УРАЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
УГЛТУ

И.В. Шевелина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОСИСТЕМ

Екатеринбург
2017

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный лесотехнический университет»

Кафедра лесной таксации и лесоустройства

И.В. Шевелина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОСИСТЕМ

Учебно-методическое пособие
для выполнения практических работ
обучающимися по направлениям 35.03.01 «Лесное дело»
и 05.03.06 «Экология и природопользование»
всех форм обучения

Екатеринбург
2017

Печатается по рекомендации методической комиссии инженерно-экологического факультета. Протокол № 1 от 05 сентября 2016 г.

Рецензент – Попов А.С., канд. с.-х. наук доцент кафедры лесных культур и биофизики ФГБОУ ВО УГЛТУ

Редактор А.Л. Ленская
Оператор компьютерной верстки Т.В. Упорова

Подписано в печать 18.10.2017		Поз. 22
Плоская печать	Формат 60х84 1/16	Тираж 10 экз.
Заказ №	Печ. л. 2,09	Цена руб. коп.

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

Содержание

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1
ГЕНЕРАЛЬНАЯ И ВЫБОРОЧНАЯ СОВОКУПНОСТИ

1.1. Построение вариационного ряда

Цель работы:

- освоить принципы построения вариационного ряда;
- представить графически построенный вариационный ряд.

Для выполнения задания необходимы индивидуальное задание, журнал для практических работ [1].

1.1.1. Этапы построения вариационного ряда

В задании представлена трехмерная выборка объемом $N = 75$. Выберите признак, по которому будет осваиваться методика построения сгруппированного ряда (например, диаметр на высоте груди – $D_{1,3}$, см).

В исходном экспериментальном материале (бланке задания) найдите наибольшее $X_{\max}$ и наименьшее $X_{\min}$ значения случайной величины по изучаемому признаку. В нашем примере

$$X_{\min} = 18{,}0 \text{ и } X_{\max} = 53{,}9.$$

Промежуток, в котором встречаются значения случайной величины от $X_{\min}$ до $X_{\max}$, необходимо разбить на равные части, называемые классами (интервалами). Рекомендуемое число классов $k = 12 \pm 3$. Число классов можно рассчитать по формуле Стерджеса:

$$k = 1 + 3{,}322 \cdot \lg N, \tag{1}$$

где N – объем выборки.

Из формулы (1) видно, что количество классов k зависит от объема выборки N. Для расчетов приняли $k = 10$.

Далее определите величину класса C_x. Предварительная величина классов вычисляется по формуле

$$C_x = \frac{(X_{\max} - X_{\min})}{k}. \tag{2}$$

Полученное значение необходимо округлить до практически удобного числа:

$$C_x = \frac{(53{,}9 - 18)}{10} = 3{,}59 \approx 4 \text{ см.}$$

Следующим шагом установите действительные границы и определите центральные значения классов с учетом того, что $X_{\min}$ должно попасть в первый класс, а $X_{\max}$ − в последний. Центральное значение определяется как среднее арифметическое между действительными границами классов. Заполните графы 1−3 таблицы журнала [1]. Далее проведите разноску данных натурных обследований по классам методом «точковки» () (графа 4), с подсчетом количества наблюдений, попавших в каждый класс (графа 5). Если значение варианта попадает на границу между классами, то его относят в «старший» класс. В итоге построили таблицу вариационного ряда.

Таблица вариационного ряда по диаметру

Действительные границы классов, см		Центральные значения классов, X_i, см	Сводка данных	Частота, n_i	Накопленная частота, $\sum n_i$	Относительная частота, $\frac{n_i}{N}$	Относительная накопленная частота, $\sum \frac{n_i}{N}$
1	2	3	4	5	6	7	8
18	22	20		7	7	0,093	0,093
22	26	24		10	17	0,133	0,226
26	30	28		15	32	0,200	0,426
30	34	32		14	46	0,187	0,613
34	38	36		12	58	0,160	0,773
38	42	40		11	69	0,147	0,920
42	46	44		3	72	0,040	0,960
46	50	48		2	74	0,027	0,987
50	54	52		1	75	0,013	1,0
Итого				75		1,0	

Сгруппированный (вариационный) ряд состоит из двух рядов:

- 1-й ряд – центральные значения разрядов (X_i) (графа 3);
- 2-й ряд – соответствующие им частоты (n_i) (графа 5).

Для более детального изучения совокупности найдите накопленную частоту $\sum n_i$ (согласно стрелкам) – графа 6, относительную частоту $\frac{n_i}{N}$ – графа 7 и относительную накопленную частоту $\sum \frac{n_i}{N}$ – графа 8.

Проверкой правильности заполнения таблицы вариационного ряда является совпадение итоговой суммы частот (графа 5) с объемом выборки по данной случайной величине.

Во время выполнения практической работы заполните таблицу в журнале [1].

1.1.2. Графическое представление вариационного ряда

Для наглядного представления распределения изучаемой величины необходимо построить графики.

Полигон частот

На оси абсцисс откладываются центральные значения разряда исследуемого признака (X_i), по оси ординат – значения соответствующих частот (n_i). Соединив полученные точки, получите ломаную линию, которая называется полигоном частот (рис. 1.1).

Рис. 1.1. Полигон частот

Гистограмма

На оси абсцисс откладываются действительные (крайние) значения классов (X_i) исследуемого признака, по оси ординат – значения соответствующих частот (n_i). По величине интервала строится прямоугольник, высота которого равна данной частоте. В результате получите изображение, которое называется гистограммой (рис. 1.2). Этот график более информативен, чем полигон частот, так как показывает вес каждого класса.

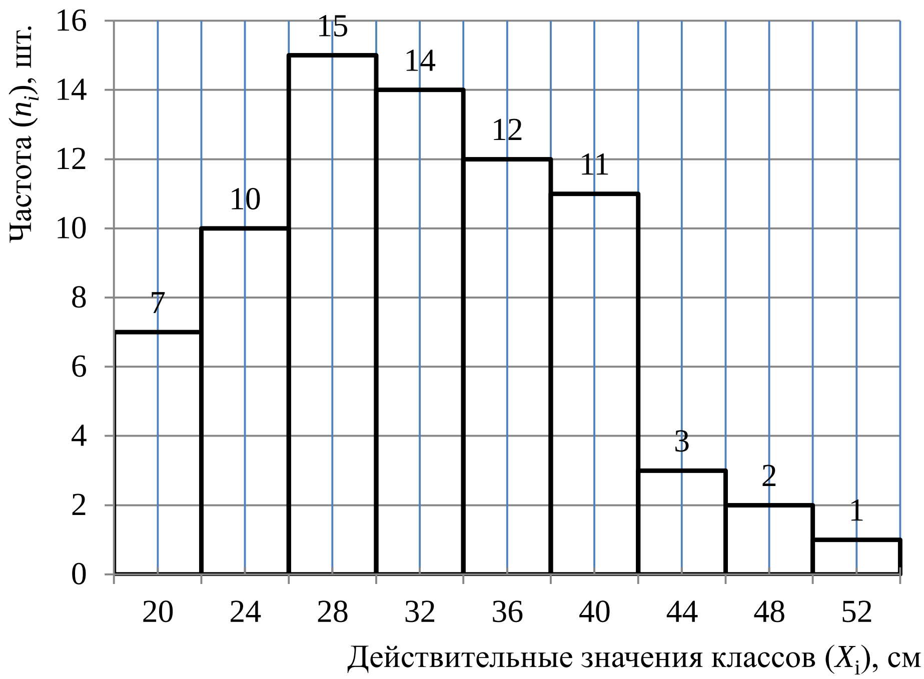

Рис. 1.2. Гистограмма

Кумулята

Строится так: на оси абсцисс откладываются крайние (верхние) действительные значения разряда исследуемого признака, по оси ординат − накопленная частота $\sum n_i$. Полученные точки необходимо соединить отрезками (рис. 1.3).

