УРАЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
УГЛТУ

Г.Г. Ордуянц

ИМПУЛЬСНЫЕ СИСТЕМЫ, ДИСКРЕТНЫЕ ФУНКЦИИ, РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ

Екатеринбург
2012

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВПО «Уральский государственный лесотехнический университет»

Кафедра автоматизации производственных процессов

Г.Г. Ордуянц

ИМПУЛЬСНЫЕ СИСТЕМЫ, ДИСКРЕТНЫЕ ФУНКЦИИ, РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ

Методические указания
для самостоятельной работы студентов
по специальностям 220301, 220200, 220400, 220700
для всех форм обучения.
Дисциплина «Теория автоматического управления»

Екатеринбург
2012

Рассмотрено и рекомендовано методической комиссией
лесоинженерного факультета
Протокол № 1 от 8 сентября 2011 г.

Рецензент Тойбич В.Я., доцент канд. техн. наук

Редактор Ленская А.Л.
Оператор компьютерной верстки Упорова Т.В.

Подписано в печать 23.10.12		Поз. 13
Печать плоская	Формат 60x84 1/16	Тираж 10 экз.
Заказ №	Печ. л. 0,93	Цена 5 р. 12 к.

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

Задача 1

Найти z – изображение единичной ступенчатой функции $x(t)=1(t)$.
РЕШЕНИЕ. Соответствующая этой ступенчатой функции последовательность идеальных импульсов равна:

$$x[nT_0]=1[nT_0],\ n=1,2,\ldots,\infty.$$

Изображение этой импульсной функции может быть найдено по выражению

$$x(z)=\sum_{n=0}^{\infty}x[nT_0]z^{-n}=1\cdot z^0+1\cdot z^{-1}+1\cdot z^{-2}+\ldots=\frac{1}{1-z^{-1}}=\frac{z}{z-1}.$$

Задача 2

Найти функцию $x(t)$, изображение которой $x(z)=\dfrac{T_0 z}{(z-1)^2}$.

РЕШЕНИЕ. Делением числителя на знаменатель размножим функцию $x(z)$ в ряд по убывающим ступеням z^{-n}. Получим

$$x(z)=T_0(z^{-1}+2z^{-2}+3z^{-3}+4z^{-4}+\ldots).$$

Числовые коэффициенты этого ряда есть дискретные значения $x[nT_0]$ функции $x(t)$, т.е. $x(1T_0)=1T_0$, $x(2T_0)=2T_0$, $x(3T_0)=3T_0,\ldots$, или $x[nT_0]=nT_0$. Отсюда нетрудно получить, что $x(t)=t$.

Задача 3, а

Дана структурная схема импульсной САР (рис. 1). Найти передаточную функцию замкнутой САР по ошибке. Оценить устойчивость замкнутой импульсной САР.

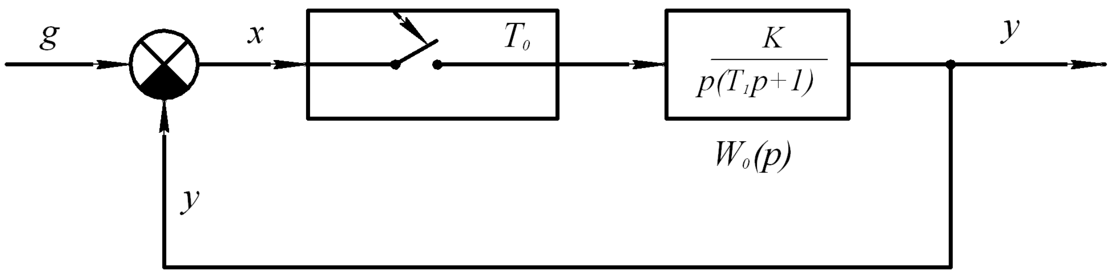

Рис. 1. Структурная схема импульсной САР

Исходные данные: K = 100 с$^{-1}$, период дискретности T_0 = 0,05 с, T_1 = 0,2 с, $\alpha = e^{-T_0/T_1} = 0,78$, скважность импульсов $\gamma = 0,1$. Передаточная функция непрерывной части импульсов САР задана:

$$W_0(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)}.$$

РЕШЕНИЕ. Найдем передаточную функцию разомкнутой импульсной САР, воспользовавшись известной формулой:

$$W(Z) = \gamma T_0 Z\{W_0(p)\} = \gamma T_0 Z\left\{\frac{K}{p(T_1 p + 1)}\right\}.$$

