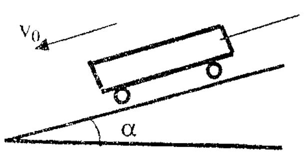


Рис. 10

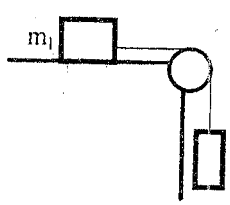


Рис. 11

140. Грузы одинаковой массой по 0,5 кг соединены нитью, перекинутой через невесомый блок, укрепленный на конце стола (рис. 11). Коэффициент трения груза m_1 о стол 0,15. Пренебрегая трением в блоке, определить ускорение, с которым движутся грузы.

141. Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин жесткостями 400 Н/м и 250 Н/м, если первая пружина при этом растянулась на 2 см.

142. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой 10 г со скоростью 300 м/с. Затвор пистолета массой 200 г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой 25 кН/м. На какое расстояние сместится затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.

143. Пружина жесткостью 500 Н/м сжата силой 100 Н. Определить работу А внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину на 2 см.

144. Две пружины жесткостями 0,5 кН/м и 1 кН/м закреплены параллельно. Определить потенциальную энергию данной системы при абсолютной деформации 4 см.

145. Какую работу нужно совершить, чтобы пружину жесткостью 800 Н/м, сжатую на 6 см, дополнительно сжать на 8 см?

146. Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сожмется на 3 мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты 8 см?

147. Из пружинного пистолета с жесткостью пружины 150 Н/м был произведен выстрел пулей массой 8 г. Определить скорость пули при вылете ее из пистолета, если пружина была сжата на 4 см.

148. Налетев на пружинный буфер, вагон массой 16 т, двигавшийся со скоростью 0,6 м/с, остановился, сжав пружину на 8 см. Найти жесткость пружины буфера.

149. К нижнему концу пружины жесткостью k_1 присоединена пружина жесткостью k_2, к концу которой прикреплена гиря. Пренебрегая массой пружин, определить отношение потенциальных энергий пружин.

150. Пружина жесткостью 1000 Н/м была сжата на 4 см. Какую нужно совершить работу, чтобы сжатие пружины увеличить до 18 см?

151. В подвешенный на нити длиной 1,8 м деревянный шар массой 8 кг попадает горизонтально летящая пуля массой 4 г. С какой скоростью летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол 3^0? Размером шара пренебречь, удар пули считать прямым, центральным.

152. По небольшому куску железа, лежащему на наковальне массой 300 кг, ударяет молот массой 8 кг, который упал с высоты 3 м. Определить к.п.д. удара, считая его неупругим. Полезной считать энергию, выделившуюся при деформации железа.

153. Шар массой 1 кг движется со скоростью 4 м/с и сталкивается с шаром массой 2 кг, движущимся навстречу ему со скоростью 3 м/с. Каковы скорости шаров после удара? Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

154. Шар массой 3 кг движется со скоростью 2 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой 5 кг. Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.

155. Определить к.п.д. неупругого удара молота массой 0,5 т, падающего на сваю массой 120 кг с высоты 5 м. Полезной считать энергию, пошедшую на углубление сваи в грунт.

156. Шар массой 4 кг движется со скоростью 5 м/с и сталкивается с шаром массой 6 кг, который движется ему навстречу со скоростью 2 м/с. Считая удар прямым центральным, а шары однородными и абсолютно упругими, найти их скорость после удара.

157. Атом распадается на две частицы массами $1,6 \cdot 10^{-25}$ кг и $2,3 \cdot 10^{-25}$ кг. Определить кинетические энергии частей атома, если их общая кинетическая энергия была $2,2 \cdot 10^{-11}$ Дж. Кинетической энергией и импульсом атома до распада пренебречь.

158. Тело массой 5 кг свободно падает с высоты 20 м. Определить сумму потенциальной и кинетической энергий тела в точке, находящейся на высоте 5 м от поверхности земли. Трением тела о воздух пренебречь. Сравнить эту энергию с первоначальной энергией тела.

159. Тело, падая с некоторой высоты, в момент соприкосновения с землей обладает импульсом 100 кг м/с и кинетической энергией 500 Дж. Определить: с какой высоты упало тело; массу тела.

160. С башни высотой 20 м горизонтально со скоростью 10 м/с брошен камень массой 400 г. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени 1 с после начала движения кинетическую и потенциальную энергии.

161. На обод маховика диаметром 60 см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 2 кг. Определить момент инерции маховика если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время 3 с приобрел угловую скорость 9 рад/с.

162. Нить с привязанными к ее концам грузами массами 50 г и 60 г перекинута через блок диаметром 4 см. Определить момент инерции блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение 1,5 рад/с^2.

163. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину согласно уравнению: $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 2$ рад/с, $B = 0,2$ рад/с^3. Определить вращающий момент, действующий на стержень в момент времени 2 с, если момент инерции стержня $I = 0,048$ кг м^2.

164. По горизонтальной плоской поверхности катится диск со скоростью 8 м/с. Определить коэффициент сопротивления, если диск, будучи предоставленным самому себе, остановился, пройдя путь 18 м.

165. Определить момент силы, который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой 12 с$^{-1}$, чтобы он остановился в течение 8 с. Диаметр блока 30 см. Массу блока считать равномерно распределенной по ободу.

166. Блок в форме диска массой 0,4 кг вращается под действием силы натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами 0,3 кг и 0,7 кг. Определить силы натяжения нити по обе стороны блока.

167. На краю платформы в виде диска диаметром 2 м, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой 8 мин$^{-1}$, стоит человек массой 70 кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой 10 мин$^{-1}$. Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

168. На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром 0,8 м и массой 6 кг стоит человек массой 60 кг. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий в него мяч массой 0,5 кг? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии 0,4 м от оси скамьи, скорость мяча 5 м/с.

169. Человек стоит на скамье Жуковского и держит в руках стержень вертикально вдоль оси вращения скамьи. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой 15 с$^{-1}$. С какой угловой скоростью будет вращаться скамья, если человек повернет стержень на угол 180^0 и колесо окажется на нижнем конце стержня? Суммарный момент инерции человека и скамьи 8 кг м^2, радиус колеса 25 см. Массу колеса 2,5 кг можно считать равномерно распределенной по ободу. Считать, что центр тяжести человека с колесом находится на оси платформы.

170. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень вертикально по оси вращения скамьи. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью 4 рад/с. С какой угловой скоростью будет вращаться скамья с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи 5 кг м^2. Длина стержня 1,8 м, его масса 6 кг. Считать, что центр тяжести стержня с человеком находится на оси платформы.

171. Определить возвращающую силу в момент времени 0,2 с и полную энергию точки массой 20 г, совершающей гармонические колебания согласно уравнению: $A = A \sin \omega t$, где $A = 15$ см, $\omega = 4\pi c^{-1}$.