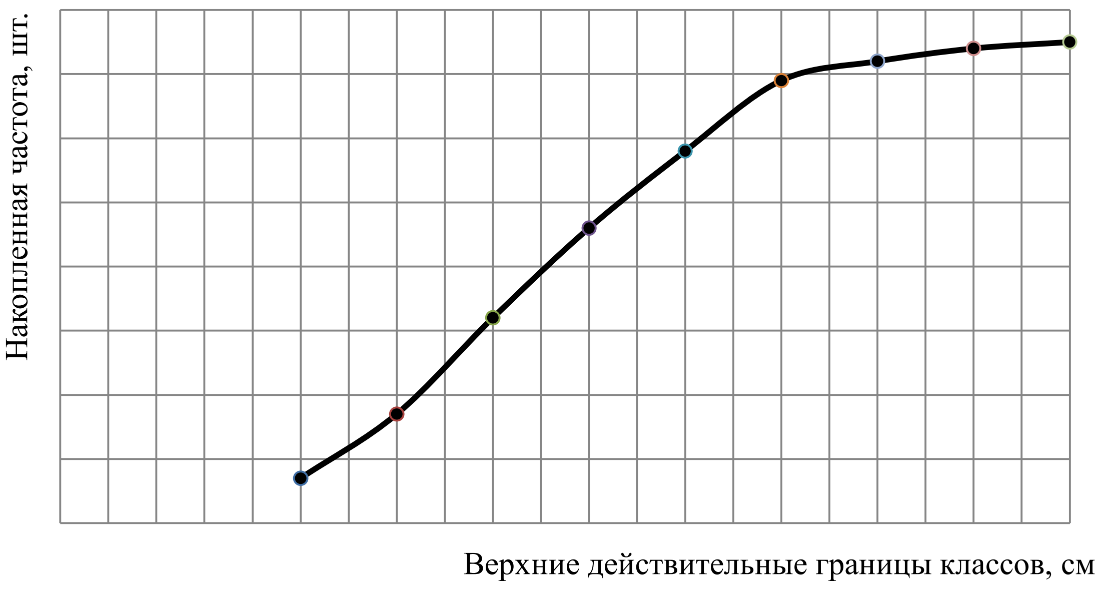

Рис. 1.3. Кумулята

Представьте построенный вариационный ряд графически, для этого постройте графики (рис. 1.1–1.3) в практической работе журнала [1].

1.2. Знакомство с интерфейсом статистико-графического пакета Statgraphics Plus под Windows, построение вариационного ряда

Цель работы:

• познакомиться с интерфейсом программы;

• освоить принципы построения вариационного ряда с использованием статистико-графической программы.

Для выполнения задания необходимы статистико-графический пакет Statgraphics Plus, установленный на ПК, журнал для практических работ [1], методические указания для обработки данных в программе [2].

Ход выполнения работы.

1. Изучите интерфейс статистико-графической системы Statgraphics Plus с помощью методических указаний [2, п. 1].

2. Организуйте исходные данные в программе, используя процедуры редактирования, модификации и генерации. Создайте файл с данными.

3. Постройте вариационный ряд для всех признаков с помощью статистико-графической системы, используя методику, описанную в практической работе № 2 [2]. По результатам работы заполните табл. 1.3–1.4 журнала [1].

4. Представьте вариационный ряд графически, для этого постройте гистограмму, полигон частот и кумуляту с использованием программы по всем признакам (практическая работа № 2 [2]).

5. Сохраните файл с анализом.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2 СТАТИСТИКИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

2.1. Способы расчета статистик случайной величины

Цель работы:

• рассчитать статистики для исследуемого признака различными способами:

а) произведений,

б) условной средней,

в) моментов;

• вычислить основные ошибки и достоверность статистик, точность опыта.

Для выполнения задания необходим журнал для практических работ [1]. Для удобства расчетов перечисленные способы рассматриваются в табличном виде (табл. 2.1−2.3 журнала [1]).

2.1.1. Способ произведений

Заполните графы 1 и 2 табл. 2.1 журнала [1] на основе данных, полученных при построении вариационного ряда изучаемой случайной величины, в таблице практической работы № 1 [1].

Таблица 2.1

Расчет статистик способом произведений

Центральные значения классов, X_i	Частоты, n_i	$X_i n_i$	X_i^2	$X_i^2 n_i$
1	*2*	*3*	*4*	*5*
20	7	140	400	2800
24	10	240	576	5760
28	15	420	784	11760
32	14	448	1024	14336
36	12	432	1296	15552
40	11	440	1600	17600
44	3	132	1936	5808
48	2	96	2304	4608
52	1	52	2704	2704
Итого	Σ = 75	Σ = 2400		Σ = 80928

Остальные три графы (3–5) рассчитайте в соответствии с формулами, указанными в таблице. Ниже приведен пример вычисления статистик данным способом.

Под графами 2, 3 и 5 определите итоговые суммы, которые далее используются в формулах расчета статистик случайной величины.

На основе расчетов табл. 2.1 вычислите следующие статистики по рабочим формулам (с округлением до сотых):

1) среднее арифметическое

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i n_i}{N} = \frac{2400}{75} = 32,0 \text{ см};$$

2) дисперсия

$$s^2 = \frac{\sum X_i^2 n_i - \frac{(\Sigma X_i n_i)^2}{N}}{N-1} = \frac{80928 - \frac{(2400)^2}{75}}{75-1} = \frac{80928 - \frac{5760000}{75}}{74} =$$

$$= \frac{80928 - 76800}{74} = \frac{4128}{74} = 55,78 \text{ см}^2;$$

3) стандартное отклонение

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{55{,}78} = 7{,}47 \text{ см;}$$

4) коэффициент вариации

$$v = \frac{s}{\overline{X}} 100 = \frac{7{,}47}{32{,}04} 100 = 23{,}3\ \% - \text{это большое варьирование.}$$

2.1.2. Способ условной средней

Данный способ рассматривается в таблице (табл. 2.2) в журнале [1]. Заполните первые две графы (1–2) аналогично табл. 2.1.

Найдите величину A_0 – это центральное значение класса, имеющего наибольшую частоту, или которое находится в середине ряда. Для нашего примера принимаем $A_0 = 32{,}0$.

Вычислите три графы (3–5) по формулам, предложенным в таблице. Ниже представлен пример расчета статистик данным способом.

Подведите итоги под графами 2, 4 и 5, эти суммы далее используются в рабочих формулах расчета основных статистик случайной величины данным способом.

Таблица 2.2

Расчет статистик способом условной средней

Центральные значения классов, X_i	Частоты, n_i	Отклонения $A_i = X_i - A_0$	$A_i n_i$	$A_i^2 n_i$
1	*2*	*3*	*4*	*5*
20	7	-12	-84	1008
24	10	-8	-80	640
28	15	-4	-60	240
32	14	0	0	0
36	12	4	48	192
40	11	8	88	704
44	3	12	36	432
48	2	16	32	512
52	1	20	20	400
Итого	Σ=75		Σ=0	Σ=4128

Вычислите следующие статистики $\overline{X}$, s^2, s, v:

1) среднее арифметическое значение

$$\overline{X} = A + \frac{\sum A_i n_i}{N} = 32 + \frac{0}{75} = 32{,}0 \text{ см;}$$

2) дисперсия

$$s^2 = \frac{N}{N-1}\left(\frac{\sum A_i^2 n_i}{N} - \left(\frac{\sum A_i n_i}{N}\right)^2\right) = \frac{75}{75-1}\left(\frac{4128}{75} - \left(\frac{0}{75}\right)^2\right) =$$

$$= 1{,}0135\ (55{,}04 - 0) = 55{,}78\ \text{см}^2;$$

3) стандартное отклонение

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{55{,}78} = 7{,}47\ \text{см};$$

4) коэффициент вариации

$$v = \frac{s}{\overline{X}}100 = \frac{7{,}47}{32{,}0}100 = 23{,}3\ \%$$ – это большое варьирование.

2.1.3. Способ моментов

Моменты случайной величины необходимы для расчета основных статистик: $\overline{X}$, s^2, s, A, E. Вычисление статистик непосредственным способом трудоемко, поэтому удобно провести вспомогательные расчеты в табл. 2.3 для определения сумм произведений условных произвольных отклонений различной степени на частоту классов.

Заполните первые две графы аналогично данным табл. 2.2 журнала [1]. Величина A_0 определяется аналогичным образом, как показано в способе условной средней. Для нашего примера принята A_0 = 32,0.

При расчете условных отклонений в графе 3 воспользуйтесь формулой

$$A_i = \frac{(X_i - A_o)}{C_x} = \frac{(20-32)}{4} = -3,$$

где C_x – принятая величина разряда (в нашем примере C_x = 4).