Для сведения выражения $W_0(p)$ к табличным операторам удобно разложить его на простые дроби.

$$\frac{K}{p(T_1 p + 1)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{T_1 p + 1} = \frac{A(T_1 p + 1) + Bp}{p(T_1 p + 1)} = \frac{p(AT_1 + B) + A}{p(T_1 p + 1)}.$$

Отсюда получим:

$$\begin{cases} AT_1 + B = 0, \\ A = K. \end{cases}.$$

Совместное решение системы дает значение $B = -KT$. Тогда

$$W(Z) = \gamma T_0 Z\left\{\frac{K}{p} - \frac{KT_1}{T_1 p + 1}\right\} = \gamma T_0 Z\left\{\frac{K}{p} - \frac{K}{p + \dfrac{1}{T_1}}\right\} = \gamma T_0\left(\frac{Kz}{z-1} - \frac{Kz}{z-\alpha}\right) =$$

$$= \frac{Kz\gamma T_0(1-\alpha)}{(z-1)(z-\alpha)} = \frac{0,11z}{(z-1)(z-0,78)},$$

где $\alpha = e^{-T_0/T_1}$.

Передаточная функция замкнутой импульсной САР:

$$W_{ЗАМ}(z) = \frac{W(z)}{1 + W(z)} = \frac{0,11z}{z^2 - 1,672z + 0,78}.$$

Передаточная функция по ошибке:

$$\Phi_x(z) = \frac{1}{1 + W(z)} = \frac{(z-1)(z-0,78)}{z^2 - 1,672z + 0,78}.$$

Оценим устойчивость замкнутой импульсной САР. Корни уравнения

$$H(Z) = Z^2 - 1,672 + 0,78 = 0$$

должны быть по модулю меньше единицы:

$$z_{1,2} = 0,835 \pm \sqrt{(0,835)^2 - 0,78} = 0,835 \pm j0,29,$$

$$|z_1| = |z_2| = \sqrt{(0,835)^2 + (0,29)^2} = 0,886 < 1.$$

Импульсная САР устойчива.

Задача 3, б

На вход системы, структурная схема которой представлена на рис. 1, подана ступенчатая функция $g(t) = g_0 1(t)$. Найти *Z*-изображение $Y(z)$ выходного сигнала и ошибки $x(z)$.

РЕШЕНИЕ. Находим *z*-изображение выходного сигнала по выражению:

$$Y(z) = G(z)\, W_{ЗАМ}(z),$$

где *z* – изображение входного сигнала:

$$G(z) = Z\{g_0 1(t)\} = \frac{g_0 z}{z-1}.$$

Тогда

$$Y(z) = \frac{g_0 z}{(z-1)} \frac{0{,}11(z)}{z^2 - 1{,}67z + 0{,}78} = \frac{0{,}11 g_0 z^2}{(z-1)(z^2 - 1{,}67z + 0{,}78)}.$$

Выражение $W_{ЗАМ}(z)$ передаточной функции замкнутой импульсной САР взято из решения предыдущей задачи 3,а.

z-изображение ошибки найдется по выражению:

$$x(z) = G(z)\varPhi_x(z) = \frac{g_0 z}{z-1} \frac{(z-1)(z-0{,}78)}{z^2 - 1{,}67z + 0{,}78} = \frac{g_0 z(z-0{,}78)}{z^2 - 1{,}67z + 0{,}78}.$$

Задача 3, в

Найти разностное уравнение, связывающее выходную и входную величины системы по рис. 1, если передаточная функция ее в замкнутом состоянии равна:

$$W_{ЗАМ}(z) = \frac{0{,}11z}{z^2 - 1{,}67z + 0{,}78}.$$

РЕШЕНИЕ. Запишем выражение для $W_{ЗАМ}(z)$ несколько иначе, разложив числитель и знаменатель по убывающим степеням *z*. Для этого вынесем z^2 знаменателя за скобки. Получим

$$W_{ЗАМ}(z) = \frac{0{,}11z}{z^2(1 - 1{,}67z^{-1} + 0{,}78z^{-2})} = \frac{0{,}11z^{-1}}{1 - 1{,}67z^{-1} + 0{,}78z^{-2}}.$$