172. Определить период колебаний стержня длиной 30 см вокруг оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

173. Определить максимальное ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой $A = 15$ см, если наибольшая скорость точки 30 см/с. Написать уравнение колебаний.

174. Определить скорость распространения волн в упругой среде, если разность фаз колебаний двух точек, отстоящих друг от друга на 15 см, равна $\pi/2$. Частота колебаний 25 Гц.

175. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, описываемых уравнением: $x = A_{1,2} \cos \omega_{1,2}t$, где $A_1 = 2$ см, $\omega_1 = \omega_2 = 2$ рад/с, $A_2 = 4$ см . Определить траекторию точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба, указать направление движения точки.

176. Точка совершает два колебания одновременно во взаимно перпендикулярных направлениях в соответствии с уравнениями: $x = A_1 \sin \omega_1 t$ и $y = A_2 \cos \omega_2 t$, где $A_1 = A_2 = 2$ см, $\omega_1 = 1$ рад/с, $\omega_2 = 2$ рад/с. Написать уравнение траектории, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения.

177. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями: $x = A_1 \cos \omega_1 t$ и $y = A_2 \sin \omega_2 t$, где $A_1 = 4$ см, $A_2 = 6$ см, $\omega_1 = 2\omega_2$. Найти уравнение траектории и построить ее на чертеже, показать направление движения точки.

178. Две точки находятся на прямой, вдоль которой распространяются волны со скоростью 10 м/с. Период колебаний 0,2 с, расстояние между точками 1 м. Найти разность фаз колебаний в этих точках.

179. Найти максимальную кинетическую энергию материальной точки массой 2 г, совершающей гармонические колебания с амплитудой 4 см и частотой 5 Гц.

180. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых: $x = A \sin \omega t$, где $A = 5$ см, $\omega = 2$ рад/с. В момент, когда на точку действовала вращающая сила 5 мН, точка обладала потенциальной энергией 0,1 мДж. Найти этот момент времени и соответствующую фазу колебаний.

Молекулярная физика и термодинамика
Основные законы и формулы

Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов

Закон Бойля – Мариотта:

$$PV = \text{Const при } T = \text{Const},\ m = \text{Const}, \qquad (50)$$

где p – давление; V – объем; T – термодинамическая температура; m – масса газа.

Закон Гей – Люссака:

$$V = V_0(1 + \alpha t), \text{ или } V_1/V_2 = T_1/T_2 \text{ при p и m – Const}; \qquad (51)$$

$$P = p_0(1 + \alpha t), \text{ или } p_1/p_2 = T_1/T_2 \text{ при V и m – Const},$$

где t – температура по шкале Цельсия; V_0 и p_0 – соответственно объем и давление при 0^0 С; коэффициент $\alpha = 1/273\ K^{-1}$, индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям.

Закон Дальтона для смеси идеальных газов:

$$p = \sum_{i=1}^{N} p_i, \qquad (52)$$

где p_i – парциальное давление i–го компонента смеси.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева - Клапейрона):

$$pV = (m/M)RT, \qquad (53)$$

где V – объем газа; R – молярная газовая постоянная; M – молярная масса газа; m – масса газа; $m/M = \nu$ - количество вещества.

Основное уравнение молекулярно–кинетической теории:

$$p = nkT, \qquad (54)$$

где k – постоянная Больцмана ($k = R/N_A$, N_A – постоянная Авогадро),

или $$p = 1/3\ nm_0\langle v_{кв}\rangle^2, \qquad (54.1)$$

или $$pV = 2/3E, \qquad (54.2)$$

или $$pV = 1/3\ m\langle v_{кв}\rangle^2, \qquad (54.3)$$

где $\langle v_{кв}\rangle^2$ – средняя квадратичная скорость молекул; E – суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа; n – концентрация молекул; m_0 – масса одной молекулы; $m = Nm_0$ – масса газа; N – число молекул в объеме газа V.

Скорости молекул газа:

наиболее вероятная $$v_в = \sqrt{2RT/M} = \sqrt{2kT/m_0}, \qquad (55)$$

средняя квадратичная $$\langle v_{кв}\rangle = \sqrt{3RT/M} = \sqrt{3kT/m_0}, \qquad (56)$$

средняя арифметическая

$$\langle v\rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)} = \sqrt{8kT/(\pi m_0)}, \qquad (57)$$

где m_0 – масса одной молекулы.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы идеального газа:

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = 3/2\ kT \qquad (58)$$

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям:

$$f(v) = 4\pi(m_0/2\pi kT)^{3/2}\ v^2 \exp^{-m\,v/(2kT)}, \qquad (59)$$

где функция распределения молекул по скоростям f(v) определяет относительное число молекул dN(v)/N из общего числа молекул N, скорости которых лежат в интервале от v до v + dv.

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по энергиям теплового движения:

$$f(\varepsilon) = [\,2(kT)^{-3/2}\ \varepsilon^{1/2} \exp^{-\varepsilon/(kT)}\,]/\sqrt{\pi}, \qquad (60)$$

где функция распределения молекул по энергиям теплового движения $f(\varepsilon)$ определяет относительное число молекул $dN(\varepsilon)/N$ из общего числа молекул N, которые имеют кинетические энергии $\varepsilon = m_0\ v^2/2$, заключенные в интервале от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$.

Барометрическая формула:

$$p_h = p_0 \exp^{-Mgh/(kT)}, \qquad (61)$$

где p_h и p_0 – давления газа на высотах h и h_0 соответственно.

Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле:

$$n = n_0 \exp^{-Mgh/(kT)} = n_0 \exp^{-m\,gh/(kT)}, \qquad (62)$$

или:

$$n = n_0 \exp^{-\Pi/(kT)}, \qquad (62.1)$$

где n и n_0 – концентрации молекул на высотах h и h = 0; $\Pi = m_0gh$ – потенциальная энергия молекул в поле тяготения.

Среднее число соударений, испытываемых молекулой газа за 1 с:

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\ \pi d^2\ n \langle n \rangle, \qquad (63)$$

где d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; < v > - средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа:

$$\langle l \rangle = \langle v \rangle / \langle z \rangle = 1/(\sqrt{2}\ \pi d^2 n) \qquad (64)$$

Закон теплопроводности Фурье:

$$Q = -\lambda\ (dT/dx)\ St, \qquad (65)$$

где Q – теплота, прошедшая через площадь S за время t; dT/dx – градиент температуры; λ - теплопроводность:

$$\lambda = 1/3\ c_v\,\rho \langle v \rangle \langle l \rangle, \qquad (66)$$

где c_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ - плотность газа; < v > - средняя арифметическая скорость теплового движения его молекул; < l > - средняя длина свободного пробега молекул.