Заполните остальные столбцы согласно формулам в табл. 2.3. Подведите итоги под графами 2, 4–7, 9.

Вычислите системы моментов: начальные, центральные и основные (с округлением до 0,001).

Начальные моменты:

$$m_1 = \frac{(\sum_{i=1}^{n} A_i n_i)}{N} = \frac{0}{75} = 0; \qquad m_2 = \frac{(\sum_{i=1}^{n} A_i^2 n_i)}{N} = \frac{258}{75} = 3{,}440;$$

$$m_3 = \frac{(\sum_{i=1}^{n} A_i^3 n_i)}{N} = \frac{150}{75} = 2{,}000; \qquad m_4 = \frac{(\sum_{i=1}^{n} A_i^4 n_i)}{N} = \frac{2310}{75} = 30{,}800.$$

Таблица 2.3

Расчет статистик способом моментов

Центральные значения классов, X_i	Частоты, n_i	Условные произвольные отклонения						
		$A_i n_i$	$A_i n_i$	$A_i^2 n_i$	$A_i^3 n_i$	$A_i^4 n_i$	(A_i+1)	$(A_i+1)^4 n_i$
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
20	7	–3	–21	63	–189	567	–2	112
24	10	–2	–20	40	–80	160	–1	10
28	15	–1	–15	15	–15	15	0	0
32	14	0	0	0	0	0	1	14
36	12	1	12	12	12	12	2	192
40	11	2	22	44	88	176	3	891
44	3	3	9	27	81	243	4	768
48	2	4	8	32	128	512	5	1250
52	1	5	5	25	125	625	6	1296
Итого	Σ = 75		0	258	150	2310	18	4533

Проведите проверку:

1) $m_4^* = \dfrac{\left(\sum_{i=1}^{n}(A_i+1)^4 n_i\right)}{N} = \dfrac{4533}{75} = 60,44;$

2) $m_4^* = 4m_1 + 6m_2 + 4m_3 + m_4 + 1 = 4 \cdot 0 + 6 \cdot 3,44 + 4 \cdot 2,0 + 30,8 + 1 =$
$= 0 + 20,64 + 8 + 31,8 = 60,44.$

Проверка подтвердила правильность расчетов.

Центральные моменты:

$\mu_2 = m_2 - m_1^2 = 3,44 - 0^2 = 3,44,$

$\mu_3 = m_3 - 3m_2m_1 + 2m_1^3 = 2,0 - 2 \cdot 3,44 \cdot 0 + 2 \cdot 0^3 = 2,$

$\mu_4 = m_4 - 4m_1m_3 + 6m_1^2 m_2 - 3m_1^4 = 30,8 - 4 \cdot 0 \cdot 2,0 + 6 \cdot 0^2 \cdot 3,44 - 3 \cdot 0^4 = 30,8,$

$s^2 = \mu_2 = 3,44,$

$s = \sqrt{\mu_2} = \sqrt{3,44} = 1,855.$

Для перехода к именованным величинам необходимо значения дисперсии s^2 и стандартного отклонения s домножить на величину интервала C_x:

$$s_p^2 = C_x^2 \mu_2 = 3,44 \cdot 4 \cdot 4 = 55,04,$$

$$s_p = \sqrt{\mu_2^* C_x^2} = \sqrt{s_p^2} = \sqrt{55,04} = 7,42.$$

Основные моменты:

$$r_3 = \frac{\mu_3}{s^3} = \frac{2}{1{,}855^3} = 0{,}313; \qquad r_4 = \frac{\mu_4}{s^4} = \frac{30{,}8}{1{,}855^4} = 2{,}603.$$

Вычислите следующие статистики (с округлением до сотых):

1) среднее арифметическое

$$\overline{X} = A_0 + m_1 C_x = 32 + 0 \cdot 4 = 32{,}0 \text{ см};$$

2) коэффициент асимметрии (оцените результат)

$A = r_3 = 0{,}31$ – *асимметрия умеренная;*

3) коэффициент эксцесса (оцените результат)

$E = r_4 - 3 = 2{,}60 - 3 = -0{,}40$ – *эксцесс слабый;*

4) коэффициент вариации

$$v = \frac{s}{\overline{X}} 100\ \% = \frac{7{,}42}{32{,}0}\ 100\ \% = 23{,}2\ \%$$ – *большое варьирование.*

Рассчитайте основные ошибки статистик (с округлением до сотых); используйте статистики, рассчитанные по способу моментов:

1) ошибка среднего

$$m_{\overline{X}} = \pm \frac{s}{\sqrt{N}} = \pm \frac{7{,}42}{\sqrt{75}} = \pm \frac{7{,}42}{8{,}66} = \pm 0{,}86;$$

2) ошибка стандартного отклонения

$$m_s = \pm \frac{s}{\sqrt{2N}} = \pm \frac{7{,}42}{\sqrt{2 * 75}} = \pm \frac{7{,}42}{\sqrt{2 * 75}} = \pm \frac{7{,}42}{12{,}25} = \pm 0{,}61;$$

3) ошибка коэффициента вариации

$$m_v = \pm \frac{v}{\sqrt{N}} \sqrt{0{,}5 \cdot (\frac{v}{100})^2} = \pm \frac{23{,}2}{\sqrt{75}} \sqrt{0{,}5 \cdot (\frac{23{,}2}{100})^2} = \pm 2{,}01;$$

4) ошибка коэффициента асимметрии

$$m_A = \pm \sqrt{\frac{6}{N}} = \pm \sqrt{\frac{6}{75}} = \pm 0{,}28;$$

5) ошибка коэффициента эксцесса

$$m_E = \pm 2 m_A = 2 \cdot 0{,}28 = \pm 0{,}56;$$

6) точность опыта

$$p = \frac{m_{\overline{X}}}{\overline{X}} 100 = \frac{0{,}86}{32{,}0} 100 = \frac{0{,}86}{32{,}0} 100 = 2{,}7\,\%.$$

Оцените точность опыта, используя придержки, указанные в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Оценка точности опыта

Точность опыта, %	Оценка
> 3	Достаточная
3–5	Удовлетворительная
< 5	К полученным результатам следует отнестись осторожно, перепроверить

Вывод: P = 2,7 % – *точность достаточная*.

Определите достоверность статистик. Для оценки достоверности статистик используется t-статистика:

$$t = \frac{S_t}{m_{St}},$$

где S_t – вычисленный статистический показатель, например, среднее, коэффициент вариации и т. д.;

m_{St} – ошибка статистики.

Если вычисленное значение t_f превышает 2, то делаем вывод, что статистика достоверна на 5 %-ном уровне значимости, ее можно использовать для сопоставления (Приложение 1). В ином случае статистику нельзя использовать для анализа (табл. 2.5).

Таблица 2.5

Расчет достоверности статистик

Статистика	Значение t
Среднее арифметическое значение $\overline{X}$	$t_{\overline{X}} = \frac{\overline{X}}{m_{\overline{X}}} = \frac{32{,}00}{0{,}86} = 37{,}21$
Стандартное отклонение s	$t_s = \frac{7{,}42}{0{,}61} = 12{,}2$
Коэффициент вариации v	$t_{\upsilon} = \frac{23{,}2}{2{,}01} = 11{,}54$

Вывод: t для всех статистик превышает 2, т.е. статистикам можно доверять и использовать для анализа на 5 %-ном уровне значимости.

2.2. Расчет статистик в статистико-графической программе Statgraphics Plus

Цель работы – рассчитать статистики с использованием статистико-графической системы Statgraphics Plus.

Для выполнения задания необходимы статистико-графический пакет Statgraphics Plus, установленный на ПК, журнал для выполнения практических работ [1], методические указания для обработки данных в программе [2].

Ход выполнения.

1. Откройте файл с данными, созданными в практической работе № 1.
2. Изучите методику расчета статистик с использованием программы *Statgraphics Plus*, описанной в методических указаниях (практическая работа № 2 [2]).
3. Рассчитайте основные статистики ряда распределения по трем признакам D, H, V. Результаты запишите в табл. 2.4 журнала [1].
4. Оцените статистики: A, E, v.
5. Рассчитайте основные ошибки статистик, достоверность статистик, точность опыта по всем признакам и запишите в табл. 2.4. Сделайте выводы.
6. Сохраните файл статистического анализа.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3 ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

3.1. Основные типы распределений, используемые в лесном хозяйстве

Цель работы:

- изучить методику расчета теоретических частот нормального распределения;
- изучить методику расчета критерия согласия χ^2.