Определим $Y(z)$:

$$Y(z) = G(z)W_{ЗАМ}(z) = G(z)\frac{0{,}11z^{-1}}{1 - 1{,}67z^{-1} + 0{,}78z^{-2}}.$$

Отсюда

$$Y(z)(1 - 1{,}67z^{-1} + 0{,}78z^{-2}) = G(z) \cdot 0{,}11z^{-1}.$$

Тогда искомое разностное уравнение будет иметь вид:

$$y[n] - 1{,}67y[n-1] + 0{,}78y[n-2] = 0{,}11g[n-1].$$

Задача 4

Передаточная функция замкнутой импульсной САР:

$$W_{ЗАМ}(z) = \frac{0{,}11}{z^2 - 1{,}78z + 0{,}89}.$$

Оценить устойчивость системы.
РЕШЕНИЕ. Найдем корни характеристического уравнения:

$$z^2 - 1{,}78z + 0{,}89 = H(z) = 0;$$

$$z_{1,2} = 0{,}89 \pm \sqrt{0{,}89^2 - 0{,}89} = 0{,}89 \pm \sqrt{-0{,}1} = 0{,}89 \pm j0{,}35.$$

Модули корней $|z_1| = |z_2| = \sqrt{0{,}89^2 + 0{,}35^2} = 0{,}96 < 1$.
Система устойчива.

Задача 5

Дано характеристическое уравнение импульсной САР:

$$5z^3 + 2z^2 + 3z + 1 = 0.$$

Оценить устойчивость системы.
РЕШЕНИЕ. Применим подстановку:

$$z = \frac{1+w}{1-w}.$$

Тогда исходное уравнение запишется так:

$$5\left(\frac{1+w}{1-w}\right)^3 + 2\left(\frac{1+w}{1-w}\right)^2 + 3\frac{1+w}{1-w} + 1 = 0,$$

или

$$5(1+w)^3 + 2(1+w^2)(1-w) + 3(1+w)(1-w)^2 + 1 = 0.$$

После преобразования получим

$$5w^3 + 13w^2 + 11w + 11 = 0.$$

Для оценки устойчивости системы можно применить любой из критериев, например, критерий Вышнеградского. Все коэффициенты последнего уравнения должны быть положительными и произведение двух крайних должно быть больше произведения средних. Проверим:

$$(5,13,11,11) > 0 \text{ и } 13 \cdot 11 > 5 \cdot 11.$$

Итак, система устойчива.

Задача 6

Оценить устойчивость системы, характеристическое уравнение которой имеет вид: $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$.
РЕШЕНИЕ. Применим подстановку:

$$z = \frac{1 + w}{1 - w}.$$

Тогда

$$\frac{(1 + w)^3}{1 - w^3} + \frac{(1 + w)^2}{(1 - w)^2} + \frac{1 + w}{1 - w} + 1 = 0.$$

После приведения к общему знаменателю получим

$$(1 + w)^3 + (1 - w)(1 + w)^2 + (1 + w)(1 - w)^2 + (1 - w)^3 = 0.$$

В результате преобразований получим уравнение

$$4w^2 + 4 = 0,$$

корни которого $w_{1,2} = \pm j$.
Система неустойчива.

Задача 7

Определить запас устойчивости импульсной САР по модулю и по фазе. Передаточная функция САР в разомкнутом состоянии

$$W(z) = \frac{\gamma T_0 K(1 - \alpha)}{(z - 1)(z - \alpha)},$$

где $\gamma = 0{,}1$; $T_0 = 0{,}05\,\text{с}$; $K = 100\ \text{с}^{-1}$; $\alpha = e^{-T_0/T_1} = e^{-0{,}25} = 0{,}78$; $T_1 = 0{,}2\,\text{с}$
(T_0 – период дискретности, T_1 – постоянная времени).
РЕШЕНИЕ. Перейдем к частотной передаточной функции, введя замену

$$z = \frac{1 + w}{1 - w},$$

а затем к абсолютной псевдочастоте $w = j\lambda \dfrac{T_0}{2}$.