Закон диффузии Фика:

$$m = -D\ d\rho/dx\ St, \qquad (67)$$

где m – масса вещества, переносимая через площадь S за время t; $d\rho/dx$ – градиент плотности, D – диффузия:

$$D = 1/3 \langle v \rangle \langle l \rangle. \qquad (68)$$

Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости):

$$F = -\eta\ dv/dx\ S, \qquad (69)$$

где F – сила внутреннего трения между движущимися слоями площадью S; dv/dx – градиент скорости; η - динамическая вязкость:

$$\eta = 1/3\ \rho \langle v \rangle \langle l \rangle \qquad (70)$$

Основы термодинамики

Средняя кинетическая энергия поступательного движения, приходящаяся на одну степень свободы молекулы:

$$\langle \varepsilon \rangle = 1/2\ kT \qquad (71)$$

Средняя кинетическая энергия молекулы:

$$\langle \varepsilon \rangle = i/2\ kT, \qquad (72)$$

где i – число степеней свободы молекулы.

Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = i/2\ \nu\ RT = i/2\ m/M\ RT, \qquad (73)$$

где ν - количество вещества; m – масса газа; M – молярная масса газа; R молярная газовая постоянная.

Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A, \qquad (74)$$

где Q – количество теплоты, сообщенное системе или отданное ею; ΔU – изменение ее внутренней энергии; A – работа системы против внешних сил.

Первое начало термодинамики для малого изменения в системе:

$$\delta Q = dU + \delta A \qquad (75)$$

Связь между молярной c_m и удельной c теплоемкостями газа:

$$c_m = cM, \qquad (76)$$

где M – молярная масса газа.

Молярные теплоемкости газа при постоянном объеме c_v и постоянном давлении c_p:

$$c_v = i/2\ R, \quad c_p = (i + 2)R/2 \qquad (77)$$

Уравнение Майера:

$$c_p = c_v + R \qquad (78)$$

Изменение внутренней энергии идеального газа:

$$dU = m/M\ c_v\ dT \qquad (79)$$

Работа, совершаемая газом при изменении его объема:

$$dA = pdV \qquad (80)$$

Полная работа при изменении объема газа:

$$A = \int_{V1}^{V2} pdV, \qquad (81)$$

цде V_1 и V_2 – соответственно начальный и конечный объемы газа.

Работа газа:

в изобарическом процессе:

$$A = p(V_2 - V_1) = m/M\ R(T_2 - T_1); \qquad (82)$$

в изотермическом процессе:

$$A = m/M\ RT \ln(V_2/V_1) = m/M\ RT \ln(p_1/p_2) \qquad (83)$$

Уравнения адиабатического процесса (уравнения Пуассона):

$$p_2/p_1 = (V_1/V_2)^{\gamma}; \qquad (84.1)$$

$$T_2/T_1 = (V_1/V_2)^{\gamma - 1}; \qquad (84.2)$$

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(\gamma - 1)/\gamma}, \qquad (84.3)$$

где $\gamma = c_p/c_v = (i + 2)/i$ – постоянная адиабаты.

Работа в адиабатическом процессе:

$$A = (m/M)c_v(T_1 - T_2) = (m/M)RT_1/(\gamma - 1)\,[1 - (V_1/V_2)^{\gamma - 1}] = p_1V_1/(\gamma - 1)\,[1 - (V_1/V_2)^{\gamma - 1}], \qquad (85)$$

где T_1 и T_2, V_1 и V_2 – соответственно начальные и конечные температура и объем газа.

Термический коэффициент полезного действия для кругового процесса (цикла):

$$\eta = A/Q_1 = (Q_1 - Q_2)/Q_1 = 1 - Q_2/Q_1, \qquad (86)$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное системой; Q_2 – количество теплоты, отданное системой; A – работа, совершенная за цикл.

Термический коэффициент полезного действия цикла Карно:

$$\eta = (T_1 - T_2)/T_1, \qquad (87)$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура холодильника.

Изменение энтропии при равновесном переходе из состояния 1 в состояние 2:

$$\Delta S_i = S_2 - S_1 = \int_1^2 dQ/T = \int_1^2 (dU + dA)/T \qquad (88)$$

Реальные газы, жидкости и твердые тела

Уравнение состояния реальных газов (уравнение Ван-Дер-Ваальса) для моля газа:

$$(p + a/V_m^2)\,(V_m - b) = RT, \qquad (89)$$

где V_m – молярный объем; a и b – постоянные Ван-Дер-Ваальса, различные для разных газов.

Уравнение Ван-Дер-Ваальса для произвольной массы газа:

$$(p + \nu^2 a/V^2)\,(V - \nu b) = \nu RT, \qquad (90)$$

где $\nu = m/M$ – количество вещества.

Внутреннее давление, обусловленное силами взаимодействия молекул:

$$p' = a/V_m^2 \qquad (91)$$

Связь критических параметров – объема, давления и температуры – с постоянными a и b Ван-Дер-Ваальса:

$$V_к = 3b, \quad p_к\ a/(27b^2), \quad T_к = 8a/(27Rb) \qquad (92)$$

Внутренняя энергия реального газа:

$$U = \nu\,(c_vT - a/V_m), \qquad (93)$$

где c_v – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Энтальпия системы:

$$U_1 + p_1V_1 = U_2 + p_2V_2, \qquad (94)$$

где индексы 1 и 2 соответствуют начальному и конечному состоянию системы.

Поверхностное натяжение:

$$\sigma = F/l = \Delta E/\Delta S, \qquad (95)$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l, ограничивающий поверхность жидкости; ΔE – поверхностная энергия, связанная с площадью ΔS поверхности пленки.

Формула Лапласа, позволяющая определить избыточное давление для произвольной поверхности жидкости двоякой кривизны:

$$\Delta\rho = \sigma\,(1/R_1 + 1/R_2), \qquad (96)$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости; радиус кривизны положителен, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклый мениск), и отрицателен, если центр кривизны находится вне жидкости (вогнутый мениск).

В случае сферической поверхности:

$$\Delta\rho = 2\sigma/R \qquad (97)$$

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке:

$$h = 2\sigma \cos\Theta/(\rho gr), \qquad (98)$$

где Θ - краевой угол; r – радиус капилляра; ρ - плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

Закон Дюлонга – Пти:

$$c_v = 3R, \qquad (99)$$

где c_v – молярная (атомная) теплоемкость химически простых твердых тел.

Уравнение Клапейрона – Менделеева, позволяющее определить изменение температуры фазового перехода в зависимости от изменения давления при равновесно протекающем процессе:

$$dp/dT = L\,/\,T(V_2 - V_1), \qquad (100)$$

где L – теплота фазового перехода; $(V_2 - V_1)$ – изменение объема вещества при переходе его из первой фазы во вторую; T – температура перехода (процесс изотермический).

Примеры решения задач

Задача 1. В закрытом сосуде при температуре 300 К и давлении 0,1 МПа находятся 10 г водорода и 16 г гелия. Считая газы идеальными, определить удельный объем смеси.