Для выполнения задания необходимы журнал для выполнения практических работ [1].

3.1.1. Предварительное оценивание рядов распределений на нормальность

Для предварительной оценки эмпирического распределения на нормальность выпишите по каждому из исследуемых признаков в табл. 3.1 журнала [1] следующие статистики и их ошибки: A, m_A, E, m_E.

Таблица 3.1

Предварительное оценивание

Статистики	Исследуемый признак D
Коэффициент *асимметрии* (A)	0,31
Ошибка коэффициента асимметрии (m_A)	0,28
Вывод по условию	$\lvert 0{,}31 \rvert \le \lvert 0{,}56 \rvert$ − условие выполняется
Коэффициент эксцесса (E)	–0,40
Ошибка коэффициента эксцесса (m_E)	0,56
Вывод по условию	$\lvert -0{,}40 \rvert \le \lvert 1{,}12 \rvert$ − условие выполняется
Окончательный вывод	Оба условия выполняются, значит, эмпирическое распределение хорошо описывается нормальным законом распределения

Сравните коэффициент асимметрии и двойную ошибку коэффициента асимметрии, коэффициент эксцесса и его двойную ошибку по каждому признаку:

$$\begin{cases} |A| \le 2m_A, \\ |E| \le 2m_E. \end{cases}$$

Если оба условия выполняются, то предварительная оценка – распределение подчиняется нормальному распределению, в ином случае – плохо согласуется.

3.1.2. Расчет выравнивающих частот нормального распределения

Выпишите параметры нормального распределения для изучаемого признака – это среднее $\overline{X}$ и стандартное отклонение s из работы № 2 табл. 2.4 журнала [1].

Для нашего примера параметры нормального распределения равны:

$$\overline{X} = 32{,}0, \qquad s = 7{,}42.$$

Заполните табл. 3.2 практической работы № 3 журнала [1].

Таблица 3.2

Вычисление выравнивающих (теоретических) частот нормального распределения

Центральные значения классов, X_i	Частоты, n_i	Отклонения, $X_i - \overline{X}$	Стандартное отклонение, t_i	Относительные ординаты нормальной кривой, $\varphi\,(t_i)$	Теоретические частоты, $\tilde{n}_i$
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
20	7	–12	–1,617	0,1074	4,3
24	10	–8	–1,078	0,2227	9,0
28	15	–4	–0,539	0,3448	13,9
32	14	0	0,000	0,3989	16,1
36	12	4	0,539	0,225	9,1
40	11	8	1,078	0,2227	9,0
44	3	12	1,617	0,1074	4,3
48	2	16	2,156	0,0387	1,6
52	1	20	2,695	0,0104	0,4
Итого	75				Σ=73,8

Первые две графы – это вариационный ряд по изучаемому признаку, данные возьмите из табл. 2.1 практической работы № 2 журнала [1]. Далее в графе 3 найдите отклонение между центральным значением класса и средним значением. В графе 4 для каждого разряда необходимо рассчитать нормированное стандартное отклонение t_i по формуле

$$t_i = \frac{(Xi - \overline{X})}{s}.$$

Относительные ординаты нормальной кривой $\varphi\,(t_i)$ (графа 5) определите по Приложению 2. Важно знать, что $\varphi\,(t_i)$ − функция четная, т.е. $\varphi\,(-t_i) = \varphi\,(t_i)$, поэтому знак перед t_i можно опустить. Целую часть и десятые t_i смотрим по вертикали, а сотые – по горизонтали. На их пересечении находим цифру – это и будет относительная ордината нормальной кривой $\varphi\,(t_i)$. Например, $t_i = -1{,}62 => \varphi\,(t_i) = 0{,}1074$.

В графе 6 табл. 3.2 вычислите теоретические частоты нормального распределения $\tilde{n}_i$ по формуле

$$\tilde{n}_i = \frac{N \cdot C_x}{\sigma}\varphi(t_i).$$

3.1.3. Схема вычисления критерия согласия χ^2

После расчета теоретических частот нормального распределения в табл. 3.2 журнала [1] необходимо оценить согласие между эмпирическими и теоретическими частотами. Для этого используется критерий согласия χ^2. Для расчета данного показателя заполните табл. 3.3.

Первые три графы заполните в соответствии с данными табл. 3.2 практической работы № 3 журнала [1].

Распределение χ^2 обладает особенностью: если частота интервала мала, то возникают значительные ошибки. Чтобы их избежать, частоты соседних классов объединяют в один интервал с суммарной частотой (в пределах 10). Поэтому для нашего примера объединяем последние три класса с суммарной частотой.

В графах 4–6 последовательно произведите расчеты критерия согласия χ_f^2 по формулам, предложенным в таблице. Для нахождения $\chi_{st(\alpha)}^2$ необходимо найти число степеней свободы (*df*) и задать уровень значимости α. Число степеней свободы определяется по формуле

$$df = k - l - 1 = 7 - 2 - 1 = 4,$$

где k – количество классов после объединения;

l – число параметров распределения (для нормального распределения $l = 2$).

Для биологических объектов α принимается равным 5 % (0,05).

По таблице χ^2-распределения (Приложение 3) найдите $\chi_{st(\alpha)}^2$. Для нашего примера $df = 4$, $\alpha = 5$ %. В Приложении 3 $\chi_{st(5\%)}^2 = 9{,}49$.

Далее проведите сравнение χ_f^2 и $\chi_{st(5\%)}^2$. Если $\chi_f^2 \le \chi_{st(5\%)}^2$, то эмпирический закон распределения, заданный частотами n_i, хорошо описывается теоретическими частотами нормального распределения; если условие не выполняется, описывается плохо.

Таблица 3.3

Расчет критерия согласия χ^2

Центральные значения классов, X_i	Частоты, эмпирические, n_i	Частоты, теоретические, $\tilde{n}_i$	$(n_i - \tilde{n}_i)$	$(n_i - \tilde{n}_i)^2$	$\chi^2 = \frac{(n_i - \tilde{n}_i)^2}{\tilde{n}_i}$
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
20	7	4,3	2,7	7,06	1,62
24	10	9,0	1,0	0,99	0,11
28	15	13,9	1,1	1,12	0,08
32	14	16,1	-2,1	4,53	0,28
36	12	9,1	2,9	8,43	0,93
40	11	9,0	2,0	3,98	0,44
44	3 } 6	4,3 } 4,5	1,8	3,24	0,72
48	2	1,6			
52	1	0,4			
Итого	75	Σ=73,8			$\chi^2{}_f = 4{,}19$

Для нашего примера 4,19 < 9,49 – условие выполняется, распределение по диаметру хорошо описывается нормальным законом распределения.

На гистограмме рис.1.2 журнала для практических работ [1] нанесите выравнивающие частоты нормального распределения.

3.2. Моделирование законов распределения в статистико-графическом пакете Statgraphics Plus

Цель работы:

- изучить методику моделирования законов распределения в статистико-графической системе;
- подобрать распределение, которое наилучшим образом описывает эмпирические данные.

Для выполнения задания необходимы статистико-графический пакет, установленный на ПК, журнал для выполнения практических работ [1], методические указания по обработке данных в программе [2].

Ход выполнения работы.

Изучите методику моделирования законов распределения в программе Statgraphics Plus, используя практическую работу № 3 [2]. Рассчитайте выравнивающие частоты следующих законов распределения:

- *нормального,*
- *лог-нормального,*
- *Вейбулла.*

Для каждого исследуемого признака выпишите значения χ^2_f и число степеней свободы *df* по всем распределениям, рассматриваемым программой, в табл. 3.4 журнала [1]. Выберите распределение, которое наилучшим образом описывает эмпирические распределения исследуемых признаков, используя принцип $\chi^2_{\min}$. Найдите в табл. 3.4 по каждому признаку по всем распределениям наименьшее значение $\chi^2_{\min}$, запишите в итоговую строку.