Получим

$$W(j\lambda) = \frac{10(1 + 0{,}025^2 \lambda^2)}{j\lambda(1 + j0{,}217\lambda)}.$$

Для частоты среза $\lambda_{ср}$ справедливо соотношение:

$$20\lg\left|W(j\lambda_{ср})\right| = 0,$$

значит $\left|W(j\lambda_{ср})\right| = 1$.

Это дает возможность определить частоту среза для полученной передаточной функции:

$$\frac{10(1+0{,}025^2\lambda_{cp}^2)}{\lambda_{cp}\sqrt{1+0{,}217^2\lambda_{cp}^2}}=1.$$

Решение уравнения дает

$$\lambda_{cp}\approx\sqrt{\frac{10}{0{,}217}}=6{,}8\ \text{c}^{-1}.$$

Для этой частоты запас устойчивости по фазе равен:

$$\mu=180^\circ+\varphi=180^\circ+(-90^\circ-arctg(0{,}217\lambda_{cp}))=90^\circ-arctg\,0{,}217\cdot 6{,}8=34^\circ.$$

Из анализа предыдущего выражения видно, что фаза φ комплексной функции $W(j\lambda)$ достигает значения $\varphi=-180^\circ$ при $\lambda\to\infty$. Поэтому запас устойчивости по модулю

$$\beta=\frac{1}{|W(j\infty)|}=\frac{0{,}217}{10\cdot 0{,}026^2}\approx 35.$$

Задача 8

Построить амплитудно-фазовую (АФХ) частотную характеристику импульсного фильтра, z-передаточная функция которого

$$W(z)=\frac{z}{z-0{,}135}.$$

Период дискретности $T_0=1$ с.

РЕШЕНИЕ. Сделаем подстановку:

$$z=e^{pT_0}=e^{j\omega T_0}=\cos\omega T_0+j\sin\omega T_0.$$

Получим частотную передаточную функцию фильтра:

$$W(e^{j\omega T_0})=\frac{e^{j\omega T_0}}{e^{j\omega T_0}-0{,}135}=\frac{\cos\omega T_0+j\sin\omega T_0}{\cos\omega T_0-0{,}135+j\sin\omega T_0}.$$

Модуль ее равен:

$$A(\omega T_0)=\left|W(e^{j\omega T_0})\right|=\frac{\sqrt{\cos^2\omega T_0+\sin^2\omega T_0}}{\sqrt{(\cos\omega T_0-0{,}135)^2+\sin^2\omega T_0}}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1+0{,}135^2-0{,}27\cos\omega T_0}},$$

а фаза

$$\varphi=arctg\frac{\sin\omega T_0}{\cos\omega T_0}-arctg\frac{\sin\omega T_0}{\cos\omega T_0-0{,}135}=\omega T_0-arctg\frac{\sin\omega T_0}{\cos\omega T_0-0{,}135}.$$

Анализ полученных выражений показывает, что АФХ (КЧХ) фильтра представляет собой окружность. При $\omega = 0$ и для всех $\omega T_0 = 2\pi n$, где $n = 1,2,3,\ldots$, модуль и фаза получаются равными:

$$A_0 = A(2\pi n) = \frac{1}{\sqrt{(1-0{,}135)^2}} = \frac{1}{1-0{,}135} = 1{,}15,$$

$$\varphi(0) = \varphi(2\pi n) = 0.$$

При $\omega T_0 = \pi(2n-1)$ модуль и фаза получаются равными:

$$A(\pi(2n-1)) = \frac{1}{\sqrt{(-1-0{,}135)^2}} = \frac{1}{1+0{,}135} = 0{,}88,$$

$$\varphi(\pi(2n-1)) = \pm 180^{\circ}.$$

Радиус окружности $R = \dfrac{1}{1-0{,}135^2} = 1{,}01$, смещение центра ее вправо от начала координат $c = \dfrac{0{,}135}{1-0{,}135^2} = 0{,}136$.

На рис. 2 дано изображение АФХ (КЧХ) импульсного фильтра.