Дано: $m_1 = 10$ г
$M_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
$m_2 = 16$ г
$M_2 = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
$T = 300$ К
$p = 0,1$ Мпа

$V_{см}$ - ?

Согласно закону Дальтона (52), давление смеси газов равно:

$$p = p_1 + p_2 \quad (1.1)$$

Из уравнения Менделеева – Клапейрона (53), имеем:

$$p_1V = (m_1/M_1)RT,$$
$$p_2V = (m_2/M_2)RT.$$

Найдем p_1 и p_2 и подставим в (1.1), получим:

$$pV = (m_1/M_1 + m_2/M_2)\,RT$$

Удельный объем смеси:

$$V_{см} = [(m_1/M_1 + m_2/M_2)\,RT] / [(m_1 + m_2)\,p]$$

Ответ: $V_{см} = 8{,}63$ м^3/кг.

Задача 2. В сосуде емкостью 8,3 л находится воздух при нормальном давлении $p_0 = 10^5$ Па и температуре 300 К. В сосуд вводят 3,6 г воды и закрывают крышкой. Определить давление в сосуде при 400 К, если вся вода при этой температуре превращается в пар?

Дано: $V = 8{,}3$ л,
$m = 3{,}6$ г,
$T_0 = 300$ К,
$T_1 = 400$ К

p - ?

Давление в сосуде складывается из давлений воздуха, нагретого до температуры T_1, и водяных паров при той же температуре.
Из объединенного газового закона:

$$p_0V_0/T_0 = p_1V_1/T_1 \qquad (2.1)$$

найдем давление воздуха:

$$p_1 = p_0T_1/T_0$$

Из уравнения Менделеева – Клапейрона (53) найдем давление водяных паров:

$$p_2 = (mT_1R)/\mu V,$$

где μ - молярная масса водяного пара, R – молярная газовая постоянная.

По закону Дальтона для смеси газов (52) найдем давление газа в сосуде :

$$p = p_0T_1/T_0 + (mT_1R)/\mu V,$$

где $p_0 = 1{,}013 \ \ 10^5$ Па.

Ответ: $p = 2{,}15 \cdot 10^5$ Па.

Задача 3. Молекулярный пучок кислорода ударяется о неподвижную стенку. После соударения молекулы отражаются от стенки обратно с той же по модулю скоростью. Определить давление пучка на стенку, если скорость молекул 500 м/с и концентрация молекул в пучке $5 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$.

Дано: $v = 500$ м/с,
$n_0 = 5 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$

p - ?

Давление определяется по формуле:

$$p = F/S, \qquad (3.1)$$

где F – сила давления, S – площадь. Силу давления найдем из второго закона Ньютона (14):

$$Ft = m\Delta v, \qquad (3.2)$$

где m - масса кислорода, ударившегося о стенку за время t; Δv – изменение скорости молекул при ударе.
Массу одной молекулы кислорода найдем из закона Авогадро:

$$m_1 = \mu/N_A, \qquad (3.3)$$

где μ - молярная масса кислорода; N_A – постоянная Авогадро. За время t о стенку ударяются молекулы, находящиеся в объеме $V = Svt$, масса которых:

$$m = m_1n_0vtS \qquad (3.4)$$

Изменение скорости при упругом соударении:

$$\Delta v = 2v \qquad (3.5)$$

Подставим (3.4) и (3.5) в (3.2), находим:

$$Ft = 2\mu n_0v^2tS/N_A,$$

откуда:

$$p = 2\mu n_0v^2/N_A$$

Ответ: $p = 1{,}33 \cdot 10^5$ Па.

Задача 4. Определить плотность разреженного азота, если средняя длина свободного пробега молекул 10 см. Какова концентрация молекул?

Дано: $\langle\lambda\rangle = 10$ см,

p, n_0 - ?

Средняя длина свободного пробега молекул определяется формулой:

$$\langle\lambda\rangle = 1 / (\sqrt{2}\,\pi d^2 n_0), \qquad (4.1)$$

где d – эффективный диаметр молекул (для азота $d = 0{,}3 \cdot 10^{-9}$ м). Концентрацию молекул определим из равенства:

$$n_0 m N_A/\mu V = pN_A/\mu, \qquad (4.2)$$

где N_A – постоянная Авогадро; μ - молярная масса азота.
Решая совместно (4.1) и (4.2), находим:

$$n_0 = (\sqrt{2}\,\pi d^2\langle\lambda\rangle)^{-1} = pN_A/\mu;$$
$$p = \mu / (\sqrt{2}\,\pi d^2\langle\lambda\rangle N_A)$$

Ответ: $p = 1{,}16 \cdot 10^{-6}$ кг/м^3,
$n_0 = 2{,}49 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$.

Задача 5. Определить среднюю арифметическую скорость молекул идеального газа, лотность которого при давлении 35 кПа составляет 0,3 кг/м^3.

Дано: $p = 35$ кПа, $\rho = 0,3$ кг/м^3

$\langle v\rangle$ - ?

Согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории (54):

$$p = 1/3(nm_0 \langle v_{кв}\rangle^2), \qquad (5.1)$$

где n – концентрация молекул; m_0 – масса одной молекулы; $\langle v_{кв}\rangle$ - средняя квадратичная скорость молекул. Учитывая, что:

$$\langle v\rangle = \sqrt{8kT/(\pi m_0)},$$
$$\langle v_{кв}\rangle = \sqrt{3kT/m_0},$$

получаем:

$$\langle v\rangle = \sqrt{8/(3\pi)}\,\langle v_{кв}\rangle \qquad (5.2)$$

Так как плотность газа:

$$\rho = m/V = Nm_0/V = nm_0,$$

где m – масса газа; V – его объем; N – число всех молекул газа, то уравнение (5.1) можно записать в виде:

$$p = 1/3\ \rho \langle v_{кв}\rangle^2,$$

или $\langle v_{кв}\rangle = \sqrt{3p/\rho}$. Подставим это выражение в (5.2), получим:

$$\langle v\rangle = \sqrt{8p/(\pi\rho)}$$

Ответ: $\langle v\rangle = 545$ м/с.

Задача 6. Определить, во сколько раз отличается коэффициент диффузии азота ($\mu_1 = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль) и углекислого газа ($\mu_2 = 44\cdot10^{-3}$ кг/моль), если оба газа находятся при одинаковых температуре и давлении. Эффективные диаметры молекул этих газов считать одинаковыми.

Дано: $\mu_1 = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль, $\mu_2 = 44\cdot10^{-3}$ кг/моль, $T_1 = T_2 = T$, $p_1 = p_2 = p$, $d_1 = d_2 = d$

D_1/D_2 - ?