Сравните $\chi^2_{\min}$ и $\chi^2_{st(5\%)}$. Если $\chi^2_{\min} \le \chi^2_{st(5\%)}$, то согласие между эмпирическим и теоретическим распределениями хорошее; $\chi^2_{st(5\%)}$ находится для каждого распределения по Приложению 2 (*df* – число степеней свободы, определено программой и выписано в табл. 3.4, α – уровень значимости, 5 %). Сделайте выводы.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4
ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

4.1. Этапы дисперсионного анализа

Цель работы – проведение однофакторного дисперсионного анализа.

Для выполнения задания необходим журнал для практических работ [1].

4.1.1. Построение таблицы варьирования

До начала проведения анализа необходимо определить, какой показатель является действующим фактором (X), какой – результативным признаком (Y).

Для нашего примера диаметр на высоте груди деревьев ($D_{1,3}$) – фактор, объем (V) – признак.

Все данные заносятся в табл. 4.1.

Найдите минимальное $X_{\min}$ и максимальное $X_{\max}$ значения фактора. Для нашего примера данные величины имеют следующие значения:

$$X_{\min} = 18; \; X_{\max} = 53{,}9.$$

Объем выборки равен $N = 75$.

Количество классов (градаций) k примите равным 10. Найдите величину интервала $C_x = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{k}$, округлив ее до практически удобного числа.

Для нашего примера $C_x = \frac{53{,}9 - 18}{10} \approx 4$ см.

Заполните табл. 4.1 журнала [1]. Запишите в графу 1 градации, которые примите для изучаемого фактора (в нашем примере это будут ступени толщины по диаметру). Используя исходные данные, проведите разноску признака по градациям фактора (графа 2) с подсчетом частоты (n_i) – сколько раз признак попал в ту или иную градацию (графа 3). В графе 4 вычислите сумму признака по градациям $\sum V_i$. Остальные графы (5–7) заполните согласно формулам, указанным в таблице.

Проведите дополнительные расчеты: найдите сумму квадратов всех значений признака, участвующих в анализе $\sum V_{ij}^2 = V_{11}^2 + V_{21}^2 + \ldots + V_{ij}^2$.

В нашем примере $\sum V_{ij}^2 = 98{,}5832$.

Таблица 4.1

Таблица варьирования

Градации фактора, D_i	Объемы, V_{ij}	Частота, n_i	$\sum V_i$	$(\sum V_i)^2$	Групповые средние, $\bar{V}_i = \frac{\sum V_i}{n_i}$	$\frac{(\sum V_i)^2}{n_i}$
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
18–22	0,35; 0,33; 0,33; 0,43; 0,31; 0,35; 0,37	7	2,47	6,10	0,35	0,872
22–26	0,6; 0,51; 0,49; 0,48; 0,48; 0,61; 0,57; 0,55; 0,48; 0,48	10	5,25	27,56	0,53	2,756
26–30	0,81; 0,72; 0,5; 0,71; 0,71; 0,61; 0,59; 0,86; 0,63; 0,87; 0,75; 0,88; 0,61; 0,59; 0,82	15	10,66	113,64	0,71	7,576
30–34	0,98; 0,75; 1,08; 1,27; 0,93; 0,9; 0,9; 0,87; 0,9; 0,87; 1,05; 0,79; 0,9; 0,86	14	12,97	168,22	0,93	12,016
34–38	1,24; 1,18; 1,09; 1,28; 1,28; 1,51; 1,11; 1,32; 1,4; 1,08; 1,24; 1,28	12	15,01	225,30	1,25	18,775
38–42	1,58; 1,91; 1,66; 1,69; 1,33; 1,33; 1,63; 1,69; 1,66; 1,72; 1,69	11	17,89	320,05	1,63	29,0965
42–46	1,74; 1,56; 1,62	3	4,92	24,21	1,64	8,067
46–50	2,75; 1,62	2	4,37	19,10	2,19	9,549
50–54	2,88	1	2,88	8,29	2,88	8,294
Итого	$\sum V_{ij}^2 = 0{,}35^2 + 0{,}33^2 + 0{,}33^2 + \ldots + 2{,}88^2 = 98{,}5832$	75	$V^2 = 76{,}42^2 =$ $= 5840{,}02$			97,0016

4.1.2. Построение графика средних по градациям фактора

На основе данных табл. 4.1 постройте график зависимости групповых средних значений признака $(\bar{Y})_i$ по градациям фактора (X_i) в журнале [1].

Для нашего примера график представлен на рисунке. Видим, что с увеличением градации фактора (D_i) происходит увеличение групповых средних значений признака $(\bar{V}_i)$. Следовательно, дисперсионный анализ проводить необходимо.

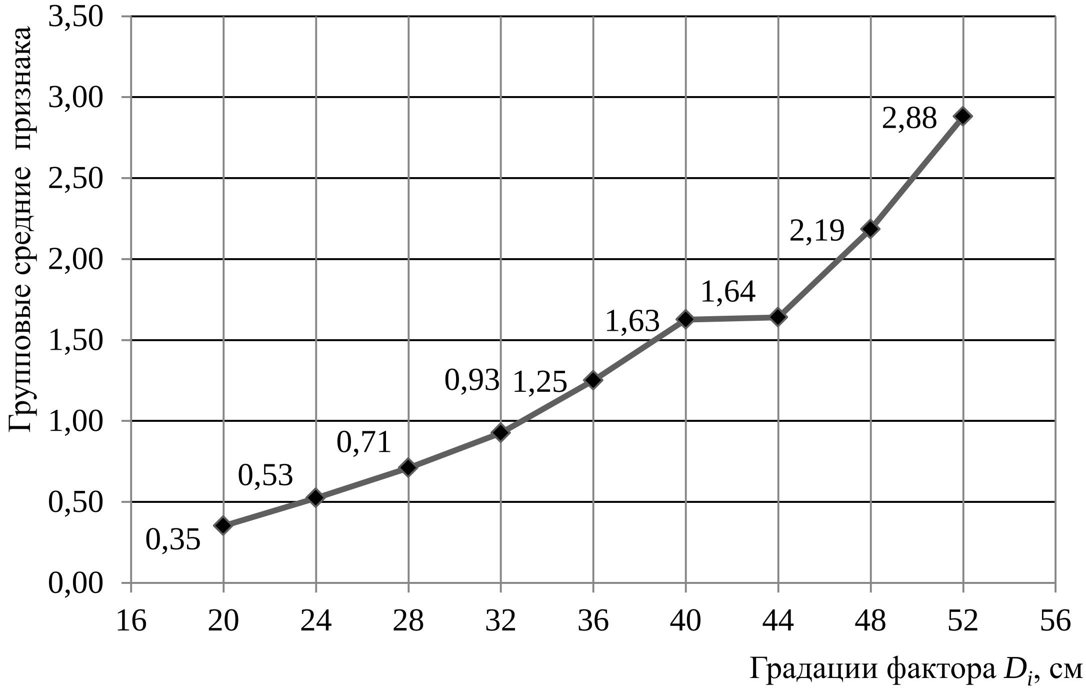

График зависимости групповых средних признака $(\bar{V}_i)$
по градациям фактора (D_i)

4.1.3. Построение дисперсионного комплекса

Для заполнения табл. 4.2 в журнале [1] необходимо вычислить статистики дисперсионного анализа, используя рабочие формулы:

1) суммы квадратов для каждого типа варьирования:

– групповое (факториальное) $s_m^2 = \sum(\frac{V_i^2}{n_i}) - \frac{V^2}{N}$,

– случайное $s_b^2 = \sum V_{ij}^2 - \sum (\frac{V_i^2}{n_i})$,

– общее $s_o^2 = \sum V_{ij}^2 - \frac{V_i^2}{N}$.

$$s_m^2 = \sum(\frac{\sum V_i^2}{n_i}) - \frac{V^2}{N} = 97{,}0016 - \frac{5840{,}02}{75} = 97{,}0016 - 77{,}87 = 19{,}13,$$

$$s_b^2 = \sum V i_j^{\,2} - \sum(\frac{\sum V_i^2}{n_i}) = 98{,}5832 - 97{,}0016,$$

$$s_o^2 = \sum V_{ij}^{\,2} - s_o^2 = \sum V_{ij}^{\,2} - \frac{V^2}{N} = 98{,}5832 - 77{,}87 = 20{,}72;$$

2) число степеней свободы:

$df_m = k-1$, $df_b = N-k$, $df_o = N-1$,

$df_m = 9-1 = 8$, $df_b = 75-9 = 66$, $df_b = 75-1 = 74$;

3) критерий Фишера вычисленный F_f:

$$F_f = \frac{s_m^2 / df_m}{s_b^2 / df_b} = \frac{19{,}13/8}{1{,}58/66} = \frac{2{,}39}{0{,}02} = 119{,}5.$$

Критерий Фишера табличный $F_{st(\alpha)}$ находится с использованием стандартной таблицы (Приложение 4). Входами в таблицу являются числа степеней свободы df_m и df_b при заданном уровне значимости α. Уровень значимости для биологических исследований α = 5 %; $F_{st(5\%)}$ = 2,1.