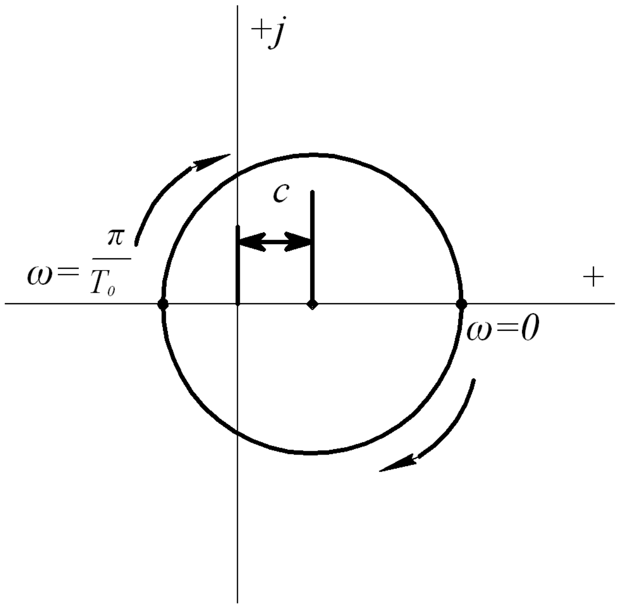

Рис. 2. АФХ (КЧХ) импульсного фильтра

Задача 9

На вход импульсной САР с передаточной функцией в замкнутом состоянии

$$\Phi(z) = \frac{0{,}1}{z^2 - 1{,}3z + 0{,}4}$$

подается ступенчатая функция $x(t) = 1(t)$. Построить $y[nT]$ и определить время переходного процесса T_0 (период дискретности).

РЕШЕНИЕ. Запишем выходной сигнал:

$$Y(z) = \Phi(z)\cdot \bar{x}(z) = \frac{0{,}1}{z^2 - 1{,}3z + 0{,}4}\cdot\frac{z}{z-1} = \frac{0{,}1z}{(z-1)(z^2 - 1{,}3z + 0{,}4)}.$$

Оценим корни уравнения:

$$z^2 - 1{,}3z + 0{,}4 = 0,$$

$$z_{1,2} = +0{,}65 \pm \sqrt{(0{,}65)^2 - 0{,}4} = 0{,}65 \pm \sqrt{0{,}0225} = 0{,}65 \pm 0{,}15,$$

$$z_1 = 0{,}8;\ z_2 = 0{,}5.$$

Тогда $Y(z)$ можно представить так:

$$Y(z) = \frac{0{,}1z}{(z-1)(z-0{,}8)(z-0{,}5)} = Z\left(\frac{A}{z-1} + \frac{B}{z-0{,}8} + \frac{C}{z-0{,}5}\right).$$

Разложение на простые дроби дает:

$$A = 1;\ B = -1{,}67;\ C = 0{,}67.$$

Итак,

$$Y(z) = \frac{z}{z-1} + \frac{-1{,}67z}{z-0{,}8} + \frac{0{,}67z}{z-0{,}5},$$

$y[nT_0] = 1[nT_0] + (-1{,}67)e^{-\alpha nT_0} + 0{,}67e^{-\beta nT_0}$ (см. табличные операторы),

где α и β определяются из соотношения:

$$\alpha_1 = e^{-\alpha T_0} = 0{,}8,$$

$$\alpha_2 = e^{-\beta T_0} = 0{,}5.$$

Отсюда

$$\alpha T_0 = \ln\frac{1}{0{,}8} \text{ и } \alpha = \frac{1}{T_0}\ln\frac{1}{0{,}8} = 0{,}223 \text{ с}^{-1}.$$

Аналогично

$$\beta T_0 = \ln\frac{1}{0{,}5} \text{ и } \beta = \frac{1}{T_0}\ln\frac{1}{0{,}5} = 0{,}693 \text{ с}^{-1}.$$

Тогда

$$y[nT_0] = 1[nT_0] + (-1{,}67)e^{-0{,}223nT_0} + 0{,}67e^{-0{,}693nT_0}.$$

Данные расчета объединим в табл. 1.

Таблица 1

Результаты расчета $y[nT_0]$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y[nT₀]	0	0	0,1	0,23	0,36	0,48	0,58	0,65	0,78	0,86	0,89	0,91

n	12	13	14	15
$y[nT_0]$	0,92	0,93	0,94	0,95

По данным расчета строим решетчатую функцию $y[nT_0]$ (рис. 3).