Коэффициент диффузии газа (68):

$$D = 1/3 \langle v\rangle\langle l\rangle, \qquad (6.1)$$

где $\langle v\rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)}$ – средняя арифметическая скорость молекул; $\langle l\rangle = (\sqrt{2}\pi d^2 n)^{-1}$ – средняя длина свободного пробега молекул. Поскольку $p = nkT$, из условия задачи следует, что $n_1 = n_2$. Подставив значения $\langle v\rangle$ и $\langle l\rangle$ в (6.1), и учитывая условие задачи, найдем:

$$D_1/D_2 = \sqrt{\mu_2/\mu_1}.$$

Ответ: $D_1/D_2 = 1,25$.

Задача 7. 160 г кислорода нагревают при постоянном давлении от 320 до 340 К. Определить количество теплоты, поглощенное газом, изменение внутренней энергии и работу расширения газа.

Дано: $m = 160$ г, $T_1 = 320$ К, $T_2 = 340$ К

Q - ?, ΔU - ?, A - ?

Количество теплоты, необходимое для нагревания газа при постоянном давлении:

$$Q = mc_p(T_2 - T_1) = mC_p(T_2 - T_1)/\mu \qquad (7.1)$$

Здесь c_p и $C_p = \mu c_p$ – соответственно удельная и молярная теплоемкости газа при постоянном давлении; μ - молярная масса кислорода; R молярная газовая постоянная. Для двухатомных газов $C_p = 7/2$ R. Изменение внутренней энергии газа найдем по формуле:

$$\Delta U = mC_v(T_2 - T_1)/\mu, \qquad (7.2)$$

где C_v – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме. Для двухатомных газов $C_v = 5/2$ R. Работа расширения газа при изобарическом процессе $A = p\Delta V$, где $\Delta V = V_2 - V_1$ – изменение объема газа, которое найдем из уравнения Менделеева – Клапейрона (53). В изобарическом процессе:

$$pV_1 = mRT_1/\mu, \qquad (7.3)$$
$$pV_2 = mRT_2/\mu \qquad (7.4)$$

Почленным вычитанием из (7.3) (7.4) получим:

$$P(V_2 - V_1) = mR(T_2 - T_1)/\mu$$

Следовательно:

$$A = mR(T_2 - T_1)/\mu$$

Ответ: $Q = 2900$ Дж, $\Delta U = 2080$ Дж, $A = 840$ Дж.

Задача 8. Кислород, находящийся под давлением 0,5 МПа и температуре 350 К, подвергли сначала адиабатическому расширению от объема 1 л до 2 л, а затем изобарному расширению, в результате которого объем газа увеличился с 2 л до 3 л. Определить для каждого из этих процессов: 1) работу, совершенную газом; 2) изменение внутренней энергии; 3) количество подведенной к газу теплоты.

Дано: $p_1 = 0,5$ МПа, $T_1 = 350$ К, $V_1 = 1$ л, $V_2 = 2$ л, $V_3 = 3$ л

A - ?, ΔU - ?, Q - ?

Согласно первому началу термодинамики (74) количество теплоты, сообщенное газу, расходуется на изменение внутренней энергии газа и совершение газом работы против внешних сил. Для адиабатического процесса 1 – 2 (см. рис. 12) количество теплоты равно:

$$Q_{12} = 0 \qquad (8.1)$$

Работа, совершаемая газом в адиабатическом процессе:

$$A_{12} = p_1V_1/(\gamma - 1)\,[1 - (V_1/V_2)^{\gamma - 1}], \qquad (8.2)$$

где $\gamma = (i + 2)/i$ постоянная адиабаты для двухатомного газа ($i = 5$).

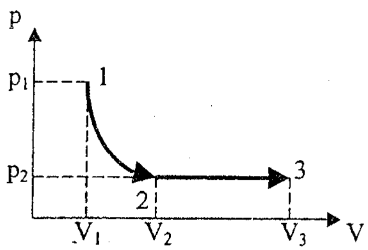


Рис. 12

Согласно уравнению (74), в адиабатическом процессе:

$$\Delta U_{12} = -A_{12}. \quad (8.3)$$

Работа в изобарном процессе 2 – 3:

$$A_{23} = p_2(V_3 - V_2), \quad (8.4)$$

где давление p_2 найдем, воспользовавшись уравнением Пуассона для адиабаты 1 – 2 (84.1):

$$p_2 = p_1(V_1/V_2)^{\gamma}$$

Подставим это выражение в (8.4) и получим:

$$A_{23} = p_2(V_3 - V_2)(V_1/V_2)^{\gamma} \quad (8.5)$$

Изменение внутренней энергии газа:

$$\Delta U_{23} = mC_v(T_3 - T_2)/M, \quad (8.6)$$

где m – масса газа; C_v – молярная теплоемкость при постоянном объеме. Массу газа найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона (53), откуда:

$$m = Mp_1V_1/(RT_1) \quad (8.7)$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме:

$$C_v = iR/2. \quad (8.8)$$

Подставим (8.7) и (8.8) в (8.6), получим:

$$\Delta U_{23} = i/2\,[p_1V_1/T_1]\,(T_3 - T_2) \quad (8.9)$$

Температуры T_3 и T_2 найдем, воспользовавшись уравнением Пуассона (84.2) для адиабатического процесса 1 – 2 и законом Гей – Люссака (51) для изобарного процесса 2 – 3, получим:

$$T_2 = T_1(V_1/V_2)^{\gamma-1},$$
$$T_3 = T_2(V_3/V_2)$$

Количество теплоты Q_{23}, подведенное к газу в изобарном процессе, найдем из уравнения (74):

$$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23}$$

Ответ: $A_{12} = 303$ Дж; $\Delta U_{12} = -303$ Дж; $Q_{12} = 0$; $A_{23} = 189$ Дж; $\Delta U_{23} = 471$ Дж; $Q_{23} = 660$ Дж.

Задача 9. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, произвел работу 600 Дж. Температура нагревателя равна 500 К, температура холодильника 300 К. Определить: термический к.п.д. цикла; количество теплоты, переданное холодильнику за один цикл.

Дано: A = 600 Дж; $T_1 = 500$ К; $T_2 = 300$ К

η - ? Q_2 - ?

Термический к.п.д. цикла Карно:

$$\eta = (T_1 - T_2)/T_1$$

Количество теплоты, отданное холодильнику:

$$Q_2 = Q_1 - \eta Q_1, \quad (9.1)$$

где $Q_1 = A/\eta$ - количество теплоты, полученной от нагревателя. Подставим Q_1 в (9.1), получим:

$$Q_2 = A([1/\eta] - 1)$$

Ответ: $\eta = 0{,}4$; $Q_2 = 900$ Дж.

Задача 10. Определить изменение энтропии при изотермическом расширении азота массой 10 г, если давление газа уменьшилось с 0,1 МПа до 50 кПа.

Дано: m = 10 г,
$\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль,
$p_1 = 0{,}1$ Мпа,
$p_2 = 50$ кПа

ΔS - ?