Показатель силы влияния:

$$\eta_m^2 = \frac{s_m^2}{s_o^2}, \qquad \eta_b^2 = \frac{s_b^2}{s_o^2},$$

$$\eta_m^2 = \frac{19{,}13}{20{,}72} = 0{,}92, \qquad \eta_b^2 = \frac{1{,}58}{20{,}58} = 0{,}08.$$

После вычисления всех вышеперечисленных статистик заполните табл. 4.2 журнала [1].

Таблица 4.2

Построение дисперсионного комплекса

Источник варьирования	Сумма квадратов, s_i^2	Число степеней свободы, df_i	Критерий Фишера		Сила влияния, η_i^2
			F_f	$F_{st(\alpha)}$	
Групповой	19,13	8	119,5	2,1	0,92
Случайный	1,58	66			0,08
Общий	20,72	74			

Сравните критерии Фишера $F_{st(\alpha)}$ и F_f. Если $F_f > F_{st(\alpha)}$, то влияние фактора на признак достоверно при данном уровне значимости.

В нашем примере получилось, что условие выполняется 119,5 > 2,1 – влияние диаметра на объем деревьев достоверно.

4.2. Дисперсионный анализ в пакете Statgraphics Plus

Цель работы – провести однофакторный дисперсионный анализ с использованием пакета Statgraphics Plus.

Для выполнения задания необходимы журнал для практических работ [1], методические указания для обработки данных в программе [2].

Ход выполнения работы:

1) подготовьте данные для проведения однофакторного дисперсионного анализа с использованием программы, для этого преобразуйте значения фактора, отнеся его к той или иной градации на основе методических указаний (практическая работа № 4) [2];

2) изучите методику проведения однофакторного дисперсионного анализа в программе (практическая работа № 4) [2];

3) проведите дисперсионный анализ в программе между предложенными переменными. По результатам анализа заполните табл.4.3–4.5 журнала [1];

4) найдите критерий Фишера стандартный (табличный) в Приложении 3, вход – число степеней свободы df_m и df_b и уровень значимости;

5) сделайте выводы по достоверности влияния фактора на признак.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5 КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

5.1. Этапы корреляционного анализа

Цель работы:

• построить таблицу сопряженности между изучаемыми случайными величинами;

• провести корреляционный анализ.

Для выполнения задания необходимы журнал для практических работ [1], методические указания для обработки данных в программе [2].

5.1.1. Построение корреляционной решетки

Основой корреляционного анализа является таблица сопряженности между изучаемыми переменными (табл. 5.1) журнала [1]. Для построения корреляционной таблицы проведите следующие действия:

• определите, что является X – *аргументом*, а что Y – *функцией* (что является причиной, а что следствием). *В нашем примере аргумент – D, функция – H;*

• следующим шагом является определение величин интервалов C_x и C_y, количества классов k_x и k_y по двум переменным (*для нашего примера величины интервалов C_x=4 и C_y=1*);

Таблица 5.1

Построение корреляционной решетки между изучаемыми признаками H и D

Признаки		Высота, м. Действительные значения классов по H: 20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	Частота, n_x	A_i	A_in_i	$A_i^2n_i$	Σb_jn_i	$\Sigma b_jA_in_i$	Средние по классам
Действительные значения классов по D	20	1	5	1								**7**	–3	–21	63	–35	105	21,
	24			2	5	1	1	1				**10**	–2	–20	40	–26	52	23,
	28			3	2	4	4	2				**15**	–1	–15	15	–30	30	24,
	32					5	5	3	1			**14**	0	0	0	–14	0	25,
	36					1	1	8	2			**12**	1	12	12	–1	–1	25,
	40						2	2	1	6		**11**	2	22	44	11	22	27,
	44								3			**3**	3	9	27	3	9	27,
	48							1	1			**2**	4	8	32	1	4	26,
	52										1	**1**	5	5	25	3	15	29,
n_y		**1**	**5**	**6**	**7**	**11**	**13**	**17**	**8**	**6**	**1**	**75**		**0**	**258**	**–88**	**236**	
b_j		–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3							
b_jn_j		–6	–25	–24	–21	–22	–13	0	8	12	3	**–88**	Σ					
$b_j^2n_j$		36	125	96	63	44	13	0	8	24	9	**418**	Σ					
Средние по классам		20,0	20,0	25,33	25,1	30,2	31,7	34,8	40,5	40,0	52,0							

• в координатах исследуемых признаков найдите местоположение каждой пары случайных величин (X_i, Y_i) методом «точковки»;

• подсчитайте сумму частот по каждому классу в столбцах и строках. Итоговая сумма строк и столбцов должна совпадать и равняться объему выборки, взятому для исследования;

• проведите анализ распределения в таблице: по форме, направлению, тесноте связи.

В нашем примере (табл. 5.1) связь между изучаемыми показателями: прямая, криволинейная, по тесноте – высокая.

5.1.2. Вычисление коэффициента корреляции для большой выборки

При вычислении статистик связи для большой выборки данные группируются в корреляционную решетку и проводятся дополнительные расчеты.

1. Определите условные центры по ряду X и Y – это классы, имеющие наибольшую частоту или близкие к середине ряда. В нашем случае в ряду X условное среднее $X_0 = 32$, в ряду Y – $Y_0 = 26$.

2. Рассчитайте условные отклонения:

$$A_i = \frac{X_i - X_0}{C_x}, \qquad b_i = \frac{Y_i - Y_0}{C_y},$$

где X_i, Y_i – центральные значения по ряду X и Y.

Часть отклонений имеет знак «+», другая часть – «–».

3. Далее заполните графы в соответствии с формулами, записанными в таблице:

а) $A_i n_i$, $b_j n_j$ – умножьте условные отклонения на соответствующие им частоты, как по ряду X, так и по ряду Y;

б) $A_i n_i^2$, $b_j n_j^2$ – перемножьте квадраты условных отклонений на соответствующие частоты, как по ряду X, так и по Y;

в) $\sum(b_j n_j)$ – последовательно суммируйте произведения условных отклонений B_j по классам на соответствующие частоты n_i (расчеты проводятся по строкам).

Пример: расчеты по первой строке

$$1 \cdot (-6) + 5 \cdot (-5) \cdot 1 \cdot (4) = -35;$$

г) $\sum b_j n_j A_i$ – рассчитанное значение $\sum B_j n_i$ умножьте на условное отклонение по ряду (X) A_i: –35 · (–2) = 70.