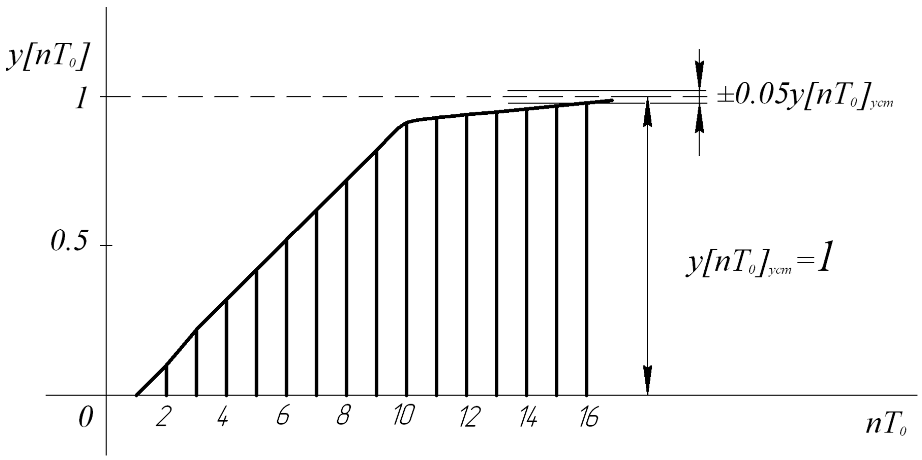

Рис. 3. Решетчатая функция

Время переходного процесса (с точностью до $\pm 5\%$ от $y_{уст}$) определим из графика: $t_П = 16T_0 = 16$ с.

Задача 10

Решить предыдущую задачу разложением в ряд Лорана.

РЕШЕНИЕ. Разложим $Y(z)$ в ряд Лорана, поделив числитель на знаменатель.

$$
\begin{array}{l|l}
-\ 0.1z & z^3-2.32z^2+1.72z-0,4 \\
\quad 0.1z-0.23+0.17z^{-1}-0.04z^{-2} & \overline{0.1z^{-2}+0.23z^{-3}+0.36z^{-4}+0.48z^{-5}+\ldots} \\
\hline
\qquad +0.23-0.17z^{-1}+0.04z^{-2} & \\
\qquad -0.23-0.53z^{-1}+0.39z^{-2}-0.092z^{-3} & \\
\hline
\qquad\quad -\ 0.36z^{-1}-0.35z^{-2}-0.092z^{-3} & \\
\qquad\qquad 0.36z^{-1}-0.826z^{-2}+0.61z^{-3}-0.144z^{-4} & \\
\hline
\qquad\qquad\qquad 0.48z^{-2}+0.52z^{-3}+0.144z^{-4} & .
\end{array}
$$

Итак, $y(z) = 0 \cdot z^0 + 0 \cdot z^{-1} + 0{,}1z^{-2} + 0{,}23z^{-3} + 0{,}36z^{-4} + 0{,}48z^{-5} + \ldots$.

С другой стороны, можно представить выходной сигнал импульсной САР так:

$$Y(z) = \sum_{n=0}^{\infty} y[nT_0]z^{-n} = y[0]z^0 + y[T_0]z^{-1} + y[2T_0]z^{-2} + y[3T_0]z^{-3} + \ldots \ .$$

Здесь T_0 – период дискретности.

Сравнение этих двух выражений дает значения выходной величины $y[nT_0]$:

$y[0] = 0$;	$y[3T_0] = 0{,}23$;
$y[T_0] = 0$;	……………
$y[2T_0] = 0{,}1$;	

Полученное решение совпадает с решением предыдущей задачи.

Задача 11

Известно, что z-изображение выходного сигнала импульсной САР таково:

$$Y(z) = \frac{z(z+0,5)}{(z+2)(Z+1)}.$$

Найти и построить $y[nT]$, если период повторения импульсов T.

РЕШЕНИЕ. Задача может быть решена двумя способами.

Способ 1.

Для нахождения $y[nT]$ применим формулу разложения. Если $F(z)$ можно представить в виде

$$F(z) = \frac{z \cdot A(z)}{B(z)},$$

то

$$f[nT] = \sum_{K=1}^{N} \frac{A(z_K)}{B(z_K)} z_K^n ,$$

где z_K – корни характеристического уравнения $B(z)=0$, а N – порядок этого уравнения.