Изменение энтропии в изобарическом процессе:

$$\Delta S = \int_1^2 dQ/T = Q/T \quad (10.1)$$

Согласно первому началу термодинамики (74) количество теплоты, полученное газом в изотермическом процессе $\Delta U = 0$, поэтому Q = A. Работа газа в изотермическом процессе:

$$A = (m/\mu)\,RT \ln(V_2/V_1) = (m/\mu)\,RT \ln(p_1/p_2) \quad (10.2)$$

Подставив (10.2) в (10.1), найдем искомое изменение энтропии:

$$\Delta S = (m/\mu)\,R \ln(p_1/p_2)$$

Ответ: $\Delta S = 2{,}06$ Дж/К.

Задача 11. При температуре 250 К и давлении $1{,}013 \cdot 10^5$ Па двухатомный газ занимает объем 80 л. Как изменится энтропия газа, если давление увеличить вдвое, а температуру повысить до 300 К?

Дано: $p_1 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па,
$p_2 = 2p_1$,
$T_1 = 250$ К,
$T_2 = 300$ К,
$V_1 = 80$ л

ΔS - ?

Изменение энтропии определяется выражением (88). Изменение количества теплоты находим из первого закона термодинамики:

$$dQ = (m/\mu)\,C_v dT + p dV \quad (11.1)$$

Здесь m – масса газа; μ – молярная масса; C_v – молярная теплоемкость при постоянном объеме (для двухатомных газов $C_v = 5R/2$, где R – молярная газовая постоянная); dV – изменение объема газа при изменении температуры на dT; pdV – работа расширения газа. Количество молей газа и давление найдем из уравнений Менделеева-Клапейрона (53) и объединенного газового закона:

$$m/\mu = (p_1V_1)/T_1; \quad (11.2)$$
$$p = p_1V_1T/(T_1V) \quad (11.3)$$

Подставляя (11.2) и (11.3) в (11.1), получаем:

$$dQ = (p_1V_1/T_1)\,[5/2dT + TdV/V] \qquad (11.4)$$

Подставим (11.4) в (88) найдем:

$$\Delta S = (p_1V_1/T_1)\,[5/2 \ln (T_2/T_1) + \ln (V_2/V_1)]\ ,$$

но $V_2/V_1 = p_1T_2/(p_2T_1)$, тогда:

$$\Delta S = p_1V_1/T_1\ [7/2 \ln (T_2/T_1) - \ln (p_2/p_1)]$$

Ответ: ΔS = 1,88 Дж/К.

Задача 12. Некоторый газ количеством 1 кмоль занимает объем 1 м^3. При расширении газа до объема 1,5 м^3 была совершена работа против сил межмолекулярного притяжения, равная 45,5 кДж. Определить поправку а, входящую в уравнение Ван-Дер-Ваальса.

Дано: ν = 1 кмоль,
V_1 = 1 м^3,
V_2 = 1,5 м^3,
A = 45,3 кДж

---

a - ?

Работа, совершаемая против сил межмолекулярного притяжения, равна:

$$A = \int_{V1}^{V2} p'dV,$$

где $p' = \nu^2a/V^2$ – внутреннее давление, обусловленное силами взаимодействия молекул. Таким образом,

$$A = \nu^2a\,(V_2 - V_1) / (V_1V_2),$$

откуда:

$$a = AV_1V_2 / [\nu^2 (V_2 - V_1)]$$

Ответ: a = 0,136 Н м^4 / моль^3.

Задача 13. В сосуд с ртутью опущен открытый капилляр. Разность уровней ртути в сосуде и капилляре 37 мм. Принимая плотность ртути 13,6 г/см^3, а ее поверхностное натяжение 0,5 Н/м, определить радиус кривизны ртутного мениска в капилляре.

Дано: Δh = 3,7 мм,
$\rho = 1{,}36\cdot10^4$ кг/м^3,
σ = 0,5 Н/м

R - ?

Избыточное давление, вызванное кривизной мениска, равно:

$$\Delta p = 2\sigma/R,$$

где σ - поверхностное натяжение; R – радиус кривизны ртутного мениска.

Так как ртуть – несмачивающая жидкость, то она в капилляре опускается на такую высоту, при которой давление столба жидкости (гидростатическое давление) уравновешивается избыточным давлением, т.е.:

$$2\sigma / R = \rho g\Delta h,$$

где ρ - плотность ртути; g – ускорение свободного падения. Отсюда искомый радиус кривизны ртутного мениска:

$$R = 2\sigma /(\rho g\Delta h)$$

Задача 14. Из капиллярной трубки с радиусом канала 0,2 мм по каплям вытекает жидкость. Масса 100 капель равна 0,282 г. Определить поверхностное натяжение жидкости.

Дано: r = 0,2 мм,
m = 0,282 г,
N = 100

σ - ?

Капля отрывается в тот момент, когда ее сила тяжести равна силе поверхностного натяжения. Считая радиус шейки капли равным радиусу капилляра, можно записать:

$$2\pi r\sigma = mg / N,$$

откуда:

$$\sigma = mg / 2\pi r$$

Ответ: $\sigma = 2{,}2\cdot10^{-2}$ Н/м.

Контрольная работа № 2

Каждый студент должен решить восемь задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра.

Вариант №	№ задач							
0	205	215	226	234	241	253	261	275
1	210	220	223	240	246	256	270	277
2	204	216	221	235	242	260	262	274
3	209	211	230	239	247	257	269	276
4	203	217	222	231	243	251	263	273
5	208	212	229	238	248	259	268	279
6	202	218	224	232	244	252	264	278
7	207	213	228	237	249	258	266	272
8	201	219	225	233	245	254	265	280
9	206	214	227	236	250	255	267	272

Задачи

201. В смеси газов содержится 20% водорода и 80% кислорода. Определить плотность газа при температуре 27^0 С и давлении 99,97 кПа.

202. В сосуде емкостью 83 л находится 8 г водорода и 12 г гелия. Давление газа 0,425 МПа. Определить температуру газа.

203. Определить плотность воздуха при температуре 17^0 С и давлении 0,11 МПа.

204. Определить массу газа, находящегося в баллоне емкостью 25 л при температуре -23^0 С и давлении $2{,}026 \bullet 10^5$ Па. Плотность газа при нормальных условиях 2 кг/м^3.

205. В баллоне емкостью 83 л находится сжатый воздух при температуре 17^0 С. Какую массу воздуха выпустили из баллона, если давление в нем понизилось на 202,6 кПа. Температуру считать постоянной.

206. В закрытом сосуде вместимостью 20 л находятся водород массой 6 г и гелий массой 12 г. Определить давление смеси и молярную массу газовой смеси в сосуде.

207. Определить плотность смеси газов водорода массой 8 г и кислорода массой 64 г при температуре 290 К и давлении 0,1 Мпа. Газы считать идеальными.

208. В баллоне вместимостью 15 л находится азот под давлением 100 кПа при температуре 27^0 С. После того как из баллона выпустили 14 г азота температура газа стала равной 17^0 С. Определить давление азота, оставшегося в баллоне.