4. Следующим этапом вычислите средние по классам по ряду X и Y, как средневзвешенное с учетом веса каждого класса (частот):

$$\text{Пример: } \frac{20\cdot 1 + 21\cdot 5 + 22\cdot 1}{7} = \frac{147}{7} = 21{,}0.$$

5. Проведите расчет:

- моментов

$$m_{1x} = \frac{\sum A_i n_i}{N} = \frac{0}{75} = 0{,}00, \qquad m_{2x} = \frac{\sum A_i{}^2 n_i}{N} = \frac{258}{75} = 3{,}44,$$

$$m_{1y} = \frac{\sum b_j n_j}{N} = \frac{-88}{75} = -1{,}17, \qquad m_{2y} = \frac{\sum b_j{}^2 n_j}{N} = \frac{418}{75} = 5{,}57,$$

$$m_{xy} = \frac{\sum b_j n_j A_i}{N} = \frac{236}{75} = 3{,}15;$$

- средних квадратических отклонений по рядам X и Y:

$$s_x = \sqrt{m_{2x} - m_{1x}{}^2} = \sqrt{3{,}44 - 0^2} = 1{,}86,$$

$$s_Y = \sqrt{m_{2Y} - m_{1Y}{}^2} = \sqrt{5{,}57 - 1{,}17^2} = 2{,}049;$$

- коэффициента корреляции *R:*

$$R = \frac{m_{xy} - m_{1x} m_{1y}}{s_x s_y} = \frac{3{,}15 - 0\cdot(-1{,}17)}{1{,}856\cdot 2{,}049} = 0{,}828;$$

- ошибки коэффициента корреляции m_R:

$$m_R = \pm\sqrt{\frac{1-R^2}{N-2}} = \sqrt{\frac{1-0{,}828^2}{75-2}} = 0{,}065;$$

- критерия достоверности Стьюдента t_f:

$$t_f = \frac{R\sqrt{N-2}}{\sqrt{1-R^2}} = \frac{0{,}828\sqrt{75-2}}{\sqrt{1-0{,}828^2}} = 12{,}63.$$

Коэффициент корреляции $R = 0{,}828$, можно сделать вывод, что теснота связи между диаметром на высоте груди и высотой деревьев высокая.

Коэффициент детерминации R^2 = 0,686. *Это означает, что диаметр на высоте груди объясняет на 68,6 % изменчивость высоты деревьев, остальные 31,4% приходятся на другие факторы, не вошедшие в анализ.*

Число степеней свободы

$$df = N - 2 = 75 - 2 = 73.$$

Критерий достоверности Стьюдента табличный (см. Приложение 1)

$$t_{st(5\%)} = 1,96.$$

Сравниваем t_f и $t_{st(5\%)}$, 12,63 > 1,96, делаем вывод, что достоверность коэффициента корреляции высокая, на 5%-ном уровне значимости. Между диаметром деревьев и высотой наблюдается положительная связь, теснота которой высокая.

5.1.3. Вычисление корреляционного отношения для большой выборки

Заполните вспомогательную таблицу (табл. 5.2). Данные для граф 1–4 берутся из табл. 5.1. Далее расчеты ведутся согласно формулам.

Таблица 5.2

Таблица расчетов

X_i	Частота, n_i	A_i	$b_j n_i$	$(\sum b_j n_i)^2$	$\frac{(\sum b_j n_i)^2}{n_i}$
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
20	7	–3	–35	1225	175
24	10	–2	–26	676	67,6
28	15	–1	–30	900	60
32	14	0	–14	196	14
36	12	1	–1	1	0,083
40	11	2	11	121	11
44	3	3	3	9	3
48	2	4	1	1	0,5
52	1	5	3	9	9
Итого	75		–88		340,18

Подведите итоги под графами 4, 6. Проведите расчеты:

- *моментов*

$$m_2 = \frac{\frac{\sum(\sum b_j n_i)^2}{n_i}}{N} = \frac{340,18}{75} = 4,536;$$

- корреляционного отношения:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mathrm{m}_2 - m_{1y}{}^2}{\mathrm{m}_{2y} - \mathrm{m}_{1y}{}^2}} = \sqrt{\frac{4{,}536 - 1{,}17 \cdot 1{,}17}{5{,}57 - 1{,}17 \cdot 1{,}17}} = 0{,}868;$$

- ошибкии достоверности корреляционного отношения:

$$m_\eta = \pm\sqrt{\frac{1-\eta^2}{N-2}} = \sqrt{\frac{1-0{,}868^2}{75-2}} = 0{,}058,$$

$$t_f = \frac{\eta\sqrt{N-2}}{\sqrt{1-\eta^2}} = \frac{0{,}868\sqrt{75-2}}{\sqrt{1-0{,}868^2}} = 14{,}91.$$

Сравниваем t_f *и* $t_{st(5\%)}$*,14,91>1,96 и делаем вывод, что достоверность корреляционного отношения высокая, на 5 %-ном уровне значимости. Статистику можно использовать для анализа.*

Рассчитываем коэффициент линейности связи:

$$\varepsilon = \eta^2 - R^2 = 0{,}868^2 - 0{,}828^2 = 0{,}067,$$

$$m_\varepsilon = \pm\sqrt{\frac{\varepsilon}{N}} = \sqrt{\frac{0{,}067}{75}} = 0{,}029, \qquad t_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{m_\varepsilon} = \frac{0{,}067}{0{,}029} = 2{,}31.$$

Проведите сравнение t_ε и $t_{st(\alpha)}$. Если $t_\varepsilon < t_{st(\alpha)}$, то связь криволинейная, в ином случае прямолинейная. *В нашем примере 2,31>1,96, уровень значимости 5%. Связь слабо криволинейная.*

5.2. Корреляционный анализ в Statgraphics Plus

Цель работы – провести корреляционный анализ с использованием программы.

Для выполнения задания необходимы журнал для практических работ [1], методические указания для обработки данных в программе [2].

Ход выполнения работы:

1) проведите корреляционный анализ в программе по методике, описанной в практической работы № 5 [2] с заполнением матрицы корреляций табл. 5.3 журнала [1], выписав из программы коэффициент корреляции (*R*);

2) сделайте выводы на основании полученных коэффициентов корреляции по тесноте связи между переменными.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6
РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Цель работы – провести регрессионный анализ с использованием программы.

Для выполнения задания необходимы журнал для выполнения практических работ [1], методические указания для работы с программой [2].

Ход выполнения работы.

1. Постройте график зависимости $V = f(D)$ в журнале для практических работ (см. рисунок), около каждой точки поставьте значение высоты. Сделайте вывод о форме, направленности и тесноте связи.

2. Проведите парный регрессионный анализ с использованием программы Statgraphics Plus по методике, указанной в практической работе № 6 (п. 1) [2]. Найдите два лучших уравнения парной регрессии и выпишите их, а также коэффициент детерминации, ошибки уравнений, критерий Фишера фактический по предложенным зависимостям (табл. 6.1 журнала) [1]. Критерий Фишера F_f сравните с табличным значением $F_{st(\alpha)}$ (Приложение 4) (число степеней свободы рассчитано в программе, $\alpha = 5$ %) и сделайте вывод об адекватности описания уравнением изучаемой взаимосвязи.

3. С помощью программы MS Office Excel получите одновходовую таблицу объемов (табл. 6.2), используя наилучшее уравнение парной регрессии $V = f(D)$ в табл. 6.1 [1].

4. Проведите полиноминальный регрессионный анализ с использованием статистико-графической программы. Выпишите уравнения регрессии второго и третьего порядков, коэффициенты детерминации и ошибки уравнения, критерий Фишера фактический (табл. 6.3 [1]) по каждой зависимости и сделайте вывод об адекватности описания уравнением изучаемой взаимосвязи.

5. Проведите множественный регрессионный анализ с использованием программы Statgraphics Plus зависимости $V = f(D, H)$. Выпишите полученные уравнения множественной регрессии без синергизма и с синергизмом, коэффициенты детерминации и ошибки уравнений, критерий Фишера фактический (табл. 6.4) и сделайте вывод об адекватности описания уравнением изучаемой взаимосвязи. Выберите лучшее уравнение.

6. С помощью программы MS Office Excel получите двухвходовую таблицу объемов, используя наилучшее уравнение регрессии $V = f(D, H)$ в табл. 6.5 [1].

7. Постройте график зависимости $V = f(D)$ (см. рисунок).