В нашем случае $A(z) = z + 0,5$; $B(z) = (z+2)(z+1)$.

Найдем корни: $(z+2)(z+1) = 0$,

откуда $z_1 = -2$; $z_2 = -1$,

$$B'(z) = [(z+2)(z+1)]' = (z+2) + (z+1).$$

Тогда

$$y[nT] = \frac{(z_1+0,5)}{(z_1+2)+(z_1+1)} z_1^n + \frac{(z_2+0,5)}{(z_2+2)+(z_2+1)} z_2^n =$$

$$= \frac{(-2+0,5)}{-2+1}(-2)^n + \frac{(-1+0,5)}{(-1+2)}(-1)^n = 1,5(-2)^n - 0,5(-1)^n.$$

Задавая значения $n = 1, 2, 3, \ldots,$ получим ординаты решетчатой функции $y[nT]$. Данные расчета сведем в табл. 2.

Таблица 2

Ординаты решетчатой функции

n	0	1	2	3	4	5	6	7
y[nT]	1	-2,5	5,5	-11,5	23,5	-47,5	…	…

По данным расчета строим несколько первых значений $y[nT]$ (рис. 4).

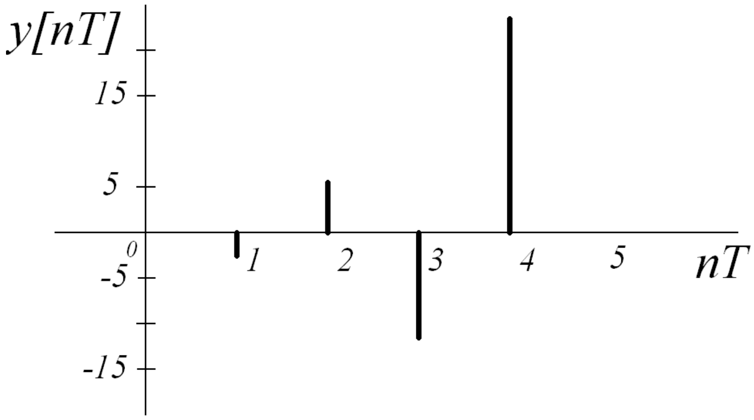

Рис. 4. Ординаты решетчатой функции

Способ 2.

Разложим функцию $Y(z)$ в ряд Лорана по убывающим степеням z, поделив числитель на знаменатель.

$$
\begin{array}{l|l}
-\,z^2+0.5z & z^2+3z+2 \\
\quad z^2+3z+2 & 1-2.5z^{-1}+5.5z^{-2}-11.5z^{-3}+23.5z^{-4}\ldots \\
\hline
\quad -2.5z-2 & \\
-\,-2.5z-7.5-5z^{-1} & \\
\hline
\qquad +5.5+5z^{-1} & \\
\quad -\,-5.5+16.5z^{-1}+11z^{-2} & \\
\hline
\qquad\quad -11.5z^{-1}-11z^{-2} & \\
\qquad -\,-11.5z^{-1}-34.5z^{-2}-23z^{-3} & \\
\hline
\qquad\qquad 23.5z^{-2}+23z^{-3} &
\end{array}
.
$$

Итак,

$$Y(z) = 1 - 2{,}5z^{-1} + 5{,}5z^{-2} - 11{,}5z^{-3} + 23{,}5z^{-4} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} y[nT]z^{-n} = y[0] + y[T]z^{-1} + y[2T]z^{-2} + \ldots$$

Видно, что коэффициенты при z^n есть значения решетчатой функции, и они совпадают с расчетными (см. табл. 2).

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гальперин М.В. Автоматическое управление. – М.: ИНФА-М: ФОРУМ, 2007.
2. Ким Д.П. Теория автоматического управления. т. 1.– М.: Физматлит, 2003.
3. Лукас В.А. Теория автоматического управления: учебн. для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 2004.
4. Ротач В.Я. Импульсные системы автоматического регулирования. – М.: Энергия, 1964.
5. Цыпкин Я.С., Попков Ю.С. Теория линейных импульсных систем. – М.: Наука, 1973.
6. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления: учеб. пособие для вузов / под ред. В.А. Бесекерского. 5-е изд., перераб. и доп.– М.: Наука, 1978.