209. Баллон вместимостью 20 л содержит смесь азота и водорода при температуре 290 К и давлении 1 МПа. Определить массу водорода, если масса смеси равна 150 г.

210. Азот массой 7 г находится под давлением 0,1 МПа и температуре 290 К. При изобарном нагревании азот занял объем 10 л. Определить: первоначальный объем газа до расширения; температуру газа после расширения; плотности газа до и после расширения.

211. Сколько молекул азота находится в сосуде емкостью 1 л если средняя квадратичная скорость движения молекул азота 500 м/с, а давление на стенки сосуда 1 кПа?

212. Сколько столкновений происходит между молекулами азота за 1 с в 1см^3 при температуре 7^0 С если плотность азота $5 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3 ?

213. Средняя квадратичная скорость некоторого газа при нормальных условиях равна 480 м/с. Сколько молекул содержит 1 г этого газа?

214. Сколько молекул кислорода находится в сосуде объемом 13,8 см^3 при температуре 27^0 С и давлении 1,2 МПа?

215. Вычислить энергию теплового движения 40 г кислорода при температуре 47^0 С. Какую часть этой энергии составляет энергия поступательного движения молекул?

216. Вычислить температуру, при которой энергия теплового движения молекул гелия будет достаточной для того, чтобы молекулы преодолели силу земного притяжения и навсегда покинули планету.

217. Газ занимает объем 4 л при давлении 100 кПа. Вычислить кинетическую энергию поступательного теплового движения молекул газа.

218. Современные приборы допускают разрежение газа до давления 1,33 нПа. Сколько молекул находится в 1 см^3 такого газа при температуре 27^0 С?

219. Пылинка воздуха обладает массой 10^{-10} г. Сколько молекул содержит пылинка?

220. Сколько молекул содержит 1 г водяного пара?

221. Вычислить коэффициент диффузии воздуха при давлении 0,1 МПа и температуре 17^0 С.

222. Определить коэффициент теплопроводности азота, находящегося в некотором объеме при температуре 280 К. Эффективный диаметр молекул азота принять равным 0,38 нм.

223. Кислород находится при нормальных условиях. Определить коэффициент теплопроводности газа, если эффективный диаметр его молекул равен 0,36 нм.

224. Определить теплопроводность кислорода при давлении 0,11 МПа и температуре 47^0 С если коэффициент диффузии 0,2 см^2/с.

225. Определить вязкость воздуха при температуре 17^0 С.

226. Определить коэффициент диффузии кислорода при нормальных условиях. Эффективный диаметр молекул кислорода принять равным 0,36 нм.

227. Определить массу азота, диффундировавшего через площадку 50 см^2 за 20 с если градиент плотности в направлении, перпендикулярном площадке, равен 1 кг/м^4 . Температура азота 290 К, а средняя длина свободного пробега молекул равна 1 мкм.

228. Определить, во сколько раз отличаются коэффициенты динамической вязкости углекислого газа и азота, если оба газа находятся при одинаковых температуре и давлении. Эффективные диаметры молекул этих газов считать равными.

229. Определить коэффициент теплопроводности азота если коэффициент динамической вязкости для него при тех же условиях равен 10 мкПа·с.

230. Азот находится под давлением 100 кПа при температуре 290 К. Определить коэффициенты диффузии и внутреннего трения. Эффективный диаметр молекул азота принять равным 0,38 нм.

231. В закрытом сосуде находится смесь азота массой 56 г и кислорода массой 64 г. Определить изменение внутренней энергии этой смеси, если ее охладили на 20^0 С.

232. Считая азот идеальным газом, определить его удельную теплоемкость: для изобарного процесса; для изохорного процесса.

233. Определить удельные теплоемкости C_v и C_p если известно, что некоторый газ при нормальных условиях имеет удельный объем 0,7 м^3/кг. Что это за газ?

234. Определить удельные теплоемкости C_v и C_p смеси углекислого газа массой 3 г и азота массой 4 г.

235. Определить показатель адиабаты для смеси газов, содержащей гелий массой 8 г и водород массой 2 г.

236. Для изохорического нагревания 20 г газа на 10^0 С требуется 630 Дж теплоты, а для изобарического – 1050 Дж. Определить молярную массу газа.

237. Для изобарического нагревания газа на 100^0 С требуется 4200 Дж теплоты. А при изохорическом охлаждении газ отдает 5040 Дж тепло-ты если давление газа уменьшается в два раза. Определить отношение теплоемкостей при постоянном давлении и при постоянном объеме. Начальная температура газа при изохорическом процессе 127^0 С.

238. Определить молярную массу газа, если его удельные теплоемкости равны: c_v = 650 Дж/(кг К), c_p = 910 Дж/(кг К). Чему равны молярные теплоемкости этого газа?

239. Определить полную энергию молекул кислорода, находящихся при температуре 27^0 С, если его масса 64 г. Какая доля всей энергии молекул приходится на вращательное движение?

240. Вычислить удельную теплоемкость при постоянном объеме смеси газов, состоящей из 200 г аргона и 100 г гелия.

241. 2 кг азота при температуре 7^0 С и давлении 0,1 МПа сжимают до давления 1 Мпа. Определить работу, затраченную на сжатие, если газ сжимают: изотермически; адиабатически.

242. При изобарическом расширении 1 кг воздуха его объем увеличился на 100 л. Найти работу расширения и температуру, если начальное давление 101,3 кПа, а начальная температура 15^0 С.

243. Двухатомный идеальный газ занимает объем 1 л и находится под давлением 0,1 Мпа. После адиабатического сжатия газ характеризуется объемом V_2 и давлением p_2. В результате последующего изохорного процесса газ охлаждается до первоначальной температуры, а его давление становится равным 0,2 Мпа. Определить: объем V_2; давление p_2; построить графики этих процессов.

244. Кислород, занимающий объем 5 л при давлении 1 МПа, расширяется в 3 раза. Определить конечное давление и работу, совершенную газом. Рассмотреть следующие процессы: изобарный; изотермический; адиабатический.

245. Некоторая масса азота при давлении 0,1 МПа занимает объем 4 л, при давлении 0,8 Мпа – 2 л. Определить количество теплоты, сообщенное газу в процессе перехода из первого состояния во второе, изменение внутренней энергии и совершенную работу, если процесс происходил: сначала изохорически, затем изобарически; сначала изобарически, затем изохорически.

246. В баллоне емкостью 10 л находится водород при температуре 27^0 С под давлением 18,2 МПа. Баллон нагревают и при давлении 24,3 МПа он разрывается, давление газа при этом уменьшается до 0,1 МПа. Полагая, что процесс адиабатический, определить: объем газа после взрыва; его температуру; изменение внутренней энергии газа.