Вывод: *связь между объемом и диаметрами деревьев по форме – криволинейная, по направлению – положительная.*

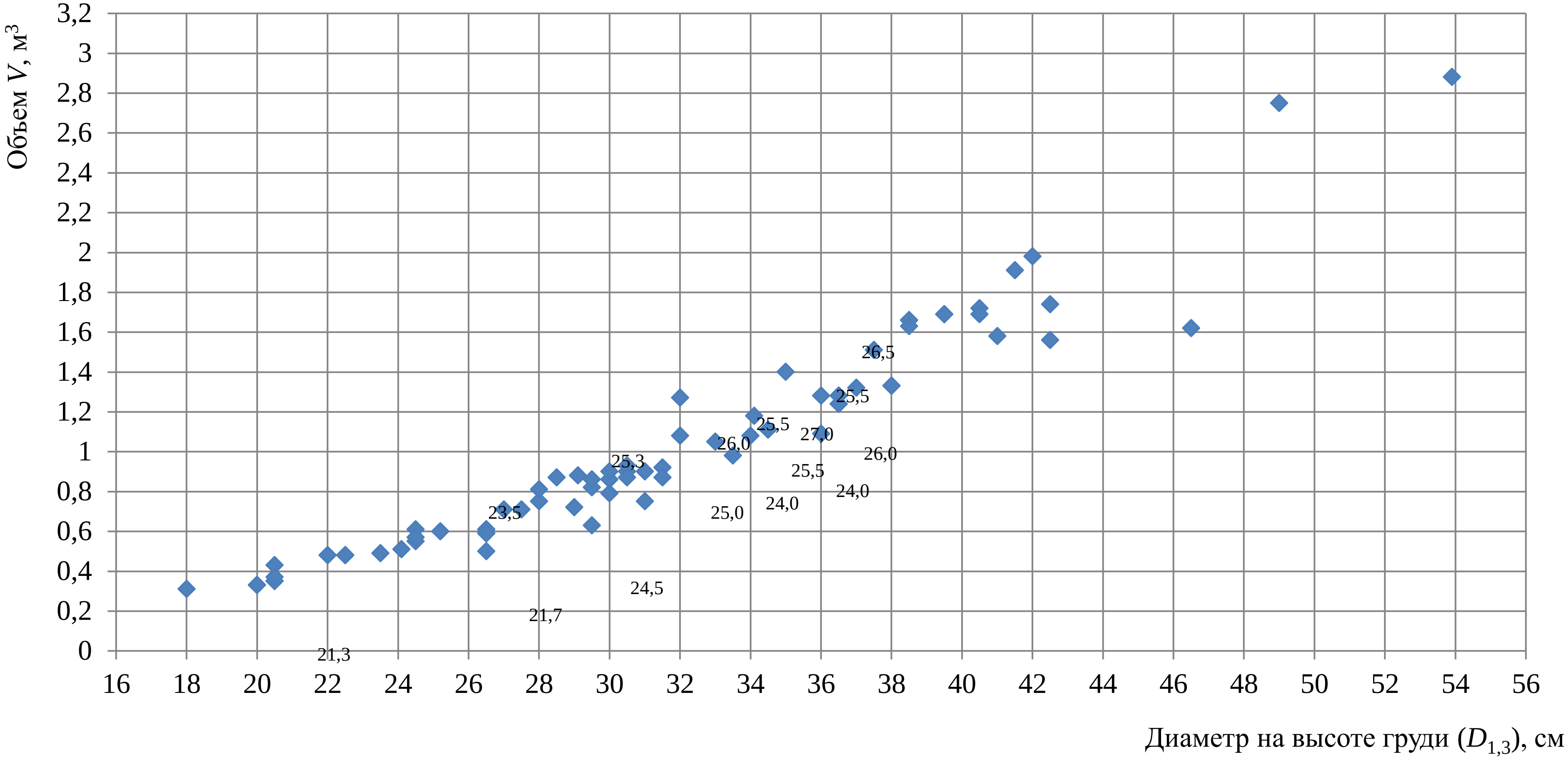

График зависимости объемов деревьев (V) от диаметра на высоте груди, $D_{1,3}$
(около каждой точки показать значение высоты)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шевелина И.В. Журнал для практических работ по дисциплине «Моделирование экосистем» для студентов направления 250100.62 «Лесное дело» очной и заочной форм обучения. Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. университет. 2012. 35 с.

2. Шевелина И.В. Автоматизированная обработка и анализ данных с использованием статистико-графической системы Statgraphics Plus for Windows: методические указания. Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. университет. 2012. 57с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1

Значения *t* при различных уровнях значимости (*α*)

Число степеней свободы, *df*	Уровень значимости, α				
	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,66	–
2	2,92	4,30	6,97	9,93	31,60
3	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
4	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	2,02	2,57	3,37	4,03	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
7	1,90	2,37	3,00	3,50	5,41
8	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,06	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
14	1,76	2,15	2,62	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	4,02
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,75
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,73
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,71
27	1,70	2,05	2,47	2,77	3,69
28	1,70	2,05	2,47	2,76	3,67
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,65
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,29

Приложение 2

Ординаты нормальной кривой

t	Сотые доли									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3825	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3726	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2987	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,09400,	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0818	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,07900	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0041	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001
4,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Приложение 3

Значения критерия χ^2 при различных уровнях значимости (α)

Число степеней свободы, *df*	Уровень значимости, α				
	0,95	0,75	0,25	0,05	0,01
1	–	0,10	1,32	3,84	6,63
2	0,10	0,58	2,77	5,99	9,21
3	0,35	1,21	4,11	7,81	11,34
4	0,71	1,92	5,39	9,49	13,28
5	1,15	2,67	6,63	11,07	15,09
6	1,64	3,45	7,84	12,59	16,81
7	2,17	4,25	9,04	14,07	18,48
8	2,73	5,07	10,22	15,51	20,09
9	3,33	5,90	11,39	16,92	21,67
10	3,94	6,74	12,55	18,31	23,21
11	4,57	7,58	13,70	19,68	24,72
12	5,23	8,44	14,85	21,03	26,22
13	5,89	9,30	15,98	22,36	27,69
14	6,57	10,17	17,12	23,68	29,14
15	7,26	11,04	18,25	25,00	30,58
16	7,96	11,91	19,37	26,30	32,00
17	8,67	12,79	20,49	27,59	33,41
18	9,39	13,68	21,60	28,87	34,81
19	10,12	14,56	22,72	30,14	36,19
20	10,85	15,45	23,83	31,41	37,57
21	11,59	16,34	24,93	32,67	38,93
22	12,34	17,24	26,04	33,92	40,29
23	13,09	18,14	27,14	35,17	41,64
24	13,85	19,04	28,24	36,42	42,98
25	14,61	19,94	29,34	37,65	44,31
26	15,38	20,84	30,43	38,89	45,64-
27	16,15	21,75	31,63	40,11	46,96
28	16,93	22,66	32,62	41,34	48,28
29	17,71	23,57	33,71	42,56	49,59
30	18,49	24,48	34,80	43,77	50,89
40	26,51	33,66	45,62	55,76	63,69
50	34,76	42,94	56,33	67,50	76,15
60	43,19	52,29	66,98	79,08	88,38
70	51,74	61,70	77,58	90,53	100,42
80	60,39	71,14	88,13	101,88	112,33
90	69,13	80,62	98,64	113,14	124,12
100	77,93	90,13	109,14	124,34	135,81

Приложение 4

Значения F при уровне значимости α = 0,05

(df_1 – число степеней свободы для большей вариансы, которая берется числителем)

df_2 \ df_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,1	19,4	19,4	19,5	19,5	19,4
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,9	8,9	8,8	8,8	8,7	8,7	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	6,1	6,0	6,0	5,9	5,9	5,9	5,8	5,7	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,9	4,8	4,8	4,7	4,7	4,6	4,6	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,7	4,5	4,4	4,3	4,2	4,2	4,1	4,1	4,0	4,0	3,9	3,8	3,7
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,8	3,7	3,7	3,6	3,6	3,5	3,4	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,4	3,3	3,3	3,2	3,2	3,1	3,0
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,2	3,1	3,1	3,0	2,9	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	3,1	3,1	3,0	3,0	2,9	2,9	2,8	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	3,0	3,0	2,9	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,4
12	4,7	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,9	2,9	2,8	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,8	2,8	2,7	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,7	2,6	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1
16	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,3	2 ,2	2,0
17	4,4	3,6	3,2	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0
18	4,4	3,5	3,2	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	1,9
19	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	1,9
20	4,3	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,1	1,8
21	4,3	3,5	3,1	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,8
22	4,3	3,4	3,0	2,8	2,7	2,5	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,1	2,0	1,8
23	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8
24	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,9	1,7
25	4,2	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,9	1,7
27	4,2	3,3	3,0	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,7
28	4,2	3,3	2,9	2,7	2,6	2,4	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,6
29	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,1	2,3	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,6
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,1	2,3	2,3	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,8	2,6	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,5
60	4,0	3,1	2,8	2,5	2,1	2,2	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,2
∞	3,8	3,0	2,6	2,4	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5	1,0