247. В цилиндре под поршнем находится горючая газовая смесь, воспламеняющаяся при температуре 927^0 С. Во сколько раз нужно быстро уменьшить объем смеси, чтобы она воспламенилась, если начальная температура смеси 27^0 С. Считать процесс адиабатическим и $\gamma = 1,5$.

248. При адиабатическом расширении 2 молей кислорода, находящегося при нормальных условиях, его объем увеличился в 3 раза. Определить: изменение внутренней энергии газа; работу расширения газа.

249. Азот массой 1 кг занимает при температуре 300 К объем 0,5 м^3. В результате адиабатического сжатия давление газа увеличилось в 3 раза. Определить: конечный объем газа; его конечную температуру; изменение внутренней энергии газа.

250. Кислород массой 10 г, находящийся при температуре 370 К, подвергли адиабатическому расширению, в результате чего его давление уменьшилось в 4 раза. Затем газ изотермически сжимается до первоначального давления. Определить: температуру газа в конечном состоянии; количество теплоты, отданное газом; приращение внутренней энергии газа; работу, совершенную газом.

251. Тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя 127^0 С, температура холодильника 15^0 С. На сколько надо изменить температуру нагревателя (при неизменной температуре холодильника), чтобы увеличить к.п.д. машины в два раза?

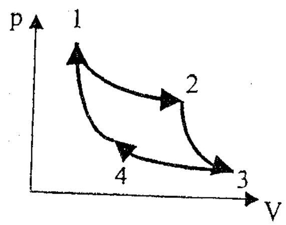
252. Тепловая машина, работающая по циклу Карно, используется для поддержания в резервуаре температуры – 23^0 С при температуре окружающего воздуха 27^0 С. За один цикл от резервуара отводится 4,19 кДж теплоты. Какая механическая работа требуется для выполнения одного цикла машины?

253. Тепловая машина работает по циклу Карно с к.п.д. 0,4. Машину можно использовать и как холодильник при той же температуре тепловых резервуаров. За один цикл машина совершает работу 20 кДж. Какое количество теплоты машина берет от холодильника за один цикл?

254. Идеальная тепловая машина, работающая по обратному циклу Карно, берет теплоту от холодильника с водой при температуре 0^0 С и передает кипятильнику с водой при температуре 100^0 С. Определить массу воды, которую нужно заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар 1 кг воды в кипятильнике?

255. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя 477^0 С, холодильника 27^0 С. Холодильнику передается 288 Дж теплоты в час. Определить мощность установки.

256.



Тепловая машина совершает термодинамический цикл 1 – 4, изображенный на рисунке, в координатах p, V. Вычислить к.п.д. цикла, если максимальная температура рабочего тела 500 К, а минимальная 300 К.

257. Идеальный газ совершает цикл Карно. Газ получил от нагревателя количество теплоты 5,5 кДж и совершил работу 1,1 кДж. Определить: термический к.п.д. цикла; отношение температур нагревателя и холодильника.

258. Идеальный газ совершает цикл Карно, термический к.п.д. которого равен 0,4. Определить работу изотермического сжатия, если работа изотермического расширения составляет 400 Дж.

259. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя 500 К, холодильника 300 К. Работа изотермического расширения газа составляет 2 кДж. Определить: термический к.п.д. цикла; количество теплоты, отданное газом при изотермическом сжатии холодильнику.

260. Многоатомный идеальный газ совершает цикл Карно, при этом в процессе адиабатического расширения объем газа увеличился в 4 раза. Определить термический к.п.д. цикла.

261. Определить изменение энтропии при изотермическом расширении 1 г водорода если известно, что объем газа увеличился в 3 раза.

262. При изобарическом расширении 2 г гелия его объем изменился в 10 раз. Каково изменение энтропии?

263. 10 кг воды, взятой при 27^0 С, доводят до кипения и обращают в пар при атмосферном давлении. Вычислить изменение энтропии в этом процессе.

264. При изохорическом нагревании 160 г кислорода давление газа увеличилось в 2 раза. Вычислить изменение энтропии при этом процессе.

265. 10^3 молей газа нагрели изобарически так, что его объем увеличился в 4 раза, а затем изохорически охладили так, что давление газа уменьшилось в 4 раза. Вычислить изменение энтропии при этом процессе.

266. Во сколько раз необходимо увеличить объем 5 молей идеального газа при изотермическом расширении, если его энтропия увеличилась на 57,6 Дж/К?

267. При нагревании 3 молей двухатомного идеального газа его термодинамическая температура увеличилась в 2 раза. Определить изменение энтропии если нагревание происходит: изохорно; изобарно.

268. В 50 л воды при температуре 90^0 С влили 30 л воды при температуре 2^0 С. Определить изменение энтропии.

269. Чему равно изменение энтропии 1 кг воздуха при изохорическом охлаждении от + 27 до – 23^0 С?

270. Чему равно изменение энтропии 1 кг воздуха при изобарическом нагревании от – 23 до + 27^0 С?

271. В сообщающихся капиллярных трубках с диаметрами 1 и 1,5 мм разность уровней ртути 5 мм. Определить поверхностное натяжение ртути.

272. При определении силы поверхностного натяжения капельным методом число капель глицерина, вытекающего из капилляра, составляет 50 штук. Общая масса глицерина 1 г, а диаметр шейки капли в момент отрыва 1 мм. Определить поверхностное натяжение глицерина.

273. Определить радиус капли спирта, вытекающей из узкой вертикальной трубы радиусом 1 мм. Считать, что в момент отрыва капля сферическая. Поверхностное натяжение спирта 22 мН/м, а его плотность 0,8 г/см.

274. Считая процесс образования мыльного пузыря изотермическим, определить работу, которую надо совершить, чтобы увеличить его диаметр от 6 мм до 60мм. Поверхностное натяжение мыльного раствора принять равным 40 мН/м.

275. Две капли воды радиусом 1 мм каждая слились в одну большую каплю. Считая процесс изотермическим, определить уменьшение поверхностной энергии при этом слиянии, если поверхностное натяжение воды 73 мН/м.

276. Давление воздуха в мыльном пузыре на 200 Па больше атмосферного. Определить диаметр пузыря. Поверхностное натяжение мыльного раствора 40 мН/м.

277. Вертикальный капилляр погружен в воду. Определить радиус кривизны мениска если высота столба воды в трубке 20 мм. Плотность воды 1 г/см^3, поверхностное натяжение 73 мН/м.

278. Капилляр с внутренним радиусом 0,5 мм опущен в жидкость. Определить массу жидкости, поднявшейся в капилляре, если ее поверхностное натяжение равно 60 мН/м.

279. В капилляре диаметром 100 мкм вода поднимается на высоту 30 см. Определить поверхностное натяжение воды. Плотность воды 1 г/см^3.

280. Длинную открытую с обоих концов капиллярную трубку радиусом 0,5 мм заполнили водой и поставили вертикально. Определить высоту оставшейся в капилляре воды. Толщину стенок капилляра считать ничтожно малой, смачивание полным.